

KONINKLIJK NEDERLANDS
METEOROLOGISCH INSTITUUT

Verslag over het

International Symposium on Numerical Weather Forecasting

te Oslo, 11 tot 16 maart 1963

door

dr. F.H. Schmidt en drs. W.J.A. Kuipers

De Bilt, mei 1963

Verslag over het
International Symposium on Numerical Weather Forecasting
te Oslo, 11 tot 16 maart 1963

door

dr. F.H. Schmidt en drs. W.J.A. Kuipers.

1. Inleiding

In de week van 11 tot 16 maart 1963 werd te Oslo een internationaal symposium gehouden, gewijd aan de numerieke voorspelmethodes in de meteorologie.

De volgende landen waren op het symposium vertegenwoordigd:

Denemarken (0)	Japan (2)	Roemenië (1)
Engeland (2)	Joego-Slavië (0)	U.S.S.R. (3)
Finland (2)	Nederland (1)	Verenigde Staten (16)
Frankrijk (1)	Noorwegen (7)	West-Duitsland (3)
Hongarije (0)	Oostenrijk (1)	Zweden (3)
Ierland (0)	Pakistan (0)	

Bovendien waren nog waarnemers van de W.M.O. aanwezig. Deze organisatie heeft trouwens tot de financiering van het symposium bijgedragen.

De getallen, die tussen haakjes achter de namen der landen zijn geplaatst, geven het aantal voordrachten dat door vertegenwoordigers van die landen werd gehouden. Opvallend is het grote aantal voordrachten, dat door de vertegenwoordiging van de Verenigde Staten werd gehouden. Drie van deze voordrachten waren overigens het werk van in de Verenigde Staten verblijvende Japanners.

Interessant is ook de verdeling van sprekers over de soort meteorologische instituten, die konden worden onderscheiden. 21 sprekers, dat is de helft van het totale aantal, was afkomstig van nationale meteorologische instituten, 15 sprekers waren verbonden aan een universiteit, terwijl de overige 6 afkomstig waren van research-instituten en laboratoria (bijv. Air Weather Service en U.S. Navy), die niet als universiteit kunnen worden aangemerkt maar waar vermoedelijk meer de nadruk op de research valt dan op de meeste nationale meteorologische instituten het geval kan zijn.

Geven wij de drie bovengenoemde categorieën achtereenvolgens aan met M, U en A, dan was de verdeling over de landen als volgt:

	M	U	A		M	U	A
Engeland	2	-	-	Oostenrijk	-	1	-
Finland	1	1	-	Roemenië	1	-	-
Frankrijk	1	-	-	U.S.S.R	3	-	-
Japan	2	-	-	Verenigde Staten	1	9	6
Nederland	1	-	-	West-Duitsland	3	-	-
Noorwegen	5	2	-	Zweden	1	2	-

Op zichzelf zegt een dergelijk tabelletje, gebaseerd op een enkel symposium, natuurlijk weinig maar wel kan worden gesteld, dat de bijdrage van universiteiten en andere researchinstituten zeker niet zonder belang is.

Er zit altijd een zekere willekeur in het indelen van voordrachten in een aantal rubrieken. In vele komen immers verschillende aspecten van het behandelde onderwerp naar voren, zodat men in dergelijke gevallen aarzelt bij het bepalen van de rubriek waartoe de voordracht behoort. Aan het hier volgende schema moet dan ook niet meer dan een zeer betrekkelijke waarde worden toegekend. In volgorde van de frekwentie waarmee de diverse onderwerpen ter sprake kwamen zou men de volgende indeling kunnen maken:

A	Integratietechnieken	12	voordrachten
B	Primitieve vergelijkingen	7	"
C	Beschrijving en vergelijking van diverse (niet-primitieve) modellen	4	"
D	Objectieve analyse	3	"
E	De invloed van niet-adiabatische effecten	3	"
F	Vertikale bewegingen	3	"
G	Barokliene onstabieliteit	3	"
H	Resultaten van routine-forecasts	2	"
I	Tropische cyclonen	2	"
J	Convectie	1	"
K	Dissipatie van energie	1	"
L	Invloed van de orografie	1	"

In het volgende zal worden getracht een overzicht te geven van het belangrijkste dat onder de 12 genoemde rubrieken naar voren werd gebracht, zonder dat van alle 42 voordrachten een uitgebreid resumé zal worden gegeven. De belangstellende lezer moge daartoe worden verwezen naar de volledige voordrachten, die in Tellus zullen verschijnen.

