

actieve en passieve pluim -
verspreidingsmodellen in de
convectieve grenslaag | met
een large eddy simulatiemodel

Paul de Valk

technische rapporten TR-90

ACTIEVE EN PASSIEVE PLUIMVERSPREIDINGSMODELLEN IN DE
CONVECTIEVE GRENSLAAG MET EEN LARGE EDDY SIMULATIEMODEL

Paul de Valk*

verslag van een groot onderzoek

Vakgroep : M.F.O.

Begeleider: F.T.M. Nieuwstadt**

augustus 1986

* stagiaire van de R.U.U. aan het K.N.M.I.

** Laboratorium Aero- en Hydrodynamica T.U. Delft

Actieve en passieve pluimverspreidingsmodellen in de convectieve grenslaag met
een large eddy simulatiemodel

Paul de Valk
augustus 1986

Vakgroep : M.F.O.
Begeleider: F.T.M. Nieuwstadt

Met dank aan:

- . Heleen de Boer (L.H. Wageningen)
- . Peter Duynkerke (K.N.M.I.)
- . Luc van Haren (T.H. Delft)
voor het becommentariëren van het rapport
- . Theo van Stijn
voor numerieke adviezen
- . Anne de Baas
voor de figuren 9 en 11
- . Matty Brouwer
voor het tekenen van alle figuren, en
- . Marleen Kaltoven
voor het uittypen van het rapport

Inhoud

	blz.
Samenvatting	
Summary	
1. Inleiding	7
2. De grenslaag	9
3. Het large eddy model	12
3.1 De vergelijking	12
3.2 Het domein	15
3.3 De randvoorwaarden	17
3.4 De numerieke oplosmethoden en tekortkomingen	18
3.5 De organisatie van het model	19
4. De resultaten	21
4.1 De drukcorrectie	21
4.2 Entrainementsimulatie	22
4.3 Transformatie naar een puntbron en dimensieloze concentratie	25
4.4 Statistiek	28
4.5 Non buoyant pluimontwikkeling	32
4.6 Gemiddeld concentratiepatroon voor twee bronhoogten	33
4.7 Gemiddelde pluimhoogte, verticale en horizontale verspreiding	38
4.8 Buoyant pluimontwikkeling	43
4.9 Gemiddeld concentratiepatroon voor twee bronhoogten	56
4.10 Gemiddelde pluimhoogte, verticale en horizontale verspreiding	60
4.11 Verticale snelheid door pluimbuoyancy	64
5. Conclusies	70
5.1 Non-buoyant pluimen	70
5.2 Buoyant pluimen	71
Literatuur	73
Appendix	77

SAMENVATTING

Het doel van dit onderzoek is om met een large eddy model het gedrag van buoyant en non-buoyant pluimen een convectieve grenslaag te omschrijven.

Voor verschillende bronhoogten komen de resultaten voor de non-buoyant pluim binnen de standaard deviatie overeen met de laboratoriumresultaten van Willes en Deardorff (Lit. 19, 20, 21) en de parameterisaties van Lamb (Lit. 15). Deze laatste parameterisaties zijn waarschijnlijk ook toepasbaar voor de verspreiding in de y-richting in de buurt van de bron voor een buoyant pluim. De pluimstijgformule van Briggs (Lit. 21) overschat de large eddy model resultaten voor pluimstijging. Met een correctie op pluimstijgformule voor het feit dat deze uitgaat van een puntbron en het large eddy model uitgaat van een lijnbron met grote afmetingen, beschrijft de stijgformule de modelresultaten voor een lage bron wel goed.

De extra turbulentie tengevolge van de buoyancy van een warme pluim lijkt op grote afstand van de bron aanleiding te geven tot een extra verspreiding in de laterale richting.

SUMMARY

The purpose of this study is to describe the behaviour of buoyant and non-buoyant plumes in a convective boundary layer.

For several stack heights the results of the non-buoyant plumes agree within the standard-deviation with the laboratory results of G.W. Willis and J. Deardorff (Lit. 19, 20, 21) and the parametrisations of Lamb (Lit. 15). These parametrisations are probably also applicable for the distribution in the y-direction of a buoyant plume nearby the source. The plume-rise formula of Briggs (Lit. 21) overestimates the rising of the plume, comparative to the results of the large eddy model. However, if the plume-rise formula, which applies to a point source, is corrected thus that it also can be used for a line source which is used in the large eddy model, then the plum-rise formula describes the model results satisfactorily.

The extra turbulence - due to the buoyancy of a warm plume - seems to lead to an extra distribution in the lateral direction at a long distance of the source.

1. INLEIDING

Verontreiniging die in de atmosfeer geloosd wordt via een schoorsteen, komt in eerste instantie terecht in de zogenaamde atmosferische grenslaag. In deze laag speelt zich vrijwel alle biologische en menselijke activiteit af. Het is daarom belangrijk om te weten wat er met deze verontreiniging gebeurt. Een beschrijving van het verspreidingspatroon van een vervuilende schoorsteenpluim vergt dus kennis met betrekking tot de structuur van de grenslaag.

De grenslaag wordt over het algemeen gedefinieerd als dat deel van de atmosfeer waar het turbulent transport rechtstreeks beïnvloed wordt door het aardoppervlak (Lit. 4). De grenslaag kan stabiel, neutraal of convectief zijn. Het potentiële temperatuurprofiel neemt toe met de hoogte bij een stabiele grenslaag, het profiel blijft constant met de hoogte bij een neutrale grenslaag. In de convectieve grenslaag, welke in deze studie gebuikt zal worden, neemt het temperatuurprofiel af met de hoogte.

De lucht in het onderste deel van de convectieve grenslaag is warmer en lichter dan de lucht in het resterende deel van de grenslaag. Deze warme lucht zal in de vorm van luchtbellens opstijgen, tot aan de top van de grenslaag. Boven de top van de grenslaag bevindt zich namelijk warmere lucht, daardoor worden de luchtbellens afgeremd. De warme lucht zal zich door turbulentie met de omgevende lucht vermengen. Omdat de menging van vervuilende stoffen gebeurt door turbulentie, wordt er onderzoek gedaan aan de turbulente structuur van de grenslaag.

Onderzoek naar pluimgedrag kan op verschillende wijzen gebeuren. Men kan een pluimonderzoek doen in de atmosfeer (Lit. 5, 6, 14), in een laboratoriumopstelling (Lit. 11, 13, 19, 20, 21) of met behulp van een computermodel (2, 8, 11, 15).

In dit onderzoek wordt gebruik gemaakt van een large eddy computermodel (Lit. 8, 9, 10, 11). Met dit model bepalen we de numerieke oplossing van de bewegingsvergelijkingen op een drie-dimensionaal rooster. Alle bewegingen die groter zijn dan ongeveer tweemaal de roosterafstand worden expliciet beschreven. De bewegingen die zich afspelen op een kleinere schaal worden subgrid genoemd en hun invloed op de grote schalen wordt geparаметeriseerd. Dit model lost alle grootschalige turbulentiebewegingen, waaronder de grootste energiedragende wervels, expliciet op.

Met dit large eddy model wordt nu de verspreiding van pluimen bestudeerd.

We bekijken hier het gedrag van zowel non-buoyant, of passieve pluimen als van buoyant, of actieve pluimen. Deze laatste categorie is met name van belang voor praktische toepassingen. Daarnaast bestuderen we bij beide typen van pluimen het effect van de bronhoogte.

Met behulp van het large eddy model is al eerder de verspreiding van passieve pluimen in de grenslaag bestudeerd (zie Lit. 8, 11 en 15), maar wij bestuderen ook de verspreiding van actieve pluimen.

In dit rapport komen achtereenvolgens aan de orde:

- een beschrijving van een convectieve grenslaag;
- een bespreking van de vergelijkingen voor impuls, continuïteit, energie en diffusie van een vervuilende stof, ook wel contaminant genaamd, die dit large eddy model numeriek oplost, voor een convectieve grenslaag;
- een beschrijving van het large eddy model;
- de ontwikkeling van passieve en actieve pluimen met verschillende bronhoogten.

2. DE GRENSLAAG

De atmosferische grenslaag kan worden gedefinieerd als dat deel van de atmosfeer waar een directe invloed van het aardoppervlak merkbaar is. In deze laag wordt impuls, warmte en waterdamp uitgewisseld tussen het oppervlak en de vrije atmosfeer boven de grenslaag. Deze verticale transporten hangen samen met de turbulentie die door dichtheidsverschillen (buoyancy effecten) en de wrijving (shear effecten) in de grenslaag gegenereerd wordt.

Bovendien is turbulentie belangrijk voor de verspreiding van vervuilende stoffen. In dit verslag beperken we ons tot een convectieve atmosferische grenslaag, i.e. een grenslaag waarin de produktie van turbulentie door buoyancy domineert.

In deze convectieve menglaag kunnen verschillende karakteristieke lagen onderscheiden worden, te weten de oppervlaktelaag, menglaag en entrainment laag (Lit. 7). Van deze lagen zullen we in het kort een karakteristieke beschrijving geven (zie figuur 1).

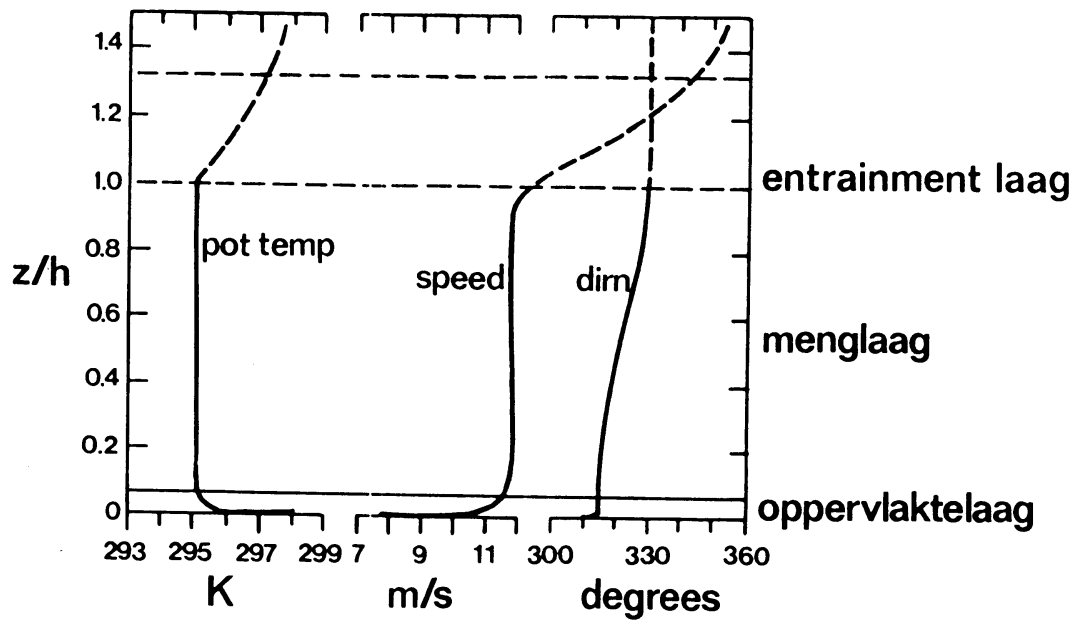
- De oppervlaktelaag. Hierin zijn de turbulente fluxen van warmte, waterdamp en impuls vrijwel constant met de hoogte. De wrijving geeft de grootste bijdrage aan de produktie van turbulente kinetische energie ($TKE \sim U_*^3/kz$) vlak bij het aardoppervlak. Omdat deze bijdrage sneller afneemt met de hoogte dan de produktie door buoyancy ($\sim \frac{g}{\theta} \overline{w\theta_0}$) is er een hoogte waarboven de buoyancy domineert ten opzichte van de wrijving. De hoogte waar de buoyancy-bijdrage gelijk is aan de wrijvingsbijdrage wordt Obukhov-lengte genoemd (zie Lit. 13). De Obukhov-lengte L is dan:

$$L = \frac{U_*^3}{\frac{g}{\theta} k \overline{w\theta_0}}$$

waarin U_* de wrijvingssnelheid is die volgt uit de schuifspanning aan de bodem τ_0 en de dichtheid ρ volgens:

$$U_* = (\tau_0/\rho)^{\frac{1}{2}} .$$

Verder is g/θ de buoyancy parameter met g de zwaartekrachtsversnelling en θ een referentietemperatuur $k(\approx 0,4)$ de von Karman constante en $\overline{w\theta_0}$ de warmteflux aan de bodem. Met deze lengte L is nu een dimensieloze hoogte te definiëren:



figuur 1 : Windsnelheid, windrichting en potentiële temperatuur gemeten in een convectieve menglaag (Kaimal et al., 1975).

$$\zeta = z/L .$$

Deze hoogte ζ is een belangrijke parameter in de oppervlaktelaagtheorie van Monin-Obukhov. Met de snelheidsschaal U_* en de temperatuurschaal θ_* , die volgt uit

$$\theta_* = - \overline{w\theta}_0$$

kunnen dimensieloze vergelijkingen opgesteld worden die afhankelijk zijn van ζ .

- De menglaag. Hierin levert de wrijving langs het oppervlak een te verwaarlozen bijdrage aan de turbulente kinetische energie ten opzichte van de buoyancy-bijdrage. In deze laag zijn de windsnelheid en de potentiële temperatuur door turbulentie zo goed gemengd dat ze vrijwel constant zijn met de hoogte, tot aan de grenslaaghoogte h . Ook vervuilende stoffen worden op den duur doorgemengd tot deze hoogte h .

De snelheids- en temperatuurschaal zijn respectievelijk

$$w_* = (h \frac{g}{\theta} \overline{w\theta}_0)^{1/3}$$

en

(1)

$$\theta_* = \overline{w\theta}_0 / w_* .$$

Met deze schaalparameters zijn de variabelen in de menglaag uit te drukken als een functie van z/h .

- De entrainment laag, welke zich ruwweg uitstrekt van $0,8 h$ tot $1,2 h$. Hier wordt de turbulentie gedomineerd door entrainment effecten, de invloed van de sterke inversie aan de top van de grenslaag en de stabiel gelaagde atmosfeer daarboven. Voor dit deel zijn nog geen goede schaalparameters bepaald.

3. HET LARGE EDDY MODEL

3.1 De vergelijkingen

Daar de turbulentie in de grenslaag zich afspeelt op lengteschalen die variëren van ~ 1 mm tot ~ 1 km is het door beperkte computer reken- en storage-capaciteit onmogelijk alle turbulente bewegingen expliciet op te lossen. Daarom moet de turbulentie ge-parameteriseerd worden. Dit kan op verschillende wijzen gebeuren.

In de ensemble gemiddelde modellen wordt de invloed van alle turbulente schalen ge-parameteriseerd. Ook de grote, niet isotrope, energiedragende wervels welke rechtstreeks invloed hebben op de gemiddelde stroming worden benaderd. Hierdoor kan de gemiddelde stroming onnauwkeuriger bepaald worden.

In het hier beschreven large eddy model wordt onderscheid gemaakt tussen grote energiedragende wervels en kleine wervels. Door een variabele q over een elementair volume V te middelen kunnen we deze variabele uitsplitsen in een volumegemiddelde \bar{q} volgens

$$\bar{q} = \frac{1}{V} \int_V q dv$$

en een zogenaamde subgridterm q_{sg} . Alle variabelen zijn dan te schrijven als:

$$q = \bar{q} + q_{sg} .$$

Het large eddy model lost nu de bewegingsvergelijkingen voor de volumegemiddelde variabelen op. De subgridtermen worden in deze vergelijkingen ge-parameteriseerd. Als nu het elementair volume veel kleiner is dan de afmeting van de grote energiedragende eddies, dan kunnen we verwachten dat deze grote eddies expliciet berekend worden. Vandaar de naam large eddy simulatie.

De bewegingsvergelijkingen van ons large eddy model volgen uit de Boussinesq-vergelijkingen voor een gestratificeerde, incompressibele stroming in een roterend referentiesysteem (Lit. 4). Deze zijn:

$$\partial U_i / \partial x_i = 0 \tag{2}$$

$$dU_i/dt = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{g}{\theta} (\theta - \theta_0) \delta_{i3} - 2 \varepsilon_{ijk} \Omega_j U_k + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2} \quad (3)$$

$$d\theta/dt = K \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_j^2} \quad (4)$$

$$dC/dt = D \frac{\partial^2 C}{\partial x_i^2} \quad (5)$$

met $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U_j \frac{\partial}{\partial x_j}$, U_i de snelheidscomponent in de i -richting (i, j, k lopen van 1 tot en met 3, waarbij $x_1 \rightarrow x$, $x_2 \rightarrow y$, $x_3 \rightarrow z$), P de druk, ρ_0 de dichtheid van de lucht, θ de potentiële temperatuur, δ_{i3} de Kronecker delta, ε_{ijk} de permutatietensor, Ω_j de j -de component van de hoeksnelheid van de aarde, ν de kinematische viscositeit, K de thermische diffusiviteit, C een scalaire contaminant, D de diffusieconstante van de contaminant C , en $\frac{g}{\theta}$ de al eerder beschreven buoyancy parameter.

(2) geeft de continuïteitsvergelijking van een incompressibele stroming weer, (3) de impulsvergelijking met in het rechterlid respectievelijk de drukterm, de buoyancyterm, de Coriolis term en de moleculaire viscositeitsterm. Vergelijking (4) is de energievergelijking uitgedrukt in de potentiële temperatuur en (5) de diffusievergelijking van een contaminant C .

Op deze vergelijkingen passen we volumemiddeling toe met verwaarlozing van de visceuze term in de impulsvergelijking, omdat het Reynoldsgetal in termen van het volumegemiddelde groot is. Om dezelfde reden kunnen we de beide diffusie termen in de vergelijkingen van de energie en van de diffusie van C verwaarlozen. Het resultaat is de volgende vergelijkingen:

$$\partial \bar{U}_i / \partial x_i = 0 \quad (6)$$

$$d\bar{U}_i / dt = -\frac{\partial \pi}{\partial x_i} + \frac{g}{\theta} (\bar{\theta} - \theta_0) \delta_{i3} - 2 \varepsilon_{ijk} \Omega_j \bar{U}_k + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} \quad (7)$$

$$d\bar{\theta}/dt = -\partial h_j / \partial x_j \quad (8)$$

$$d\bar{C}/dt = \partial F_j / \partial x_j \quad (9)$$

$$\text{met } \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial}{\partial x_j} .$$

Er is een nieuwe drukterm π geïntroduceerd welke voldoet aan:

$$\pi = \frac{\bar{P} - P_0}{\rho_0} + \frac{1}{3} (\overline{U_i^2} - \bar{U}_i^2) \quad (10)$$

met P_0 een referentiedruk, welke bepaald wordt uit de eis dat de horizontaal gemiddelde verticale versnelling gelijk aan nul is. De nieuwe termen τ_{ij} , h_j , F_j representeren de invloed van de niet opgeloste subgridschaalbewegingen op de volumegemiddelde stroming, en deze zijn gedefinieerd als:

$$\tau_{ij} = - (\overline{U_i U_j} - \bar{U}_i \bar{U}_j) + \frac{1}{3} (\overline{U_k^2} - \bar{U}_k^2) \delta_{ij} \quad (11)$$

$$h_j = \overline{U_j \theta} - \bar{U}_j \bar{\theta} \quad (12)$$

$$F_j = \overline{U_j c} - \bar{U}_j \bar{c} \quad (13)$$

Om nu het stelsel vergelijkingen 6-13 te sluiten, worden 11-13 op de volgende wijze geparаметeriseerd:

$$\tau_{ij} = K_m \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) \quad (14)$$

$$h_j = - K_h \left(\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} \right) \quad (15)$$

$$F_j = - K_c \left(\frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j} \right) \quad (16)$$

Waarbij de K 's de eddy coëfficiënten zijn van respectievelijk de impuls, de warmte en het transport van de contaminant. Daar de contaminant en de potentiële temperatuur op dezelfde wijze gediffundeerd worden, wordt aangenomen dat de K_h aan de K_c gelijk gesteld mag worden. De K -coëfficiënten voldoen aan (Lit. 16):

$$K_m = 0,12 \ell E^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

$$K_h = K_c = \left(1 + \frac{2\ell}{\Delta} \right) K_m \quad (18)$$

met $E = \frac{1}{2} (\overline{U_i^2} - \bar{U}_i^2)$ de subgridenergie en $\Delta = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}$. De lengteschaal van menging ℓ is afhankelijk van de lokale temperatuurgradiënt volgens:

$$\ell = \Delta \text{ als } \partial \bar{\theta} / \partial z < 0$$

$$l = \text{minimum} (\Delta, 0,5 E^{-\frac{1}{2}} / (\frac{g}{\theta} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z})^{\frac{1}{2}}) \text{ als } \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} > 0 .$$

De laatste uitdrukking heeft tot gevolg dat l in stabiele omstandigheden erg klein wordt, zodat het subgridtransport verwaarloosbaar wordt.

Om het stelsel vergelijkingen te sluiten, is nog een vergelijking voor de subgridsnelheidsschaal $E^{\frac{1}{2}}$ nodig. Deze voldoet aan:

$$dE^{\frac{1}{2}}/dt = \frac{1}{2E^{\frac{1}{2}}} (\tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{g}{\theta} h_j) + \frac{\partial}{\partial x_j} (2K_m \frac{\partial E^{\frac{1}{2}}}{\partial x_j}) - \frac{\epsilon}{2E^{\frac{1}{2}}} . \quad (19)$$

In het rechterlid staan respectievelijk: de productieterm van energie, door locale schuifspanning en locale buoyancy, een benadering van de transportterm in de energievergelijking en de visceuse dissipatieterm van de energie.

Deze ϵ -dissipatieterm wordt benaderd door:

$$\epsilon = f (0,19 + 0,51 \frac{l}{\Delta}) \frac{E^{3/2}}{l}$$

waarin f weer een empirische correctiefactor is, weergegeven door:

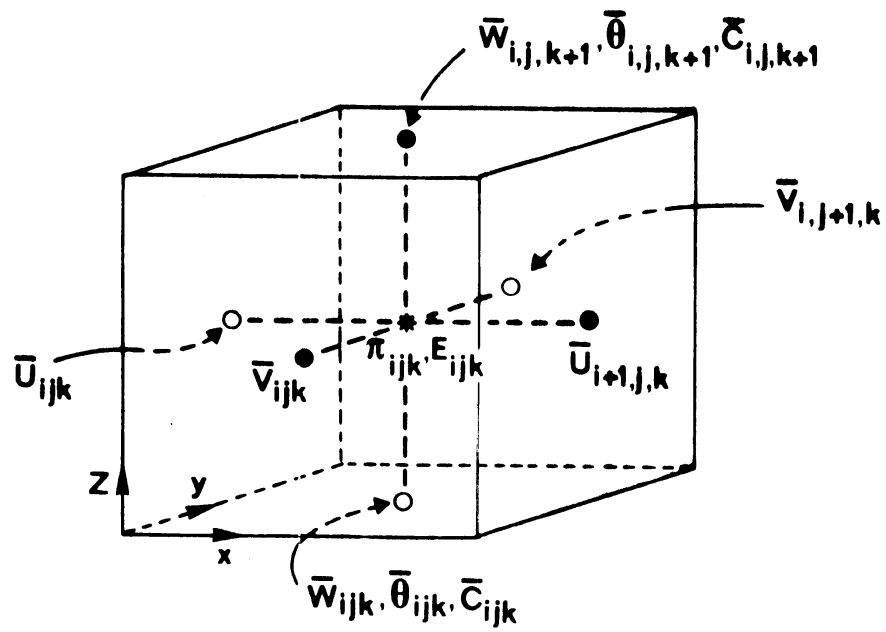
$$f = 1 + \frac{2}{(z/\Delta z + 1,5)^2 - 3,3} .$$

Substitutie van de vergelijkingen 14-16 in 6-9 laat zien dat de subgridbijdragen aan de gemiddelde stroming beschouwd mogen worden als turbulente diffusie.

3.2 Het domein

De grootte van het domein waarvoor de vergelijkingen opgelost worden is in de horizontaal 5 bij 5 km en in de verticaal 2 km. De temperatuurinversie en daarmee de grenslaaghoogte, is op $\sim 1,5$ km hoogte gekozen. Het gehele domein transleert met de gemiddelde geostrofische windsnelheid U_g van 5 m/s langs de x-as, zodat alle snelheden in de bewegingsvergelijkingen met deze waarde verminderd kunnen worden.

Het domein is opgesplitst in 40 intervallen voor de x-, y- en z-richting, wat inhoudt dat een eenheidsvolume $125 \times 125 \times 50 \text{ m}^3$ meet. De variabelen zijn op een verschoven grid gedefinieerd, zoals geïllustreerd in figuur 2. w , θ en c worden op dezelfde plaats bepaald omdat ze sterk gecorreleerd zijn.



figuur 2 : De definitie van de variabelen op een verschoven rooster, de symbolen komen overeen met de betekenis welke ze in de tekst hebben gekregen.

3.3 De randvoorwaarden

In het horizontale vlak worden periodieke randvoorwaarden opgelegd voor alle variabelen behalve de druk. De druk heeft een dusdanige gradiënt dat er een geostrofische wind in de positieve x-richting waait.

De randvoorwaarden aan de bovenkant van het model zijn: voor de temperatuur een vaste gradiënt en voor de overige variabelen een gradiënt gelijk aan nul. De subgridenergie wordt op een minimale waarde gesteld.

Aan de bodem wordt de verticale snelheid en de gradiënt van de subgrid-energie gelijk aan nul gesteld. De oppervlaktelaag gelijkvormigheidsprofielen uit Lit. 12 met een ruweidslengte van $z_0 = 1$ cm worden in de onderste laag van het model toegepast om een verband te geven tussen de snelheid respectievelijk temperatuur en de impuls respectievelijk de warmteflux. Ook wordt de flux van de contaminant aan de bodem, welke met 13 en 15 geschreven kan worden als

$$\overline{w c} = - \overline{w} \overline{c} - K_c \left(\frac{\partial c}{\partial z} \right) \quad (20)$$

gelijk aan nul gesteld. Dit betekent dat $\partial c / \partial z$ gelijk aan nul moet worden gesteld op het onderste gridpunt, want \overline{w} is hier per definitie gelijk aan nul.

