

5 feb. 1962

Windsnelheidsprofielen gemeten aan masten voor
wereldomroep en televisie te Lopik.

Drs. P.J. Rijkoort

551.551.25

0. Inleiding.

Teneinde vragen uit de praktijk omtrent de toeneming van de wind met de hoogte, en daarmee samenhangend de frequentieverdeling van de windsnelheid op verschillende hoogten, beter te kunnen beantwoorden, zijn gedurende enige jaren windsnelheidsmetingen verricht op verschillende niveau's aan de oude televisiemast en één der wereldomroepmasten te Lopik. De oude televisiemast verheft zich boven een weiland ten oosten van IJsselstein (fig. 0 bij A). De mast is ongeveer 200 m hoog en bestaat uit een driehoekig metalen geraamte waarin een kleine lift is aangebracht. De zijde van de driehoekige doorsnede is 3 m. In verband met een verbod om in de mast te klinken moesten de instrumenten (drie-armige rotatieanemometers, weerstands-thermometers en hygrometers) op buizen worden bevestigd die in houders op de aanwezige platformen in de mast waren gemonteerd. De instrumenten konden daardoor slechts op betrekkelijk korte afstand buiten de mast (ruim 1 m) worden gebracht. Teneinde bij de meest frequente windrichting (SW) een zo vrij mogelijke opstelling te waarborgen zijn de instrumenten in de richting NW aangebracht (zie bijgaande foto's).

De wereldomroepmast behoort tot een complex van masten van het zendstation van de Nozema (ca. 1.4 km ten west-zuidwesten van de televisiemast.)

Hij bevindt zich aan de zuidwest zijde van dit complex (fig. 0 bij B) en bestaat uit een cilindrische stalen paal met een diameter van ca. 30 cm en een hoogte van ca. 45 m. De anemometers staan op uithouders aan de zuid-oost zijde ca. 1.20 m van de mast.

Uit het beschikbare materiaal zijn waarnemingen van 12 dagen geselecteerd. Van iedere dag zijn 24 uurwaarnemingen beschikbaar voor ieder der niveau's.

De dagen zijn zo geselecteerd, dat de windsnelheid niet al te laag is, in 't algemeen zo, dat op 5 m hoogte de snelheid niet beneden 1 m/sec. komt. Lagere snelheden kunnen door de anemometers niet betrouwbaar worden geregistreerd. Op het hoogste niveau is de snelheid, althans overdag, ca. 10 m/sec of meer.

De 12 geselecteerde data zijn: 17 maart, 6, 7, 8, 12 en 19 april, 23 mei, 9 en 28 juni; 2 en 3 juli en 4 september.

De waarnemingshoogten zijn: 12, 15, $53\frac{1}{2}$, $100\frac{1}{2}$, en 182 m aan de televisie-mast en 5, 10 en 30 m aan de wereldomroepmast.

Dit verslag betreft een onderzoek in hoeverre beschikbare waarnemingswaarden kunnen worden weergegeven door één der volgende profielformules.

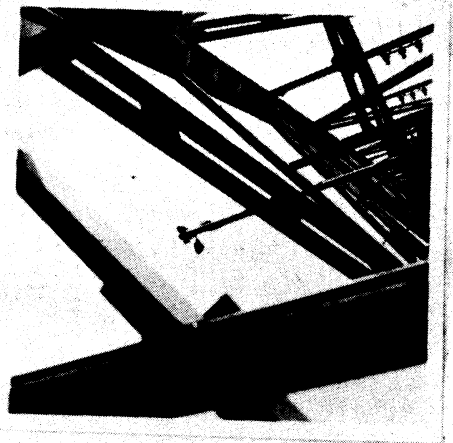
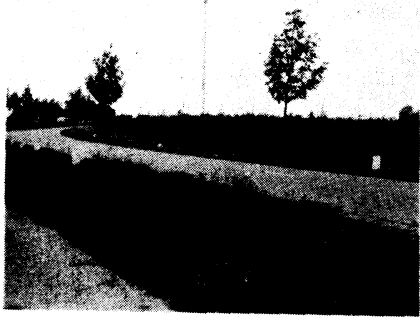
1. $u = Az^m$ (de machtwet)
2. $u = B \log \frac{z + z_0}{z_0} = B \log \frac{z}{z_0}$ (de logaritmische wet)
3. $u = p \left(\log \frac{z}{z_0} + \underline{b} z \right)$ (het Monin-Obukhov profiel)
4. $u = P \left\{ \left(\frac{z}{z_0} \right)^n - 1 \right\}$ (het Deacon-profiel)

Hierin is u de windsnelheid, die uitgedrukt zal worden in m/sec; z de hoogte boven maaiveld, die uitgedrukt zal worden in meters; onder \log zal worden verstaan hetzij \ln , de natuurlijke logaritmie, hetzij \lg , de Briggsse logaritmie. z_0 is de z.g. ruweidparameter. De profielen gelden slechts voor hoogten z aanzienlijk groter dan z_0 .

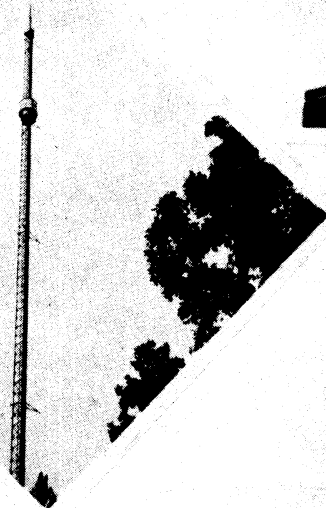
Het is bijzonder jammer, dat de acht anemometer opstellingen niet gelijkwaardig zijn geweest. De drie anemometers aan de wereldomroepmast stonden ongetwijfeld vrijer dan de anemometers aan de televisiemast, in het bijzonder vrijer dan die op de niveaus 12 dan 15 m. Bij een beschouwing van het cijfermateriaal valt n.l. al direct op dat de snelheden op 12 en 15 m vrij laag zijn; meestal lager dan de snelheid op 10 m, soms zelfs lager dan die op 5 m aan de wereldomroepmast. Nu is dit wel plausibel, aan de voet van de televisiemast bevinden zich enkele houten gebouwtjes en andere obstakels, die een storende invloed uitoefenen, die stellig vooral op de niveaus 12 en 15 m van betekenis is. Naar boven toe zal deze invloed afnemen, maar het is niet precies te zeggen tot waar zij zich uitstrekt. We vermoeden echter, dat zij op het $53,5$ m en de hogere niveaus vrijwel niet meer te merken is. Er blijft echter de vraag of de televisiemast zelf, ook op deze grotere hoogten, de metingen beïnvloedt. Hierover valt niet veel te zeggen. We kunnen slechts hopen dat de anemometers de windsnelheden op dezelfde niveaus in het vrije veld redelijk weergeven. Of de anemometers, op de hogere niveaus aan de televisiemast dit op dezelfde wijze doen als de anemometers op de lagere niveaus aan de wereldomroepmast is een vraag, die niet kan worden beantwoord.

Het is dus duidelijk, dat we met onze waarnemingen slechts zeer beperkte resultaten kunnen verkrijgen.

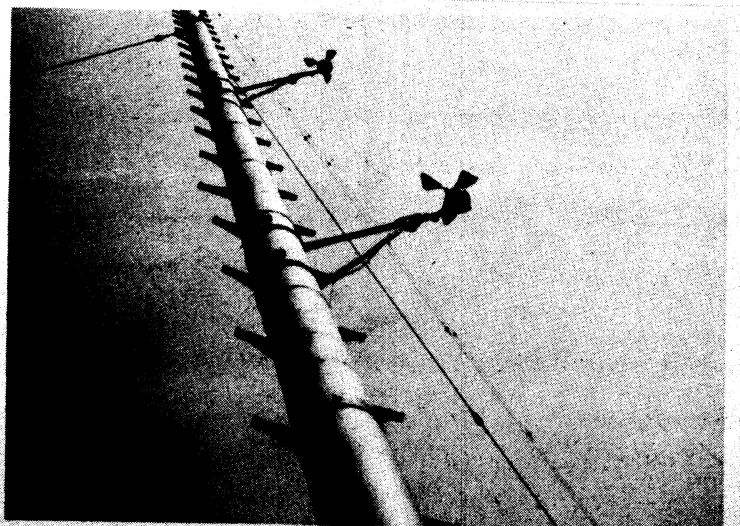
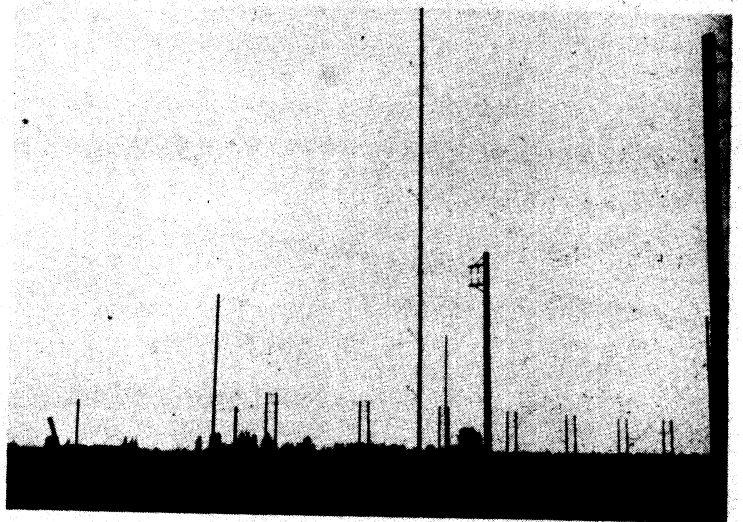
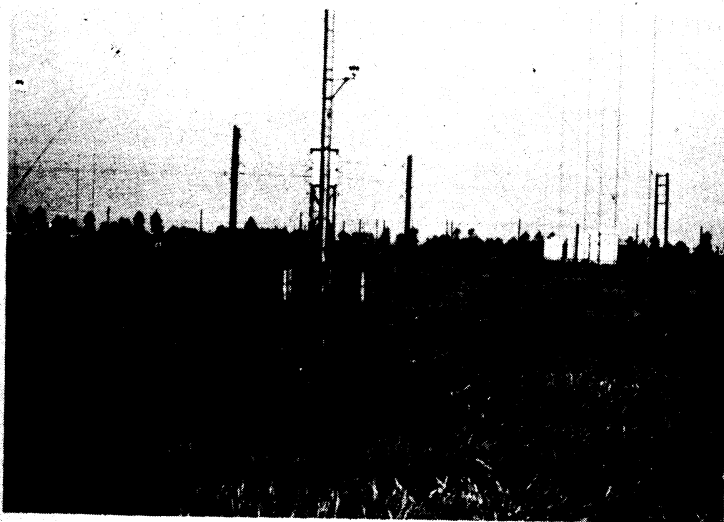
Oude Televisie-mast

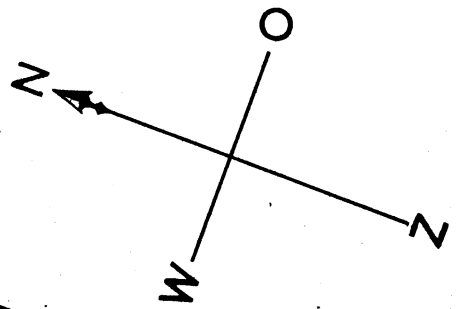
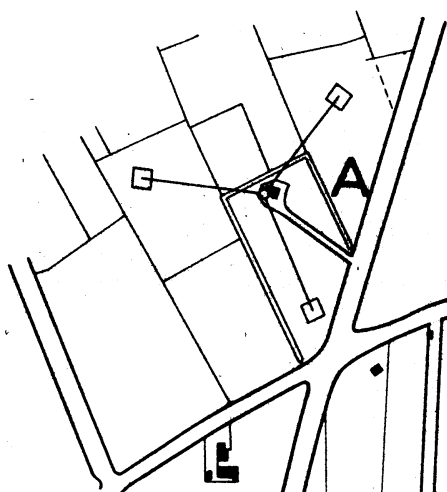