2. A. Integratietechnieken

W.L. Gates, U.S.A. (Comparative Numerical Integration of Simple Atmospheric Models on a Spherical Grid) testte drie modellen op een verlopend grid (iedere 5° lengte en breedte) dat het noordelijk halfrond tot een breedte van 70° omvatte. Als uitgangssituatie nam hij die van 7 december 1957 waarbij een over de westelijke Verenigde Staten gelegen trog sterk uitdiepte.

Het barotrope model en een twee-lagen model met geostrofische windrelatie vertoonden een betrekkelijk snelle verslechtering, zodanig dat na 72 uur van de oorspronkelijke trog vrijwel niets meer was terug te vinden. Een twee-lagen model waarbij de gewone balansvergelijking was geïntroduceerd, was ook niet ideaal maar voldeed toch bepaald beter. Met name de verticale snelheden werden bij dit laatste model onwaarschijnlijk groot. Opmerking verdient nog, dat in het laatstgenoemde model gewerkt werd met een variabele stabiliteitsparameter.

G. Dady, Frankrijk (Numerical integration of quasi-geostrophic equations by influence functions) begon met aan te geven, dat in Frankrijk het barotrope model van J.N.W.P. wordt gebruikt met de orografische correctie en balansvergelijking. Vervolgens gaf hij een overzicht van het onderzoek dat thans in Frankrijk wordt verricht. In de prognostische vergelijking kan de bijdrage tot $\partial\phi/\partial t$ worden gesplitst in een zuiver advectief gedeelte en een gedeelte dat samenhangt met thermische advectie en eventuele niet-adiabatische effecten. De verticale verdeling van de bijdrage wordt behandeld met de methode der Greene'se functies terwijl de horizontale advectie op de gebruikelijke wijze met behulp van een grid wordt bepaald. Ten einde het omrekenen van de waarnemingen tot gridwaarden te vermijden, nam men een onregelmatig grid dat samenviel met de waarnemingsstations. Hierdoor werd een foutenbron geëlimineerd.

Het probleem van het filteren werd op een merkwaardige wijze "opgelost". Men beschouwde nl. slechts golven van een zeer bepaalde golflengte, nl. 4000 en 2300 km. Uiteindelijk zal toch een ander filtersysteem dienen te worden geïntroduceerd.

Louis Berkofsky, U.S.A. (The mathematical equivalence between multi-level and vertically integrated numerical forecasting models). Er bestaan twee wijzen van benadering voor het probleem van de numerieke voorspelling van het atmosferische stromingsveld (waarvan de tweede tegenwoordig nog slechts weinig wordt toegepast). In de eerste plaats kan men de berekeningen uitvoeren in een aantal niveaus (grens tussen lagen) waarbij ook de ω (in de tussengelegen niveaus) wordt bepaald en in de tweede plaats kan men een bepaalde verdeling in de vertikaal aannemen en integreren of sommeren om tot een soort gemiddelde stroming te komen, die bijv. voor het 500 mb-vlak

geldt. Men neemt gewoonlijk aan, dat beide benaderingen mathematisch equivalent zijn maar bewezen is dit eigenlijk alleen voor het geval van twee niveaus.

Voor een willekeurig aantal niveaus geldt (bij benadering);

$$\frac{\partial \xi_{2i-1}}{\partial t} + \nabla_{2i-1} \cdot \nabla (\xi_{2i-1} + f) - f_0 \frac{\omega_{2i} - \omega_{2i-2}}{\Delta p} = 0$$

Sommatie geeft

$$\frac{\partial \bar{\xi}}{\partial t} + \frac{1}{n} \sum_i \nabla_{2i-1} \cdot \nabla \xi_{2i-1} + \bar{\nabla} \cdot \nabla f = 0$$

waarbij introductie van een geschikte functie $A(p)$ om de tweede term te modificeren leidt tot een uitdrukking:

$$\frac{\partial \bar{\xi}}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot \nabla (K \bar{\xi} + f) = 0$$

waarbij $K = \frac{\bar{A}^2}{A^2}$ en $\bar{A} = p_0 \int_0^{p_0} A(p) dp$.

Wij krijgen op deze manier de vergelijking, die o.a. voor het equivalent barotrope geval geldt, maar spreker toonde aan dat ook dergelijke procedures kunnen worden toegepast op temperatuur- en ω -vergelijkingen.

Het gaat er nu om welke waarde voor \bar{A}^2 moet worden genomen, opdat de geïntegreerde vergelijking dezelfde resultaten geeft (op 1 drukvlak natuurlijk) als het veel-lagen-model. Voor $n = 2$ (2 niveaus met ∇_1 en ∇_3 en divergenties $\frac{\omega_2 - \omega_0}{\Delta p}$ en $\frac{\omega_4 - \omega_2}{\Delta p}$) leidt de vergelijking tot $\bar{A}^2 = 1/4$. Voor een parabolisch verloop van ω volgt $\bar{A}^2 \approx 0,63$.