De volume-integraal over de continuïteitsvergelijking (6), tot een hoogte z geeft:

$$\int_0^z \int_0^y \int_0^{L_x} \frac{\partial \overline{U}}{\partial x} dx dy dz + \int_0^z \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \frac{\partial \overline{U}}{\partial y} dy dx dz + \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^z \frac{\partial \overline{w}}{\partial z} dz dx dy = 0. \quad (21)$$

Omdat er cyclische randvoorwaarden voor u en v gelden, volgt $u(L_x) = u(0)$ en $v(L_y) = v(0)$. Het resultaat luidt

$$\int_0^{L_x} \int_0^{L_y} [w(z) - w(0)] dx dy = 0. \quad (22)$$

In 22 staat dat voor een horizontaal vlak op hoogte z de horizontaal gemiddelde waarde van de verticale snelheid gelijk moet zijn aan nul, want $w(0)$ aan de bodem is op nul gesteld.

De beginvoorwaarden voor alle variabelen, behalve de concentratie C , zijn die van een volledig ontwikkelde quasi-stationaire convectieve grenslaag. Deze grenslaag wordt verkregen door een integratie van het model gedurende een tijd groter dat de tijdschaal van de turbulentie, terwijl een constante tempera-

tuurverhoging aan de bodem wordt toegepast. De bodem wordt hiermee als het ware verwarmd.

Op $t=0$ wordt de concentratie van de contaminant overal gelijk aan nul gesteld, met uitzondering van één lijnbron parallel aan de x -as. In deze lijnbron wordt de concentratie gelijk gesteld aan een constante. Vervolgens wordt de integratie van het model voortgezet, terwijl de bodem nog steeds op de hierboven beschreven wijze verwarmd wordt. De quasi-stationaire convectieve grenslaag blijft dus gehandhaafd, dusdanig dat $-L/h < 0,01$. Dit laatste houdt in dat de shearproductie van turbulente energie te verwaarlozen is ten opzichte van de buoyancy-productieterm.

3.4 De numerieke oplosmethode en tekortkomingen

Aan de continuïteitsvoorwaarde (6) wordt voldaan door een Poisson-vergelijking voor de druk op te stellen met behulp van (6) en (7)

$$\frac{\partial^2 \pi}{\partial x_i^2} = \frac{\partial R_i}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x} \right) \quad (23)$$

met R_i

$$R_i = - \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{g}{\theta} (\theta - \theta_0) \delta_{i3} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (24)$$

De tijdafgeleide van de continuïteitsvergelijking in (23) zou nul moeten zijn voor de exacte oplossing. Deze afgeleide wordt hier echter meegenomen met als resultaat dat de divergentie niet groter wordt dan de afrondfouten (Lit. 12). (23) wordt opgelost door een Fast Fourier Transform techniek in de horizontaal en door een tridiagonale matrix-decompositie in de verticaal (Lit. 16).

De plaatsafgeleiden van de snelheid, potentiële temperatuur, subgridenergie en concentratie worden bepaald door het differentieschema volgens Piascek (Lit. 17) voor de advectietermen en een centraal differentieschema (Lit. 18) voor de diffusie termen. De tijdsafgeleiden worden met een Leap-frog methode bepaald, waarop een Asselinfilter (Lit. 1) wordt toegepast om "tijdsplitsing" te voorkomen.

Boven de temperatuurinversie is de stroming stabiel gelaagd. Hierin kunnen interne gravitatiegolven ontstaan, geforceerd door de turbulentie in de menglaag. Om nu te voorkomen dat deze golven reflecteren tegen de top van de grenslaag, vormen de bovenste tien lagen van het model een zogenaamde spons-

laag. In deze laag wordt aan de rechterkant van (7) en (8) een lineaire relaxatieterm toegevoegd, die de oplossing in elk roosterpunt naar de horizontaal gemiddelde oplossing dwingt en daarmee de fluctuaties uitdempt. In de bovenste laag is de tijdschaal van de relaxatievergelijking 50 s en neemt met een factor 5 toe voor elk lager niveau.

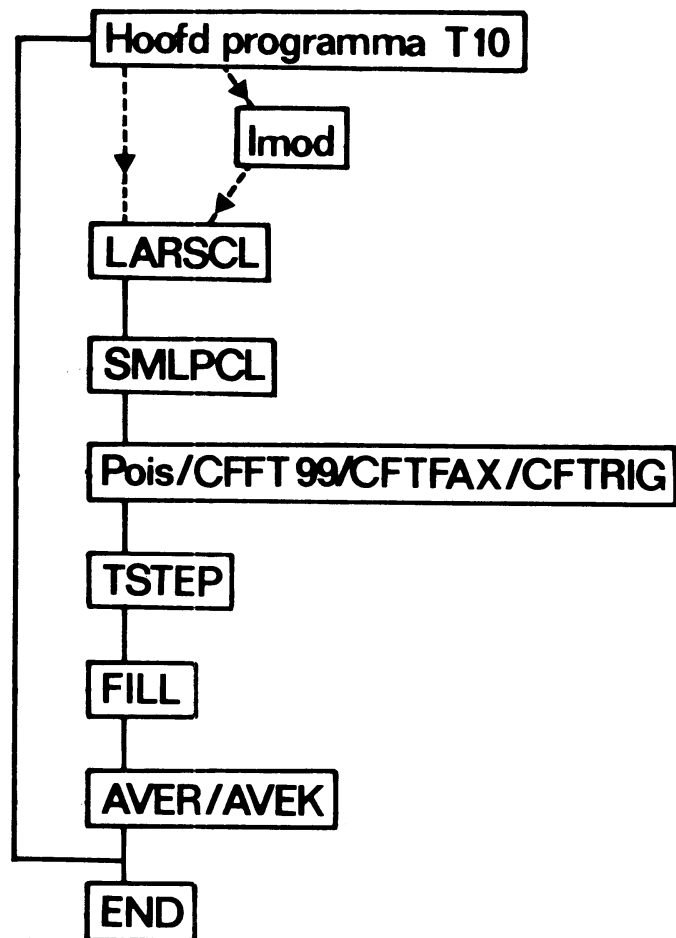
Uit (Lit. 16) blijkt dat de randvoorwaarden aan de bodem niet helemaal correct zijn. Maar gelukkig zijn de hier bestudeerde resultaten niet erg gevoelig voor deze tekortkoming.

Bij de differentiemethodes van advection bestaat de mogelijkheid dat er $2\Delta x$ -golven (Lit. 16) ontstaan. Deze golven kunnen optreden als er grote gradiënten zijn. De diffusie ten gevolge van de subgridturbulentie zorgt er echter voor dat deze golven snel uitgedempt worden, zodat ze weinig invloed hebben op de verdere oplossing.

3.5 De organisatie van het model

Het programma waarmee gerekend wordt, is schematisch weergegeven in figuur 3 in een blokdiagram. Het hoofdprogramma T_{10} roept naar keuze eerst `Imod` of rechtstreeks `LARscl` aan. `Imod`, waarbij `mod` voor `modify` staat, is een subroutine waarmee het mogelijk is de beginvoorwaarden te veranderen naar keuze. In `LARscl`, van LARGE scale, worden de advectionstermen van de plaatsafgeleiden bepaald en in `SMLscl`, ofwel SMALL scale, worden de diffusiestermen bepaald.

`Pois` (Poisson) lost met behulp van de routines `CFFT99`, `CFTFAX`, `CFTRIG` de Poisson-vergelijking op. In `T-step` (Time-step) wordt de tijdstap voor alle variabelen bepaald. Ook wordt hier het Asselin's filter toegepast. Hierna wordt in `Fill` aan alle randvoorwaarden voldaan, zowel aan de horizontale randvoorwaarden, als aan de top- en bodemrandvoorwaarden. De subroutine `Aver` (Average) en `Avek` (Average of K) berekenen gemiddelde waarden van alle variabelen en coëfficiënten. Afhankelijk van de parameter, die bepaalt wanneer het programma klaar is, wordt of de volgende berekening uitgevoerd of het programma beëindigd.



figuur 3 : Schematische weergave van het large eddy model computerprogramma.

4. DE RESULTATEN

4.1 De drukcorrectie

Het programmadeel dat de Poisson-vergelijking oplost, heeft als randvoorwaarde voor de boven- en de onderkant $\partial P / \partial z = 0$. Het is echter reëler om te veronderstellen dat deze gradiënten ongelijk aan nul zijn. Beschouw als voorbeeld de impulsvergelijking (3) met $i=3$ en de randvoorwaarde $w=0$ aan de bodem, dan volgt

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{g}{\theta} (\theta - \theta) - 2 \epsilon_{ijk} \Omega_j U_k.$$

Dp/dz is dus ongelijk aan nul. Om nu een reëlere oplossing van de druk te verkrijgen, wordt de druk P geschreven als de som van twee bijdragen:

$$P = P_p + P_c$$

waarbij de drukterm P_p voldoet aan $\partial P / \partial z = 0$ op de onder- en bovenkant. Dit is nodig om de Poisson-vergelijking op te lossen. P_c is een correctieterm die voldoet aan de volgende randvoorwaarde voor de top en de bodem van het model

$$\frac{\partial P_c}{\partial z} = \frac{\partial P}{\partial z} \quad \text{en} \quad P_c = 0.$$

Hierbij is de laatste randvoorwaarde nodig omdat de druk P aan de top en aan de bodem gelijk is aan de druk P_p .

Hier werd gekozen voor de volgende vergelijking van P_c

$$P_c = \tilde{z} (1 - \tilde{z})^2 f(x, y) + \tilde{z}^2 (\tilde{z} - 1) g(x, y)$$

met $\tilde{z} = z/H$ en H de hoogte van het domein.

De functies $f(x, y)$ en $g(x, y)$ volgen uit:

$$\frac{\partial P}{\partial \tilde{z}} = f(c, y) \quad \text{voor} \quad \tilde{z}=0 \quad (25)$$

en

$$\partial P / \partial \tilde{z} = g(x, y) \quad \text{voor } \tilde{z}=1 \quad (26)$$

Met 25 en 26 is het nu mogelijk om het rechterlid van de Poisson-vergelijking te corrigeren tot

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x_1^2} = \frac{\partial^2 P}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 P_c}{\partial x_1^2}$$

waarbij $\partial^2 P / \partial x_1^2$ al uit de impulsvergelijking bekend is en voor $\partial^2 P_c / \partial x_1^2$ geldt:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 P_c}{\partial x_1^2} = & \tilde{z}(1-\tilde{z})^2 \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right] + \tilde{z}^2(1-\tilde{z}) \left[\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} \right] + \\ & + (6\tilde{z}-4) f(x, y) + (6\tilde{z}-2) g(x, y) \end{aligned}$$

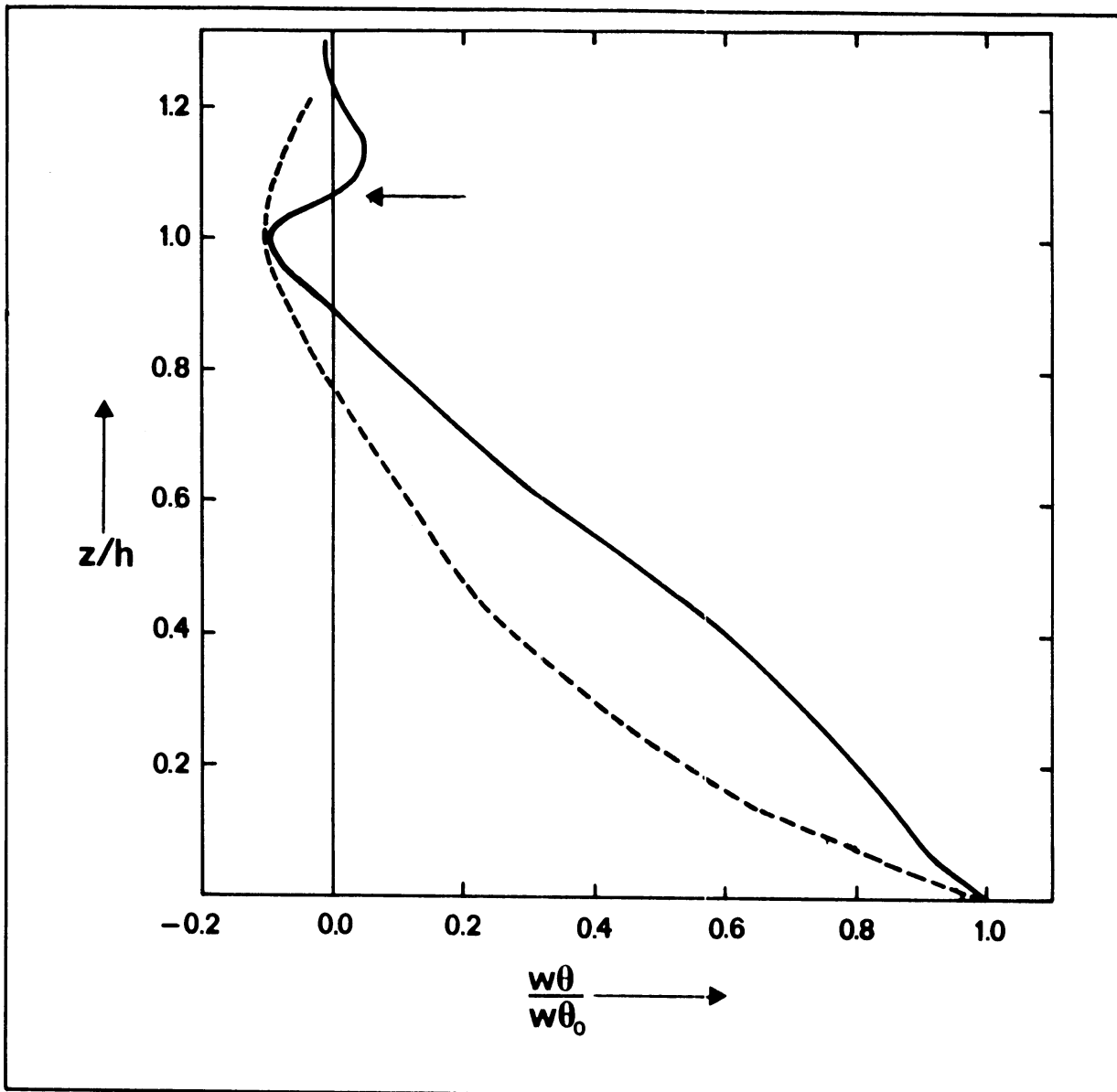
De drukgradiënt aan de top en de bodem krijgt een reëlere waarde dan de waarde nul als hij gecorrigeerd wordt met $\partial P_c / \partial z$.

Het toepassen van de correctiefunctie $f(x, y)$ aan de bodem waar de randvoorwaarde $\bar{w}_1=0$ geldt, gaf inderdaad een kleine correctie op de drukgradiënt. Deze had een verandering van de waarden van de druk tot gevolg. Deze veranderingen hadden een grote orde van enkele procenten.

De correctiefunctie $g(x, y)$ definitie, aan de top waar niet expliciet de randvoorwaarde $\bar{w}_1=0$ geldt, gaf echter een instabiele oplossing. Ook de eis $\bar{w}=0$ aan de top of andere randvoorwaarden gaven geen stabiele oplossing. Doordat $g(x, y)$ een instabiele oplossing gaf, werd besloten om deze correctieterm P_c niet toe te passen op de druk P in de volgende experimenten.

4.2 Entrainementsimulatie

Het model simuleert een convectieve grenslaag. Er mag verwacht worden dat alle berekende profielen, de waargenomen profielen in een convectieve grenslaag benaderen. In figuur 4 is als voorbeeld het warmtefluxprofiel getekend, zoals bepaald met het model. Voor andere profielen zie Lit. 8 tot en met 11. Het warmteprofiel is dimensieloos gemaakt met de warmteflux aan de bodem, en



figuur 4 : Het $\overline{w\theta}$ -profiel dimensionloos gemaakt met de $\overline{w\theta}_0$. De stiplijn zijn de metingen van Lenshow. De hoogte z/h is dimensionloos gemaakt met de h bepaald uit het minimum van de $\overline{w\theta}$ -flux.

tegen de hoogte z/h uitgezet. Omdat de bodemtemperatuur met een constante waarde per tijdstap wordt opgehoogd en omdat het temperatuurprofiel gelijkvormig blijft, geldt dat overal in de grenslaag $\partial\theta/\partial t$ constant is. Op basis van de energievergelijking

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = - \frac{\partial\overline{w\theta}}{\partial z}$$

volgt dan direct dat het warmtefluxprofiel lineair met de hoogte varieert. In figuur 4 zijn ook de metingen van Lenshow (1970) (zie Lit. 8) uitgezet.

Beide warmtefluxen worden negatief in de buurt van $z/h \approx 1,0$. De $\overline{w\theta}$ flux is negatief omdat warme lucht van de stabiele laag boven de grenslaag in de menglaag wordt ingevangen en gemengd. Dit proces wordt entrainment genoemd. Boven de grenslaaghoogte h , die vaak gedefinieerd wordt als de hoogte waar $\overline{w\theta}$ minimaal is, wordt in het geval van de berekeningen de $\overline{w\theta}$ flux weer positief. Dit is een gevolg van truncatiefouten in het model. Alhoewel in figuur 4 de hoogte dimensieloos gemaakt is met een menglaaghoogte die bepaald is uit het minimum van de warmteflux, wordt in het vervolg gewerkt met een menglaaghoogte die bepaald wordt uit het tweede nulpunt van de warmteflux. Deze hoogte is in figuur 4 weergegeven met een pijl. We zien dat de menglaag $\pm 6\%$ groter wordt ten opzichte van onze eerste definitie. De reden voor deze keuze van de menglaaghoogte zal in sectie 4.6 uitgelegd worden.

Een illustratie van het proces van entrainment, zoals dit door het model wordt gesimuleerd, is weergegeven in figuur 5. Hierin staan voor verschillende dimensieloze tijdstippen $t_* (= \frac{w_*}{h} t)$ isolijnen van temperatuur en verticale snelheidsfluctuaties, in een verticale doorsnede van het rekendomein. In figuur 5 zijn gebieden te zien waarin er een sterke correlatie bestaat tussen positieve temperatuurfluctuaties en positieve verticale snelheidsfluctuaties. Beschouw als voorbeeld op $t_* = 0,06$ waarin de warme lucht aangegeven met een +-teken, samengaat met een sterke positieve snelheidsfluctuatie, eveneens met een +-teken aangegeven. Deze gebieden van stijgende warme lucht zijn in de convectieve grenslaag bekend als pluimen of thermals. Uit deze figuur is ook duidelijk dat een thermal zich uitstrekt over de gehele grenslaagdiepte en als het ware tegen de inversie aan de top van de grenslaag botst.

Boven de inversie bestaat een grillig patroon van kleinschalige temperatuur- en snelheidsfluctuaties. Naast een numerieke oorzaak kan dit patroon ook verklaard worden als zwaartekrachtsgolven. Deze worden veroorzaakt door de opstijgende thermals die tegen de inversie botsen. Hiermee induceren ze

fluctuaties in deze stabiele laag.

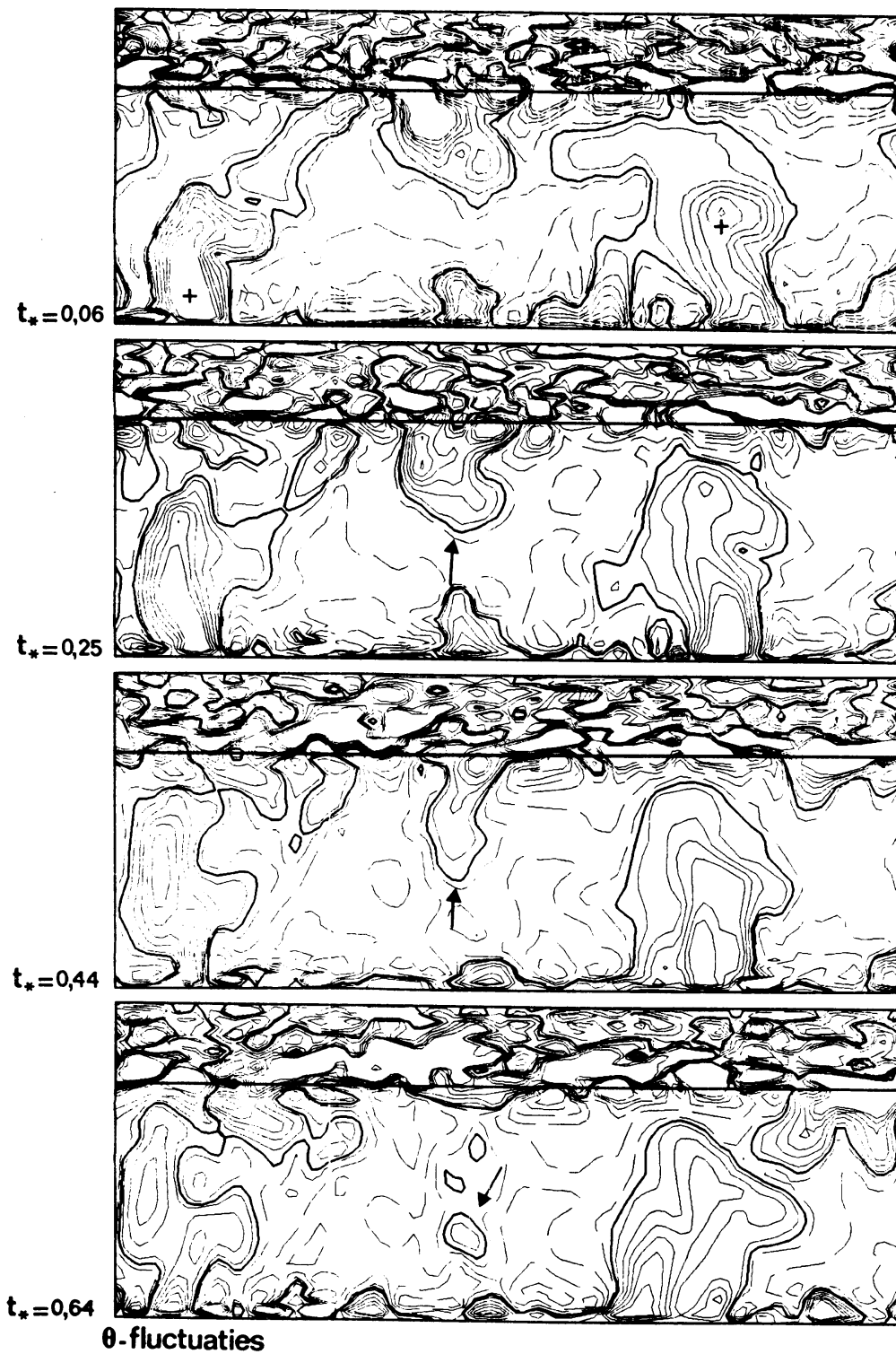
In figuur 5 zijn ook gebieden van relatief warme lucht zichtbaar, die zich omlaag bewegen. Dit is entrainment. Deze gebieden zijn aangegeven met pijlen op de verschillende waarden van t_* . De pijlen voor de temperatuurfluctuaties en de verticale snelheidsfluctuaties staan voor de corresponderende tijdstippen op dezelfde plaats in de doorsneden. We zien dat de warme lucht ten gevolge van de negatieve snelheidsfluctuatie naar beneden getransporteerd wordt en herkenbaar blijft tot onder in de grenslaag. De warme luchtbel bereikt de onderste helft van de grenslaag voordat deze door turbulentie volledig wordt gemengd. Deze vorm van entrainment wordt engulfment genoemd. In metingen in de atmosfeer zal een dergelijk engulfmentproces moeilijk te meten zijn. Eén van de aantrekkelijke kanten van dit model is dat een dergelijk proces als engulfment relatief eenvoudig te bestuderen is ten opzichte van metingen in de grenslaag.

4.3 Transformatie naar een puntbron en dimensieloze concentratie

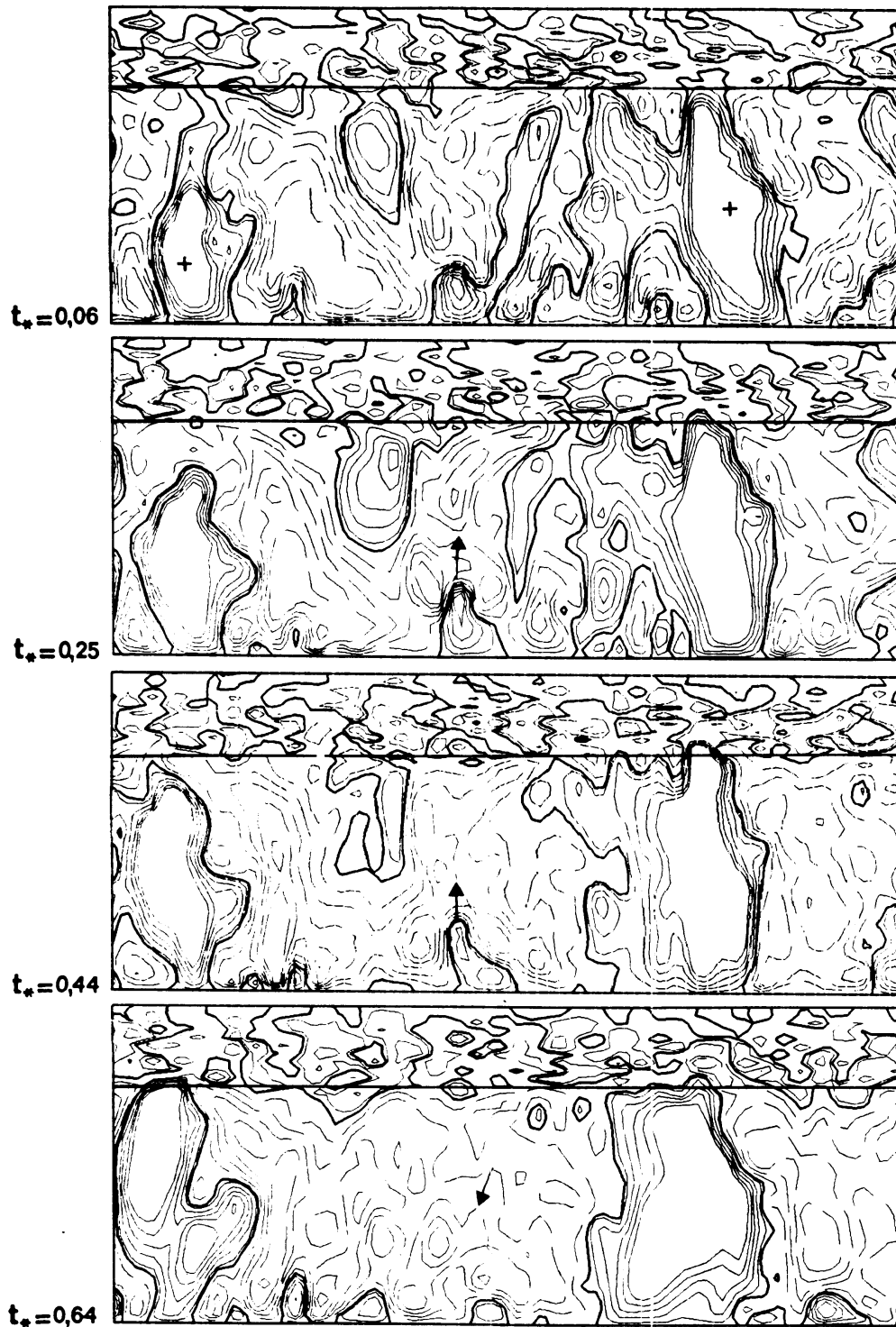
De pluimstudie die hier wordt uitgevoerd, wordt met een instantane lijnbron (I.L.B.) gedaan. Dat wil zeggen dat op het tijdstip $t_*=0$ de concentratie van contaminant overal gelijk aan nul wordt gesteld behalve op één lijn parallel aan de x-as, die bestaat uit twee boven elkaar gelegen gridcellen. Hier wordt de concentratie op een constante waarde ongelijk aan nul gezet. Op $t_*=0$ heeft de pluim dus een lengte van 5 km en een doorsnede van 125 m breedte en 2x50 m hoogte.