anemometer op 15 m

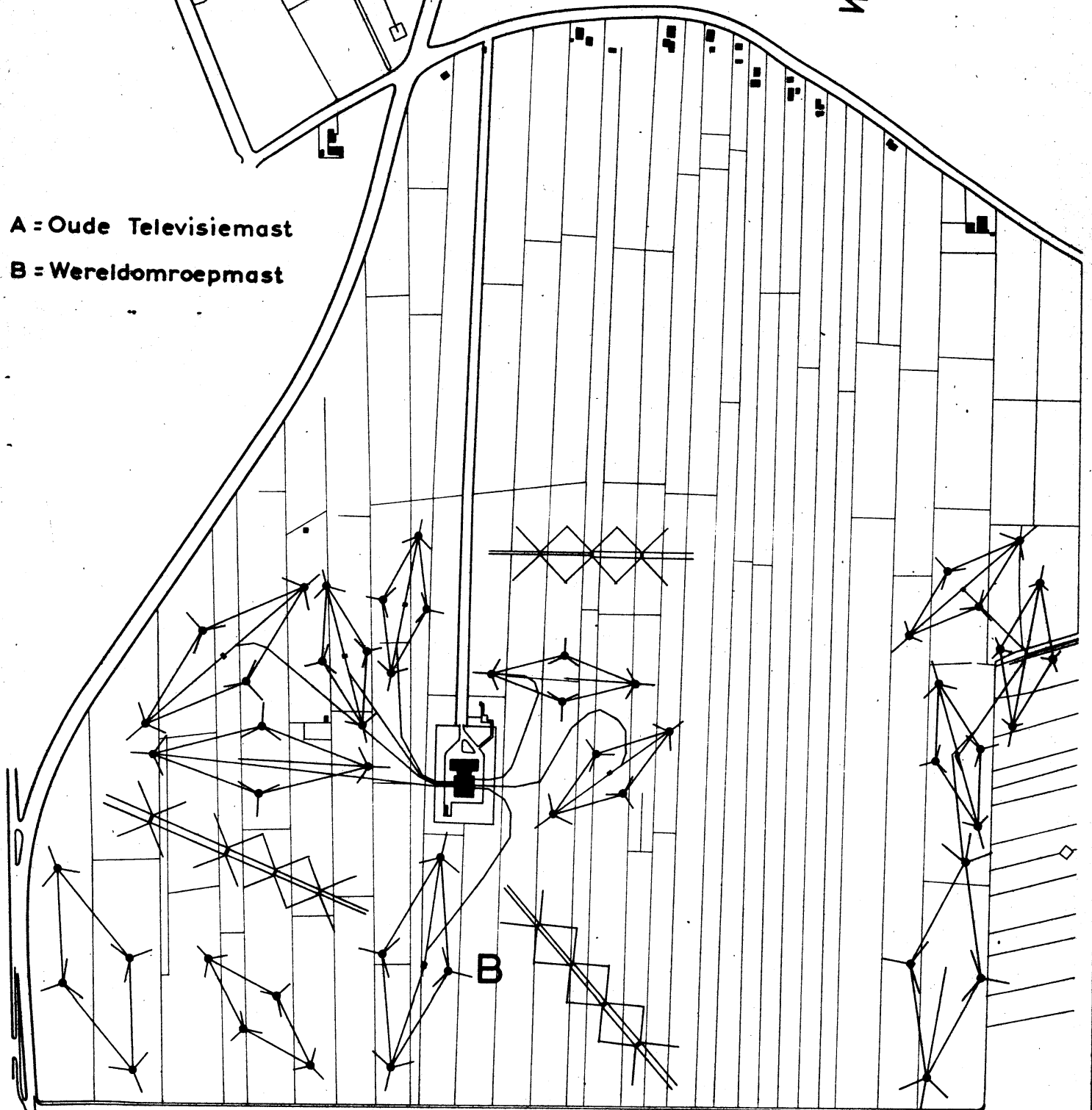


NOZEMA-mast





A = Oude Televisiemast
B = Wereldomroepmast



1. De machtswet als hulpmiddel.

1.1 De exponent m onder verschillende omstandigheden.

Bij een eerste poging om de vraag te beantwoorden in hoeverre de waarnemingen, aan de televisiemast en wereldomroepmast door één profiel kunnen worden benaderd, hebben we de machtswet als hulpmiddel gebruikt. We bepaalden daartoe de exponent m afzonderlijk uit de snelheden aan de omroepmast op 10 en 30 m hoogte (m_1) en uit die aan de televisiemast op $53\frac{1}{2}$ en $100\frac{1}{2}$ m hoogte (m_2). Dit werd uitgevoerd voor alle uurwaarden van de 12 dagen. De resultaten zijn weergegeven in de figuren 1.1 t/m 1.12.

Het blijkt in de eerste plaats dat er een dagelijkse gang bestaat. Overdag is de waarde van m kleiner dan 's nachts. Verder is in het algemeen m_2 's nachts groter dan m_1 ; overdag (d.w.z. tussen ca. 9 en 17 uur) zijn beide waarden ongeveer gelijk, waarbij soms $m_1 > m_2$ en soms $m_2 > m_1$ is. Bovendien zijn deze m - waarden ongeveer gelijk aan de waarde die men in de literatuur vaak genoemd ziet, n.l. $1/7$. Deze waarde geldt proefondervindelijk voor de turbulente grenslaag boven een vlakke plaat in de windtunnel.

We krijgen dus de indruk, dat althans overdag de waarnemingen van beide soorten opstellingen in eenzelfde machtswet profiel zijn samen te vatten. 's Nachts gaat dit beslist niet.

1.2 Het verband tussen de exponent m en het verschil tussen de temperaturen op twee bepaalde niveaus.

Volgens Frost [1] geldt de machtswet in de laag van 5 400 ft. waarbij m samenhangt met $\Delta T (=T_{400'} - T_{5'})$ ongeveer volgens de volgende uit [1] overgenomen tabel.

tabel 1 1)

T	$-4^{\circ}/_{-2}^{\circ}$	$-2,5^{\circ}/_{-1,5}^{\circ}$	$-2^{\circ}/_{0}^{\circ}$	$-1^{\circ}/_{+1}^{\circ}$	$0^{\circ}/_{2}^{\circ}$	$2^{\circ}/_{4}^{\circ}$	$4^{\circ}/_{6}^{\circ}$	$6^{\circ}/_{8}^{\circ}$	$8^{\circ}/_{10}^{\circ}$	$10^{\circ}/_{11}^{\circ}$
m	0,145	0,17	0,25	0,29	0,32	0,44	0,59	0,63	0,62	0,77

Kunnen we met onze waarnemingen dit verband bevestigen?

We beschikken naast de windgegevens over temperatuurwaarnemingen op de hoogte 2 m nabij de gebouwtjes naast de televisiemast en op de hoogte $53\frac{1}{2}$, $100\frac{1}{2}$ en 182 m aan de televisiemast. We nemen als ΔT nu $T_{182} - T_{2}$. De waarden van ΔT zijn in de figuren 1.1... 1.12 aangegeven.

1) De resultaten voor $\Delta T -4^{\circ}/_{-2}^{\circ}$ en $-2,5^{\circ}/_{-1,5}^{\circ}$ zijn afkomstig van waarnemingen die overdag werden verricht. De overige van waarnemingen 's nachts.

Zoals bekend is vertoont ook ΔT een dagelijkse gang. Alleen al vanwege deze dagelijkse gang moet er dus correlatie bestaan tussen m en ΔT . Het is echter gewenst de correlatie te onderzoeken onafhankelijk van deze dagelijkse gang. Daarom hebben we voor ieder der 24 uurvakken de correlatiecoëfficiënt (r) van de 12 beschikbare ^{dagen} jaren ($\Delta T, M$) waarden berekend, zowel voor m_1 als voor m_2 . Eveneens zijn de regressieconstanten α en β van het lineaire verband $m = \alpha + \beta T$ bepaald. Tabel 2 geeft de resultaten.

tabel 2

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
r_1	+0.67	+0.71	+0.63	+0.76	+0.70	+0.64	+0.74	+0.67	+0.41	+0.19	+0.32	+0.09
r_2	+0.83	+0.86	+0.81	+0.69	+0.63	+0.61	+0.56	-0.25	-0.20	-0.01	-0.31	-0.36
β_1	+0.060	+0.049	+0.087	+0.100	+0.047	+0.044	+0.054	+0.097	+0.053	+0.029	+0.031	+0.011
β_2	+0.394	+0.419	+0.447	+0.410	+0.369	+0.372	+0.363	+0.376	+0.276	+0.206	+0.192	+0.150
α_1	+0.057	+0.062	+0.045	+0.025	+0.020	+0.015	+0.012	-0.006	-0.006	-0.001	-0.014	-0.015
α_2	+0.208	+0.209	+0.211	+0.195	+0.183	+0.163	+0.151	+0.143	+0.126	+0.127	+0.095	+0.092
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
r_1	-0.13	+0.02	+0.24	+0.52	-0.14	+0.10	+0.67	+0.60	+0.23	+0.51	+0.21	+0.43
r_2	+0.14	+0.35	+0.01	+0.10	-0.34	-0.08	+0.59	+0.75	+0.64	+0.65	+0.84	+0.50
β_1	-0.019	+0.002	+0.015	+0.057	-0.031	+0.019	+0.152	+0.053	+0.041	+0.098	+0.025	+0.050
β_2	+0.124	+0.129	+0.169	+0.261	+0.146	+0.241	+0.333	+0.310	+0.360	+0.409	+0.424	+0.362
α_1	+0.004	+0.011	+0.001	+0.003	+0.029	-0.008	+0.063	+0.069	+0.101	+0.120	+0.156	+0.055
α_2	+0.136	+0.139	+0.136	+0.134	+0.100	+0.147	+0.220	+0.224	+0.239	+0.252	+0.215	+0.260

In de eerste plaats valt op, dat 's nachts n.l. van ca. 19 uur tot ca. 8 uur duidelijk significante correlatie tussen m en ΔT bestaat en sterker voor m_2 dan voor m_1 . Overdag is van een verband weinig te merken. We moeten hierbij echter wel bedenken, dat de overdag waarde van ΔT slechts weinig varieert van dag tot dag (van ca. -3°C ... -1°C , tegenover ca. -2°C ... $+5^\circ\text{C}$'s nachts). Hiermede zijn de kleine r -waarden wel te verklaren, ook al zou er toch voor deze overdag-uurvakken een verband tussen m en ΔT bestaan dat gelijk is aan dat voor de uurvakken tussen 19 en 8 uur. We zouden dan echter verwachten, dat de regressieconstanten α en β tussen 8 en 19 uur gemiddeld ongeveer gelijk zijn aan die tussen 19 en 8 uur; hoogstens wat sterker variërend. Dit nu is niet het geval. Overdag zijn α en β systemisch kleiner dan 's nachts.

We moeten dus constateren, dat het verband tussen m en ΔT niet volledig door de variatie van ΔT is te verklaren! Er is bovendien nog een dagelijkse gang aanwezig, tenzij het verband

tussen m en ΔT niet volledig lineair is, maar kromlijng en b.v. bij negatieve ΔT vlakker verloopt dan bij positieve ΔT . Om hierover iets te kunnen zeggen, hebben we de m -waarden in de twee groepen, 9 --- 18 uur en 19---8 uur, verdeeld en per ΔT klassen -3,4 ... -2,5; -2,4 ... -1,5 enz. gemiddeld. In fig. 2^a zijn deze gemiddelde m -waarden als functie van ΔT weergegeven.

In de eerste plaats suggereert het verloop van de m_2 -waarden een niet-lineair verband. Duidelijk is het echter niet. Bovendien blijkt voor $\Delta T = -2$ en -1 tussen de nacht- en dagwaarden van m_2 een wel is waar klein, maar bij statistische toetsing toch significant verschil te bestaan. Bij de m_1 -waarden is het verschil tussen dag- en nacht waarden veel groter; het verband tussen m_1 en ΔT voor de nachtwaarde is echter vrijwel lineair. Ook tussen de dag waarden van m_1 en m_2 blijkt tenslotte toch nog een systematisch verschil te bestaan. Dit verschil is echter gering en geeft, zoals later zal blijken, bij de aanpassing van de zes-snelheidswaarden aan één machtswetprofiel in het algemeen verwaarloosbare afwijkingen.

Wat m_2 betreft is een duidelijker beeld mogelijk als we voor ΔT het verschil $T_{53\frac{1}{2}} - T_2$ nemen; we zullen dit verschil met $\widetilde{\Delta T}$ aangeven.

Bepalen we nu weer voor ieder van de 24 uurvakken de correlatie tussen m_2 en $\widetilde{\Delta T}$ dan is het resultaat als volgt:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$r + 0.80$	+0.88	+0.79	+0.82	+0.85	+0.68	+0.37	-0.25	-0.49	-0.10	-0.38	-0.19
$\beta + 0.094$	+0.138	+0.095	+0.097	+0.097	+0.082	+0.058	-0.016	-0.017	-0.006	-0.019	-0.008
$\alpha + 0.160$	+0.167	+0.181	+0.176	+0.177	+0.169	+0.159	+0.144	+0.128	+0.125	+0.108	+0.116
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$r + 0.23$	+0.20	0.00	-0.03	+0.24	+0.33	+0.65	+0.82	+0.80	+0.78	+0.93	+0.68
$\beta + 0.006$	+0.007	0.000	-0.001	+0.023	+0.052	+0.087	+0.090	+0.203	+0.225	+0.130	+0.074
$\alpha + 0.133$	+0.123	+0.134	+0.128	+0.154	+0.161	+0.186	+0.188	+0.180	+0.173	+0.176	+0.223

Ook nu blijkt 's nachts een zeer significante correlatie tussen m en $\widetilde{\Delta T}$ aanwezig te zijn, terwijl overdag geen correlatie te constateren is. Bepalen we voor de overdag uurvakken (8... 18 uur) en voor de nachtuurvakken de gemiddelde waarden van m voor bepaalde waarden van $\widetilde{\Delta T}$ dan krijgen we de resultaten die in fig. 2^b grafisch zijn voorgesteld. Duidelijk zien we dat overdag m onafhankelijk is van $\widetilde{\Delta T}$ met een gemiddelde waarde 0.13, terwijl 's nachts m toeneemt als $\widetilde{\Delta T}$ toeneemt; bovendien blijkt door toetsing dat de nachtwaarden van m_2 voor $\widetilde{\Delta T} = 0,0 \dots -0,4$ significant groter zijn dan de dagwaarden van m_2 .

Het toenemen van m_2 als $\widetilde{\Delta T}$ is wel te begrijpen in verband met de verminderde verticale uitwisseling. Dat bij gelijke $\widetilde{\Delta T}$ de waarde van m 's nachts groter is dan overdag is niet zonder meer vanzelfsprekend, maar is misschien als volgt te verklaren. In die gevallen waarin er overdag en 's nachts een zelfde waarde van $\widetilde{\Delta T}$ voorkomt zal stellig het temperatuurverloop beneden het laagste niveau (n.l. de 2 m) overdag anders zijn dan 's nachts. Overdag zal ook beneden de 2 m een negatieve temperatuurgradient aanwezig zijn, 's nachts echter waarschijnlijk niet. De turbulente uitwisseling zal overdag van onderen af gestimuleerd worden, 's nachts daarentegen geremd. Het komt er dus eigenlijk op neer dat het temperatuurverschil tussen twee niveaus onvoldoende is om het temperatuurverloop met de hoogte te karakteriseren.

Fig. 3 suggereert dan dus tenslotte een constante waarde van m van ca. 0.13, onafhankelijk van $\widetilde{\Delta T}$ overdag en voor de nacht gevallen een van $\widetilde{\Delta T}$ afhankelijke waarde van m die bij afnemende $\widetilde{\Delta T}$ ook afneemt en dan asymptotisch tot de constante dagwaarde 0.13 nadert.