In principe is de gelijkstelling van beide benaderingen altijd mogelijk. Handhaving van het meer-lagen-model geeft echter steeds meer informatie maar vereist natuurlijk ook meer bewerkingen.

H. Sundqvist, Zweden (The effect of finite difference approximation on non-linear interaction) toonde aan, dat de toepassing van de differentierekening op de vorticitetsvergelijking aanleiding geeft tot het weglekken van energie van de langere naar de kortere golflengten.

Hij ging daartoe uit van een model voor ψ en wel:

$$\psi = \sum_{mn}^N B_{mn} \sin \frac{m\pi x}{L} \sin \frac{n\pi y}{L}$$

waarbij $N = \frac{L}{\Delta S}$ is met ΔS de roosterpunt-afstand. Beschouwd werden de gevallen $\Delta S = \frac{L}{20}$, $\frac{L}{14}$ en $\frac{L}{10}$.

Voortbouwend op een artikel van Pedlosky (Tellus 14, 125, 1962) werd aangetoond, dat golven met $L < 4 \Delta S$ buiten beschouwing moeten worden gelaten, omdat zij door het cumuleren van energie aanleiding geven tot onstabieliteit.

G.W. Platzman, U.S.A. (Some remarks on spectral integration).

De vergelijking

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = 0,$$

die o.a. een rol speelt bij de primitieve vergelijkingen maar natuurlijk steeds impliciet in de voorspelvergelijkingen ligt besloten, heeft als oplossing $u = F(x - ut)$. Neemt men als speciaal geval $u(x, 0) = F(x) = \sin 2\pi x$ dan kan de oplossing in de volgende vormen worden geschreven:

$$u = \sin 2\pi(x - ut) \quad (\text{impliciet})$$

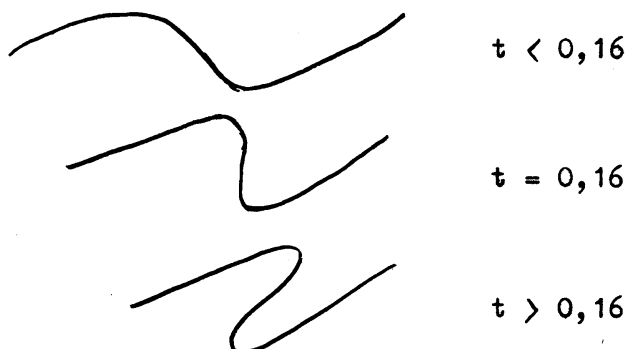
$$x = \frac{\sin^{-1} u}{2\pi} + ut \quad (\text{expliciet})$$

$$u = \sin \theta \quad (\text{parametervoorstelling})$$

$$x = \frac{\theta}{2\pi} + t \sin \theta$$

Voor $\theta = \pi$ is $u = 0$ en $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u / \partial \theta}{\partial x / \partial \theta} = \frac{+1}{t - \frac{1}{2\pi}}$

Voor $t = \frac{1}{2\pi} = 0,16$ wordt $\frac{\partial u}{\partial x}$ dus ∞ , m.a.w. er ontstaat een schok.



Uit een onderzoek is nu gebleken, dat een berekening met behulp van de gebruikelijke differentieschema's een aanmerkelijk snellere verslechtering van de oplossing geeft dan de exacte berekening. Met name is dit van belang wanneer een geheel spectrum van de vorm $u(x, t) = \sum_k u_k(t) \sin 2\pi kx$ in beschouwing wordt genomen.

I. Holmström, Zweden (Some alternative forms of a one-parametric forecasting model). Het hoogtepatoon van een drukveld kan in principe worden voorgesteld door

$$Z(x, y, p) = F_0(p) + \sum Z_k(xy) F_k(p)$$

waarbij $F_0(p) = \frac{1}{S} \int Z dS = \bar{Z}$ de gemiddelde hoogte over het beschouwde gebied S voorstelt, en de Z_k 's en F_k 's orthogonale functies zijn, de F_k 's bovendien genormeerd. De functies F_k blijken goed conservatief te zijn voor een periode van weken. Ook de seizoensvariatiën zijn klein. Gaat men bijv. uit van de standaardatmosfeer, dan blijkt de ontbinding volgens bovenstaande relatie snel te convergeren en 1 functie $F_1(p)$ in vele gevallen reeds het veld voldoende nauwkeurig te beschrijven. Na 3 termen is de restfout vergelijkbaar met de waarnemingsfout.