Met behulp van de Taylor-hypothese (Lit. 19) is het mogelijk om de resultaten van een I.L.B. te interpreteren als het concentratiepatroon van een continue puntbron (C.P.B.). Volgens deze hypothese moeten we de transformatie $t = X/U$ maken, waarin U de gemiddelde snelheid langs de lijnbron is en waarin X de afstand tot de puntbron is. Deze interpretatie is alleen mogelijk als we de diffusie langs de snelheid U verwaarlozen ten opzichte van de gemiddelde advectie. We kunnen nu de ontwikkeling van de pluim van een I.L.B. waar diffusie in de richting van de lijnbron ontbreekt, vergelijken met een pluimontwikkeling van een C.P.B. Substitutie van $t = x/U$ in de dimensieloze tijd $t_* = \frac{w_*}{h} t$ geeft de dimensieloze coördinaat X

$$X = \left(\frac{w_*}{U}\right) \left(\frac{x}{h}\right) = t_*$$



figuur 5 : Isolijnen van temperatuur en verticale snelheidsfluctuaties in een verticale dwarsdoorsnede op $y = Ly/2$ voor de grenslaag met $w_* = 2,41$ m/s. Ononderbroken lijnen geven positieve fluctuaties weer en onderbroken lijnen negatieve fluctuaties. De dikke lijnen geven de fluctuaties met waarde 0.0.



w-fluctuaties

De waarden voor de isolijnen worden hiermee
 -0,33, -0,27, -0,21, -0,15, -0,09, -0,03, 0,0,
 0,03, 0,09, 0,15, 0,21, 0,27, 0,33 °C voor de
 temperatuurfluctuaties en -1,8, -1,4, -1,0,
 -0,6, -0,2, 0,2, 0,6, 1,0, 1,4, 1,8 ms^{-1} voor de
 verticale snelheidsfluctuaties. De horizontale
 lijn geeft de gemiddelde grenslaaghoogte h .

waarbij $x=0$ de locatie van de C.P.B. representeert. Deze Taylor-hypothese mag toegepast worden als voor de U geldt (Lit. 19)

$$1,5 w_* \leq U \leq 6w_* .$$

De ondergrens geeft aan dat de hypothese niet toepasbaar is als de gemiddelde wind te zwak is, waardoor significante diffusie bij de C.P.B. kan optreden. De bovengrens zorgt ervoor dat de turbulente diffusie van de contaminant nog niet significant veroorzaakt wordt door windschering.

Het model berekent per gridpunt een concentratie $c(x,y,z)$ als functie van de tijd. De integratie van deze concentratie langs de x-as-richting geeft een lijngemiddelde van de I.L.B. Deze is equivalent met het tijdsgemiddelde bij een C.P.B. De integratie van de concentratie langs de y-as is dan per definitie de cross-wind integraal van de concentratie. Tezamen geven deze twee integraties een horizontaal geïntegreerde concentratie $[c(t,z)]$ volgens

$$[q] = \int_0^{L_y} \int_0^{L_x} q \, dx \, dy$$

met L_x de lengte van het domein in de x-richting en L_y de lengte in de y-richting. Deze concentratie is dimensieloos te maken volgens:

$$C(t_*, Z) = [C(t, Z)] \frac{h}{C_{ToT}} \quad (27)$$

met $Z = z/h$, en C_{ToT} de over het domein geïntegreerde concentratie. Deze is wegens behoud van massa constant als functie van t . We maken van deze laatste voorwaarde gebruik om ons numerieke schama te controleren. Het blijkt dat bij alle berekeningen aan de voorwaarde van behoud van massa wordt voldaan. Voor de dimensieloze concentratie geldt:

$$\int_0^1 C(t_*, Z) = 1. \quad (28)$$

4.4 Statistiek

Elk modelexperiment is een berekening van het pluimgedrag in een convectieve grenslaag over een tijdsperiode van 28.0 minuten. De experimenten waarvan de resultaten hier gepresenteerd zullen worden, zijn verzameld in tabel I.

Alle experimenten worden uitgevoerd in twee quasi-stationaire convectieve

grenslagen met een verschillende warmteflux aan de bodem. Per grenslaag zijn de beginvoorwaarden voor alle variabelen, behalve c en eventueel θ bij een buoyant-pluim gelijk.

De resultaten van het model zijn vergelijkbaar met metingen aan pluimen in de atmosfeer. Hiertoe moeten wel de grenslaaghoogte h en de snelheidsschaal w_* in de atmosfeer bekend zijn. Men kan bijvoorbeeld een gemiddelde pluimontwikkeling in de reële grenslaag van een I.L.B. of een aantal C.P.B.'s bestuderen. Om een standaarddeviatie te kunnen bepalen van de gemiddelde pluimhoogte en de verspreiding, wordt gemiddeld over een aantal realisaties van de I.L.B. met eenzelfde bronhoogte Z_s .

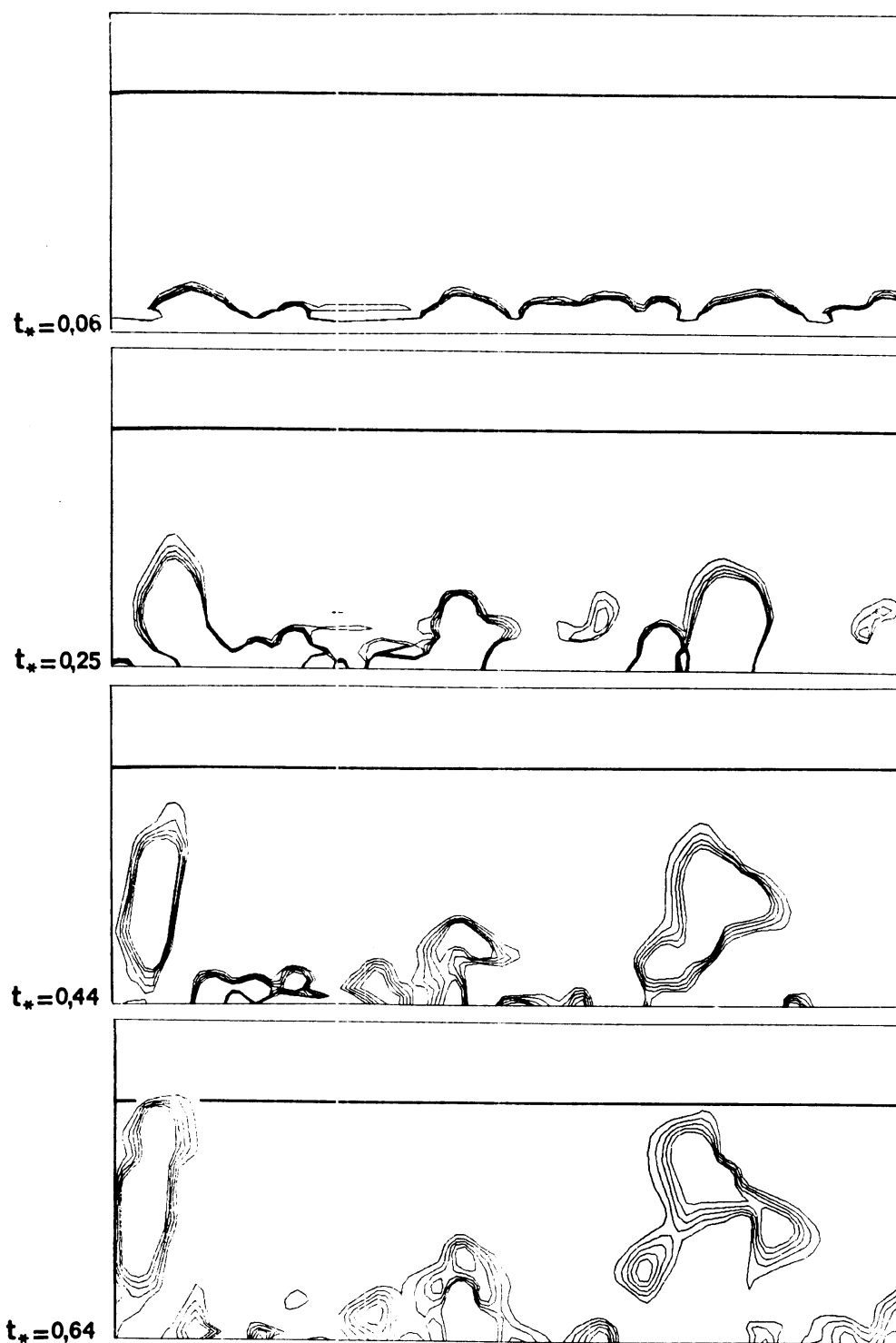
De verschillen tussen de geïntegreerde concentraties $[c(t,z)]$ voor verschillende realisaties van de I.L.B. kunnen aanzienlijk zijn. Op een willekeurig gekozen tijdstip $t_* = 1,35$ en twee hoogten varieert de $[c(t,z)]$ bij $z = 0,0$ h tussen 1,5 en 4,6 (gemiddelde: 2,6; standaarddeviatie (S.D.): 1,1) en bij $z = 0,18$ h tussen 2,0 en 2,9 (gemiddelde: 2,3; S.D.: 0,3).

De gemiddelde snelheid $[V]/(L_x L_y)$ is in beide grenslagen, zowel de grenslaag met $w_* = 2,41$ m/s als in de grenslaag met $w_* = 1,87$ m/s, klein. De pluimas zou zich dus vrijwel niet moeten verplaatsen in de y -richting ten opzichte van y_s . Echter alle pluimen, behalve die met een y_s van $y_s = L_y/2 + 0,66$ h, vertonen een aanzienlijke verschuiving van hun pluimas in de positieve y -richting. De non-buoyant pluim in de grenslaag met $w_* = 1,87$ m/s vertoont de grootste verschuiving welke op $t_* = 2,5$ van dezelfde orde grootte kan zijn als h .

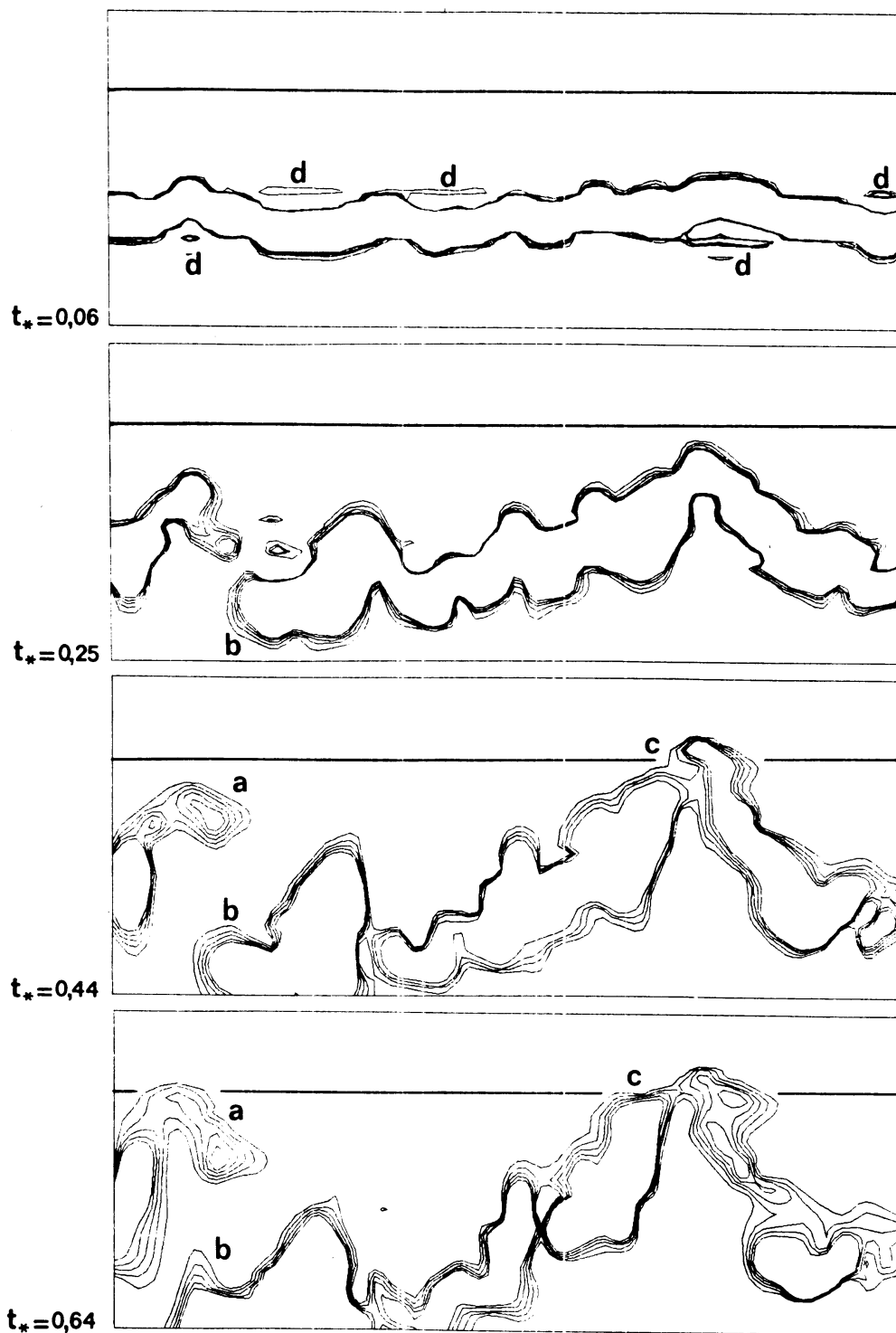
De pluimasverschuiving trad niet merkbaar op bij pluimen met $y_s = L_y/2 + 0,66$ h, omdat hier concentratie relatief snel de rand bereikte. Daar er periodieke randvoorwaarden gelden, gaf dit niet goed te interpreteren resultaten. Voor deze studie is alleen voor de σ_y de verschuiving in de y -richting belangrijk. Daarom werd voor de σ_y -bepaling in plaats van ten opzichte van y_s , ten opzichte van \hat{y} , met \hat{y} gemiddelde pluimascoördinaat gedaan. Deze σ_y kon tot een factor van circa 2 met de σ_{y_s} , ten opzichte van y_s , verschillen.

Het model gaf negatieve concentraties bij een buoyant pluim in een zwak convectieve grenslaag ($w_* = 1,87$ m/s). Daarom werd de actieve pluim alleen in de sterk convectieve grenslaag bestudeerd. Daar werden maar drie experimenten voor uitgevoerd. Door beperkte data-opslag konden sommige studies maar voor één experiment uitgevoerd worden (zie tabel 1).

Ter controle van de gemiddelde pluimontwikkeling in de z -richting werd



figuur 6 : Isolijnen van verticale snelheidsfluctuaties en concentraties in een verticale doorsnede die overeenkomt met die van figuur 5. De waarde die de isolijnen van de dimensieloze concentratie kunnen aannemen zijn: 8.3, 16.7, 25.0, 33.3, 41.7 ($\times 10^{-5}$). De horizontale lijn geeft de grenslaaghoogte h , gedefinieerd als de hoogte van het tweede nulpunt van de $\overline{w\theta}$ -flux. De bronhoogte $z_s = 0,04 h$.



figuur 7 : Als figuur 6 maar nu met $z_s = 0,49$ h isolijn-
 waarden zijn: 6.25, 12.5, 18.75, 25.0, 31.25 ($\times 10^{-5}$). De letters verwijzen naar de tekst.

voor een viertal gevallen ook nog eens de verspreiding van een oppervlaktebron berekend. In een oppervlaktebron wordt in het gehele horizontale vlak op bronhoogte Z_g de concentratie ongelijk aan nul gesteld op $t_* = 0$. Een oppervlaktebron is te beschouwen als de realisatie van een groot aantal naast elkaar gelegen lijnbronnen en bevat geen informatie over de ontwikkeling van een pluim in de y -richting. Ze zijn ook weergegeven in tabel 1.

4.5 Non-buoyant pluimontwikkeling

In figuur 6 en 7 staan de verticale dwarsdoorsneden langs de pluimas op verschillende tijdstappen t_* voor experiment 2 en 6. Verticaal staat de hoogte en de horizontaal is langs de x -as gekozen. De tijdstappen zijn dezelfde als in figuur 5. Een vergelijking met figuur 5 laat zien dat de contaminant C geconcentreerd wordt in de zogenaamde thermals of pluimen. In deze gebieden is de verticale snelheidsfluctuatie positief, zodat de pluim omhoog getransporteerd wordt.

Het verdwijnen op $t_* = 0,25$ en terugkeren van de contaminant op $t_* = 0,64$ rechts onder in de figuren wordt veroorzaakt door het transport van de pluim in de y -richting. Hierdoor wordt de contaminant uit het vlak van doorsnede getransporteerd. Door diffusie in de y -richting wordt het dan op een later tijdstip toch weer in het doorsnedevlak zichtbaar.

Ook in figuur 7 is een sterke correlatie zichtbaar tussen de verticale snelheidsfluctuaties van figuur 5 en stijgende en dalende bewegingen van de contaminant. Op het tijdstip $t_* = 0,64$ is links in het figuur aangegeven met een letter a te zien dat de contaminant als het ware tegen de inversie gereflecteerd wordt. Met een letter b is aangegeven hoe de contaminant in een dalende beweging, ook wel downdraft genaamd, tegen de bodem wordt gedrukt, daar als het ware uitspreidt om tenslotte in een pluim weer omhoog te gaan. In combinatie met een sterke pluim is het mogelijk dat een gedeelte van de ingebrachte contaminant tot boven de gemiddelde grenslaaghoogte h uitstijgt. In figuur 7 is dit weergegeven met een letter c.

Als er grote positieve snelheden in het model optreden in combinatie met scherpe gradiënten, dan bestaat de kans dat er $2\Delta x$ -golven ontstaan. Deze hangen samen met de toegepaste numerieke methoden. Dit is met name mogelijk vlak na de beginvoorwaarden waar een scherpe gradiënt voor c bestaat. Er treden dan ook $2\Delta x$ -golven op die in figuur 7 weergegeven zijn met een letter d. In par. 3.4 is al verklaard waarom deze golven geen invloed hebben op de verdere oplossing.

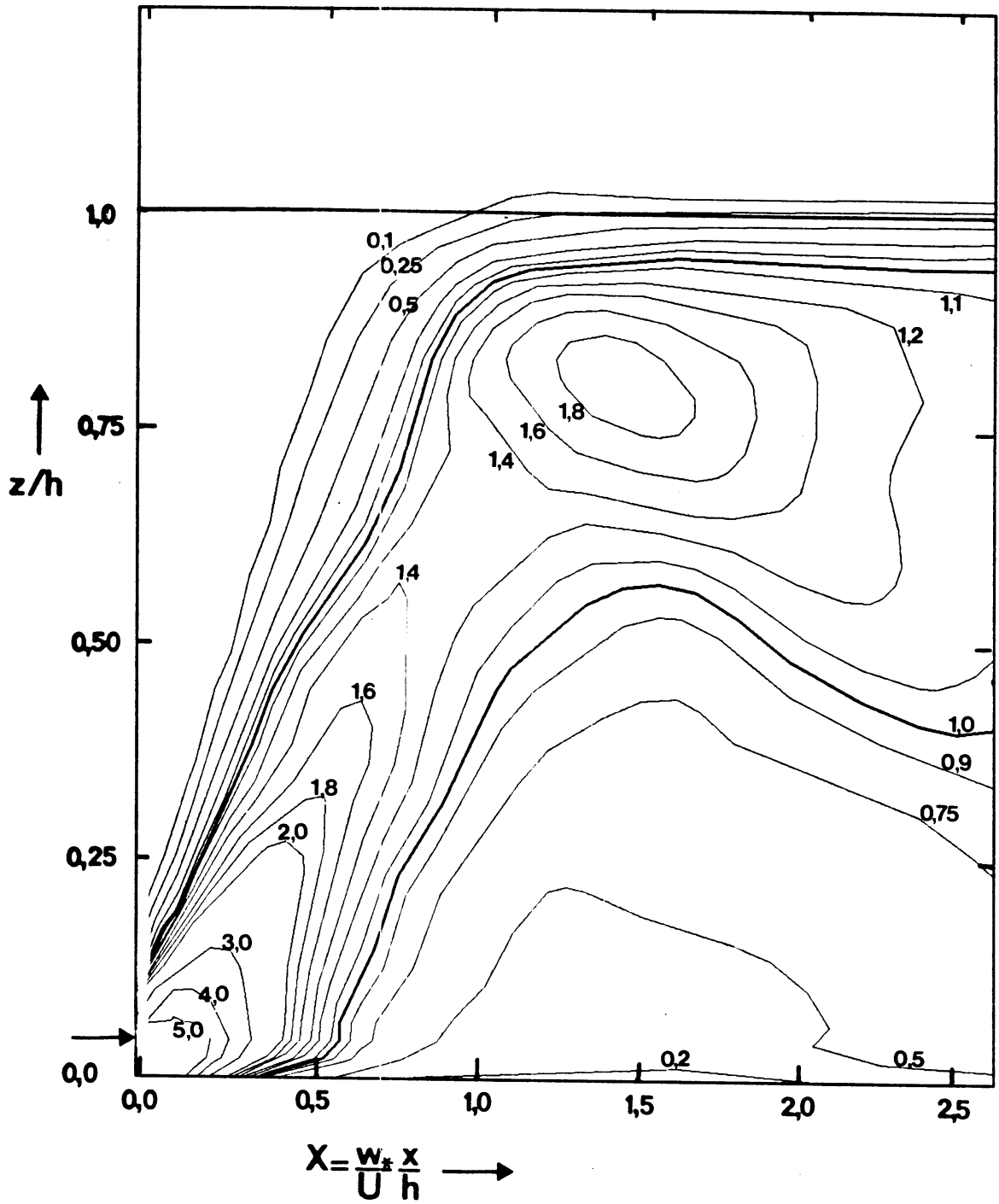
4.6 Gemiddeld concentratiepatroon voor twee bronhoogten

Van de dimensieloze concentraties $G(X,Z)$, gedefinieerd in (27) zijn voor experimenten 2 en 7 de concentratiepatronen weergegeven in figuren 8 en 10. De hoogte is dimensieloos gemaakt met de grenslaaghoogte h , en de afstand met w_*/U_h . Soortgelijke concentratiepatronen zijn door G.E. Willis en J.W. Deardorff (Lit. 19 en 20) gemeten in hun laboratoriumopstelling. Deze zijn ter vergelijking weergegeven in figuren 9 en 11.

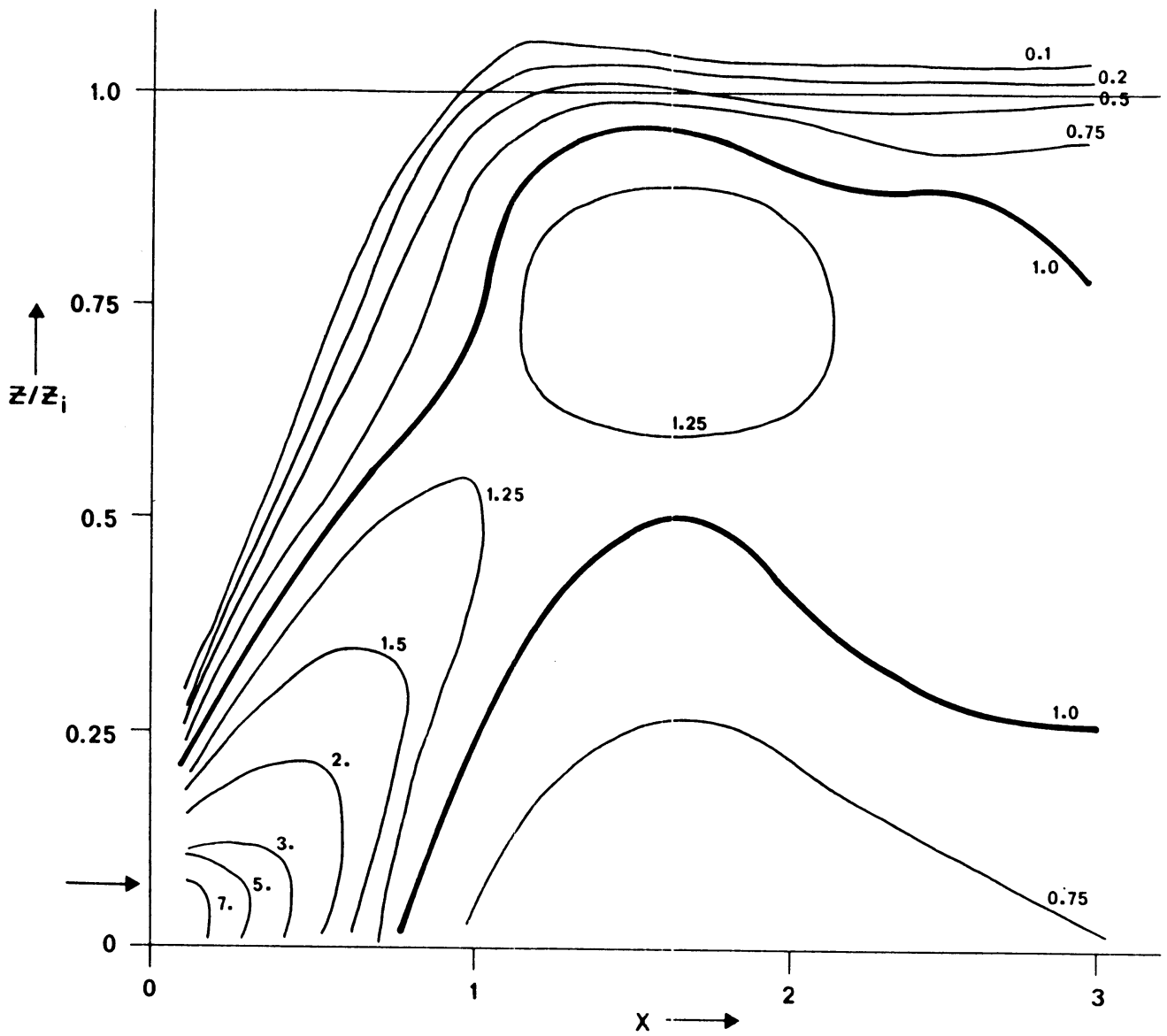
Uit figuren 8 en 9 volgt dat na $X \approx 0,5$, het concentratiepatroon als het ware van de grond opstijgt tot het in de buurt van $X \approx 1,5$ een maximale waarde bereikt op een hoogte van $Z = 0,8$. Na $Z = 1,5$ wordt de contaminant geleidelijk over de menglaag verspreid. Dit is te zien aan het breder worden van het gebied tussen de isolijnen met waarde 1,0. Na verloop van tijd zal de contaminant volledig zijn doorgemengd en dit betekent per definitie dat de dimensieloze concentratie overal gelijk aan 1 wordt. Het rekenmodel en het laboratoriumexperiment (Lit. 19) geven dus een kwalitatief gezien overeenkomstig verloop van het isolijnenpatroon. De concentratiewaarden berekend met het computermodel zijn echter iets hoger. Men dient echter te bedenken dat de resultaten van Lit. 19 gemiddeld zijn over 7 experimenten, terwijl het large eddy model slechts resultaten geeft van één experiment.