In fig 2^a zijn tenslotte nog enkele punten aanwezig, die de resultaten van Frost weergeven. In verband met het feit dat Frost 's ΔT op de niveaus 130 en 1,5 m betrekking heeft en onze $\widetilde{\Delta T}$ op de niveaus 182 en 2 m, hebben we de m -waarden van Frost niet bij -2° maar bij -3° enz. uitgezet.

We zien, dat onze resultaten althans kwalitatief en in grote lijn met die van Frost overeenkomen. In finesses zijn er verschillen en is het verband van m met ΔT niet zo eenvoudig als Frost suggereert; met name is er nog verschil tussen dag- en nachtwaarden van m ; ook bij gelijke ΔT waarden.

2. Aanpassing van de windsnelheidswaarden van de zes niveaus aan de vier formules.

De verdere bewerking is niet met de afzonderlijke uurwaarden uitgevoerd maar met gemiddelden over een aantal uurvakken. Op grond van het in de vorige paragraaf geconstateerde verschil tussen dag en nachtwaarden hebben we gekozen de tijdvakken I: 1 ... 8 uur, II: 9 ... 17 uur en III: 18 ... 24 uur. We hebben dus 12 x 3 stellen van zes windsnelheden ter beschikking.

We zullen volledigheidshalve toch de vier profielformules, alle aan de zes snelheden aanpassen, hoewel we al weten dat tijdens de nachturen de machtwet niet goed bruikbaar is.

2.1 De machtswet en de logaritmische wet.

Aanpassing van de machtswet aan de waarnemingen kan met de methode der kleinste kwadraten geschieden als de wet eerst in de logaritmische vorm geschreven wordt,

$$\lg u = \lg A + m \lg z. \quad (2.1.1)$$

Voor de niveaus 5, 10, 30, $53\frac{1}{2}$, $100\frac{1}{2}$ en 182 m zijn dan m en A te berekenen uit:

$$m = 0,5653 \sum (\lg u) \cdot (\lg z) - 0,8636 \sum \lg u \quad (2.1.2)$$

$$\text{en } \lg A = 1,4849 \sum \lg u - 0,8629 \sum (\lg u) \cdot (\lg z) \quad (2.1.3)$$

Volgens deze formules zijn voor ieder der 36 gevallen de waarden van A en m berekend. Vervolgens zijn met deze waarden van A en m de "theoretische" waarden van u met (2.1.1) bepaald (u_M).

In de figuren 3.1, 3.2 en 3.3 zijn de snelheden u (op lineaire schaal) tegen de hoogte z (op logaritmische schaal) uitgezet. Ook is een vloeiende kromme getrokken door de waarden u_M .

Aangezien het, volgens de methode der kleinste kwadraten bepalen van het beste logaritmische profiel niet eenvoudig is, is het enkel-logaritmische papier gekozen om de resultaten op te noteren. Het best logaritmische profiel kan dan bepaald worden door een rechte zo goed mogelijk door de gegeven (u, Z) punten te trekken. Uit de figuren 3 blijkt, dat slechts in enkele gevallen overdag een redelijke aanpassing van het logaritmische profiel aan de gemeten windsnelheden mogelijk is. In 't algemeen is de machtswet te verkiezen boven de logaritmische wet.

2.2 Het Monin Obukhov-profiel. (zie [2])

Het is van te voren wel te verwachten dat het M.O. profiel een betere aanpassing zal geven dan machtswet, en logaritmische wet, aangezien de formule van het M.O. profiel drie parameters bevat en de beide andere formules twee.

De constanten in de formule

$$u = p \left(\lg \frac{z}{z_0} + b z_0 \right) = p(a + \lg z + b z)$$

hebben de volgende betekenis

$$\text{met } p = \frac{u^*}{K \lg e} ; \quad a = -\lg z_0 \quad \text{en } b = \frac{\beta}{L} = \lg e \quad (2.2.2)$$

K = constante van von Kármán ($\approx 0,4$)

u^* = schuifspanningssnelheid

e = grondtal natuurlijke logaritmen

z_0 = ruheidsparemeter

$$L = - \frac{u^{\beta 3}}{\kappa \frac{g}{T_0} \frac{q}{c_p \rho}} \quad (2.2.3)$$

g = versnelling van de zwaarte-kracht

T_0 = gemiddelde temperatuur van de beschouwde luchtlaag

q = verticale warmtestroom

C_p = soortelijke warmte bij constante druk

ρ = luchtdichtheid

β = een universele constante die uit empirische gegevens bepaald moet worden ($\approx 0,6$)

$\frac{g}{T_0}$, u^{β} en $\frac{q}{c_p \rho}$ zijn op te vatten als grootheden die de turbulente laag karakteriseren.

De afleiding van de formule is gebaseerd op de onderstelling dat u^{β} en q onafhankelijk zijn van de hoogte. Dit is vermoedelijk alleen bij benadering het geval en dan nog slechts tot een beperkte hoogte H . Monin en Obukhov schatten H op 50 m; echter kan in bepaalde gevallen de formule nog wel tot grotere hoogten gelden. We zullen derhalve de formule op alle gevallen toepassen.

Voor de berekening volgens de methode der kleinste kwadraten schrijven we de formule als:

$$u = \alpha + p \lg z + \gamma z \quad (2.2.4)$$

De constanten zijn dan te berekenen met

$$\alpha = ap = 3,4076 \sum u - 2,9846 \sum u \lg z + 0,02077 \sum uz$$

$$p = -2,9846 \sum u + 2,9065 \sum u \lg z - 0,02292 \sum uz$$

$$\gamma = bp = 0,02077 \sum u - 0,02292 \sum u \lg z + 0,0002244 \sum uz$$

Evenals bij de machtswet hebben we weer de "theoretische" waarden (u_{M0}) berekend. De door deze waarden getrokken kromme is eveneens in de fig. 3.1 en 3.3 aangegeven.

2.3 Het Deacon - profiel.

We schrijven $u = P \left\{ \left(\frac{z}{z_0} \right)^n - 1 \right\} = P (Q z^n - 1)$ waarbij $P = \frac{u^*}{K n}$.

Deze formule laat zich niet gemakkelijk met de methode der kleinste kwadraten bewerken. We hebben daarom een andere weg gevolgd. In de eerste plaats werd een waarde van n bepaald uit de metingen op 5, 30 en 100 m hoogte n.l. met

$$V = \frac{U_{100,5} - U_{30}}{U_{30} - U_5} = \frac{100,5^n - 30^n}{30^n - 5^n}$$

Een grafiek van V als functie van n werd geconstrueerd waarmee n voorgegeven V waarde is af te lezen. Met deze n kunnen de

waarden $y = z^n$ worden berekend, waarna aan de zes paren (u, y) waarden grafisch of met kleinste kwadraten het beste lineaire verband kan worden aangepast. Hieruit kunnen de waarden van P en Q worden bepaald. We hebben hier de grafische methode toegepast. Ook nu zijn weer de "theoretische" waarden (u_D) bepaald en in de figuren 3.1 t/m 3.3 is de erdoor getrokken kromme aangegeven. Aan het in de meeste gevallen negatief worden van P en Q blijkt echter dat de aanpassing van dit profiel hoewel wiskundig bruikbaar niet fysisch zinvol geschiedt.

3. Vergelijking van de resultaten.

In de eerste plaats valt op, dat vooral tussen 1 en 8 uur in een aantal gevallen de onderste drie waarnemingen bepaald niet met de bovenste in één profiel zijn samen te vatten. Er schijnt een discontinuïteit tussen de waarnemingen op 30 en 53,5 m te bestaan, in het bijzonder in de gevallen I 2, 4, 5, 6 en 12, II 6 en III 4. Deze discontinuïteit zou kunnen samenhangen met de geschatte hoogte tot waar de formule volgens Monin Obukhov geldt. Minder scherp wijken in de gevallen II 7 en 12 en III 3 en 5 de waargenomen windsnelheden van een glad profiel af.

Het is echter ook mogelijk, dat de discontinuïteit samenhangt met het verschil in opstelling van enerzijds, de laagste drie anemometers, aan de betonnen wereldomroepmast (diameter ca. 30 cm), en van anderzijds, de bovenste drie anemometers aan de open stalen televisiemast (driehoek doorsnede met 3 m. zijde). We denken dan aan een eventueel windrichtings-effect, doordat bij NW resp. SE wind de anemometers op 53,5 m en hoger voor resp. achter de televisiemast t.o.v. de windrichting staan; bij SW en NE wind, daarentegen aan de zijkant en dus vrijer staan opgesteld.

Uit het volgende staatje blijkt echter, dat een windrichtings-effect niet te constateren is. We nemen hiervoor de gevallen met sterke discontinuïteit in een groep A samen, die met zwakke discontinuïteit in een groep B en die zonder discontinuïteit in een groep C. De waargenomen windrichtingen (in De Bilt, omdat in Lopik geen windrichting wordt waargenomen) zijn in het staatje genoteerd.

Groep A: SSW, SW, SW, N, NE, SW/NW, SW

Groep B: N, NE, SW, SW

Groep C: NE, W, NNE, WSW, SW, W, WSW, ENE,
WSW, WNW, WSW, WSW, W, WSW, W, W,
ENE, W, W, W, WSW, SW, WSW, W, NE.

We zien dat de richtingen waarbij discontinuïteit voorkomt (groep A en B) ook voorkomen in groep C, zodat we de discontinuïteit vermoedelijk niet aan de opstelling kunnen toeschrijven.

We kunnen verder constateren dat het voor de overdag-gevallen heel weinig verschil maakt of men de machtwet, het Monin Obukhov,- of het Deacon-profiel aanpast. Bij de waarnemingen van 19-24 en 1-8 uur voldoet de machtwet slechts in enkele gevallen; het Monin Obukhov profiel en het Deacon-profiel geven ook hier een vrijwel even goede aanpassing.

De numerieke resultaten zijn in de volgende tabellen samengevat. Tabel 3.1 geeft de waarden van de constanten van de machtwet (M), Monin Obukhov (M.O.) en Deacon (D) formules, de tabellen 3.2 geven de waarden van resp. $v_m = u - u_m$, $v_{m0} = u - u_{m0}$ en $v_d = u - u_d$ in m/sec.

Tabel 3.1

Constanten van de windprofiel formules

	M		M.O				D		
	A	m	p	a	Z_0 (cm)	b	P	Q	n
I 1	2.88	0.247	1.555	2.123	0.8	0.0159	-3.60	-0.099	0.588
2	2.84	0.283	0.493	9.045	<0.01	0.0988	-3.16	-0.231	0.505
3	4.43	0.217	2.316	2.064	0.9	0.0110	-5.55	-0.077	0.588
4	7.52	0.142	-0.233	-43.914	-	-0.1923	-8.50	-0.071	0.500 ^x
5	5.07	0.202	1.522	4.097	0.01	0,0227	-4.95	-0.242	0.414
6	5.48	0.129	1.319	4.534	0.003	0.0098	-6.18	-0.061	0.500 ^x
7	3.15	0.274	2.351	1.345	4.5	0.0127	-3.25	-0.249	0.484
8	3.21	0.241	2.189	1.490	3.2	0.0151	-3.06	-0.301	0.430
9	4.13	0.192	0.530	10.530	<0.1	0.0608	-3.06	-0.559	0.305
10	6.43	0.181	2.300	3.045	0.1	0.0119	-7.39	-0.078	0.540
11	3.49	0.245	2.190	1.709	2.0	0.0117	-3.45	-0.255	0.465
12	2.40	0.258	3.521	0.258	55.2	0.0001	-3.45	-0.026	0.910

vervolg 3.1

		M		M.O				D		
		A	m	P	a	$\frac{z_0}{-cm}$	b	P	Q	n
II	1	5.92	0.125	2.026	2.920	0.1	0.0029	2.68	3.187	0.095
	2	8.54	0.147	3.185	2.725	0.2	0.0053	-7.75	-0.246	0.335
	3	4.56	0.186	2.529	1.744	1.8	0.0050	-5.30	-0.098	0.510
	4	8.54	0.141	3.694	2.201	0.6	0.0024	-7.25	-0.314	0.300
	5	6.67	0.117	2.422	2.632	0.2	0.0013	65.40	1.096	0.015
	6	7.13	0.104	2.063	3.406	0.04	0.0021	0.80	9.750	0.100 [*]
	7	6.40	0.139	2.991	1.961	1.1	0.0011	3.36	1.170	0.035
	8	5.37	0.122	2.148	2.303	0.5	0.0005	6.35	1.811	0.068
	9	6.08	0.148	2.978	1.878	1.7	0.0017	-3.85	-0.709	0.239
	10	5.90	0.153	2.149	2.868	0.1	0.0068	-3.60	-0.772	0.239
	11	6.37	0.138	2.928	2.004	1.0	0.0012	6.29	1.963	0.085
	12	4.72	0.116	1.542	3.004	0.1	0.0022	1.14	5.096	0.100 [*]
III	1	4.67	0.152	2.554	1.614	0.3	0.0009	-4.81	-0.146	0.400 [*]
	2	5.27	0.204	2.698	2.061	0.2	0.0092	-5.60	-0.170	0.460
	3	3.25	0.260	2.309	1.484	0.5	0.0119	-2.85	-0.428	0.430
	4	4.16	0.238	1.767	2.879	1.7	0.0211	-4.92	-0.138	0.530
	5	3.18	0.218	1.236	3.087	5.8	0.0186	0.31	11.64	0.195
	6	1.69	0.295	2.628	0.290	0.2	0.0021	22.47	1.026	0.050
	7	3.32	0.261	2.246	1.594	0.6	0.0126	-3.00	-0.390	0.414
	8	1.48	0.363	2.891	0.168	0.1	0.0054	-0.10	-13.90	0.375
	9	3.52	0.247	2.137	1.801	0.7	0.0130	-4.12	-0.141	0.535
	10	5.00	0.214	2.738	1.917	0.2	0.0093	-4.45	-0.319	0.400
	11	1.49	0.355	3.201	0.072	0.06	0.0029	3.64	1.176	0.210
	12	3.22	0.247	1.322	3.066	4.8	0.0244	-4.18	-0.077	0.628

* Deze waarden van n zijn aangenomen, omdat berekening hoogst onwaarschijnlijke waarden geeft. Deze getallen zijn niet in de figuren 3.1....3.3 opgenomen.