Soortgelijke ontbindingen van het snelheidsveld $u = \sum u_k(x, y) \cdot A_k(p)$ en $v = \sum v_k(x, z) B_k(p)$ tonen bovendien aan, dat de invloed van $F_1(p)$ vrijwel geheel geostrofisch is. Eerst in de hogere correcties $F_k(p)$ ($k > 1$) beginnen ageostrofische componenten een rol te spelen.

In de stroomfunctienotatie kan men schrijven (met constante f)

$$\psi = \frac{g}{f_0} F_0(p) + \sum \psi_k F_k(p)$$

en voor de vertikale snelheid:

$$\omega = \sum \omega_k C_k(p)$$

Laat men dan termen met $k > 1$ weg, dan luidt de prognostische vergelijking voor een bepaald niveau, bijv. 500 mb:

$$F_1 \left[\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi_1 + \beta \frac{\partial p_1}{\partial x} \right] + F_1^2 J(\psi_1, \nabla^2 \psi_1) - f_0 \omega_1 \frac{dC_1}{dp} = r_1(x, y, t, p)$$

waarbij r_1 een kleine restterm is. Stelt men $\frac{dC_1}{dp}$ evenredig met $(F_1^2 - \frac{F_1}{F_1})$ dan krijgt ω het bekende parabolische verloop.

In verband met de goede resultaten, welke men met deze eerste benadering behaalde, brak Holmström een lans voor de barotrope methode, hetgeen niet geheel terecht lijkt. In de hier gebruikte notatie is het immers zo, dat juist de bijdrage van F_k ($k > 1$) modificaties geeft waardoor de resultaten van de barotrope methode soms in belangrijke mate worden verbeterd.

E.N. Lorenz, U.S.A. (The growth-rate of initial errors in a 28-variable baroclinic model). Spreker nam als basis van zijn beschouwingen een twee-lagen model, opgesloten in een rechthoekige ruimte met y -afmetingen van $y = 0$ tot $y = \frac{\pi}{2}$ en oneindig lang in de x -richting.

De stroomfunctie ψ werd geschreven als $\sum_i f_i(t) F_i(x,y)$ waarbij voor de $F_i(x,y)$ de volgende functies werden gebruikt:

1	$\sqrt{2} \cos 2y$	$\sqrt{2} \cos 4y$
$\cos 2x$	$2 \sin 2y \cos 2x$	$2 \sin 4y \cos 2x$
$\sin 2x$	$2 \sin 2y \sin 2x$.
$\cos 4x$	$2 \sin 2y \cos 4x$,
$\sin 4x$	$2 \sin 2y \sin 4x$	enz. tot
$\cos 6x$	$2 \sin 2y \cos 6x$	
$\sin 6x$	$2 \sin 2y \sin 6x$	$2 \sin 6y \sin 6x$

Het veld wordt op deze wijze door 28 componenten beschreven en kan worden geïntegreerd. Lorenz deed dit met tijdstappen van 3 uur tot een voorspelperiode van maximaal 64 (!) dagen. Nagegaan werd daarbij de groei van random errors, bijv. door de RMS error te bepalen na twee dagen, na 4 dagen, enz. Gevonden werd een toename van de RMSE met een factor 100 in 16 dagen. Fouten met kleinere golflengte groeien vermoedelijk nog sneller.

K. Hinkelmann, Duitsland (Different methods of filtering out noise waves).

De bewegingsvergelijkingen luiden:

$$(1) \quad Q u - f v + \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0$$

$$(2) \quad Q v + f u + \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0$$

met $Q \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x}$ en $\bar{u} = -\frac{1}{f} \frac{\partial \phi}{\partial y}$. u en v zijn dus storingsgrootheden en wanneer de vloeistof als onsamendrukbaar wordt beschouwd geldt bovendien:

$$(3) \quad Q \phi + \bar{\phi} D - f \bar{u} v = 0 \quad \text{met} \quad D \equiv \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}.$$

Met $u, v, \phi = u_0, v_0, \phi_0 e^{ik(x-ct)}$ geldt: $Q = \frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} = ik(\bar{u}-c) \equiv ikd$.