In figuur 8 is een sterke gradiënt in de concentratie zichtbaar bij de grenslaaghoogte h . Tot deze hoogte wordt blijkbaar de contaminant door turbulentie in de grenslaag verspreid. Om die reden wordt deze gradiënt bepalend geacht voor de grenslaaghoogte h . Bij beschouwing van het $\overline{w\theta}$ -profiel van het model, zie figuur 4, bleek dat op deze hoogte de $\overline{w\theta}$ -flux voor de tweede maal een nulpunt bereikte, zoals in figuur 4 is aangegeven met een pijl. Andere experimenten geven hetzelfde resultaat. Daarom wordt in alle hier gepresenteerde resultaten gebruik gemaakt van een gemiddelde grenslaaghoogte die uit het concentratieprofiel bepaald is.

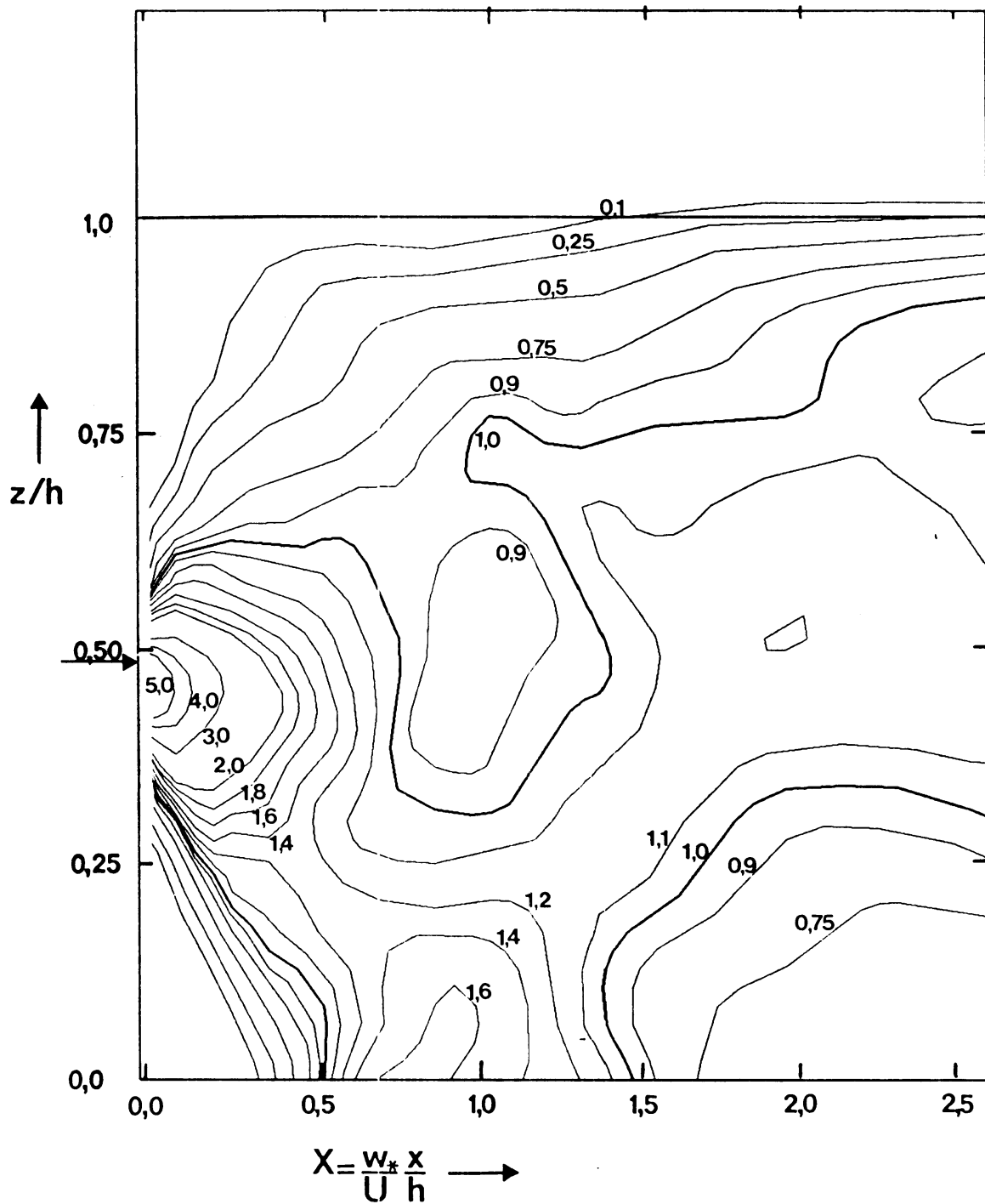
In figuur 9 en figuur 10 daalt aanvankelijk een deel van de ingebrachte contaminant en bereikt het grondniveau $x \approx 0,8$. Daar bereikt de concentratie een maximumwaarde. Na dit maximum stijgt het concentratiepatroon weer. Het resultaat van deze beweging is dat op bronhoogte een minimum van concentratie ontstaat ter plaatse $X \approx 0,8$. De dalende beweging zal later in paragraaf 4.7 verklaard worden.



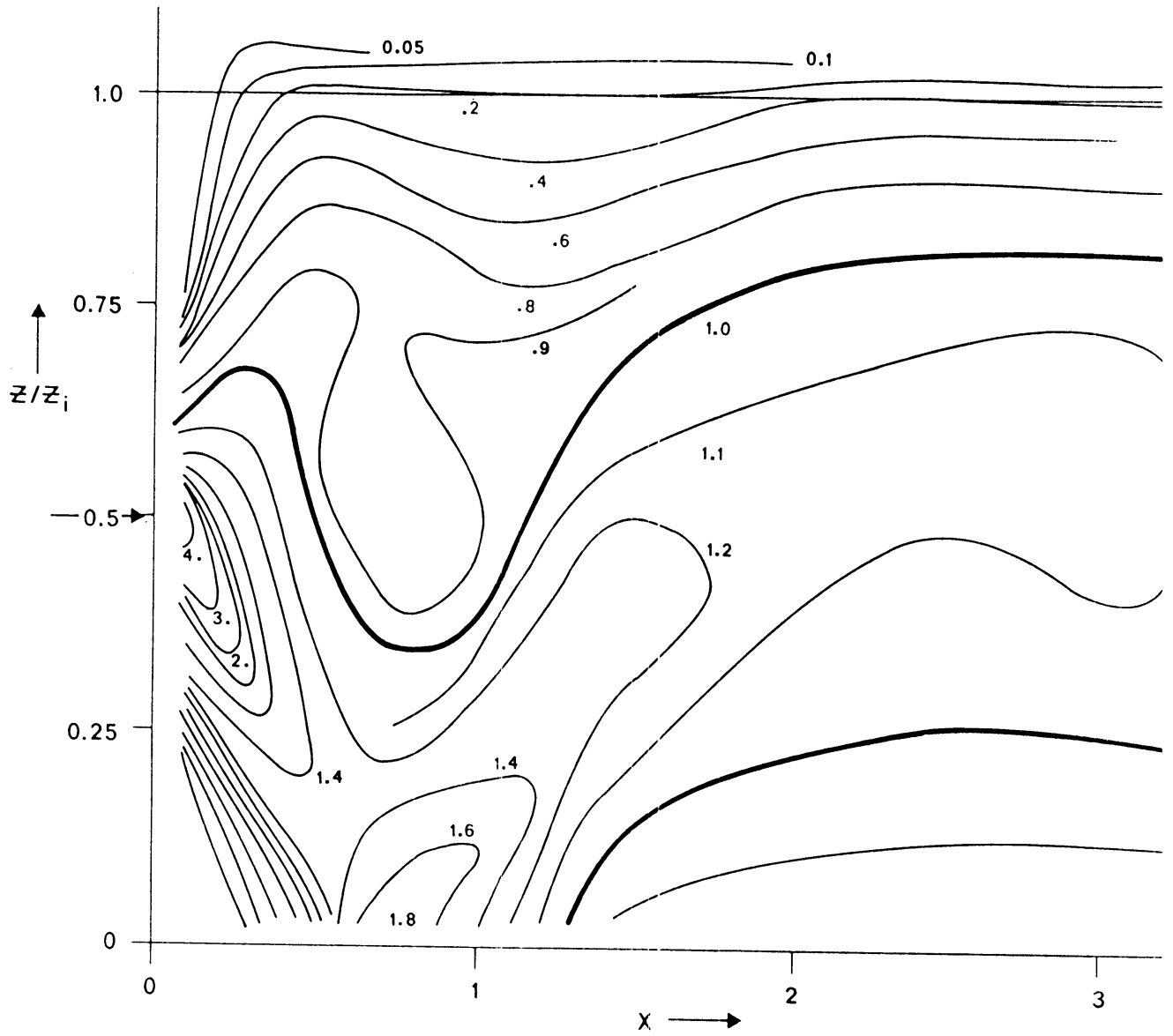
figuur 8 : Isolijnen van de genormaliseerde concentratie $G(t_*, z)$ uit experiment z de verticale lijn is de in par. 4.6 gedefinieerde grenslaaghoogte h . De bronhoogte $z_s = 0,04 h$ is aangegeven met een pijl.



figuur 9 : Zie figuur 8, bepaald uit het tankmodel van Willis en Deardorff. De bronhoogte $z_s = 0,07 h$, is aangegeven met een pijl.



figuur 10 : Als in figuur 8, maar nu met $z_s = 0,49 h$ uit experiment 6.



figuur 11 : Als in figuur 10 met $z_s = 0,48 h_0$.

Een vergelijking van het rekenmodel met het tankmodel (Lit. 20) laat zowel kwalitatief als kwantitatief dezelfde resultaten zien. De algemene trend wordt goed gevolgd en ook de waarden en de positie van de isolijnen komen goed overeen. Men dient hierbij echter weer te bedenken dat de laboratoriumresultaten weer een gemiddelde zijn van 7 experimenten, terwijl de resultaten van het rekenmodel slechts op één realisatie is gebaseerd. Merk ook op dat hier de gradiënt in de concentratie samenvalt met de top van de grenslaag.

4.7 Gemiddelde pluimhoogte, verticale en horizontale verspreiding

De definitie van de gemiddelde dimensieloze pluimhoogte \hat{Z} luidt

$$\hat{Z} = \frac{\frac{1}{L_x L_y H} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^H Z c(x,y,z) dz dy dx}{\frac{h}{L_x L_y H} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^H C(x,y,z) dz dy dx} \quad (29)$$

In figuur 12 wordt deze parameter gemiddeld, bij een gelijke waarde van $X = \frac{w^*}{U} \frac{x}{h}$, over 6 experimenten (1, 2, 3, 10, 11, 12) met een bronhoogte $Z_s = 0,04 h$, weergegeven als functie van de dimensieloze afstand. In figuur 13 wordt hetzelfde gedaan voor het gemiddelde over de experimenten (5, 6, 7, 14, 15 en 16) met een bronhoogte $Z_s = 0,49 h$.

In de figuren wordt ook de standaarddeviatie over de zes experimenten gegeven. Deze wordt berekend bij een gelijke waarde van $X = \frac{w^*}{U} \frac{x}{h}$:

$$s_q = \left(\frac{\sum_{i=1}^N q_i^2 - \bar{q}^2}{N - 1} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (30)$$

waarin N het aantal experimenten is, q_i de waarde van een variabele in experiment i en \bar{q} het gemiddelde van die variabele $\bar{q} = (\sum_{i=1}^N q_i)/N$.

Ook is voor beide bronhoogten $Z_s = 0,04 h$ en $Z_s = 0,49 h$ de gemiddelde pluimhoogte berekend met de resultaten van een oppervlaktebronverspreiding die in experimenten 4, 8, 13 en 17 zijn bepaald. Bij een bronhoogte van $0,04 h$ was het verschil met het gemiddelde over de zes lijnbronexperimenten zo klein dat we de resultaten van de oppervlaktebron niet in figuur 12 tonen. Bij de bronhoogte van $0,49 h$ wordt de gemiddelde pluimhoogte bepaald met de oppervlaktebronexperimenten 8 en 17, aangegeven met een stippellijn. Deze uit 8 en 17 bepaalde hoogte komt vrijwel overeen met de gemiddelde pluimhoogte bepaald uit

zes lijnbronexperimenten.

In het tankmodel van Willis en Deardorff (Lit. 19 en 20) wordt de pluim zichtbaar gemaakt met oliedruppeltjes. De gemiddelde pluimhoogte volgt door meting van de hoogte van deze druppeltjes. Dit experiment werd zeven maal herhaald en de pluimhoogte gemiddeld over deze 7 experimenten is ook weergegeven in figuren 12 en 13. Deze resultaten komen binnen de standaarddeviatie S_2 (30) overeen met de modelberekeningen. Willis en Deardorf geven geen fout op voor hun resultaten, maar ze geven wel aan dat er tussen de diverse experimenten een aanzienlijke variatie kan bestaan.

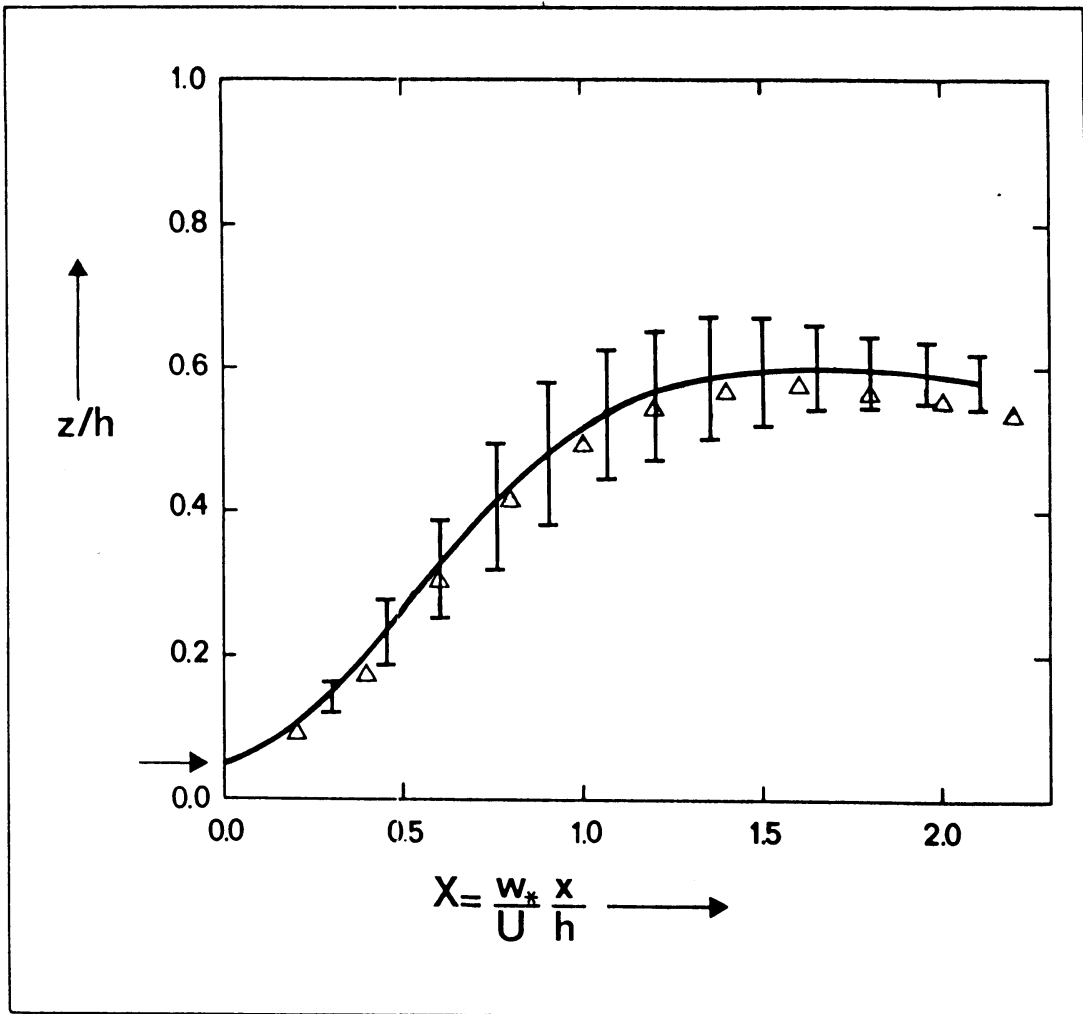
Voor een bron op 0,49 h hebben we in figuur 10 en 11 een dalende beweging van het concentratiepatroon gezien in de buurt van de bron. Dit wordt bevestigd door het gedrag van de gemiddelde pluimhoogte in figuur 13 voor $X < 1,0$. Deze daling hangt samen met de distributiefunctie van de verticale snelheidsfluctuaties op de bronhoogte. Lamb (Lit. 15) heeft deze verdeling bepaald uit data van het numerieke model van Deardorff. Het resultaat is gegeven in figuur 14 voor de dimensieloze distributiefunctie $P_w(w)$. Het oppervlak onder de curve gegeven door $P_w(w)$ is voor alle hoogten links van het nulpunt groter dan rechts. Dit wijst erop dat in de grenslaag dalende bewegingen vaker voorkomen dan stijgende bewegingen, ofwel in een horizontaal vlak beslaan de dalende bewegingen een grotere fractie dan de stijgende bewegingen. Op basis van behoud van massa moet gelden dat de gemiddelde snelheid over een horizontaal vlak gelijk aan nul wordt (zie bijv. pag. 32). Dit betekent dat stijgende bewegingen sterker zullen zijn dan dalende bewegingen. Dit is in figuur 14 te zien aan de positieve scheefheid van de waarschijnlijkheidsverdeling.

De dimensieloze standaardafwijking is voor de verticale verspreiding gedefinieerd als:

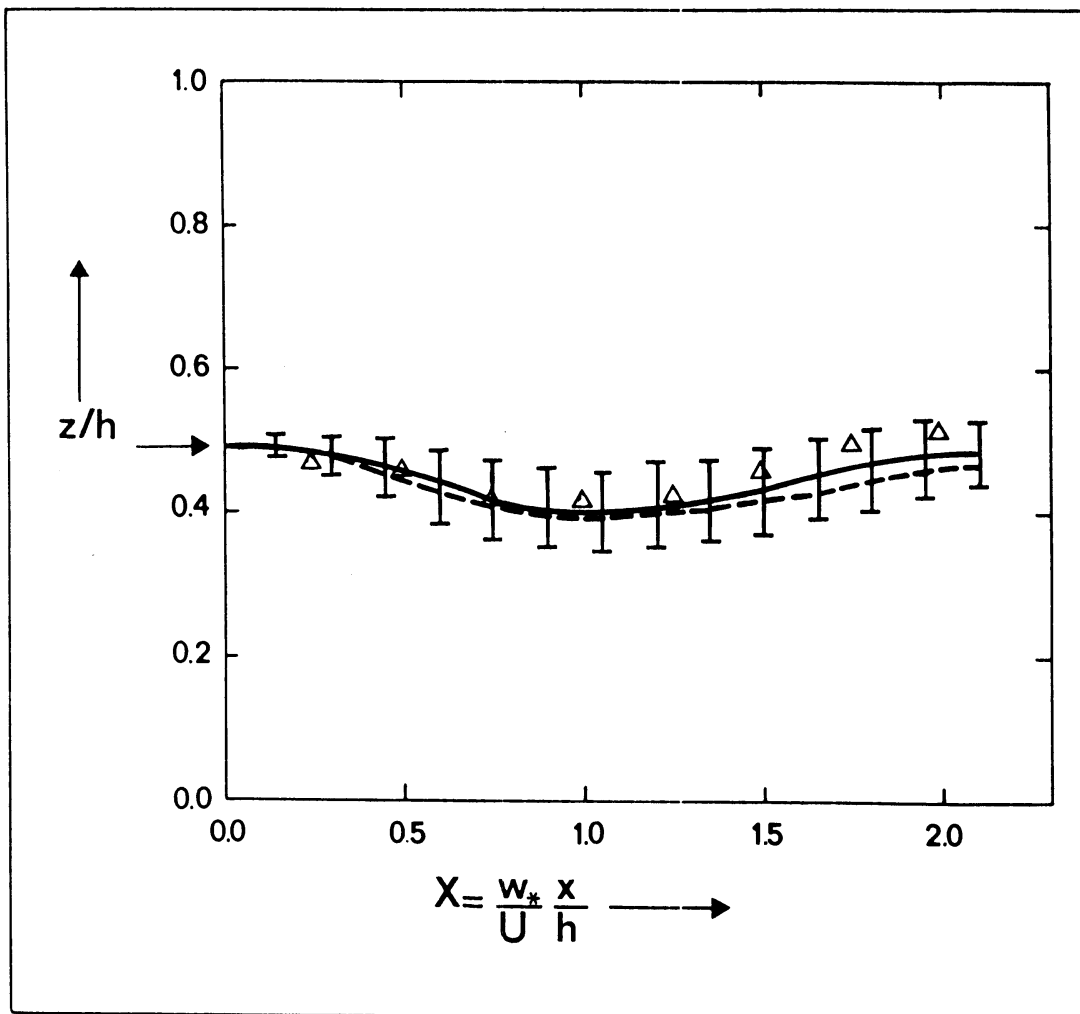
$$(\sigma_z^2) = \left[\frac{\frac{1}{L_x L_y H} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^H C(x,y,z) (z-z_s)^2 dx dy dz}{\frac{h^2}{L_x L_y H} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^H C(x,y,z) dx dy dz} \right] \quad (31)$$

met Z_s de bronhoogte, en voor de horizontale verspreiding loodrecht op de pluimas op $X=0$ als

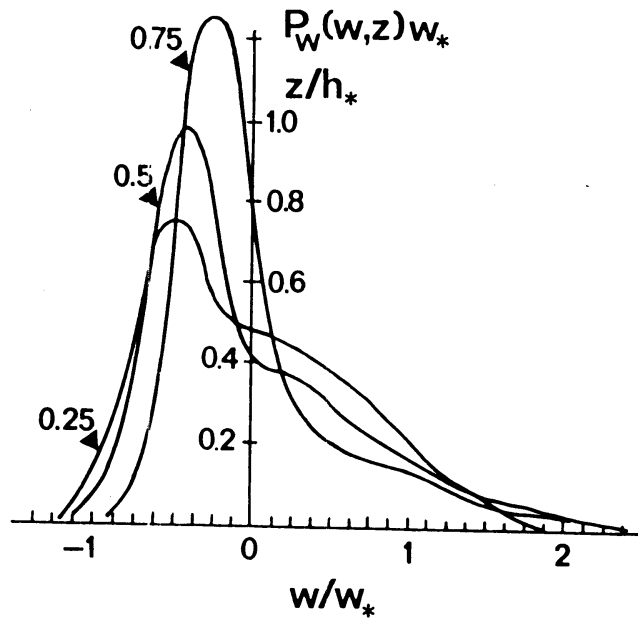
$$\sigma_y^2 = \left[\frac{\frac{1}{L_x L_y H} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^H C(x,y,z) (y-\hat{y})^2 dx dy dz}{\frac{h^2}{L_x L_y H} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^H C(x,y,z) dx dy dz} \right] \quad (32)$$



figuur 12 : De gemiddelde pluimhoogte z als functie van de tijd t_* , bepaald uit een middelling over zes experimenten. Δ de gemiddelde pluimhoogte bepaald uit het tankmodel van Willis en Deardorff. $Z_s = 0,04$. De verticale strepen geven de standaarddeviatie berekend met behulp van de zes individuele experimenten volgens (30).



figuur 13 : Als in figuur 12, echter met $z_s = 0,49 h$. De stippellijn is het gemiddelde van twee oppervlaktebronnen.



figuur 14 : De waarschijnlijkheidsdichtheidsverdeling van de verticale snelheid op drie hoogten in een convectieve menglaag.

met \hat{y} de gemiddelde pluimas bepaald uit:

$$\hat{y} = \frac{\frac{1}{L_x L_y H} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^H C(x,y,z) y \, dx \, dy \, dz}{\frac{1}{L_x L_y H} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \int_0^H C(x,y,z) \, dx \, dy \, dz} \quad (33)$$

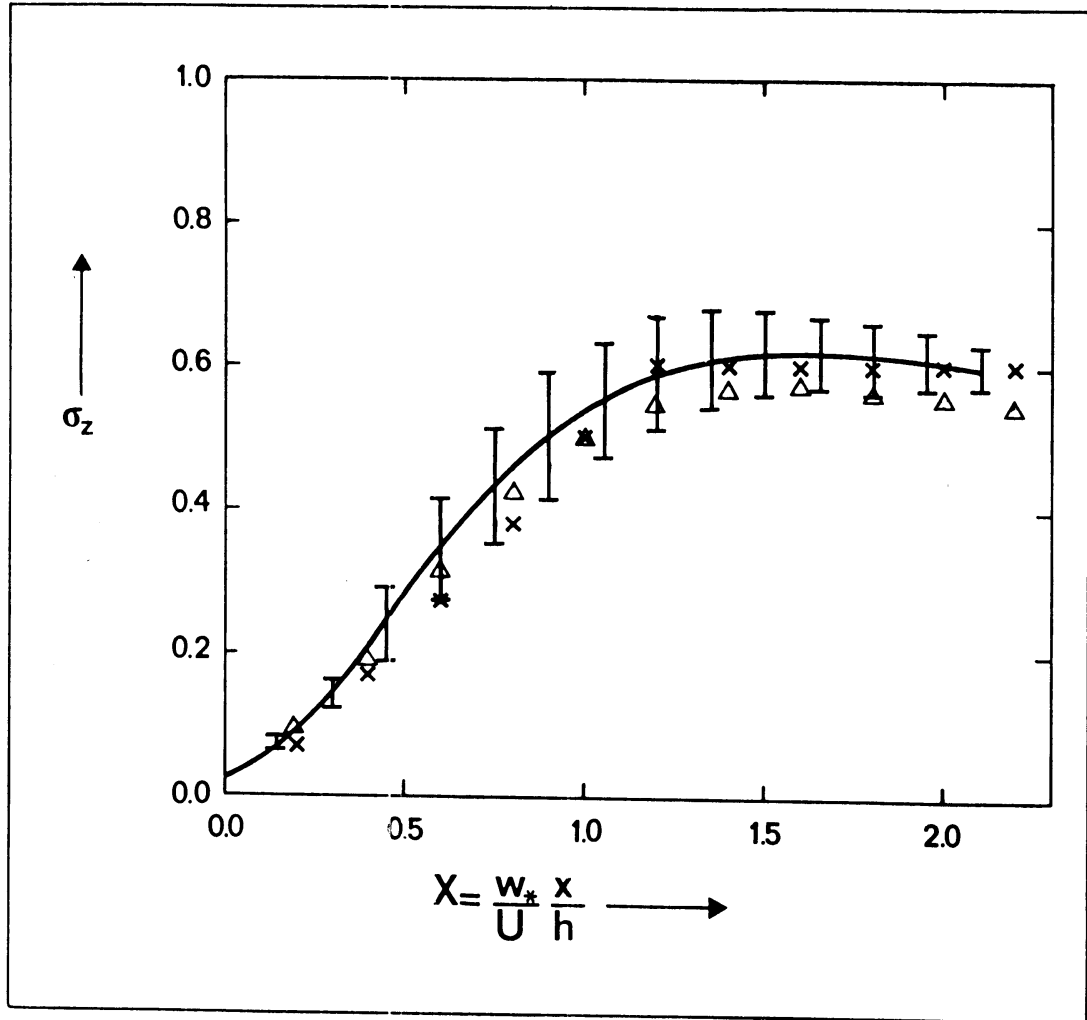
Deze verticale en horizontale verspreiding zijn voor beide bronhoogten tegen de dimensieloze afstand X uitgezet in de figuren 15 tot en met 18. De gepresenteerde waarden zijn wederom bepaald door middeling over de zes experimenten, bij gelijke waarden voor X voor $Z_s = 0,04 h$ en $Z_s = 0,49 h$.