- 12 -
tabel 3.2

	v _m						v _{m.o}						v _d						
	hoogte (m)																		
	5	10	30	53.5	100.5	182	5	10	30	53.5	100.5	182	5	10	30	53.5	100.5	182	
I	1	+0.2	0.0	-0.5	-0.4	-0.1	+0.8	0.0	0.0	+0.1	0.0	0.0	-0.1	0.0	+0.1	0.0	-0.1	0.0	0.0
	2	+0.2	+0.2	0.0	-1.4	-0.7	+2.2	-0.3	+0.2	+0.8	-0.5	-0.5	+0.2	-0.1	+0.1	+0.2	+1.2	-0.8	+1.3
	3	+0.2	+0.1	-0.6	-0.5	+0.2	+0.7	+0.0	0.0	-0.3	-0.1	+0.2	-0.3	-0.2	+0.2	0.0	0.0	+0.2	-0.3
	4	+0.3	+0.4	+0.2	-1.9	-0.9	+2.4	-0.6	+0.4	+1.2	-0.9	-0.7	+0.2	-0.2	+0.4	+0.6	-1.3	-1.0	+1.5
	5	+0.3	+0.1	-0.3	-1.2	0.0	+1.3	-0.2	+0.1	+0.8	-0.6	+0.1	-0.2	0.0	+0.1	-0.1	-1.1	0.0	+0.5
	6	0.0	+0.2	+0.4	-1.0	0.0	+0.6	-0.3	+0.2	+0.6	-0.8	0.0	0.0	-0.3	+1.2	+0.6	-0.8	-0.1	0.0
	7	+0.1	0.0	-0.6	-1.0	-0.4	+1.0	0.0	+0.1	-0.1	-0.4	-0.2	+0.2	0.0	+0.2	0.0	-0.4	-0.1	+0.7
	8	+0.2	0.0	-0.2	-0.5	+0.1	+0.5	+0.1	0.0	+0.1	-0.1	+0.4	+0.1	0.0	0.0	0.0	-0.3	+0.1	+0.1
	9	+0.2	+0.3	-0.1	-1.4	-0.1	+1.4	-0.3	+0.3	+0.5	-0.7	0.0	0.0	0.0	+0.2	-0.1	-1.2	-0.1	+1.2
	10	+0.1	-0.2	-0.9	-0.8	-0.4	+0.5	-0.0	0.0	-0.2	0.0	0.0	-0.2	-0.1	+0.2	0.0	0.0	0.0	0.0
	11	+0.1	+0.2	-0.3	-0.6	+0.1	+0.7	-0.1	+0.1	0.0	-0.3	+0.2	-0.2	0.0	+0.2	0.0	-0.4	0.0	0.0
	12	+0.1	0.0	-0.5	0.0	+1.4	-0.9	+0.3	-0.1	-0.8	-0.3	+1.3	-0.6	-0.1	+0.1	-0.1	0.0	+0.1	-2.3
II	1	0.0	+0.1	0.0	-0.2	+0.1	+0.1	-0.2	0.0	0.0	-0.2	0.0	-0.3	+0.1	+0.1	0.0	-0.2	+0.1	0.0
	2	+0.1	-0.2	-0.3	-0.6	+0.2	+0.4	-0.1	+0.1	-0.1	-0.4	+0.2	-0.3	-0.2	+0.2	0.0	-0.3	+0.2	+0.1
	3	+0.1	0.0	-0.4	-0.1	+0.2	+0.2	+0.1	+0.1	-0.3	0.0	+0.2	-0.2	-0.2	0.0	0.0	+0.3	+0.2	-0.4
	4	+0.1	0.0	-0.3	+0.2	0.0	+0.1	0.0	-0.1	-0.4	+0.2	-0.1	+0.2	-0.2	0.0	0.0	+0.3	0.0	-0.2
	5	-0.1	+0.1	+0.1	0.0	0.0	0.0	-0.1	0.0	0.0	-0.1	-0.1	-0.1	0.0	0.0	-0.1	-0.2	-0.1	+0.1
	6	-0.1	+0.1	+0.4	-0.5	0.0	+0.2	-0.2	+0.1	+0.4	-0.3	-0.1	-0.1	+0.1	+0.2	+0.4	-0.5	-0.1	0.0
	7	-0.1	+0.1	+0.1	-0.1	+0.1	-0.1	-0.1	0.0	0.0	-0.2	0.0	-0.1	0.0	-0.1	+0.1	-0.1	0.0	0.0
	8	0.0	0.0	+0.1	0.0	+0.1	-0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	+0.1	0.0	0.0	0.0	+0.1	0.0	+0.1	-0.1
	9	0.0	0.0	-0.2	+0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.2	+0.1	-0.1	-0.1	-0.1	0.0	-0.1	+0.1	-0.1	-0.2
	10	+0.1	0.0	-0.1	-0.2	-0.1	+0.5	0.0	-0.1	0.0	-0.1	-0.1	-0.1	0.0	0.0	-0.1	-0.4	-0.3	+0.3
	11	0.0	0.0	0.0	+0.1	0.0	-0.1	0.0	0.0	-0.1	0.0	-0.1	-0.1	0.0	0.0	0.0	+0.1	0.0	0.0
	12	-0.3	+0.1	+0.1	-0.2	-0.1	+0.1	-0.1	+0.1	+0.1	-0.2	-0.1	0.0	-0.1	+0.1	0.0	-0.2	-0.1	+0.1
III	1	-0.5	-0.2	+0.4	-0.3	+0.1	-0.1	0.0	-0.1	+0.2	-0.4	0.0	-0.1	-0.3	0.0	+0.6	0.0	+0.2	+0.3
	2	+0.3	0.0	+1.1	-0.3	-0.1	+0.8	0.0	-0.1	-0.2	0.0	-0.1	-0.2	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.1	0.0
	3	+0.2	+0.1	+0.5	-0.7	+0.2	+0.8	-0.1	0.0	0.0	-0.5	+0.2	-0.2	0.0	+0.1	0.0	-0.7	0.0	0.0
	4	+0.3	+0.1	-0.4	-1.3	+0.3	+1.2	-0.1	+0.1	+0.2	-0.7	+0.4	-0.3	-0.1	+0.1	0.0	-1.1	0.0	-0.1
	5	+0.1	+0.2	+0.2	-0.7	-0.3	+0.9	-0.2	+0.1	+0.3	-0.3	-0.2	0.0	0.0	0.0	-0.1	-0.6	-0.2	+1.1
	6	-0.1	+0.1	+0.8	-0.1	0.0	-0.3	0.0	0.0	+0.1	-0.2	0.0	-0.1	0.0	0.0	0.0	-0.2	0.0	+0.2
	7	+0.2	0.0	+0.9	-0.4	-0.3	+0.8	-0.1	0.0	0.0	0.0	-0.1	-0.1	0.0	+0.1	0.0	0.0	-0.1	+0.6
	8	-0.1	+0.1	+1.1	-0.1	+0.1	-0.1	0.0	0.0	-0.1	-0.1	+0.2	-0.2	-0.1	+0.1	0.0	-0.1	+0.1	-0.1
	9	+0.3	0.0	+0.5	-0.7	+0.2	+0.8	0.0	-0.1	0.0	-0.3	+0.3	-0.2	0.0	+0.1	+0.1	-0.3	+0.2	-0.1
	10	+0.1	+0.1	+0.7	-0.6	0.0	+0.7	-0.1	+0.1	-0.1	-0.2	+0.1	-0.2	-0.0	+0.2	0.0	-0.4	0.0	0.0
	11	-0.3	+0.3	+1.2	0.0	-0.1	-0.3	-0.1	+0.2	+0.2	-0.1	-0.3	-0.3	-0.0	+0.4	+0.0	0.0	0.0	0.0
	12	+0.3	0.0	+0.5	-0.6	-0.1	+1.2	0.0	0.0	-0.1	-0.1	0.0	-0.1	+0.1	+0.2	0.0	-0.1	-0.1	+0.1

Als we die gevallen waarin de zes v-waarden voor een profiel absoluut genomen hoogstens 0,3 m/sec zijn als bruikbare aanpassing beschouwen, dan krijgen we het volgende resultaat in aantallen bruikbare aanpassingen:

	M	MO	D
I	0	4	4
II	8	9	9
III	0	9	5
	<hr/> 8	<hr/> 22	<hr/> 18

We concluderen hieruit dat formeel het Monin Obukhov profiel de beste aanpassing geeft. Het verschil met het Deacon profiel is echter gering en het is niet uitgesloten, dat dit kleine verschil veroorzaakt wordt door het feit dat het Monin Obukhov profiel met de methode der kleinste kwadraten is aangepast, het Deacon-profiel echter met de beschreven grafische methode, die misschien in enkele gevallen niet de

meest onberispelijke aanpassing opleverde.

Nog overzichtelijker is tabel 3.3 waarin $\sum_{j=1}^6 v_{ij}$ is opgenomen (de index j slaat op de zes hoogten; de index i geeft M, M.O of D aan).

Tabel 3.3
Waarden van $\sum_{j=1}^6 v_{ij}$

	I			II			III		
	M	M.O	D	M	M.O	D	M	M.O	D
1	1.10	0.02	0.02	0.07	0.17	0.07	0.56	0.22	0.58
2	7.37	1.31	3.83	0.68	0.32	0.22	2.04	0.10	0.01
3	1.19	0.23	0.21	0.26	0.19	0.33	1.47	0.34	0.50
4	10.47	3.30	5.50	0.15	0.26	0.17	3.48	0.80	1.24
5	3.32	1.10	1.48	0.03	0.04	0.07	1.48	0.27	1.62
6	1.56	1.13	2.54	0.47	0.48	0.47	0.76	0.06	0.08
7	2.53	0.26	0.70	0.06	0.06	0.03	1.74	0.03	0.38
8	0.59	0.20	0.11	0.03	0.01	0.03	1.26	0.10	0.05
9	4.07	0.92	2.94	0.05	0.07	0.08	1.51	0.24	0.16
10	1.91	0.08	0.05	0.32	0.04	0.35	1.36	0.12	0.18
11	1.00	0.19	0.20	0.02	0.03	0.01	1.72	0.08	0.16
12	3.03	2.88	5.33	0.17	0.08	0.08	2.15	0.03	0.08

Laten we nu voor $\sum_{j=1}^6 v_{ij}$ maximaal de waarde 0.24 (= 6 x (0.2)²) toe voor de bruikbare aanpassingen, dan krijgen we vrijwel hetzelfde resultaat als bij v maximaal 0.3, n.l.

	M.	M.O.	D.
I	0	5	5
II	8	9	9
III	0	9	7
	<hr/>	<hr/>	<hr/>
	8	23	21

In tabel 3.1 zijn naast de waarden van a ook de hieruit berekende z_0 waarden opgenomen. De z_0 waarden blijken in het algemeen wel een passende groote orde te bezitten. Alleen het geval I-4 levert een onmogelijke waarde z_0 op; dat is echter één der gevallen waarbij geen "vloeiend" profiel in de waarnemingen voorkomt.

4. Samenvattingen van de resultaten.

In de meeste gevallen is het mogelijk het windprofiel overdag tot ca. 200 m hoogte door één der getoetste formules weer te geven. Hiervoor kunnen zowel de machtwet als de formules volgens Monin-Obukhov of Deacon gebruikt worden. Een logaritmisch profiel is minder geschikt.

Gedurende de avond- en nacht uren zijn machtwet en logaritmische wet beslist niet bruikbaar. Het Monin-Obukhov profiel en in iets mindere mate Deacon-profiel geeft dan echter in een groot aantal gevallen wel een bruikbare aanpassing.

Het grote aantal gevallen, waarin het profiel tot het bovenste niveau beslist niet in één formule is samen te vatten, verhindert echter om via het profiel één van de doelstellingen van het onderzoek te bereiken namelijk: de frequentieverdeling van de windsnelheid op grotere hoogten af leiden uit de frequentieverdeling op b.v. 10 m hoogte.

5. Het verband tussen de constanten uit het Monin-Obukhov-profiel en de warmtestroom.

We hebben in de voorgaande paragrafen gezien, dat in vele gevallen toepassing van het Monin-Obukhov profiel niet tot een bevredigende aanpassing voert. Ongetwijfeld is de reden daarvan, dat de formule strikt genomen maar tot een beperkte hoogte geldt. We zullen ons daarom in deze paragraaf tot de hoogten 5, 10 en 30 m beperken en de formule van het Monin-Obukhov profiel aan deze drie u-waarden aanpassen. Aangezien de formule drie parameters bevat kan dit exact gebeuren. De constanten α , p en γ blijken als volgt van u_5 , u_{10} en u_{30} af te hangen:

$$\begin{aligned}\alpha &= 4.19 u_5 - 3.74 u_{10} + 0.55 u_{30} \\ p &= -5.50 u_5 + 6.88 u_{10} - 1.38 u_{30} \\ \gamma &= 0.131 u_5 - 0.214 u_{10} + 0.083 u_{30}\end{aligned}$$

De waarden van de constanten zijn dus eenvoudig te bepalen. Nu is volgens de formules (2.22) en (22.3)

$$b \sim \frac{1}{L} \sim \frac{q}{u_*^2}$$

$$p \sim u_*^*$$

$$\text{Dus } bp^3 \sim q \quad \text{of} \quad \gamma p^2 \sim q.$$

We beschikken, wat de temperaturen betreft, over waarnemingen op de niveaus: 2, 53,5, 100,5 en 182 m. Voor ons doel zijn dus alleen de temperaturen op 2 m en 53.5 m bruikbaar. Dit is niet voldoende om q te bepalen. Het is echter niet onredelijk om i.p.v. q de grootheid $\Delta T = T_{53.5} - T_2$ te stellen. We zullen daarom nog nagaan of tussen γp^2 en ΔT verband bestaat.