Uit (1), (2) en (3) volgt de frekwentievergelijking:

$$d^3 - \left(\bar{\phi} + \frac{f^2}{k^2} \right) d + \frac{f^2}{k^2} \bar{u} = 0$$

of

$$d_1 \approx \frac{\bar{u} f^2 / k^2}{\bar{\phi} + f^2 / k^2} < \bar{u} \quad (\text{Rossby golven})$$

$$d_{2,3} \approx -\frac{d_1}{2} \pm \sqrt{\text{correctieterm (noise)}}.$$

De vraag is nu hoe $d_{2,3}$ kan worden geëlimineerd terwijl d_1 tegelijkertijd de

Rosby oplossing moet geven, die geheel overeenkomt met de oplossing van de ongefilterde vergelijkingen.

De oplossing van Hinkelmann is dat diagnostische vergelijkingen moeten worden toegevoegd van de vorm

$$\begin{array}{l} Q^n D = 0 \\ \text{en } Q^{n-1} D = 0 \end{array}$$

waarbij het resultaat beter wordt met toenemende n.

Voorbeelden:

$$\begin{array}{ll} Q^0 D = D = 0 & \text{geen div, geostrofisch} \\ \left\{ \begin{array}{l} Q^2 D = 0 \\ Q^1 D = 0 \end{array} \right. & \begin{array}{l} \omega\text{-vergelijking voor barotroop geval} \\ \text{balansvergelijking.} \end{array} \end{array}$$

R. Fjørtoft, Noorwegen (Determination of conditions of balance, including the hyperbolic case).

Voorgesteld wordt de gebruikelijke methode van oplossing van de hydrodynamische vergelijkingen waarbij benaderingen worden ingevoerd, die berusten op het benaderde evenwicht tussen druk, zwaartekracht en Coriolis versnelling, te vervangen door een andere waarbij de oorspronkelijke vergelijkingen direct door iteratie worden opgelost. We kunnen bijv. de volgende vergelijkingen beschouwen:

$$\begin{array}{ll} 0 = P \cdot \vec{v} + \nabla \Gamma + \vec{F} & \text{bewegingsvergelijking} \\ 0 = \nabla \cdot \vec{v} & \text{continuïteit} \\ 0 = \vec{v} \cdot \vec{n} & \text{randvoorwaarde} \end{array}$$

De moeilijkheid zit altijd in de randvoorwaarden. Oplossen van \vec{v} geeft

$$\begin{array}{l} \vec{v} = P^\# \cdot \nabla \Gamma + P^\# \cdot \vec{F} \\ 0 = \nabla \cdot P^\# \cdot \nabla \Gamma + \vec{v} \cdot P^\# \cdot \vec{F} \\ 0 = (P^\# \cdot \nabla \Gamma) \cdot \vec{n} + (P^\# \cdot \vec{F}) \cdot \vec{n} \quad (\text{op de rand}) \end{array}$$

In deze betrekkingen hebben de symbolen de volgende betekenis:

- P een operator die op \vec{v} wordt toegepast (versnelling + Coriolis bijv.)
- Γ geopotential
- \vec{F} andere krachten
- \vec{n} normaal op de rand.

Iteratie geeft:

$$\vec{v}^{(r+1)} = \vec{v}^{(r)} + K (P \cdot \nabla \Gamma^{(r)} + \nabla \Gamma^{(r)} + \vec{F}^{(r)})$$

$$\text{met } \nabla \cdot \vec{v}^{(r+1)} = 0 \quad \text{en} \quad \vec{v}^{(r+1)} \cdot \vec{n} = 0 \quad (\text{op de rand}).$$

Een en ander leidt tot een eigenwaarde probleem dat oplosbaar is. De methode is toegepast op de niet-lineaire balansvergelijking.

E.M. Dobryschman, U.S.S.R. (On the variation of Coriolis force with latitude in forecasting schemes) gaf een moeilijk te volgen overzicht van het in Rusland uitgevoerde rekenwerk met het doel de prognostische vergelijkingen middels Greense functies op te lossen.

R. Fjørtoft, Noorwegen (Remarks on a Lagrangian integration scheme). Het beschrijven van het bewegingsveld in de atmosfeer met behulp van de Lagrangese methode is natuurlijker dan dat met behulp van de Eulerse beschrijvingswijze. Spreker gaf de theoretische achtergrond van de toepassing van de Lagrangese methode in de numerieke weerverwachtingstechniek. Zie voor de methode o.a. H. Økland: An experiment in numerical integration of the barotropic equation by a quasi-Lagrangian method, Geofysiske Publikasjoner XXII, 5, 1962.