In deze figuren zijn ook de resultaten van Willis en Deardorff (Lit. 19 en 20) weergegeven, gemiddeld over 7 experimenten met hun convectietank. Bovendien geven we de resultaten van Lamb (zie appendix A). Wat betreft de resultaten van Willis en Deardorff (Lit. 19) voor een bron onderin de grenslaag dient nog opgemerkt te worden dat zij twee experimenten hebben uitgevoerd met twee verschillende grenslaaghoogten. In het ene geval gold $l/h = 19$ waarbij l de horizontale lengte van de tank is waarin het experiment werd uitgevoerd. In het andere geval gold $l/h = 4,0$. Wij gebruiken in figuur 15 deze laatste resultaten, daar voor ons model geldt $L_x/h = 3,3$. Hierbij dient wel te worden opgemerkt dat het model periodieke randvoorwaarden heeft, hetgeen uiteraard niet het geval is voor de tank. Op de invloed van dit verschil in randvoorwaarden wordt hier niet verder ingegaan.

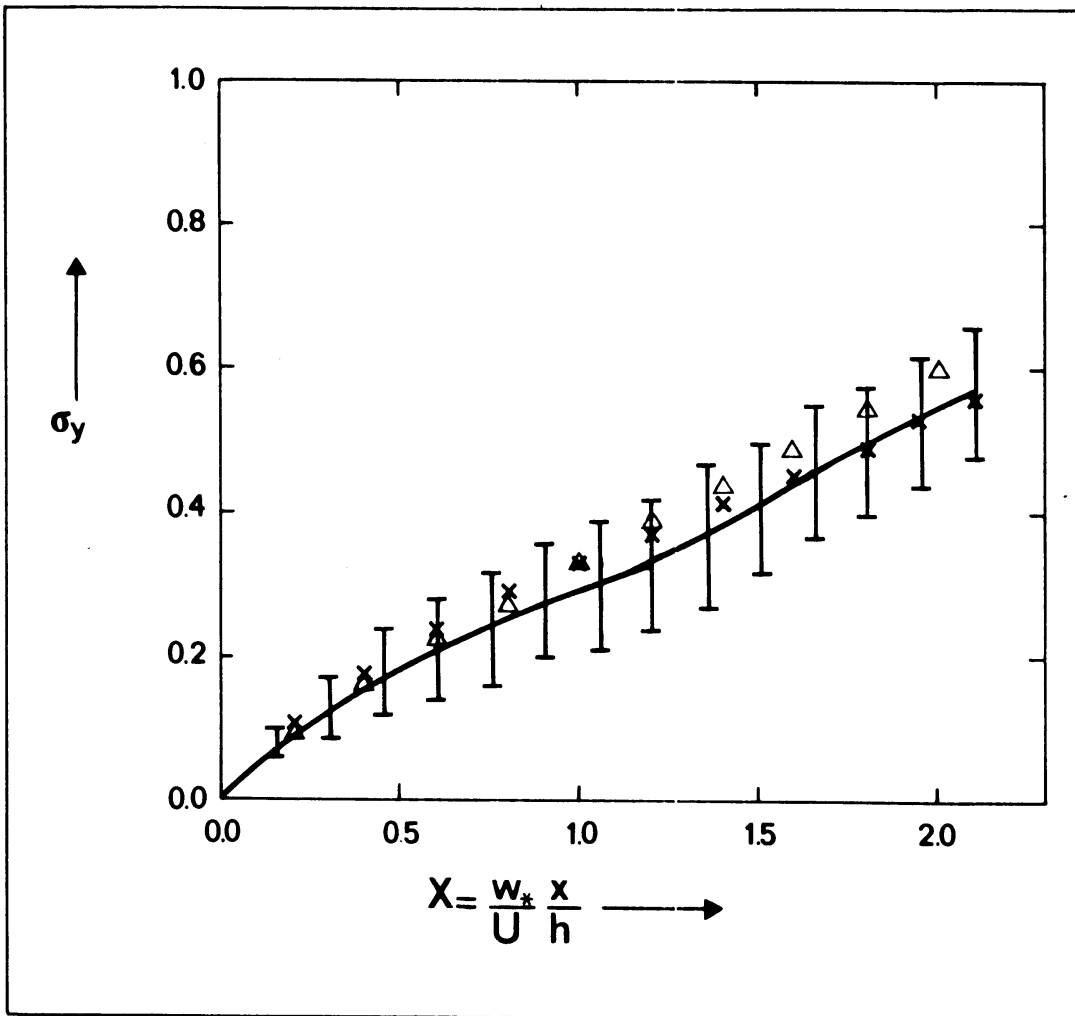
De modelresultaten komen allen binnen de standaarddeviatie overeen met de resultaten van Willis en Deardorff en met die van Lamb. Het model overschat de verspreiding in de verticale richting iets in vergelijking met zowel Lamb als Willis en Deardorff bij een bron onder in de grenslaag. De verspreiding in de y -richting wordt juist voor beide bronhoogten een weinig onderschat in vergelijking tot zowel de resultaten van Willis en Deardorff als die van Lamb. Over het algemeen wordt de trend van de resultaten van Willis en Deardorff uitstekend gevolgd, inclusief de "overshoot" in de verticale verspreiding bij beide bronhoogten.

4.8 Buoyant pluimontwikkeling

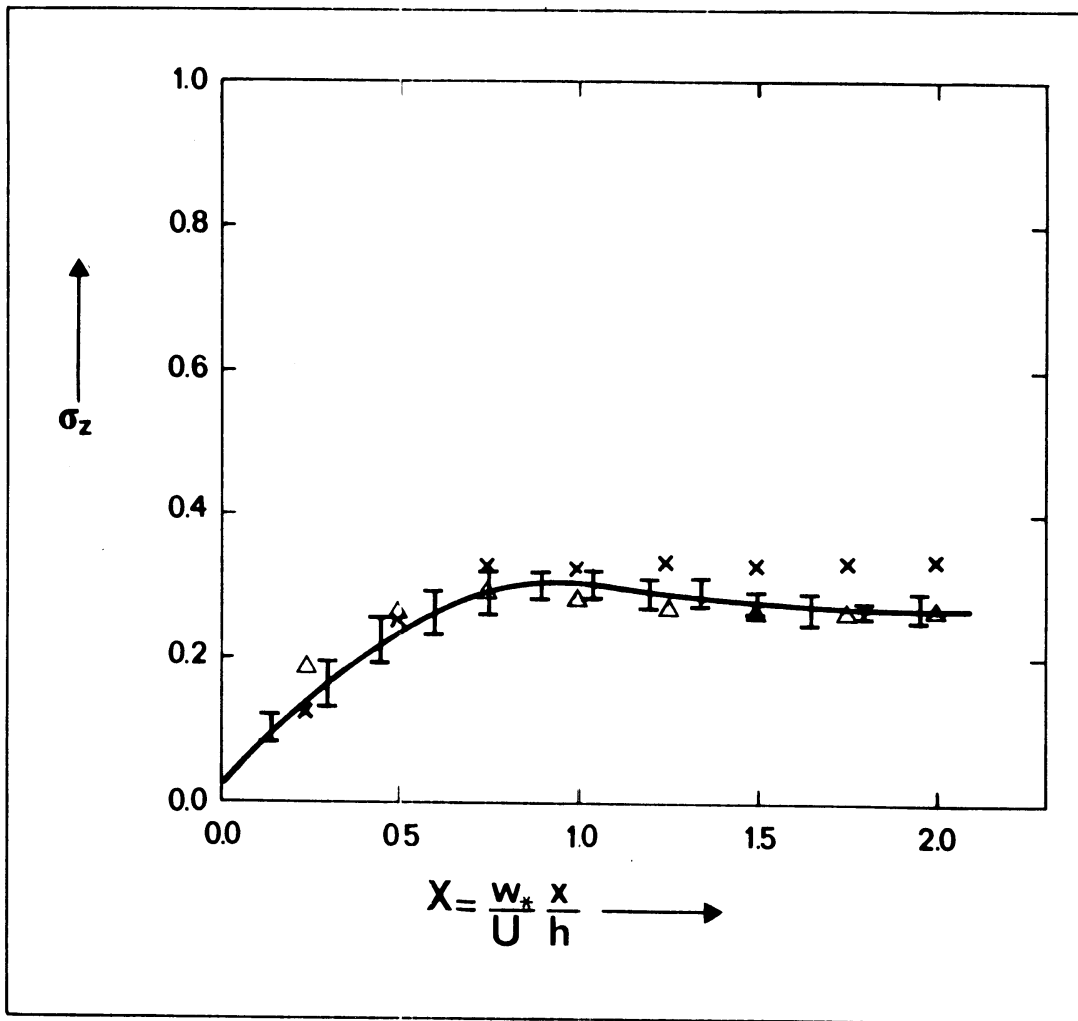
Daar in de praktijk meestal warme pluimen voorkomen, is het interessant om met dit model ook buoyant pluimgedrag te onderzoeken. Daartoe wordt langs



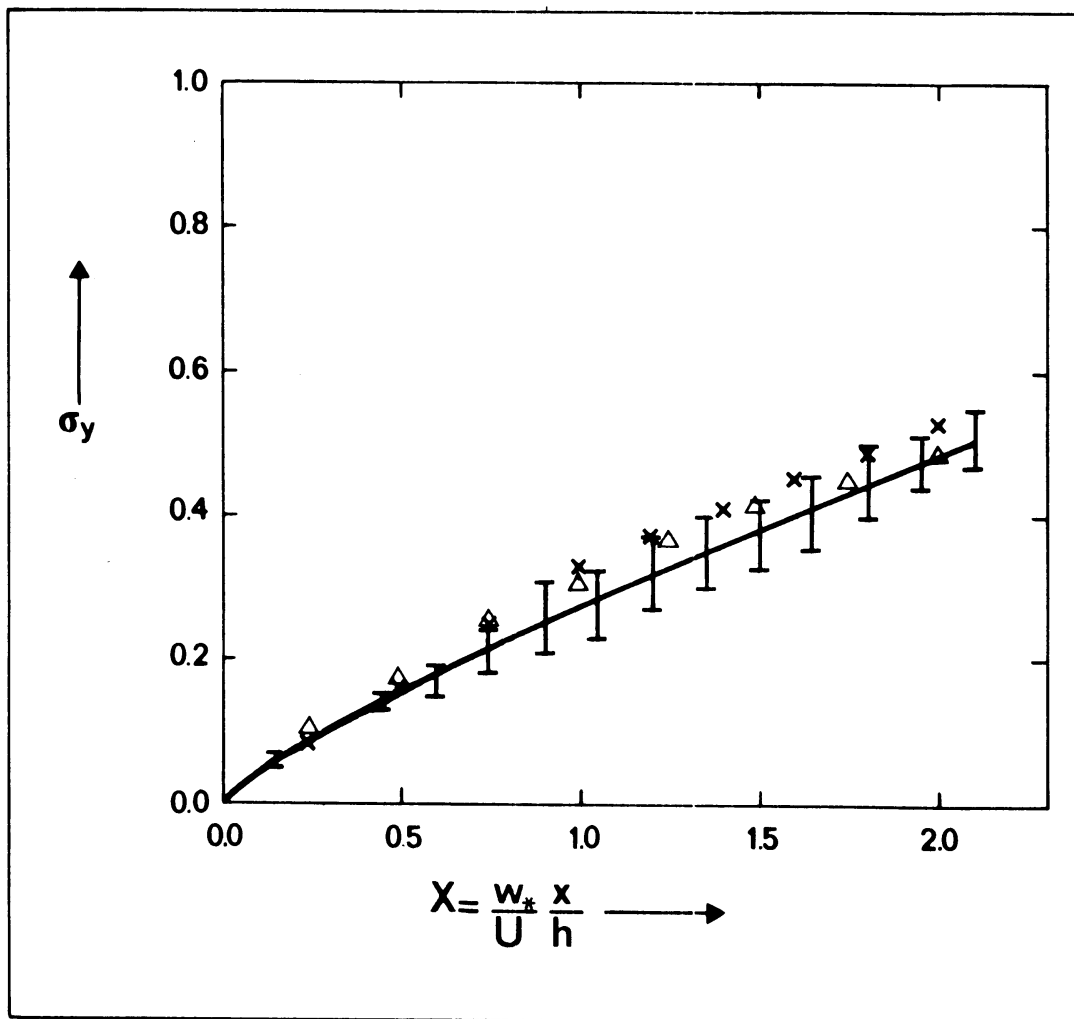
figuur 15 : De verspreiding in de z-richting, gemiddeld over zes experimenten. Δ de resultaten van Willis en Deardorff (Lit. 21). x de resultaten van Lamb. Alle resultaten zijn als functies van x weergegeven. $z_s = 0,04 h$. De verticale strepen zijn als die in figuur 12.



figuur 16 : Als figuur 15, maar nu voor de verspreiding σ_y .



figuur 17 : Als figuur 15 met Willis en Deardorf resultaten
(Lit. 20) en $z_s = 0,49 h$.



figuur 18 : Als figuur 17 met verspreiding in de y-richting.

dezelfde lijn waarop $t=0$ de concentratie ongelijk aan nul wordt gesteld de potentiële temperatuur met een waarde $\Delta\theta$ verhoogd. Verder wordt er geen relatie verondersteld tussen de contaminant c en de temperatuur θ . De waarde van $\Delta\theta$ wordt bepaald met behulp van de pluimbuoyancy-parameter F . De F is gedefinieerd als (Lit. 21)

$$F = \frac{g}{\pi\theta} w_s \Delta\theta_s A_s \quad (34)$$

met w_s de verticale uittreesnelheid uit de bron en A_s het oppervlak van de bronopening, welke de initiële afmeting van de pluim bepaalt.

De I.L.B. die hier gebruikt wordt om C.P.B. pluimgedrag te benaderen, heeft echter geen initiële verticale snelheid. In de I.L.B. beweegt zich het concentratiepatroon met de snelheid $u \approx u_g$ langs de x-richting. Tezamen met de afmeting van 100 m bij 125 m (i.e. $2\Delta z$ by Δy) op $t_* = 0$ volgt hiermee voor F :

$$F = \frac{g}{\pi\theta} 2\Delta z \cdot \Delta y \cdot \Delta\theta U \quad (35)$$

Voorts voeren we een dimensieloze pluimbuoyancymeter in die voldoet aan:

$$F_* = \frac{F}{U} \frac{1}{w_*^2 h} \quad (36)$$

Bij de definitie (35) is gebruik gemaakt van de veronderstelling dat de I.L.B. zich voornamelijk horizontaal beweegt. Een vergelijking met een C.P.B. met een verticale uitstootsnelheid w_c is dan alleen gerechtvaardigd vanaf het stadium, waarin de pluimbaan van de C.P.B. vrijwel horizontaal is. Dit stadium wordt bereikt nadat de pluim een voldoende grote afmeting heeft bereikt door menging met de omgeving. De I.L.B. simuleert hier dus de ontwikkeling van een buoyant C.P.B.-pluim, vanaf een zeker tijdstip. Op dit tijdstip heeft de pluim uit de C.P.B. zich al in de y- en de z-richting ontwikkeld tot een pluim met ongeveer dezelfde afmetingen als de I.L.B.-pluim en beweegt zich tevens vrijwel horizontaal.

In figuren 19a en 19b kunnen we de invloed van de temperatuurverstoring in relatie tot de temperatuurfluctuaties en snelheidsfluctuaties in de convectieve grenslaag bestuderen. In deze figuren wordt het isolijnpatroon van deze variabelen gegeven in de verticale doorsnede waarin de lijnbron ligt. In figuur 19a geven we de resultaten voor een bronhoogte van 0,16 h en in figuur 19b de resultaten voor $z_s = 0,49 h$.

Ter vergelijking dienen de figuren 5, waarin de isolijnpatronen van de temperatuur- en snelheidsfluctuaties voor dezelfde convectieve grenslaag en in dezelfde verticale doorsneden gegeven worden voor het geval zonder temperatuurverstoring.

Op $t_* = 0,06$ is de temperatuurverstoring duidelijk zichtbaar in de vorm van een lijnbron ten opzichte van de overige temperatuurfluctuaties. Voor wat betreft de snelheidsfluctuaties is op dit tijdstip een lichte toename in het gebied van positieve snelheden voornamelijk op bronhoogte. De grootte van deze verstoring neemt geleidelijk af. Tot op $t_* = 0,64$ is het effect van de warme bron nog enigszins zichtbaar, maar de grote structuren in temperatuur- en snelheidsfluctuaties, aangegeven met de letter g, h, i, hebben vrijwel dezelfde vorm als in figuur 5. Kortom de conclusie is gerechtvaardigd dat de warme lijnbron nauwelijks de turbulente structuur van de grenslaag beïnvloedt.

Gezien de relatief kleine invloed van de lijnbronverstoring in θ , kunnen we deze pluim op dezelfde manier interpreteren als voor het geval van de non-buoyant pluim. We kunnen wederom de Taylor-hypothese toepassen met een gemiddelde windsnelheid U langs de x -as. Hierbij gelden echter dezelfde beperkingen voor U/w_* als bij de non-buoyant I.L.B.

Om de resultaten te kunnen vergelijken met de tankmodelresultaten van Willis en Deardorff (Lit. 21) wordt $\Delta\theta$ zo gekozen dat $F_* = 0,024$ (36). Met de waarden voor w_* en h uit tabel 1 en de windsnelheid $u \approx 5$ m/s volgt dan voor F uit (36): $F \approx 1,0 \cdot 10^3 \text{ m}^4/\text{s}^{-3}$. Uit (35) volgt dan $\Delta\theta = 1,53$ K voor de aan te brengen temperatuurverstoring. Om ons een beter idee te vormen van de grootte van deze bron, berekenen we het warmtevermogen uit de vergelijkbare C.P.B. Voor het vermogen uit een dergelijke bron geldt:

$$P = \rho c_p w_s A_s \Delta\theta \quad (37)$$

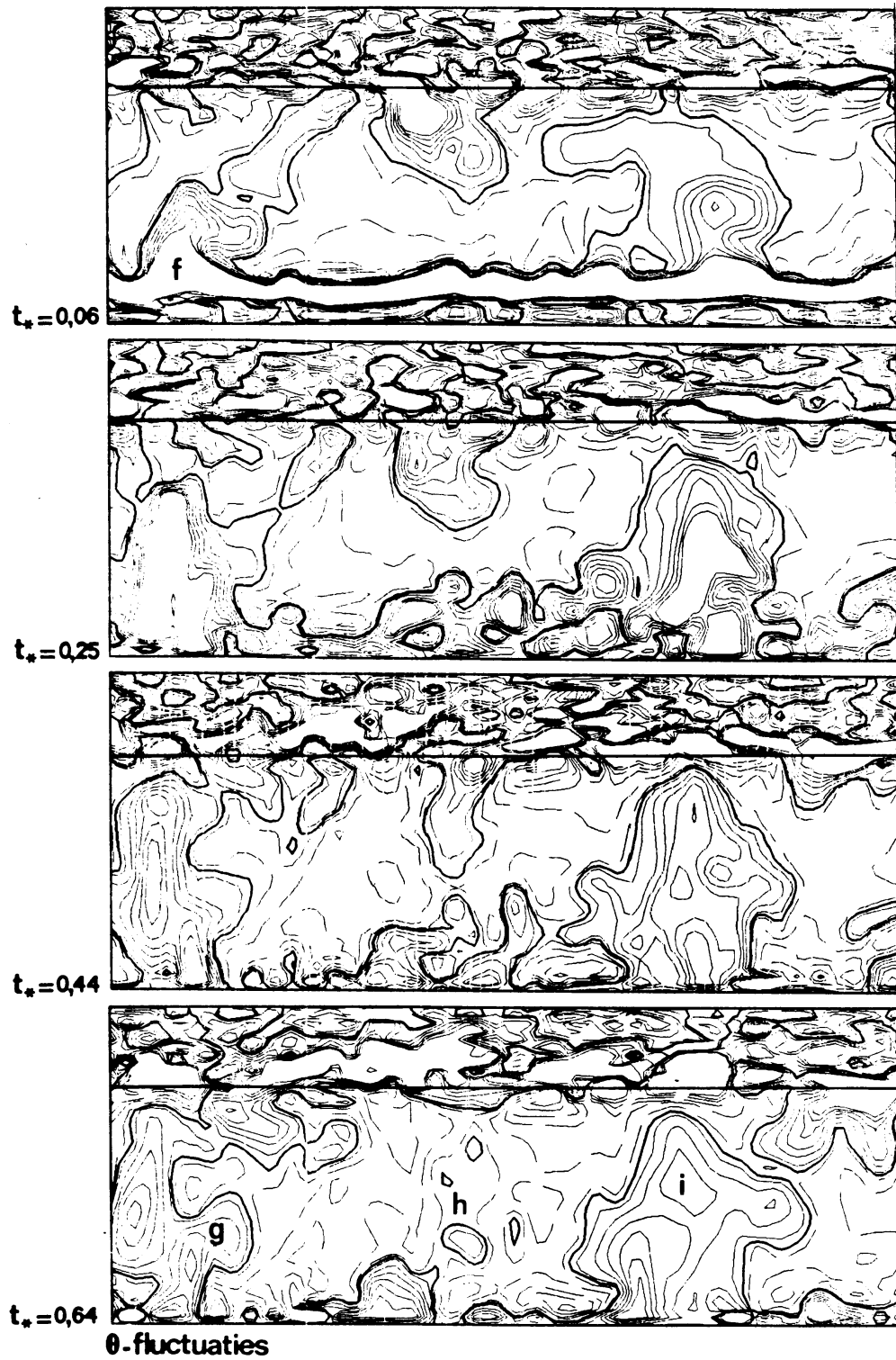
met c_p de specifieke warmte van de lucht.