In fig. 4 zijn de resultaten van dit onderzoek in beeld gebracht. Berekenen we voor de drie groepen de correlatie-coëfficiënt tussen γp^k en ΔT dan vinden we

1 - 8 uur	$r = + 0.55$
9 - 17 uur	$r = - 0.14$
18 - 24 uur	$r = + 0.38$

Alle waarnemingen tezamen geven $r = + 0.49$. Deze waarde is significant ($P < 0.01$).

Het verband is dus aanwezig, hoewel het niet bijzonder strak is. Dit behoeft ons niet te verwonderen. In het bijzonder de waarde van γ is zeer gevoelig voor variatie in de u-waarden. Verder zijn de temperaturen niet precies op dezelfde plaats gemeten als de windsnelheden en bovendien ook niet erg nauwkeurig.

Het is om de fysische betekenis van de constanten tot zijn recht te doen komen inderdaad nodig zich tot een hoogte van ca. 50 m te beperken. In hoeverre tot deze hoogte het Monin-Obukhov profiel beter is dan de machtwet of logarithmische wet is met waarnemingen op slechts drie niveaus niet te bepalen.

6. Literatuur.

- [1] R. Frost: The velocity profile in the lowest 400 ft.
Met. Mag. 76, 14(1947).
- [2] A.S. Monin en A.M. Obuchow: Fundamentale Gesetzmäßigkeiten der turbulenten Vermischung in der bodennahen Schicht der Atmosphäre: Sammelband zur Statistische Theorie der Turbulenz p. 199-226.
Berlin 1958.
- [3] O.G. Sutton: Micrometeorology New York-London 1953.

fig. 1.1

17 maart

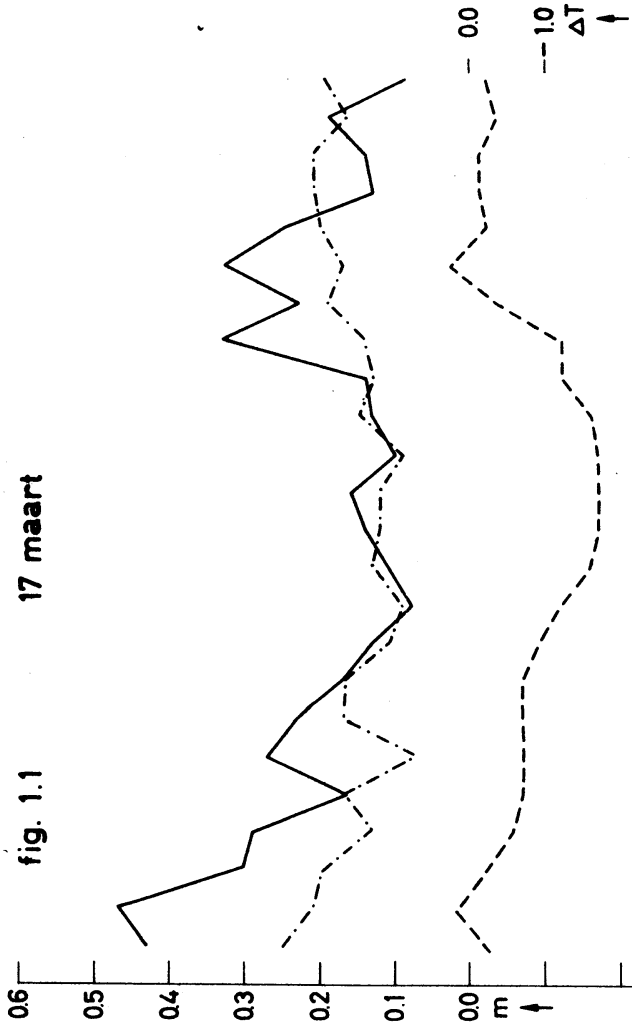


fig. 1.2

6 april

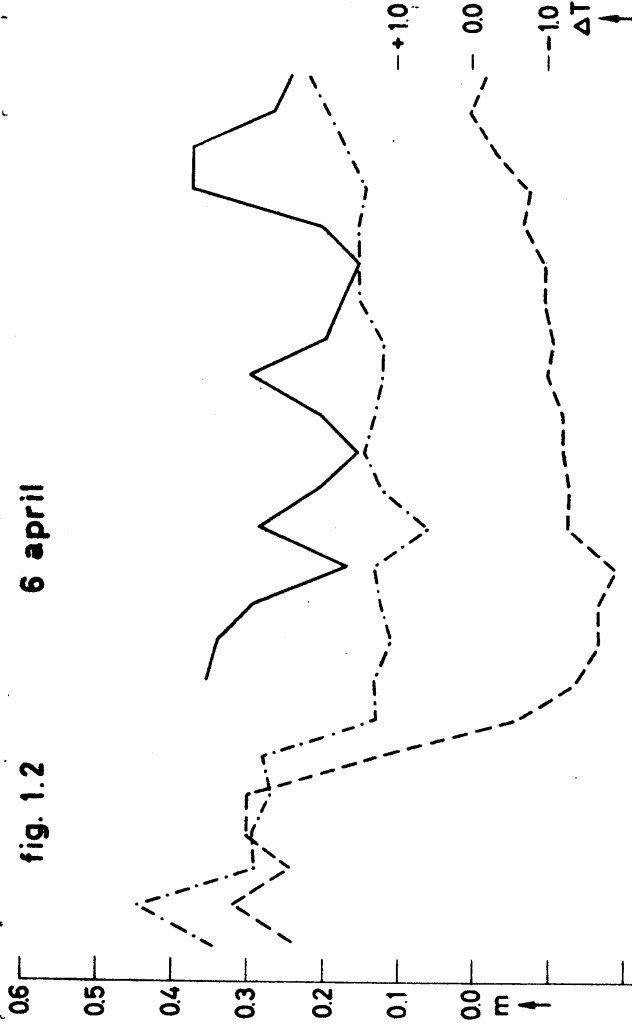


fig. 1.3

7 april

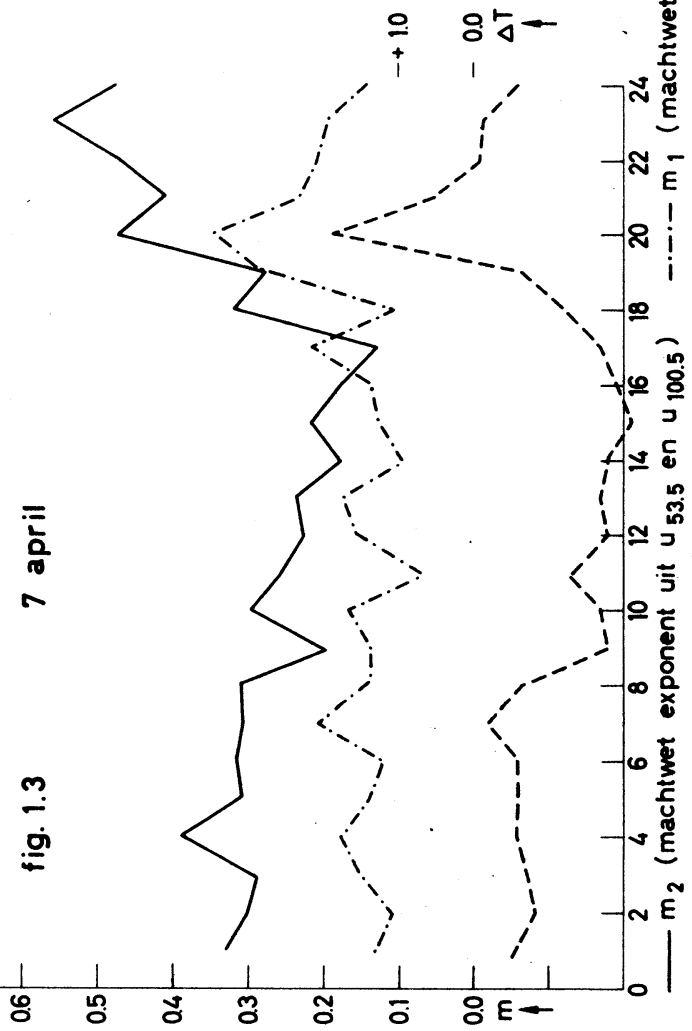
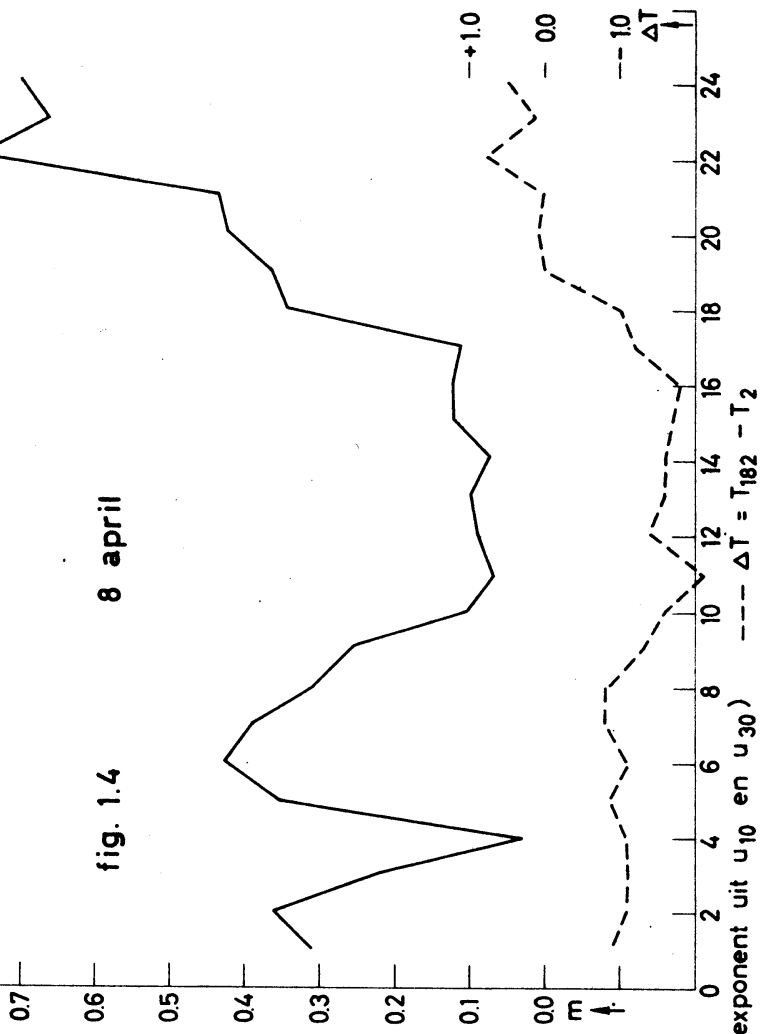


fig. 1.4

8 april



— m_2 (machtwet exponent uit $u_{53.5}$ en $u_{100.5}$)
 m_1 (machtwet exponent uit u_{10} en u_{30})
 --- $\Delta T = T_{182} - T_2$