S.J. Smebye, Noorwegen (A quasi-Lagrangian integration scheme for the primitive equations) behandelde de mogelijkheid om de methode te gebruiken bij het oplossen van de primitieve vergelijkingen. De bewegingsvergelijkingen krijgen daarbij de vorm:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial a} \cdot \frac{\partial \vec{r}}{\partial b} - \frac{\partial \vec{v}}{\partial b} \cdot \frac{\partial \vec{r}}{\partial a} + 2 \vec{\Omega} \cdot \frac{\partial \vec{r}}{\partial a} \times \frac{\partial \vec{r}}{\partial b} \right] + \frac{\partial(\theta, \pi)}{\partial(a, b)} = 0, \text{ enz., of :}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\xi_c + f_c \right] + \frac{\partial(\theta, \pi)}{\partial(a, b)} = 0 \text{ en } \dot{\theta} = 0$$

waarbij θ de potentiële temperatuur is en $\pi = c_p \left(\frac{p}{p_0} \right)^{R/c_p}$.

De vergelijkingen zien er een beetje afschrikwekkend uit en een discussiepunt was ook de vraag of men met de stroming mee bewegend geen last krijgt van een inhomogene verdeling van de "grid"-punten. Het antwoord dat Fjørtoft op deze vraag gaf leek niet geheel afdoende. Dat neemt niet weg dat men niet alleen in Noorwegen maar ook elders de pogingen voortzet om de Lagrangese beschrijvingswijze in de numerical forecasting te introduceren.

3. B. Primitieve Vergelijkingen

Yale Mintz, U.S.A. (Long-term numerical integration of the primitive equations of atmospheric motion on a hemisphere with idealized continents and oceans).

De vraag, die Mintz in deze opvallende voordracht trachtte te beantwoorden, was of integratie over een zeer lange periode (100 dagen!!) van de primitieve vergelijkingen in principe stabiel te houden was.

Daartoe werd een bepaald meteorologisch-geografisch model nader uitgewerkt. De helft van het noordelijk halfrond werd voor een deel in beslag genomen door een geschematiseerd continent, dat ongeveer het model van Noord-Amerika bezat. Rekening werd gehouden met de temperatuurverschillen tussen land en zee, terwijl ook in de oceanen een temperatuurgradiënt werd ingevoerd [$T = T(\varphi)$]. De gebruikte vergelijkingen omvatten o.a. de horizontale bewegingsvergelijkingen, de thermodynamische vergelijking, de hydrostatische vergelijking, terwijl ook de tendensvergelijking werd meegenomen. De atmosfeer werd daarbij in twee lagen verdeeld met als bovengrens 200 mb (tropopause) en als ondergrens de gronddruk. Het geheel was daardoor nogal ingewikkeld maar de resultaten waren verbluffend. In de eerste plaats bleef de stabiliteit gehandhaafd maar bovendien zagen de berekende stromingsvelden er bijzonder "normaal" uit. Zo kwamen periodieke veranderingen in de circulatie-index te voorschijn. Verbeteringen zouden volgens Mintz nog kunnen worden aangebracht indien de orografie zou worden ingevoerd.

A. Arakawa, Japan (tijdelijk in de U.S.A.) gaf een overzicht van de mathematische grondslagen van de hiervoor besproken voordracht. De stabiliteit is daarbij gebaseerd op een bepaald uitsmeerschema. Voorbeelden zijn:

$$u_{ij} = -\frac{1}{\Delta} (\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j-1})$$

$$v_{ij} = \frac{1}{\Delta} (\psi_{i+1,j} - \psi_{i-1,j})$$

$$\begin{aligned} \zeta_{ij} &= \frac{1}{\Delta} (v_{i+1,j} - v_{i-1,j} + u_{i,j-1} - u_{i,j+1}) = \\ &= \frac{1}{\Delta^2} [\psi_{i+1,j} + \psi_{i-1,j} + \psi_{i,j+1} + \psi_{i,j-1} - 4\psi_{ij}]. \end{aligned}$$

De titel van de voordracht luidde: Computational design for long-term numerical integrations of the equations of atmospheric motion.

C.E. Leith, U.S.A. (Staggered-grid difference approximations to the primitive equations).

Uitgaande van de vergelijkingen:

$$u_t = -h_x + fv - uu_x - vv_y$$

$$v_t = -h_y - fu - uv_x - vv_y$$

$$h_t = -h_0 (u_x + v_y) - uh_x - vh_y$$

werd afgeleid dat een volgend rooster reken technisch economisch en qua stabiliteit gunstig is

h	h	h	
u,v	u,v		afwisselend worden h en u,v
h	h	h	bepaald.
u,v	u,v		
h	h	h	

H. Reiser, West-Duitsland (Tests on numerical stability of the primitive equations using the Eliassen-grid).

Bij het berekenen van de ontwikkeling van het stromingsveld met behulp van primitieve vergelijkingen en uitgaande van de situatie van 22-1-59 werden 2080 roosterpunten gebruikt met $d = 381$ km. Bij tijdstappen van 3,75 min. werd het resultaat na 54 uur onstabiel, bij tijdstappen van 2,5 min. na 96 uur. Toegewoegd werd nu een correctieterm in de vorm van $\nabla^2(u, v, \mathcal{J})$, die een "smoothende" werking uitoefent en kan worden opgevat als een soort diffusie van u , v en \mathcal{J} . De onstabielheid verdween nu zelfs bij tijdstappen van 5 minuten.