(37) is met (34) te schrijven als

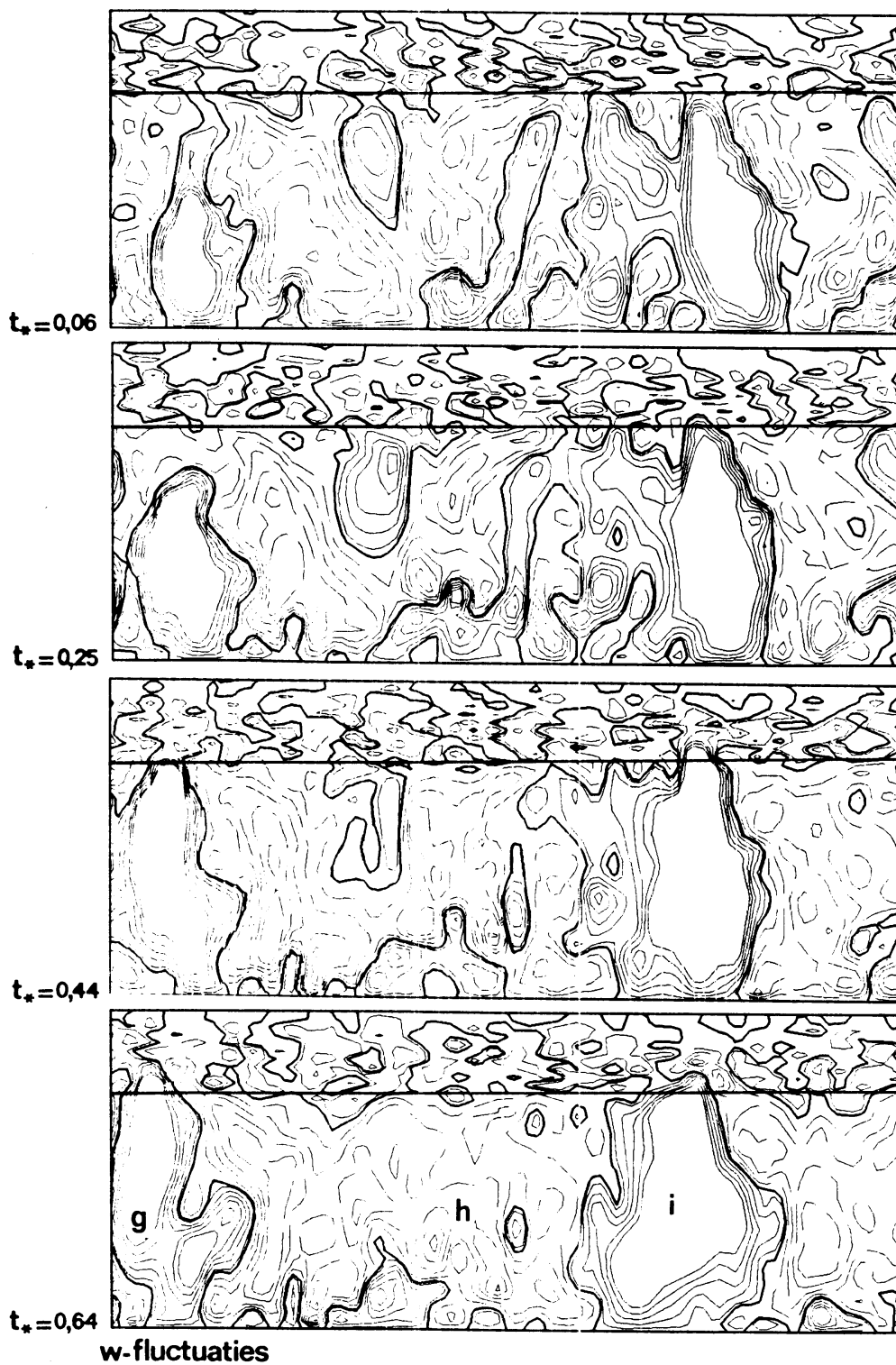
$$P = \rho c_p \pi \cdot \frac{\theta}{g} F \quad (38)$$

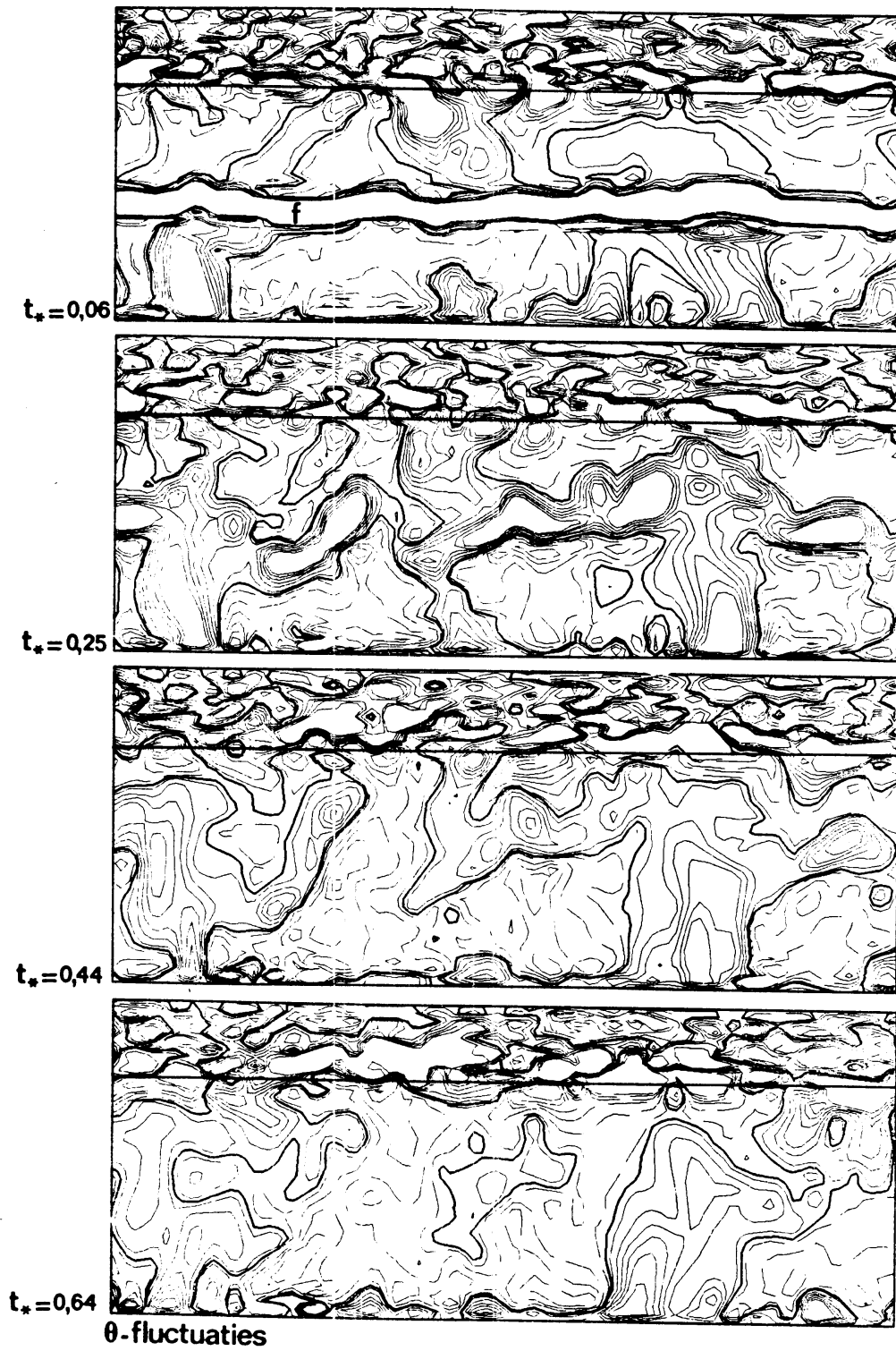
met $\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$ en $C_p = 1004 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ volgt dan dat de hier beschreven lijnbron vergelijkbaar is met een C.P.B. met een vermogen van $P = 120 \text{ M W}$.

In figuur 20 en 21 worden de concentratiepatronen in een verticale doorsnede gegeven voor de experimenten 19 en 22 met respectievelijke bronhoogtes

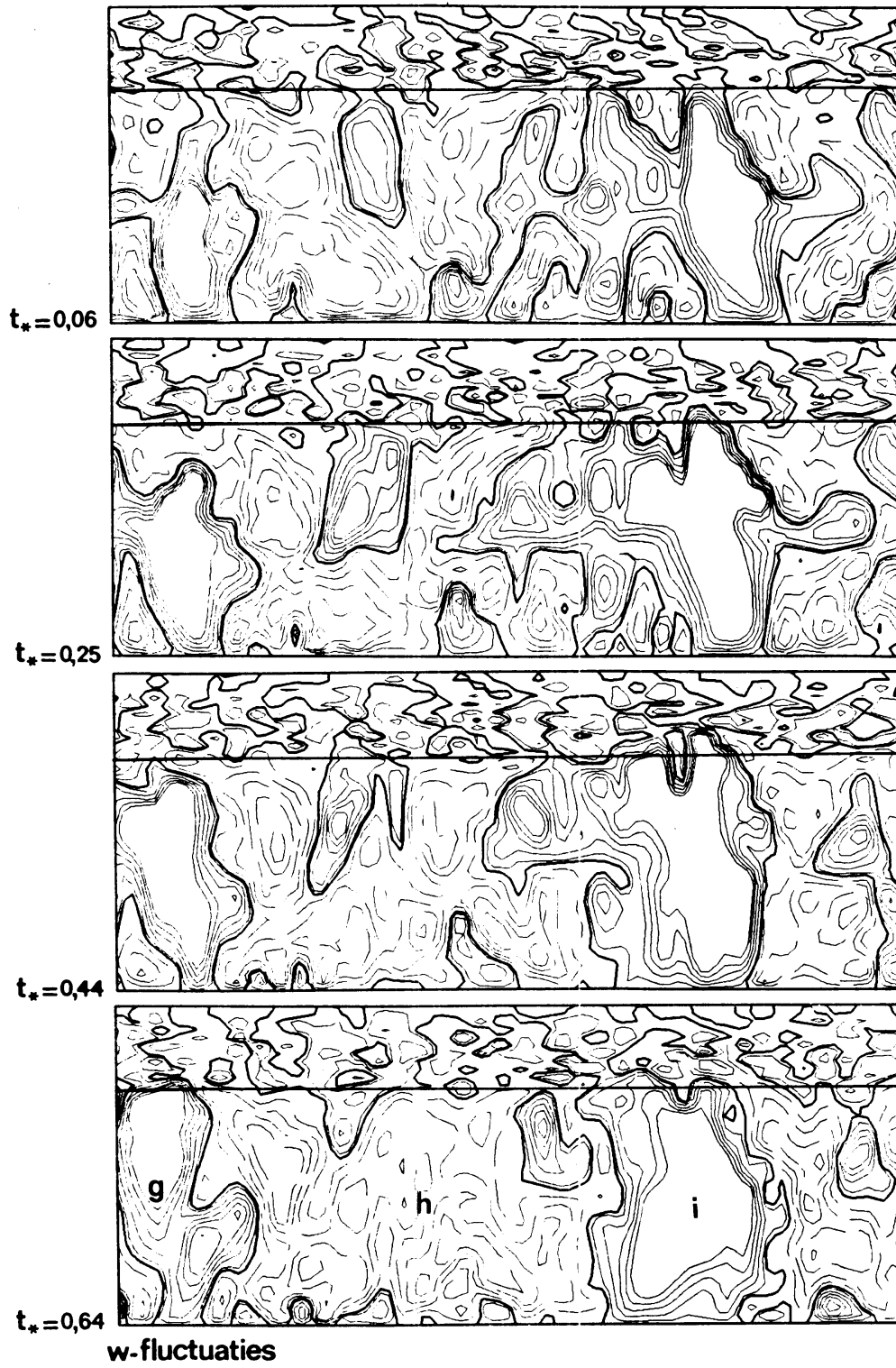


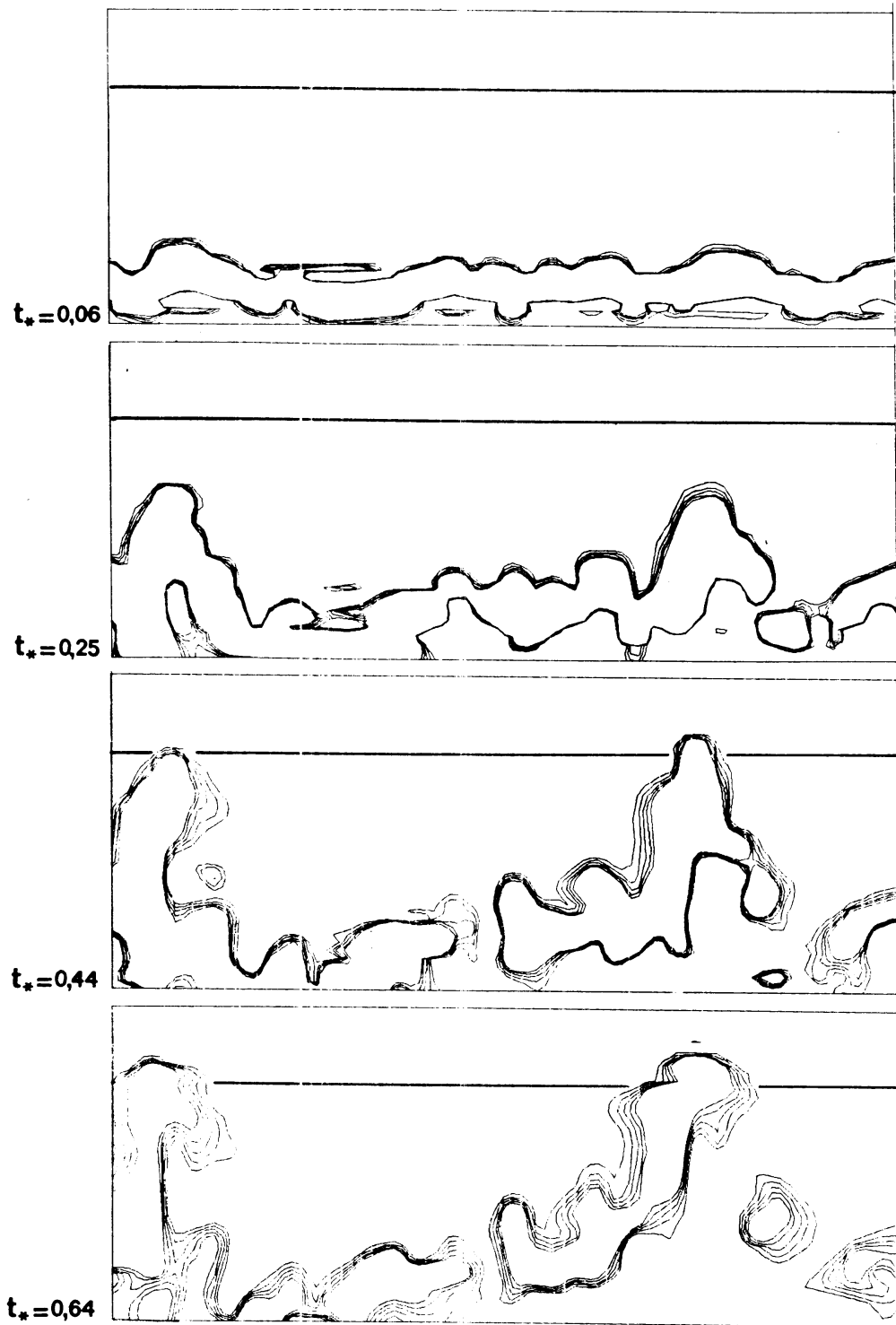
figuur 19a: Als figuur 5 met een temperatuurverstoring op $z_s = 0,16 h$.



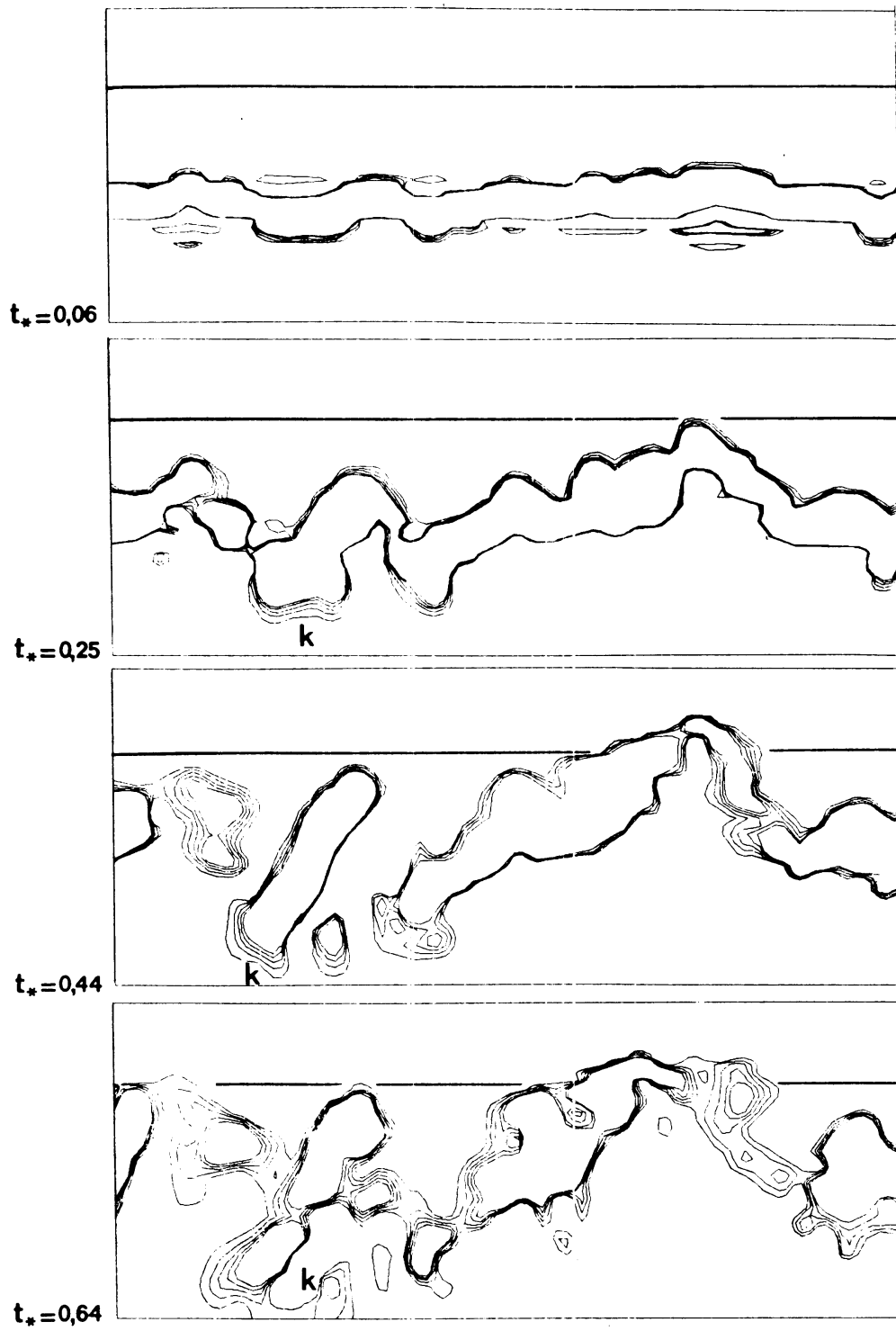


figuur 19b: Als figuur 5 met een temperatuurverstoring op $z_s = 0,49$ h..





figuur 20 : Als figuur 6 met een buoyant bron met $z_s = 0,16 h$.



figuur 21 : Als figuur 7 met een buoyant bron met
 $z_s = 0,49 h$.

$z_s = 0,16$ h en $z_s = 0,49$ h. Ter vergelijking dienen de resultaten voor een non-buoyant pluim gegeven in figuur 6 en 7. Wederom is een sterke correlatie te zien tussen de stijgende en dalende bewegingen van de contaminant en de verticale snelheidsfluctuaties uit de figuren 19a en b.

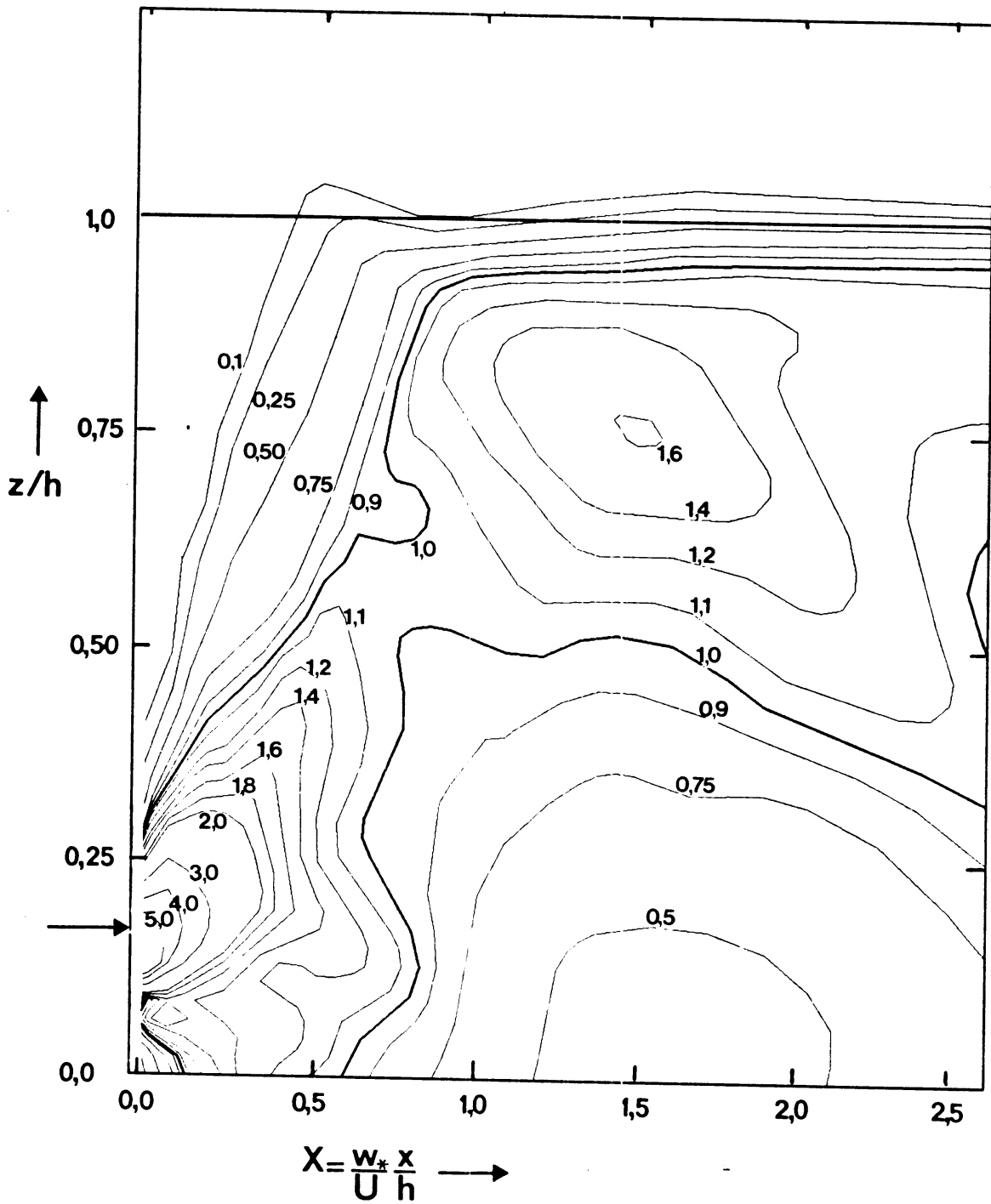
In vergelijking met de figuren 6 en 7 valt het volgende op:

- Er stijgt een groter deel van de contaminant boven de gemiddelde grenslaaghoogte ten opzichte van een non-buoyant pluim.
- Deze penetratie is bij de lagere bronhoogte $z_s = 0,16$ h groter dan bij de grote bronhoogte $z_s = 0,49$ h. Wellicht komt dit omdat de buoyant pluim gedurende langere tijd een versnelling in de verticale richting heeft ondervonden en daardoor bij het bereiken van de top van de grenslaag een grotere verticale snelheid heeft.
- De extra warmte zorgt er verder voor dat de concentratiepatronen zich gemiddeld hoger in de grenslaag bevinden ten gevolge van pluimstijging. Hierdoor wordt het tijdstip van "touchdown" van de contaminant met de bodem uitgesteld. Vergelijk bijvoorbeeld de ontwikkeling van het concentratiepatroon, aangegeven met een k in figuur 21, met het patroon op ongeveer dezelfde locatie in figuur 7.

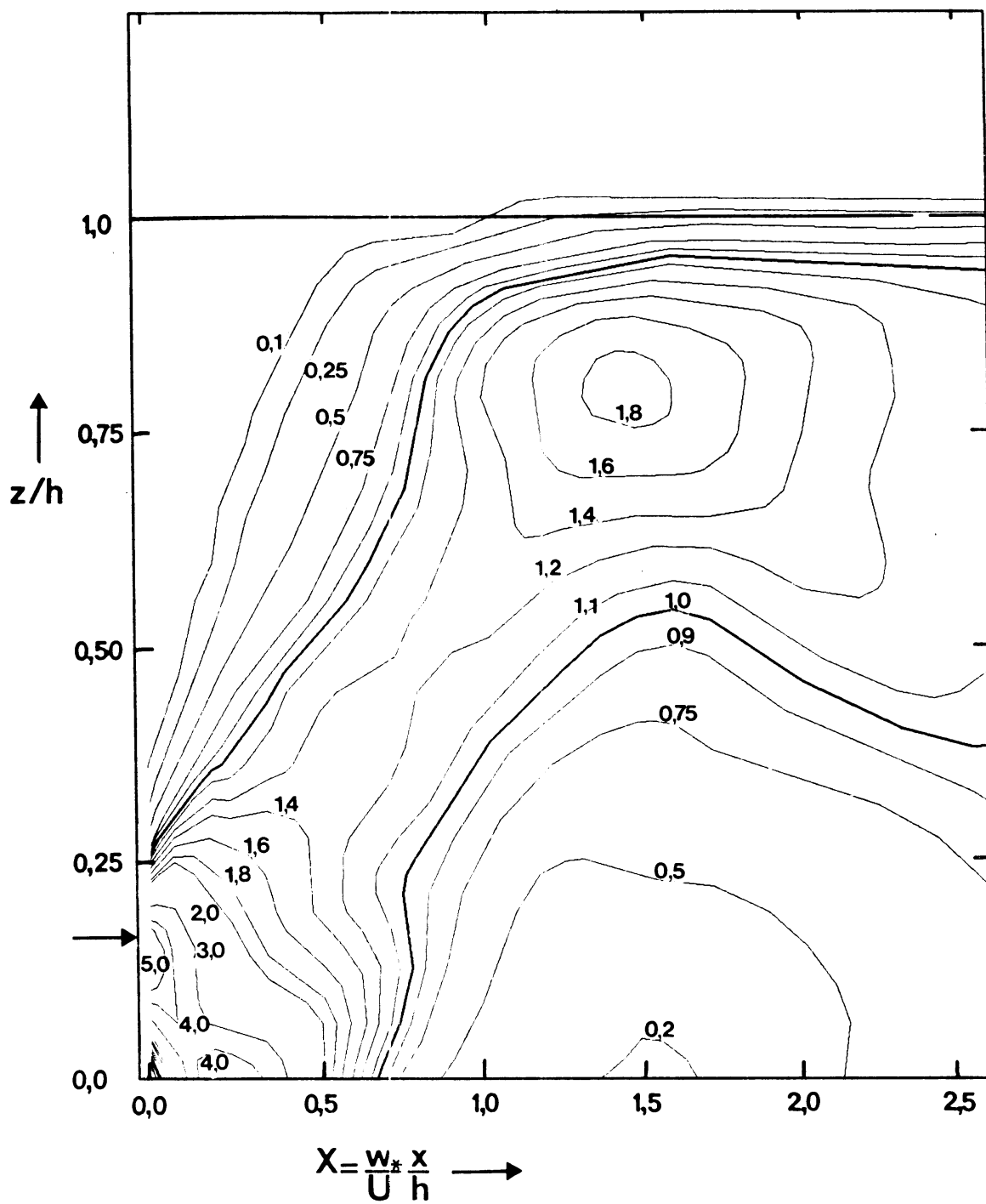
4.9 Gemiddelde concentraties voor twee bronhoogten

De dimensieloze concentratie $C(X,Z)$, zoals gedefinieerd in (27) is voor experiment 19 met $z_s = 0,16$ h weergegeven in figuur 22 en voor experiment 22 met $z_s = 0,49$ h in figuur 24. Ter vergelijking is de dimensieloze concentratie van een non-buoyant bron, experiment 9 met $a_s = 0,16$ h, weergegeven in figuur 23. Van de bronhoogte $z_s = 0,49$ h hebben we het non-buoyant concentratiepatroon al gegeven in figuur 10. De pluim van de warme bron begint vanaf $Z=0$ al meteen te stijgen. Als gevolg daarvan treedt het maximum in de grondconcentraties, dat we vinden bij de non-buoyant bron, niet op. Wel treedt bij een buoyant bron met $z_s = 0,16$ h een maximum in de concentratie op boven in de grenslaag op $Z \approx 0,8$ op een afstand van $X \approx 1,5$. Deze heeft een iets lagere waarde dan het vergelijkbare maximum bij de non-buoyant bron.