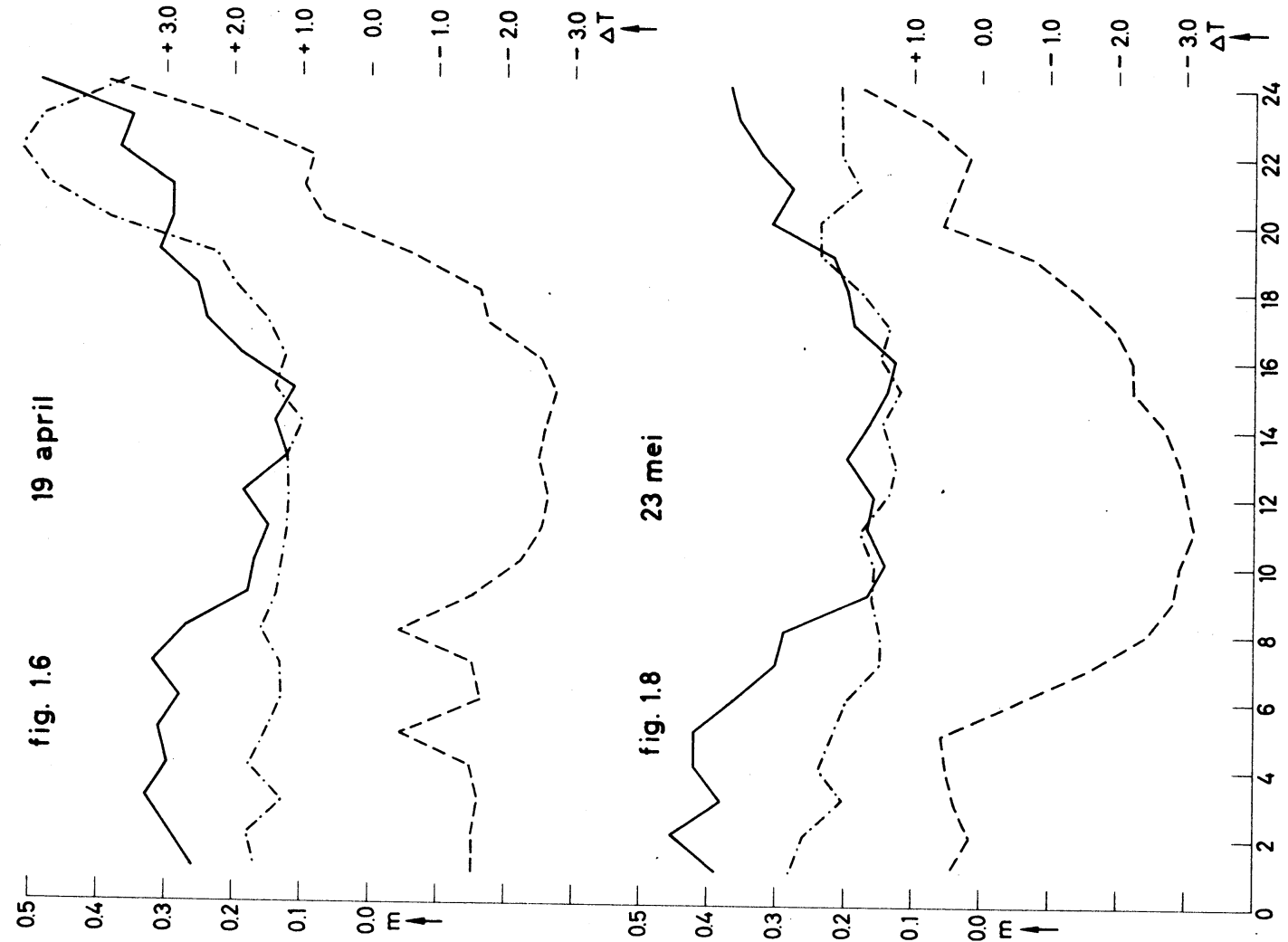
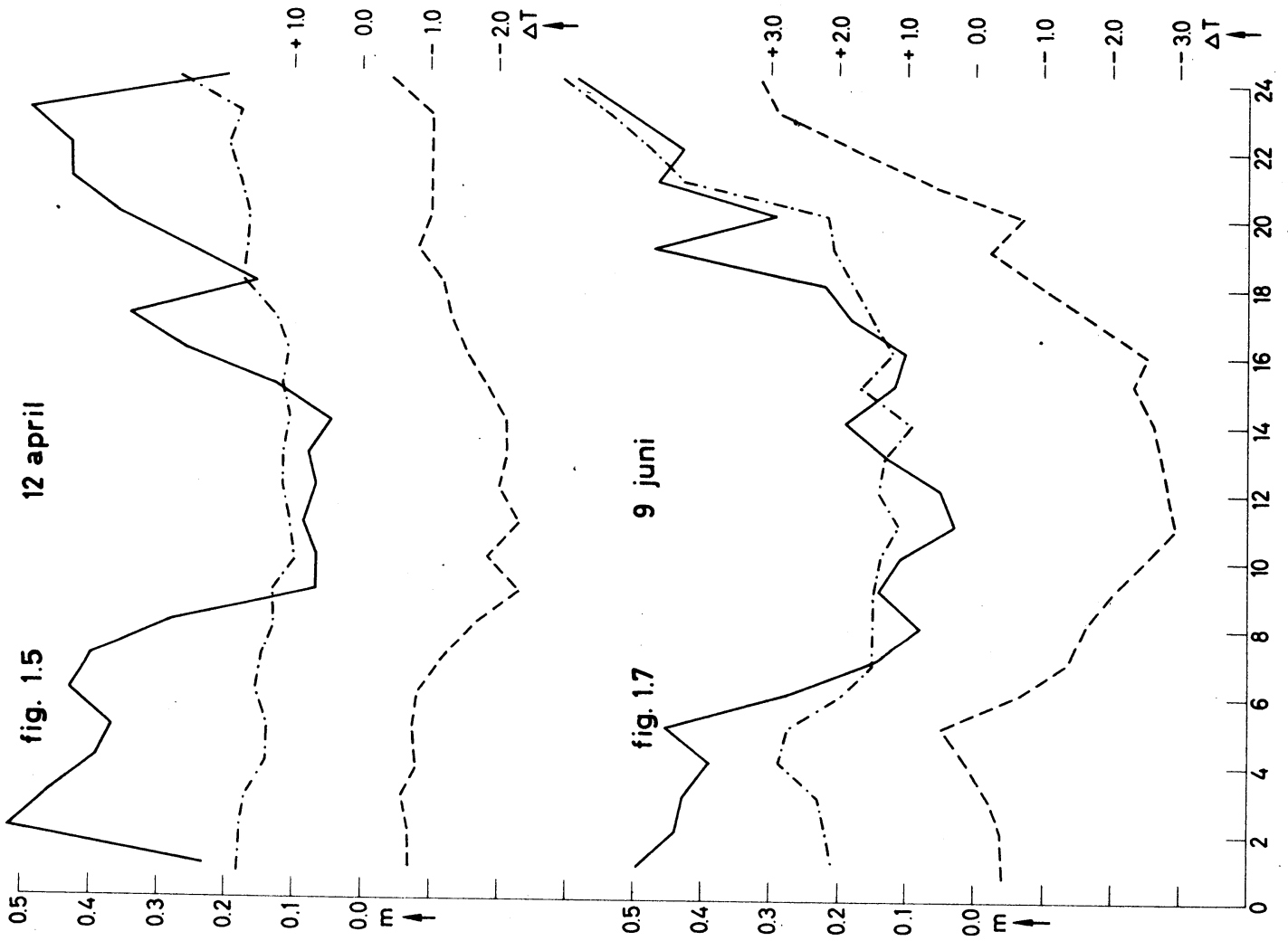
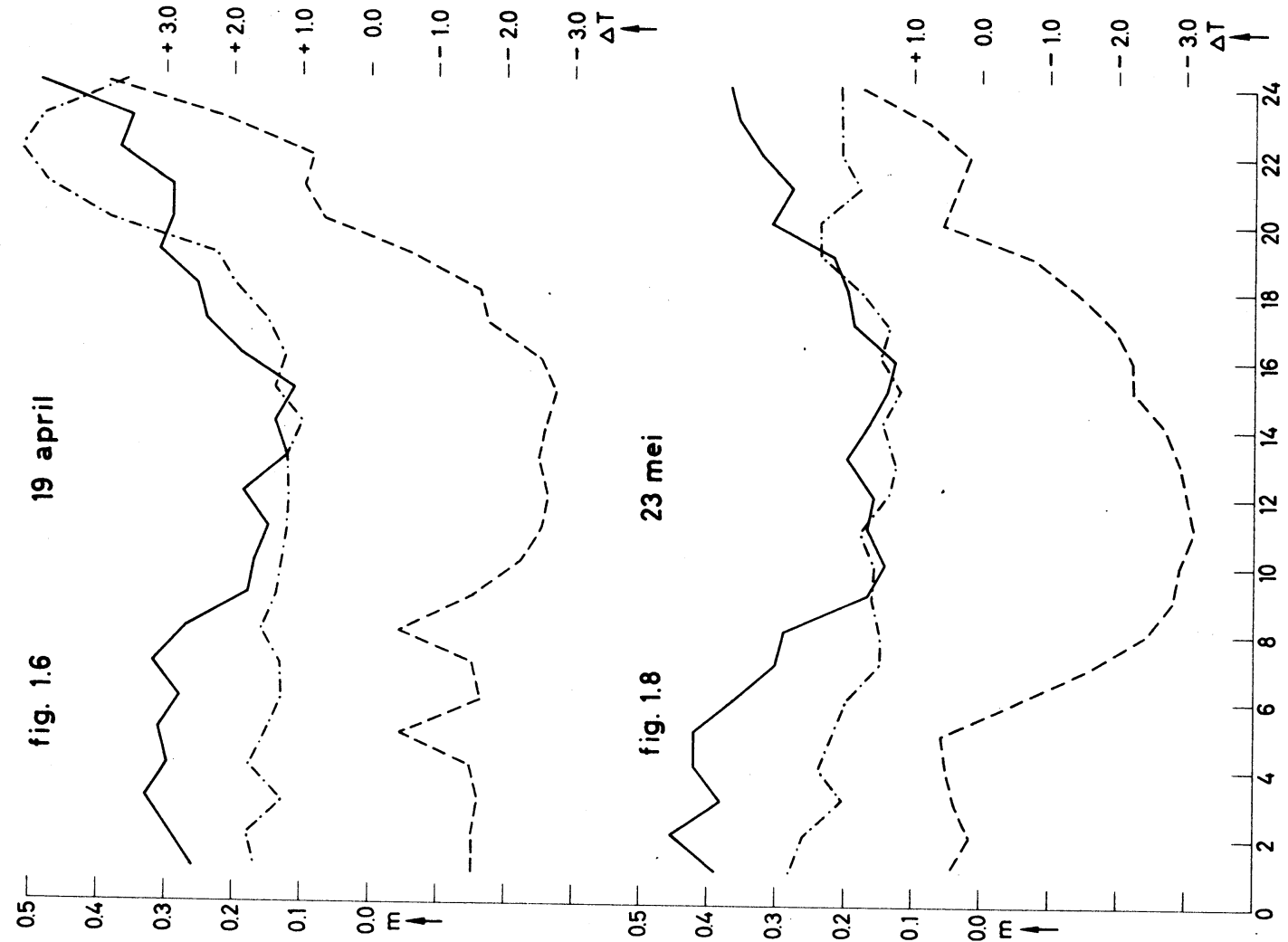
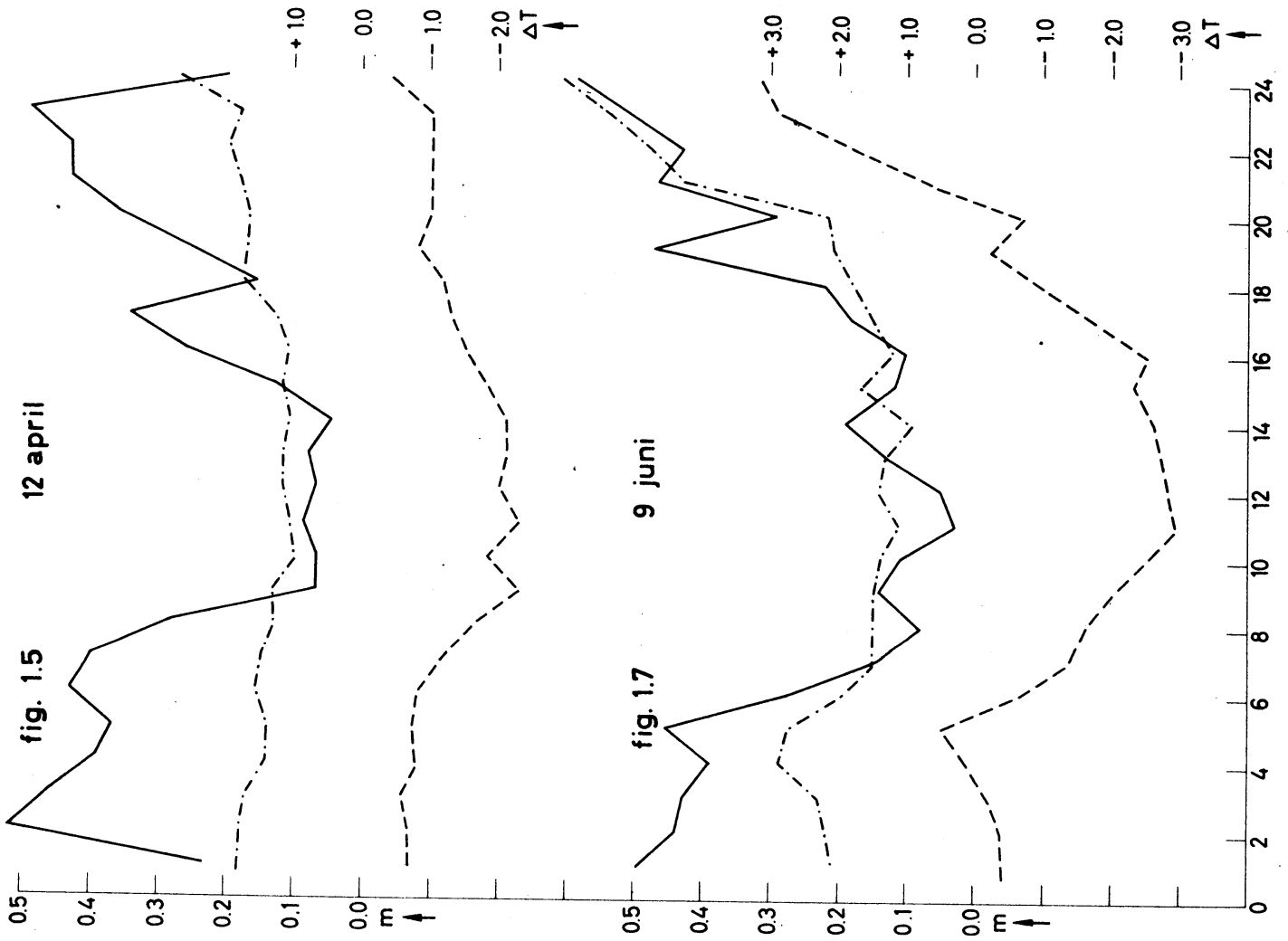