F.G. Shuman, U.S.A. (Baroclinic modeling with the primitive equations). Deze voordracht vormde in zekere zin het hoogtepunt van het symposium. Shuman, die betrekkelijk weinig heeft gepubliceerd, maar die wellicht momenteel als de grootste deskundige op het gebied van het numerieke voorspellen moet worden beschouwd - dit bleek ook herhaaldelijk tijdens de discussies - gaf eerst een overzicht over zijn notatiemethode, die ook in WR 62-5 is besproken en paste vervolgens

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\overline{u^2} \right) + g \frac{\partial}{\partial x} \overline{h^2} &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\overline{u^2} \right) + \left(\overline{u^2} \right) \frac{\partial}{\partial x} \overline{h^2} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

toe op een 4-lagen model. Een en ander werd gedemonstreerd aan de hand van

praktijkvoorbeelden waarbij vooral dat van 27 februari 1963 - zeer recent dus - verbluffend was. De resultaten waren in het algemeen duidelijk beter dan die welke werden verkregen met behulp van Cressman's barokliene drie-lagen model.

Shuman werkte met een 380 km-grid, tijdstappen van 10 minuten en totaal 3000 gridpunten. 850, 500 en 300 mb worden berekend. Tegenwoordig doet men dit eenmaal per week. Een 24-uurs forecast duurt totaal 90 minuten.

O. Bremnes, Noorwegen (Numerical integration experiments using the primitive equations). Het differentieschema is gebaseerd op een verbeterde Euler-Cauchy methode, die hierin bestaat dat een niet-gecentreerd tijdstapje wordt gedaan, dat achteraf wordt gecorrigeerd met behulp van een nieuwe tijdafgeleide, die aan het eind van de tijdstap wordt gevormd. Dit voorkomt in hoge mate het optreden van onstabilliteiten.

Bij toepassing op een 4-lagen model met p_0 , 500 mb, de tropopause en 100 mb als uitgangs-rooster-vlakken kwamen moeilijkheden op lage breedte, die nog niet zijn opgelost.

4. C. Beschrijving en vergelijking van diverse (niet-primitieve) modellen.

H. Ito, Japan (Comparison between the barotropic and the baroclinic forecasts in Japan Meteorological Agency) gaf een weinig imposant overzicht van de verschillen in de resultaten behaald met het barotrope model $[(\nabla^2 - \mu^2) \frac{\partial \psi}{\partial t} =](f + \mathcal{S}, \psi)$ en een baroklien 4-lagen model, waarbij z wordt bepaald op 900, 700, 500 en 300 mb en ω op 800, 600 en 400 mb. De correlatie van beide met de werkelijkheid bedroeg in zomer en winter 0,65, in lente en herfst 0,80. De gebruikelijke onderschatting van de ontwikkeling bij toepassing van de barotrope methode werd gevonden. De correlatie met de objectieve analyse was in het algemeen beter dan die met de conventionele analyse, hetgeen op zichzelf niet veel zegt!

P. Graystone, Engeland (A prediction model for operational use) gaf een overzicht van de reeds uitvoerig gepubliceerde Engelse methodiek. In feite betreft het een 3-parameter model waarbij h_1 en h_2 de dikte van 200-600 mb en 600-1000 mb en de hoogte van het 600 mb-vlak worden bepaald. Voor ω wordt een parabolisch profiel aangenomen. De voorspellingen gaan slechts tot 30 uur vooruit.

H. Økland, Noorwegen (The operational forecasting model used in the Norwegian Meteorological Service) liet de modellen zien waar men in Noorwegen tot dusverre mee werkt: het normale barotrope model en een twee-parameter model, beide quasi-geostrofisch. Bij het twee-parameter model gaat men uit van een relatie

$$\phi(x, y, p, t) = \hat{\phi}(x, y, t) + F(p) \phi_T(x, y, t)$$

De integratie vindt plaats volgens de quasi-Lagrangese methode. Zie Økland: An experiment in numerical integration of the barotropic equation by a quasi-Lagrangian method, Geofysiske Publikasjoner XXII No. 5, 1962.