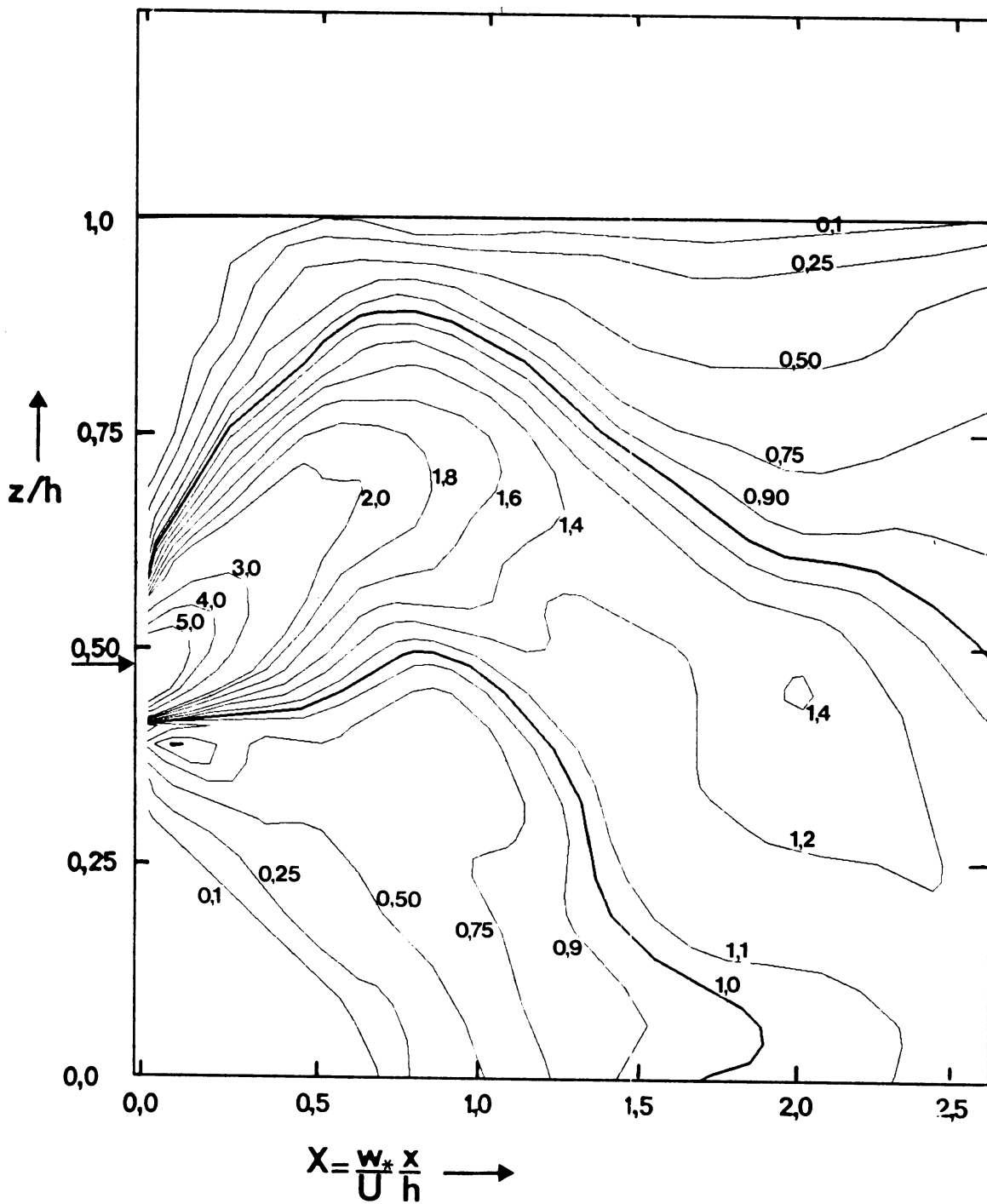
Een buoyant pluim genereert extra turbulentie ten opzichte van de turbulentie in de grenslaag. Door deze extra turbulentie zal de pluim zich sneller kunnen verspreiden. Deze hypothese zou de verlaagde maximumconcentratie bij de buoyant bron ten opzichte van de non-buoyant op $Z = 0,8$ h kunnen verklaren. Deze snellere verspreiding kan ook verklaren waarom de optredende minimumconcentra



figuur 22 : Als figuur 8 voor een buoyant bron met
 $z_s = 0,16 h$.



figuur 23 : Als figuur 8 voor een non-buoyant bron met
 $z_s = 0,16 h$.



figuur 24 : Als figuur 8 voor een buoyant bron met $z_s = 0,49$
h.

tie aan de grond voor $X \approx 1,5$ voor de actieve pluim een hogere waarde heeft dan voor de passieve pluim.

Uit de vergelijking van de figuren 22 en 24 volgt nogmaals dat de warme pluim bij een bronhoogte $z_s = 0,16$ h meer door de gemiddelde grenslaaghoogte penetreert dan voor het geval met $z_s = 0,49$ h. We zien tevens dat de maximale penetratie optreedt bij $X \approx 0,5$ voor beide bronhoogten.

Bij een hoge warme bron lijkt het alsof de pluim tegen de top van de grenslaag reflecteert. Hierdoor treedt er op grote afstand een licht maximum op dat echter kleiner is dan het maximum dat we gevonden hebben in figuur 10. In dit laatste geval ligt de maximale concentratie ook veel dicht bij de bron.

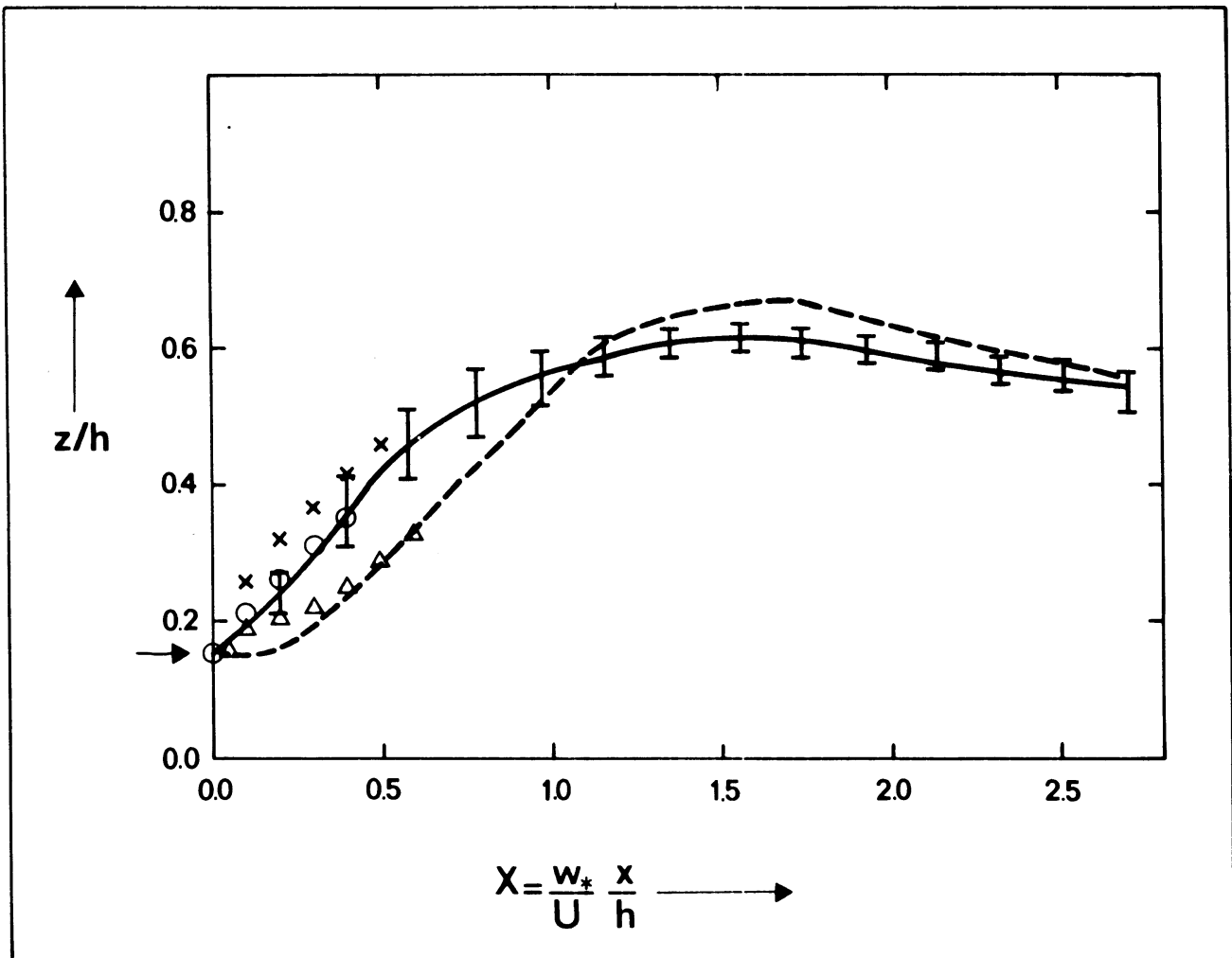
4.10 Gemiddelde pluimhoogte, verticale en horizontale verspreiding

In figuur 25 en 26 zijn de dimensieloze pluimhoogten \hat{z} volgens (29) gemiddeld over drie experimenten, uitgezet tegen X . Voor $z_s = 0,16$ h hebben we gemiddeld over 18, 19 en 20 en voor $z_s = 0,49$ h over 21, 22 en 23. Alle middeling wordt uitgevoerd voor een vaste waarde van X . Ter vergelijking wordt ook de pluimhoogte voor een non-buoyant pluim met eenzelfde bronhoogte weergegeven. Voor de bronhoogte 0,16 h hebben we slechts één experiment, terwijl voor $z_s = 0,49$ h de pluimhoogte reeds in figuur 13 gepresenteerd zijn. De standaarddeviatie is volgens (30) bepaald.

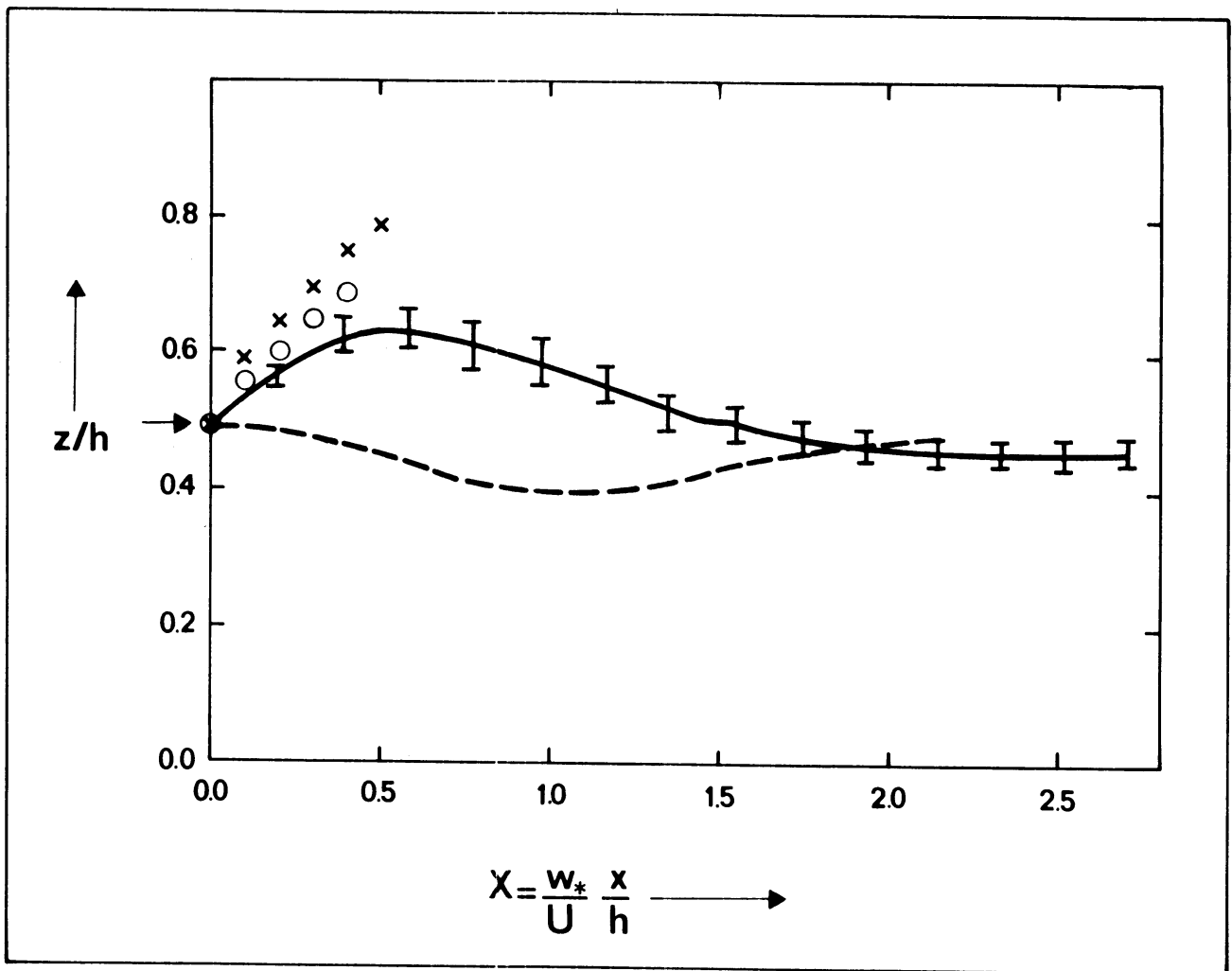
In figuur 25 geven we ook de resultaten van het tankmodel van Willis en Deardorff (Lit. 21). Deze zijn gecorrigeerd voor het effect van de initiële verticale impuls van de pluim met behulp van de pluimstijgformule van Briggs (Lit. 21):

$$\frac{\Delta z}{h} = 3^{1/3} \left[\frac{(r_s/h)^2 (w_s/U)^2}{(0,4 + 1,2 (U'w_s))} \frac{U}{w_*} X + 1,39 F_* X^2 \right]^{1/3} \quad (39)$$

waarin Δz de pluimstijging ten opzichte van de bronhoogte is en r_s de straal van de bronopening. In het eerste deel van het rechterlid staat de stijging door de initiële impuls van de pluim. Het tweede deel geeft de stijging ten gevolge van de pluimbuoyancy. Uit de resultaten van Willis en Deardorff werd de pluimstijging Δz bepaald. Dan werd met behulp van (39) berekend hoeveel procent van die stijging het gevolg is van pluimbuoyancy. Dit percentage van Δz wordt in figuur 25 weergegeven. Ook wordt in beide figuren 25 en 26 de pluimstijging gegeven volgens het bekende Briggsmodel:



figuur 25 : Als figuur 12 voor een buoyant bron met $z_s = 0,17 h$. De stippellijn geeft de pluimhoogte van een non-buoyant realisatie (experiment 9). Δ de gecorrigeerde resultaten van Willis en Deardorff. Zie tekst. x de resultaten bepaald met Briggs formule. \circ de resultaten met Briggs formula ten opzichte van een virtuele oorsprong.



figuur 26 : Als figuur 13 voor een buoyant bron. De non-buoyant realisatie uit figuur 13 is hier met een stippellijn weergegeven. x als in figuur 25.

$$\Delta z/h = 3^{1/3} (1,39 F_* X^2)^{1/3} . \quad (40)$$

De modelresultaten zijn groter dan de waarden bepaald uit het tankmodel, maar hierbij dient bedacht te worden dat tankmodelresultaten niet noodzakelijk-kerwijs \hat{z} geven. In Lit. 21 wordt \hat{z} bepaald uit het gemiddelde van de onder-en bovenrand van de pluim en er wordt dus niet gekeken naar de concentratie-verdeling van de pluim tussen deze twee pluimranden. In het rekenmodel wordt juist wel exact de gemiddelde pluimhoogte bepaald. De pluimstijgformule van Briggs (40) voor C.P.B.-pluimen overschat de pluimstijging van het rekenmodel in alle gevallen. De pluim in het model heeft echter al relatief grote afmetingen op $X=0$ ten opzichte van een ideale puntbron op $X=0$ die de basis vormt van vergelijking (40). We voeren voor dit effect de volgende correcties in. Met behulp van de parameterisatie van Lamb (zie appendix A) kan voor een bron met Z_s groter dan $0,1 h$ de verspreiding in y - en z -richting bepaald worden. We stellen nu deze waarde gelijk aan de initiële afmeting van de lijnbron en voor de σ_s en de σ_z volgt dan een gemiddelde X van $\sim 0,1$. Substitutie van de waarde in (40) leidt tot $\frac{\Delta z}{h} \approx 0,1$. Hiermee kan dus een virtuele oorsprong gedefiniëerd worden in figuur 25 en 26 met $X_0 = -0,1$ en $Z_0 = Z_s - 0,1 h$. Alhoewel deze correctie met Lamb's parameterisatie, die eigenlijk voor non-buoyant pluimen geldt, heel grof is, komen bij $Z_s = 0,16 h$ op deze wijze gecorrigeerde waarden binnen de door het model bepaalde fout S_2 , overeen met de modelresultaten. Bij $Z_s = 0,49 h$ geeft, ondanks de correctie, de pluimstijgformule grotere waarden dan ons rekenmodel. Waarschijnlijk speelt hier de invloed van de top van de grenslaag een rol. Briggs houdt hiermee geen rekening in zijn formule.

De vergelijking tussen de resultaten van de buoyant en de non-buoyant bron is niet echt verrassend. De buoyant pluimen stijgen aanvankelijk sterker, zelfs in het gebied waar de non-buoyant pluimen dalen, zie figuur 26.

De dimensieloze verticale en horizontale standaardafwijkingen zijn voor beide bronhoogten weergegeven in figuur 27 tot en met 30, als functie van de dimensieloze afstand X . Ter vergelijking zijn ook de resultaten van de non-buoyant pluimen, de resultaten van Willis en Deardorf (Lit. 21) en die van Lamb (appendix A) opgenomen.

De waarde voor σ_z bij bronhoogte $Z_s = 0,16 h$, staan in figuur 27. De modelresultaten zijn iets groter dan de metingen van Willis en Deardorff. Tevens zijn ze in de buurt van de bron groter dan de waarden van de buoyant pluim. Bij een hoge bron (figuur 29) blijken de resultaten van het model

voor σ_z in de buurt van de bron ($X < 0,5$) weer hoger te zijn dan de overeenkomstige waarden van de non-buoyant bron. De waarden voor σ_y (figuur 28 en 30) zijn voor $X < 0,5$ voor zowel de passieve als de actieve pluim gelijk. Na $Z \approx 0,5$ wordt de σ_z -waarden voor de passieve bron groter dan die van de actieve bron. Terwijl de σ_y -waarden van de passieve bron dan juist kleiner worden dan die van de actieve bron. Dit geeft ons het volgende beeld. De buoyant pluim is extra turbulent. Dit lijkt voornamelijk bij te dragen aan een vermeerdering van de verticale verspreiding; dit is op zich niet verrassend. Voor $Z \approx 0,5$ heeft de σ_z zijn evenwichtswaarde bereikt. (Deze evenwichtswaarde kan bepaald worden uit $\sigma_z^2 = \sigma_y^2 \int_0^1 (Z - \frac{z_s}{h})^2 dz$ en is voor $Z_s = 0,16 h$ gelijk aan 0,44 en voor $Z_s = 0,49 h$ gelijk aan 0,29.)

Na $Z = 0,5$ kunnen we dus weinig invloed verwachten van de pluimbuoyancy op σ_z . Het blijkt echter dat in dit gebied de σ_y voor de actieve pluim iets groter is dan de overeenkomstige waarde van de passieve pluim. Het effect van pluimbuoyancy blijkt dan op grotere afstand van de bron aanleiding te geven tot een vermeerdering van de laterale verspreiding.

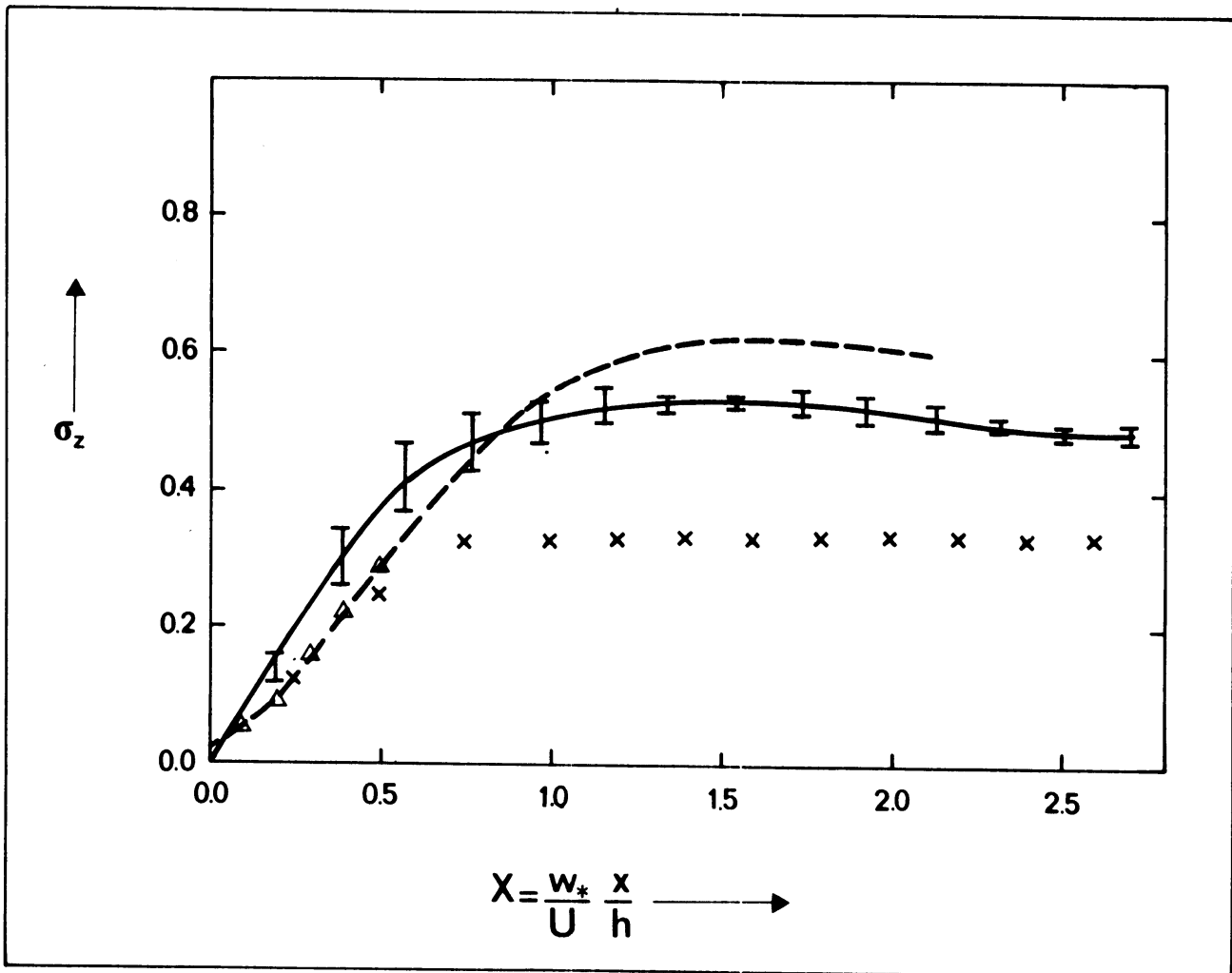
Verder blijkt dat in het geval met bronhoogte $z_s = 0,16 h$ de toepassing van de parameterisatie van Lamb tot aanzienlijke fouten leidt. Het model berekent namelijk een σ_z -verloop dat tussen Lamb's resultaten voor een hoge en een lage bron in ligt. Deze parameterisatie overschat ook voor $z_s = 0,49 h$ de modelresultaten voor $X \approx 0,5$, maar dit gold ook al voor de non-buoyant bron. Voor de verspreiding in de y-richting geeft het rekenmodel voor $z_s = 0,16 h$ bij $X > 1$ grotere waarden voor σ_y dan deze parameterisatie. Tot $X=1$ komen Lamb's resultaten voor zowel $z_s = 0,16 h$ als $z_s = 0,49 h$ binnen de standaarddeviatie (30) overeen. Deze overeenkomst blijft voor $z_s > 0,49 h$ ook voor $X > 1$ gelden.