fig. 1.9

28 juni

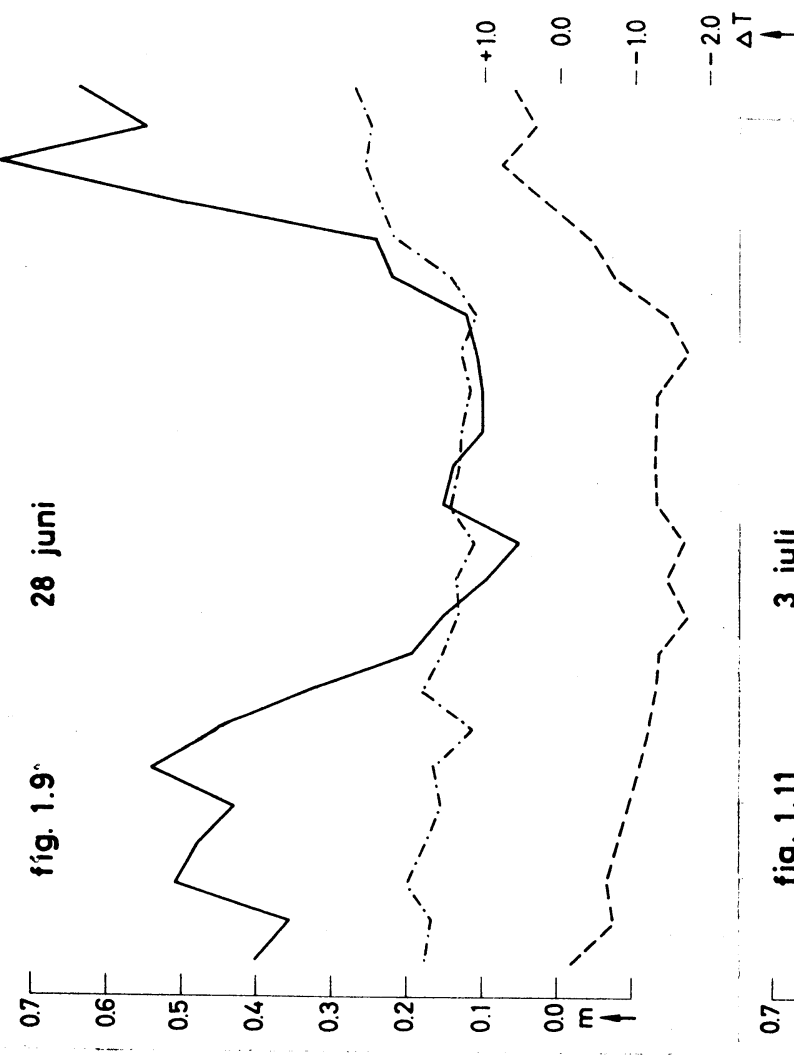


fig. 1.10

2 juli

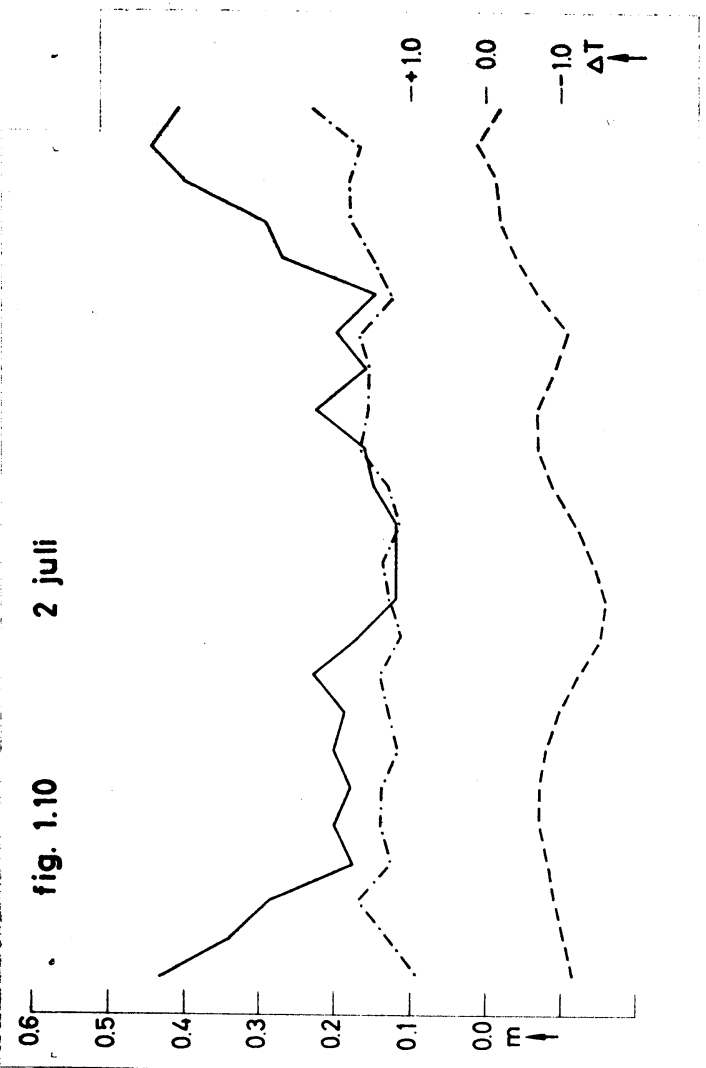


fig. 1.11

3 juli

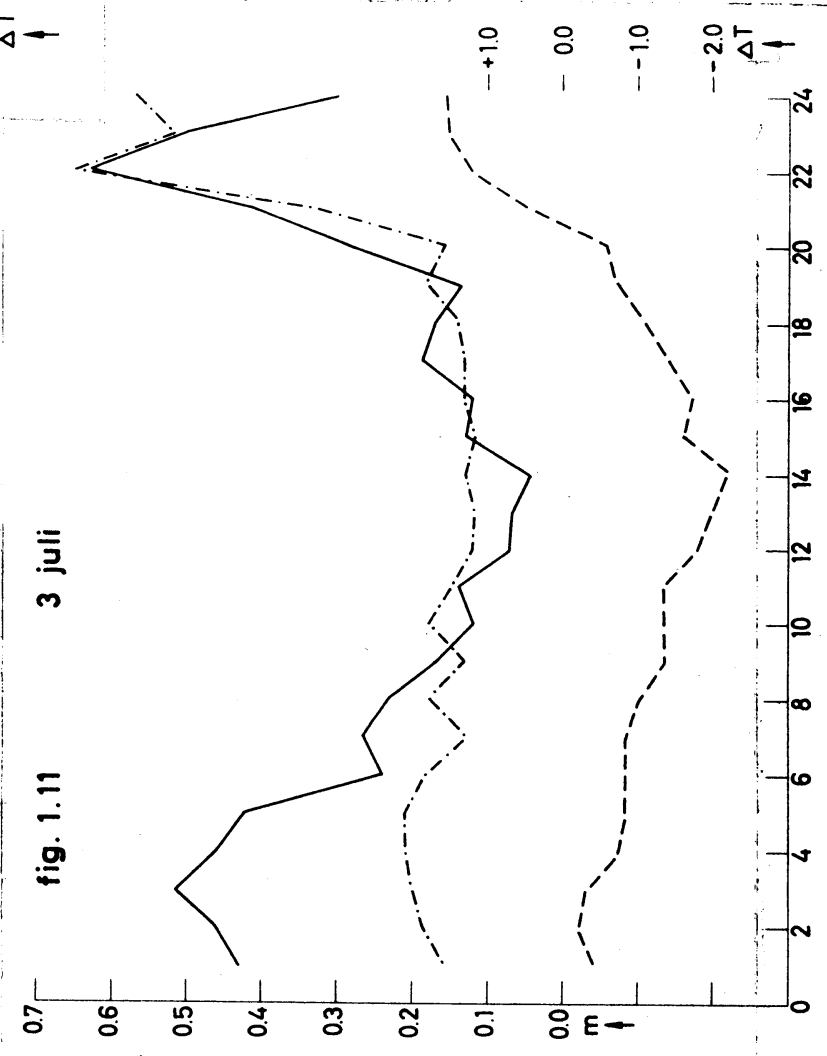


fig. 1.12

4 sept

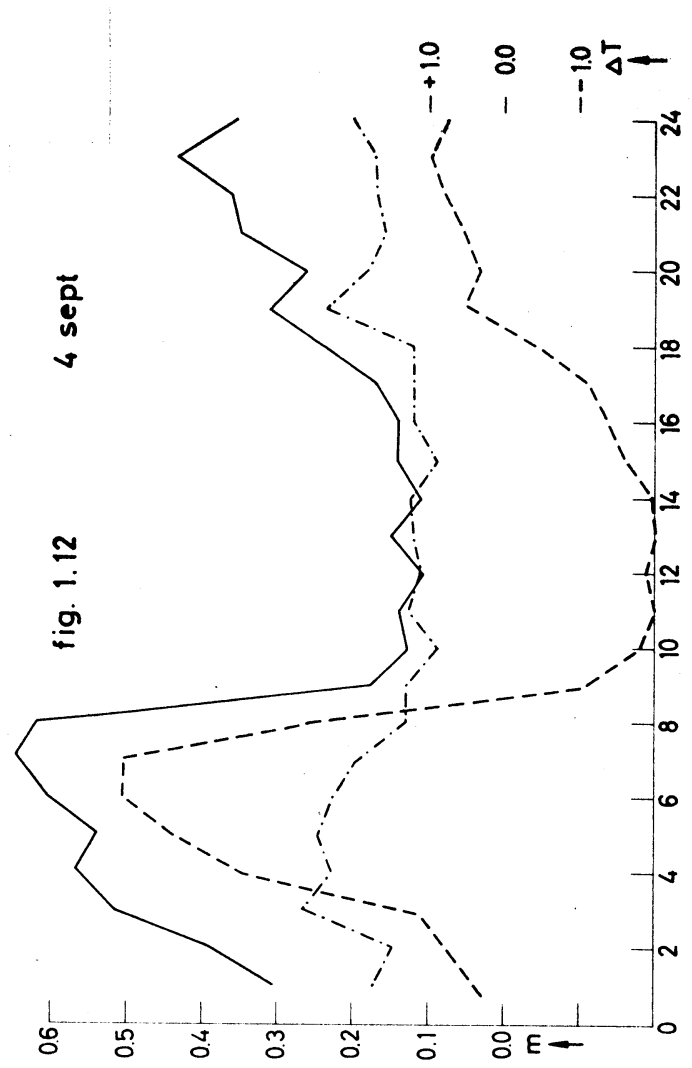


fig. 2a

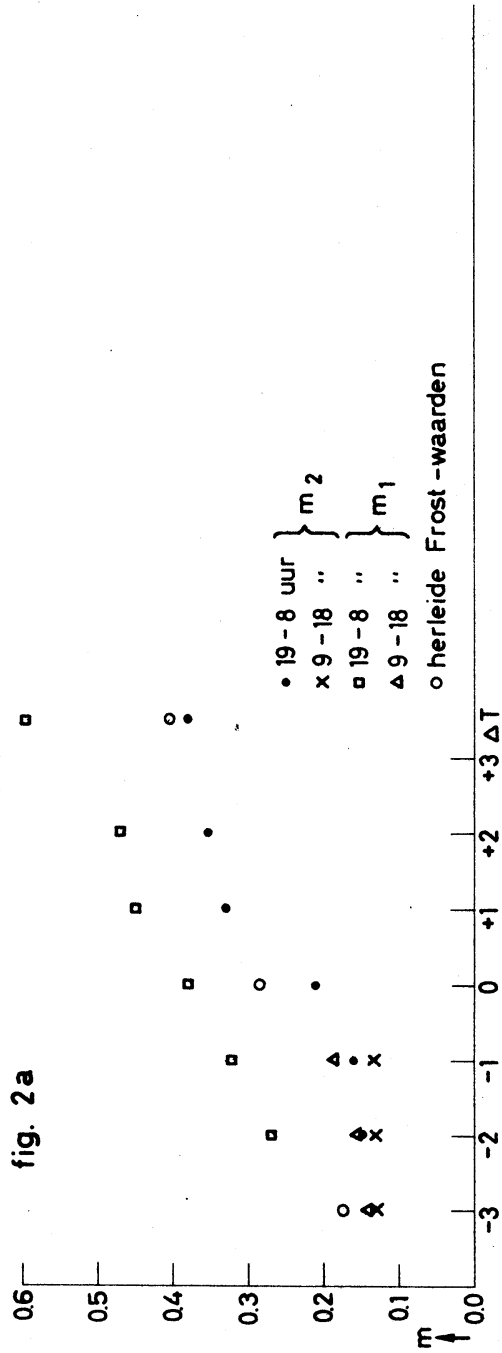


fig. 2 b

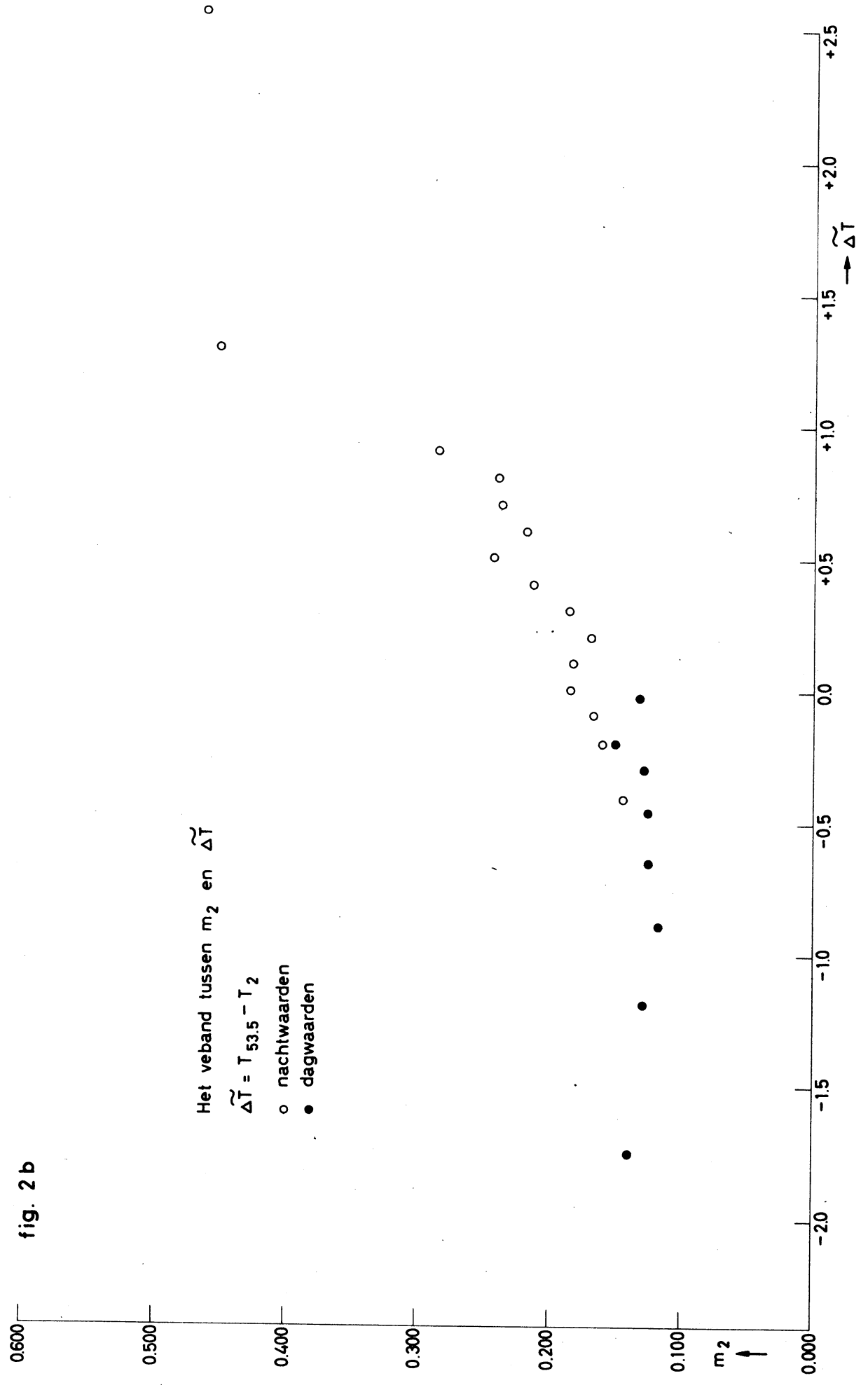


fig. 3.1 Lopik Aanpassing theoretische windprofielen met de methode der kleinste kwadraten

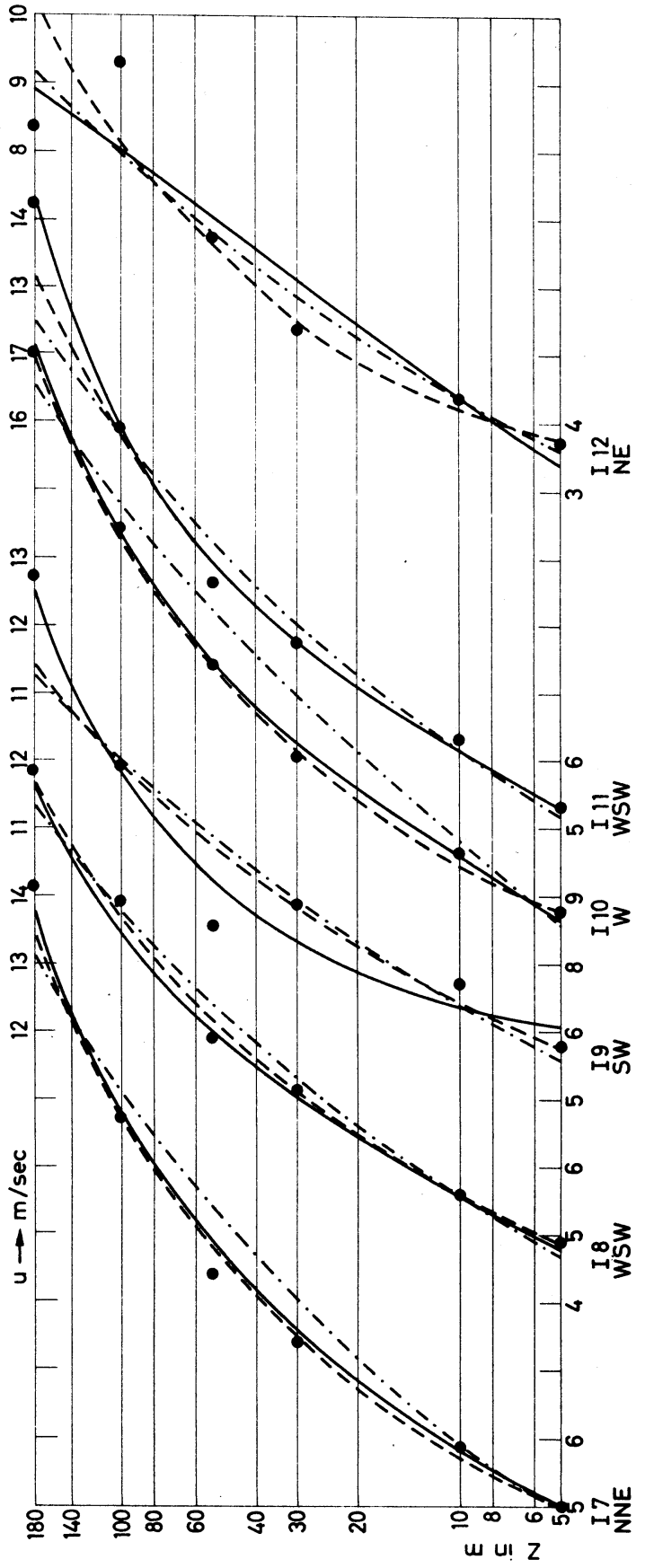
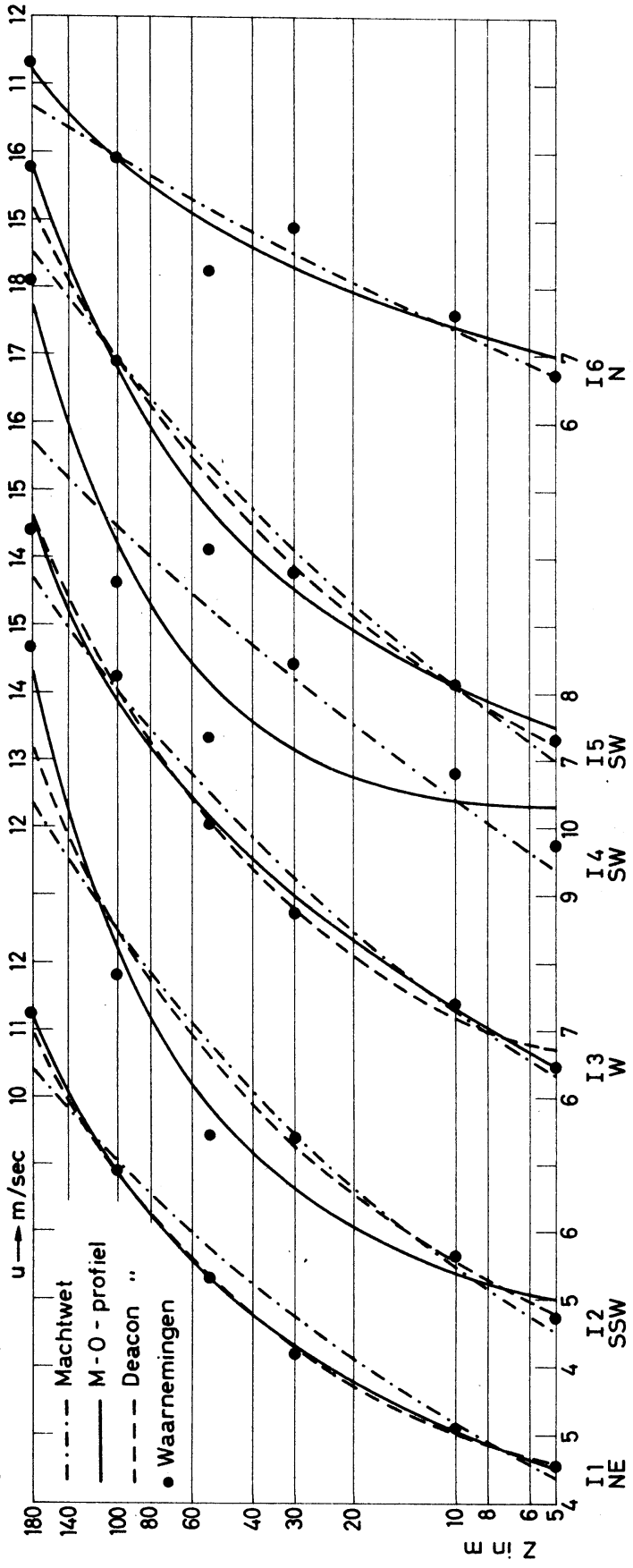


fig. 3.2 Lopik

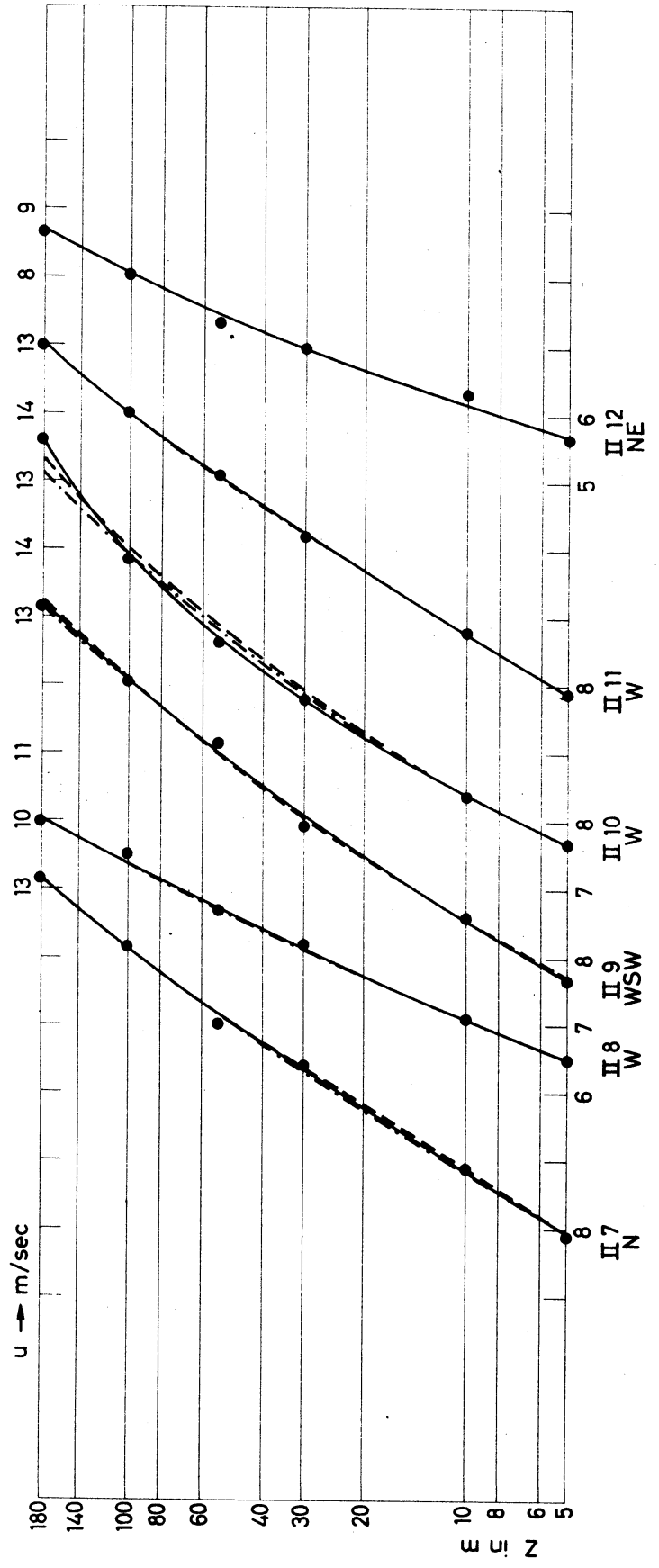
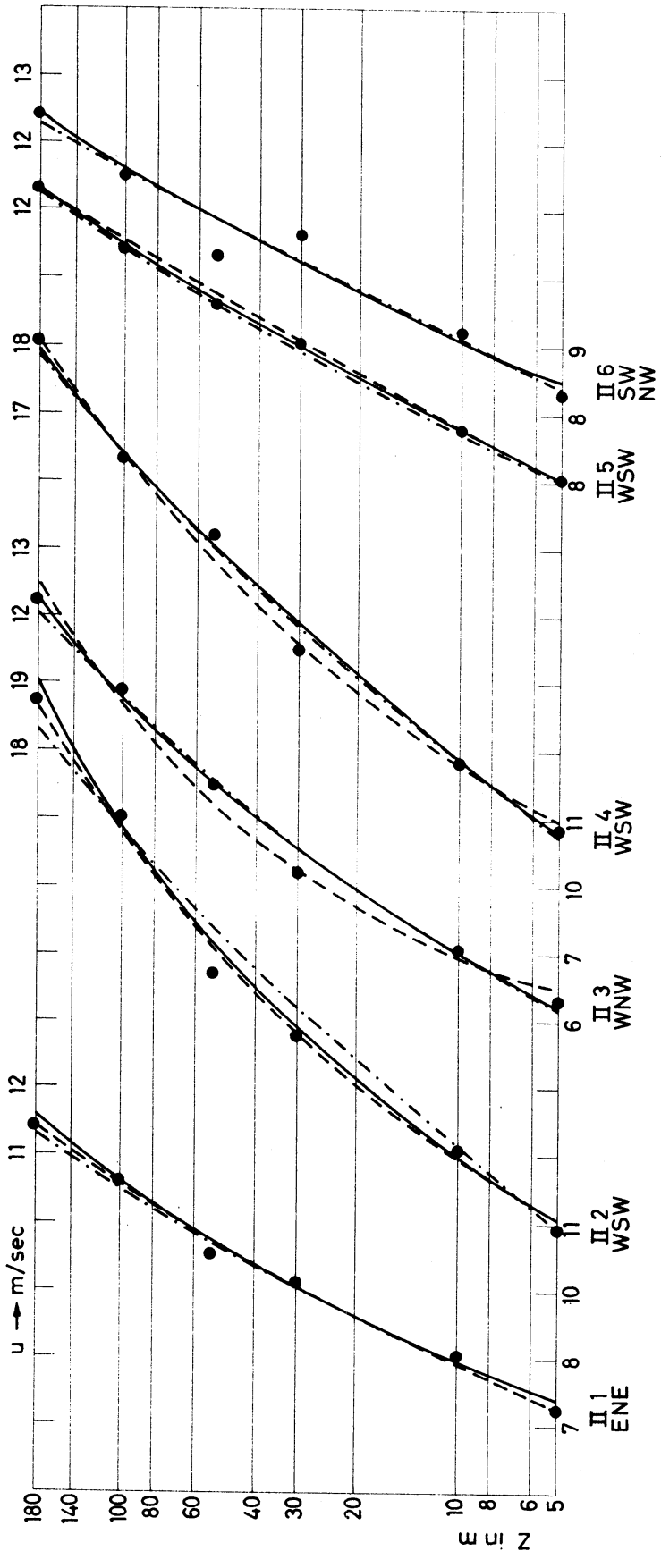


fig. 3.3 Lopik