4.11 Verticale snelheid door pluimbuoyancy

Voor een non-buoyant bron met een verticale uitstootsnelheid gelijk aan nul op tijdstip $t_* = 0$, geldt voor de verticale snelheid bij $t_* = 0$

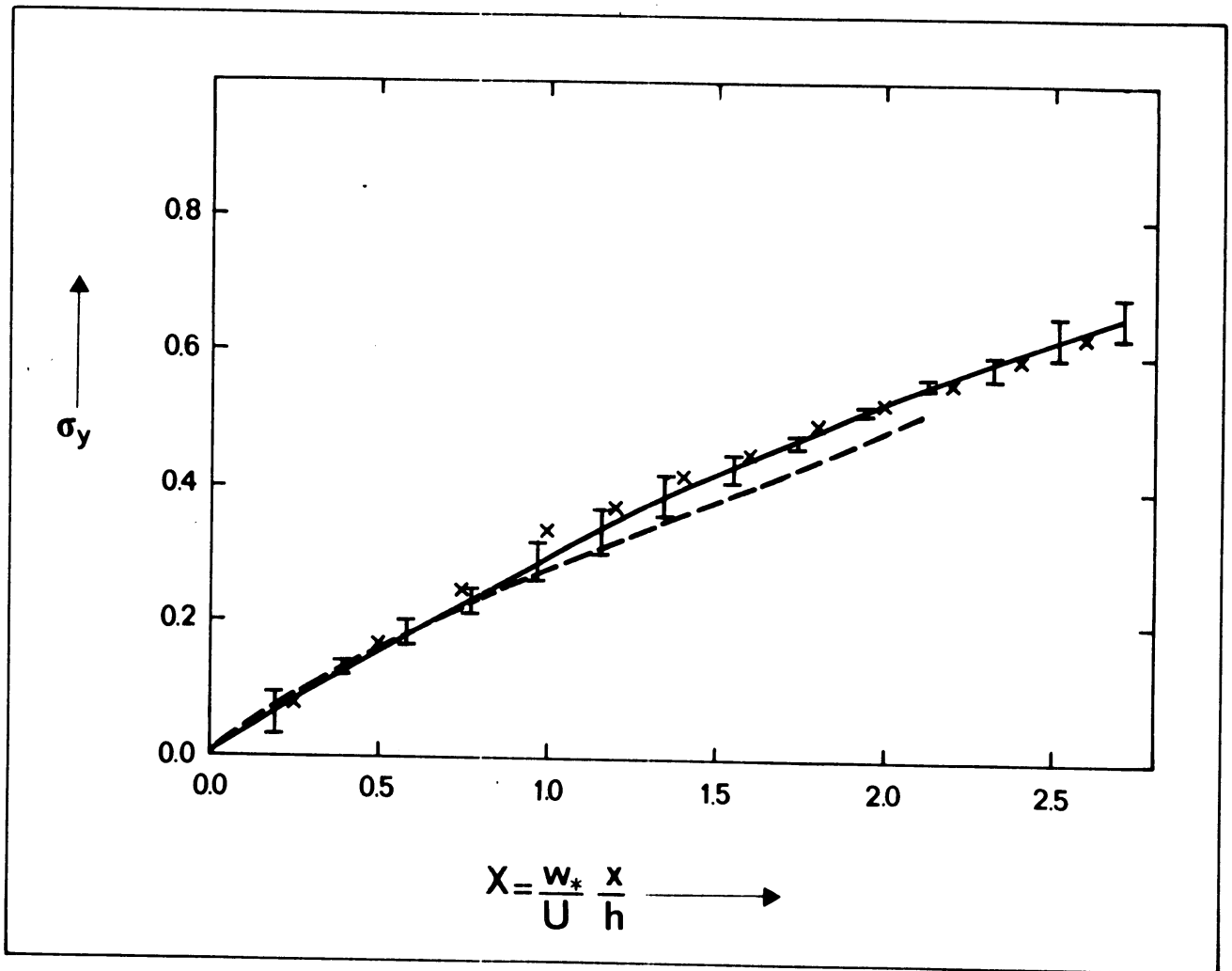
$$\frac{dz}{dt} = w_e \quad (41)$$

waarbij w_e de verticale snelheid is ter plaatse van de pluim in de grenslaag. In het model wordt de integraal genomen over een aantal realisaties van zo'n pluim; dit geeft dus een geïntegreerde waarde voor dz/dt . Voor een buoyant



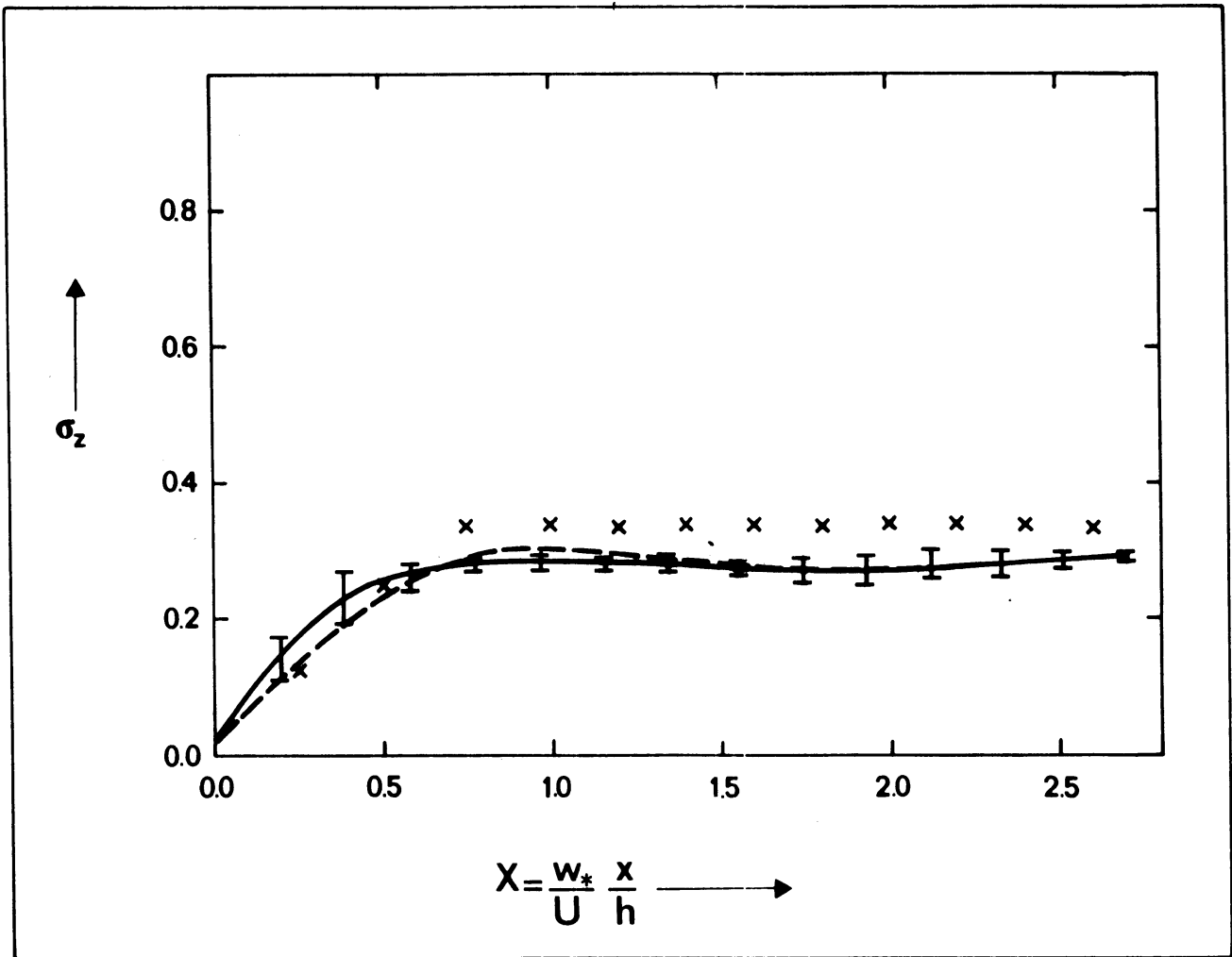
figuur 27 : Als figuur 15, gemiddeld over drie experimenten met de stippellijn als in figuur 25.

$Z_s = 0,16 h.$

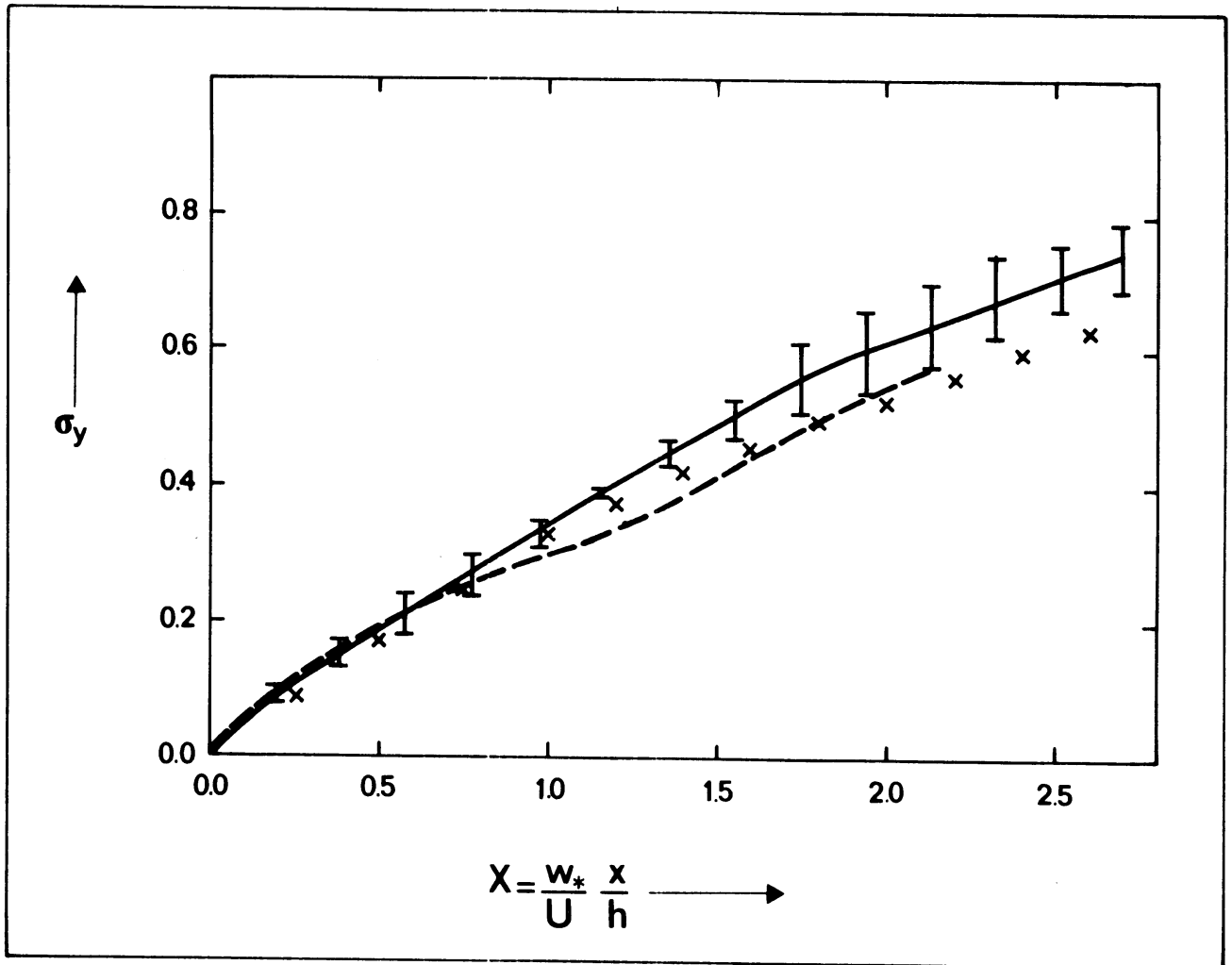


figuur 28 : Als figuur 16, gemiddeld over drie experimenten
met de stippellijn als in figuur 25.

$$Z_s = 0,16 h.$$



figuur 29 : Als figuur 27. $z_s = 0,49 h$.



figuur 30 : Als figuur 28. $z_s = 0,49 h$.

bron, ook met een uitstootsnelheid nul op $t_* > 0$, veronderstellen we voor de verticale snelheid

$$\frac{dz}{dt} = w_e + w_B \quad (42)$$

met w_B een snelheid ten gevolge van de buoyancy van de pluim. Daar zowel de buoyant als de non-buoyant pluim op dezelfde bronhoogte exact dezelfde beginvoorwaarden hebben en dus dezelfde waarde voor w_e , is uit het model de waarde van w_B te bepalen uit het verschil van dz/dt uit (41) en (42).

Uit het verschil in pluimstijging tussen de buoyant pluim en de non-buoyant pluim bij een bronhoogte van 0,16 h volgt dan een w_B van $(0,5 \pm 0,2) \cdot w_*$ en eenzelfde verschil geeft voor een bronhoogte van 0,49 h een w_B van $(0,4 \pm 0,2) \cdot w_*$. Deze waarde w_B geeft dus de verticale stijgsnelheid, alleen veroorzaakt door de buoyancy. Daar de buoyancy parameter F_* bij beide bronhoogten gelijk was, is het niet zo verwonderlijk dat beide bepaalde w_B een waarde hadden die binnen de fout met elkaar overeenkomen.

5. CONCLUSIES

In dit verslag is gekeken naar de verspreiding van pluimen in een convectieve grenslaag. Het onderzoek werd uitgevoerd met een zogenaamd large eddy model. Dit model lost de bewegingsvergelijkingen van de grote energiedragende wervels in een convectieve grenslaag expliciet op.

Het onderzoek is beperkt tot de bestudering van de verspreiding van niet-reagerende deeltjes of gassen, die geen dispositie aan de grond hebben. De grenslaag waarin de pluimstudie werd verricht, is een convectieve grenslaag met een vrijwel uniforme gemiddelde wind boven een vlak terrein. De resultaten worden hier gepresenteerd in dimensieloze vorm, waarbij de schaalparameters van een vrije convectiemenglaag werden gebruikt. Er wordt hier onderscheid gemaakt tussen buoyant en non-buoyant pluimen.

5.1 Non-buoyant pluimen

De gemiddelde ontwikkeling van non-buoyant pluimen met twee verschillende pluimhoogten respectievelijk 0,04 h en 0,49 h is bestudeerd en vergeleken met de resultaten van het tankmodel van Willis en Deardorff (Lit. 11, 13, 19, 20 en 21). Tevens vergelijken we de resultaten met de parametrisaties van Lamb voor de verspreiding in de y- en z-richting (Lit. 15).

De resultaten van het large eddy model kwamen binnen de standaarddeviatie s_q welke door het large eddy model bepaald werd, overeen met zowel de resultaten van Willis en Deardorf als die van Lamb (zie figuur 12, 13, 15, 16, 17, 18). Dit geldt zowel voor de gemiddelde pluimhoogte als voor de verspreiding in de y- en z-richting. Alleen bij een hoge bronhoogte, i.e. $z_s = 0,49$ h, vindt Lamb hogere waarden voor de verspreiding in de z-richting.

Ook is er een goede overeenkomst tussen de concentratiepatronen gevonden in deze studie en soortgelijke patronen waargenomen door Willis en Deardorff (zie figuur 8 tot en met 11). Bij een bronhoogte $z_s = 0,49$ h wordt een concentratiemaximum aan de bodem gevonden bij $X \approx 0,8$ zowel in de resultaten van Willis en Deardorff als in de resultaten bepaald met ons model.

Met de concentratiepatronen is ook te bepalen tot welke hoogte de contaminant door turbulentie wordt gemengd. Deze hoogte werd bepaald en gebruikt als menglaaghoogte h. Deze hoogte ligt + 6% boven de hoogte waar de warmteflux in het model zijn minimum bereikt.

5.2 Buoyant pluimen

Net als bij de non-buoyant pluimontwikkeling, werden bij de buoyant pluimontwikkeling twee pluimhoogten bestudeerd. Eén pluim had een bronhoogte van 0,16 h, terwijl de andere pluim een bronhoogte had van 0,49 h. Allebei de pluimen hadden een pluimbuoyancyparameter van $F = 1,0 \cdot 10^3 \text{ m}^4 \text{ s}^{-3}$, wat overeenkomt in deze studie met $F_* = 0,024$.

In de concentratiepatronen van de twee bronnen vallen twee verschijnselen op (zie figuur 22, 23 en 24):

- ten eerste: de contaminant bij een hoge bronhoogte wordt als het ware gereflecteerd tegen de inversielaag; hierdoor is het dat mogelijk ver van de bron een klein concentratiemaximum wordt gevonden;
- ten tweede: een deel van de contaminant kan bij een lagere bronhoogte hoger doordringen in de laag boven de inversie dan bij een hogere bronhoogte; dit betekent dat bij een lage bronhoogte bij een warme pluim meer contaminant in de entrainmentlaag kan doordringen.

De resultaten van de gemiddelde pluimhoogten berekend uit het large eddy model, werden vergeleken met de resultaten van Willis en Deardorff (Lit. 21) en met de pluimstijgformule van Briggs (Lit. 21) (zie figuren 25 en 26). De modelberekeningen komen niet overeen met zowel de resultaten van Briggs als die van Willis en Deardorff. De resultaten van Willis en Deardorff zijn echter niet representatief voor de gemiddelde pluimhoogte (zie par. 4.10). Het verschil met de vergelijking van Briggs kan worden teruggevoerd tot het feit dat de gesimuleerde pluim op $X=0$ al een afmeting van 125 m in de breedte en 100 m in de hoogte heeft. De formule van Briggs is van toepassing op een pluim welke op $X=0$ een ideale puntbron is. We beschouwen daarom ook een ideale puntbron waarvan de pluim op $x=0$ ongeveer dezelfde afmetingen heeft als de pluim van het rekenmode. Dit is mogelijk als de puntbron in negatieve x -richting ten opzichte van $x=0$, verschoven wordt. De pluimstijgformule van Briggs, toegepast op deze verschoven puntbron, geeft dan resultaten die binnen de standaarddeviatie overeenkomen met de rekenmodelresultaten. Dit geldt alleen voor een pluim met een bronhoogte $z_s = 0,16 \text{ h}$. Bij een bronhoogte van 0,49 h speelt de top van de grenslaag waarschijnlijk een rol.

De extra turbulentie, veroorzaakt door de buoyancy van de pluim, geeft in eerste instantie aanleiding tot een extra verspreiding in de verticale richting. Als echter de verticale verspreiding zijn evenwicht-waarde bereikt heeft,

dan neemt zijn verspreiding in de y-richting toe ten opzichte van een passieve pluim. De extra turbulentie in de actieve pluim lijkt dus op grotere afstand van de bron een vermeerdering van de laterale verspreiding te geven (zie figuren 27 tot en met 30).

Als we de parameterisatie van Lamb beschouwen ten opzichte van de resultaten van het model, dan valt het volgende op (zie figuren 27 tot en met 30):

- Lamb's parameterisatie geeft aanleiding tot aanzienlijke fouten bij de bronhoogte $z_s = 0,16 h$. De modelresultaten liggen tussen de parameterisatie-resultaten van hoge en lage bronnen in;
- net als bij een non-buoyant bron overschat Lamb de verspreiding in de z-richting iets bij een bronhoogte van $z_s = 0,49 h$;
- relatief dicht bij de bron (i.e. $X < 1$) beschrijft Lamb de verspreiding in de y-richting goed. Voor een bronhoogte van $z_s = 0,49 h$ blijft de overeenkomst ook na $X=1$ gelden, terwijl Lamb een parameterisatie geeft voor passieve pluimen.

LITERATUURLIJST

- [1] Asselin, R., 1972: Frequency filtering for time integrations. *Mon. Weather Rev.*, 100, 487-490.
- [2] Baas, A. de , H. van Dop and F. Nieuwstadt: An application of the Langevin equation for inhomogeneous conditions to dispersion in a convective boundary layer. *Quart. J.R. Met. Soc.* (1986), 112, 165-180.
- [3] Businger, J.A., J.C. Wyngaard, Y. Izumi and E.F. Bradley, 1971: Flux profile relationships in the atmospheric surface layer. *J. Atm. Sci.*, 28, 181-189.
- [4] Businger, J.A.: Equations and Concepts, 1982: In: Atmospheric turbulence and air pollution modelling/F.T.M. Nieuwstadt and H. van Dop (eds.), D. Reidel, Dordrecht.
- [5] Carras, J.N. and D.J. Williams: Experimental studies of plume dispersion in convective conditions I. *Atmospheric Environment*, Vol. 18, No. 1, 135-144, 1984.
- [6] Carras, J.N. and D.J. Williams: Experimental studies of plume dispersion in convective conditions II. Horizontal plume dispersion. In press.
- [7] Caughey, S.J.: Observed characteristics of the atmospheric boundary layer, 1982: In: Atmospheric turbulence and air pollution modelling/ F.T.M. Nieuwstadt and H. van Dop (eds.), D. Reidel, Dordrecht.
- [8] Deardorff, J.W.: Numerical investigation of neutral and unstable planetary boundary layer. *J. Atm. Sci.*, 29, 91-115, 1972.
- [9] Deardorff, J.W.: Three dimensional numerical study of the height and mean structure of a heated planetary boundary layer. *Bound. Layer Meteor.*, 7, 81-106, 1974.

- [10] Deardorff, J.W.: Three dimensional numerical study of turbulence in an entraining mixed layer. *Bound. Layer Meteor.*, 18, 495-527, 1980.
- [11] Deardorff, J.W. and G.E. Willis: Computer and laboratory modelling of the vertical diffusion of non-buoyant particles in the mixed layer. *Advances in Geophysics*, Vol. 18b, 1974, 187-200.
- [12] Deardorff, J.W., 1973: Three dimensional numerical modelling of the planetary boundary layer. In: *Workshop on micrometeorology*/ed. D.A. Haugen. *Amer. Meteor. Soc.*, Boston.
- [13] Deardorff, J.W. and G.E. Willis: Ground level concentration fluctuations from a buoyant and a non-buoyant source within a laboratory convectively mixed layer. *Atmospheric Environment*, Vol. 18, No. 7, 1297-1309, 1984.
- [14] Heidom, K.C.: A note on plume geometry from a tall stack. *Bound. Layer Meteor.*, 20, 27-34, 1981.
- [15] Lamb, R.G.: Diffusion in the convective boundary layer, 1982: In: *Atmospheric turbulence and air pollution modelling*/F.T.M. Nieuwstadt and H. van Dop (eds.), D. Reidel, Dordrecht.
- [16] Nieuwstadt, F.T.M., R.A. Brost and T.L. van Stijn: Decay of convective turbulence, a large eddy simulation. To appear.
- [17] Piacsek, S.K. and G.P. Williams, 1970: Conservation properties of convection difference schemes. *J. Comput. Phys.*, 6, 392-405.
- [18] Roache, R.J.: *Computational fluid dynamics*. 1972, Hermosa publishers, Albuquerque.
- [19] Willis, G.E. and J.W. Deardorff: A laboratory model of diffusion into the convective planetary boundary layer. *Quart. J. R. Met. Soc.*, 1976, 102, 427-445.

- [20] Willis, G.E. and J.W. Deardorff: A laboratory study of dispersion from a source in the middle of the convectively mixed layer. *Atmospheric Environment*, Vol. 15, 109-117, 1980.
- [21] Willis, G.E. and J.W. Deardorff: On plume rise within a convective boundary layer. *Atmospheric Environment*, Vol. 17, No. 12, 2435-2447, 1983.

Tabel 1

Experiment		\bar{h}	\bar{w}_*	z_s	y_s
1	non- buoyant pluim	$1,5 \cdot 10^3 \text{ m}$	2,41 m/s	0,04 h	Ly/2 - 0,66 h
2					Ly/2
3					Ly/2 + 0,66h
4				Oppervlaktebron	
5				0,49 h	Ly/2 - 0,66 h
6					Ly/2
7					Ly/2 + 0,66 h
8				Oppervlaktebron	
9				0,16 h	Ly/z
10			1,87 m/s	0,04 h	Ly/2 - 0,66 h
11					Ly/2
12					Ly/2 + 0,66 h
13				Oppervlaktebron	
14				0,49 h	Ly/2 - 0,66 h
15					Ly/2
16					Ly/2 + 0,66 h
17				Oppervlaktebron	
18	buoyant pluim	$1,5 \cdot 10^3 \text{ m}$		2,41 m/s	0,16
19			Ly/2		
20			Ly/2 + 0,66 h		
21			0,49 h	Ly/2 - 0,66 h	
22				Ly/2	
23				Ly/2 + 0,66 h	

$$g/\theta = 9,8/290 \text{ m/K s}^2 \quad U_g = 5 \text{ m/s}$$

APPENDIX A

Lamb stelde, met behulp van berekeningen uit het model van Deardorff de volgende parameterisaties op voor de verspreiding in de y- en de z-richting.

$$Z_R > 0,1 h$$

$$\frac{\sigma_y}{h} = \frac{1}{3} X \quad X < 1$$

$$\frac{\sigma_y}{h} = \frac{1}{3} X^{2/3} \quad 1 < X < 3$$

$$\frac{\sigma_z}{h} = \frac{1}{2} X \quad X < \frac{2}{3}$$

$$\frac{\sigma_z}{h} = \frac{1}{3} \quad X > \frac{2}{3}$$

$$Z_R < 0,1 h$$

$$\frac{\sigma_y}{h} = \frac{3}{5} X \quad X < 1/6$$

$$\frac{\sigma_y}{h} = \frac{1}{3} X^{2/3} \quad \frac{1}{6} < X < 3$$

$$\frac{\sigma_z}{h} = \frac{1}{2} X^{6/5} \quad X < \frac{6}{5}$$

$$\frac{\sigma_z}{h} = \frac{3}{5} \quad X > \frac{6}{5}$$