5. D. Objectieve Analyse

Het probleem van de objectieve analyse werd door drie sprekers behandeld, nl. G.A. Corby, Engeland, W.J.A. Kuipers, Nederland en O. Haug, Noorwegen.

Corby (objective Analysis) gaf een verslag van de methode, welke in Engeland in gebruik is. Uit de waarnemingen in de omgeving van een roosterpunt wordt door kleinste kwadraten approximatie de waarde in het roosterpunt bepaald waarbij wordt uitgegaan van een tweedegraads polynomium:

$$Z = f(x, y) = ax^2 + by^2 + 2hxy + 2gx + 2fy + c$$

$$E = \sum p(z - z_0)^2 + \sum^2 p(v - v_0)^2 + \sum q(z - z_{fc})^2$$

wordt daarbij geminimaliseerd. Daarbij is $p = \frac{1}{1+kr^4}$ en $q = \frac{1}{16} p$.

Een uitbreiding naar een drie-dimensionale analyse vond als volgt plaats:

$$Z = f(x, y, p) = Q_1 L^3 + Q_2 L^2 + Q_3 L + Q_4$$

met $L = \log p/p_0$ en

$$Q_r = a_r x^2 + b_r y^2 + 2h_r xy + 2g_r x + 2f_r y + c_r$$

Een en ander werd getoetst aan een paar situaties met als resultaat een RMSE van ongeveer 15 m en 10 kts.

Bij een lage tropopause ontstaan grote fouten in de analyse van bijv. het 200 mb-vlak.

Kuipers (Numerical analysis by fitting observed values to an analytical function) gaf een uiteenzetting van zijn op het K.N.M.I. in een colloquium uitvoerig uiteengezette methode terwijl Haug (Application of

prognostic values in objective analysis) aangaf hoe met name in gebieden met weinig waarnemingen als volgt een schatting van z kan worden verkregen. De waarde z in een gridpunt wordt geschreven als $z = (z - \bar{z}) + \bar{z}$ waarbij \bar{z} de gemiddelde waarde van de omliggende gridpunten. De grootheid $z - \bar{z}$ hangt samen met de vorticititeit en is dus in eerste benadering een conservatieve grootheid, die door verplaatsing langs de stroomlijnen kan worden afgeleid uit de in de tijd voorafgaande kaart.

6. E. De invloed van niet-adiabatische effecten

In de meeste numerieke voorspelmethodes wordt afgezien van niet-adiabatische effecten, zoals de verwarming welke een luchthoeveelheid ondergaat, die over een warm oceaanoppervlak stroomt. Uiteraard beperkt dit de periode waarover enigszins betrouwbare voorspellingen kunnen worden gedaan en het uitbreiden van de geldigheidstermijn van dergelijke voorspellingen is daarom sterk gekoppeld aan de mogelijkheden om de niet-adiabatische effecten in de berekeningen op te nemen.

Het is daarom misschien geen toeval, dat de organisatoren van het symposium het rooster zodanig hadden samengesteld, dat de eerste drie voordrachten aan het probleem van de niet-adiabatische effecten waren gewijd.

K. Gambo, Japan (The role of the sensible and latent heats in the baroclinic atmosphere) beschouwde het probleem eerst aan de hand van een theoretisch model waarbij het 250 mb- en het 750 mb-vlak in beschouwing werden genomen. In beide werd een strook uitgekozen lopende van $y = -\frac{D}{2}$ tot $y = +\frac{D}{2}$ met een zonale wind $\bar{U} = U \cos \frac{\pi y}{D}$ en

$$\psi = \frac{f}{g} \frac{L}{2\pi} v_0 \sin \frac{2\pi}{L} x \cos \frac{\pi}{D} y .$$

Het blijkt nu dat er een periodieke verandering in de helling van troggen en ruggen ontstaat doordat, samenhangend met het advectione en adiabatische warmtetransport, nu eens de bovenste, dan weer de onderste trog sneller loopt dan de andere. De periode waarmee dit plaatsvindt bedraagt 5 tot 15 dagen, afhankelijk van de shear in de gemiddelde zonale stroming en de amplitude van de storingen.

In de werkelijke atmosfeer wordt dit mechanisme te niet gedaan door de warmtetoevoer door condensatie en rechtstreeks. Deze effecten werden schematisch ingevoerd en bij toepassing op werkelijke situaties in de omgeving van Japan zouden goede resultaten zijn verkregen.

K. Pedersen, Noorwegen (Inclusion of condensation processes in forecasting models) wees op het belang van de condensatieprocessen met name voor het goed taxeren van de verticale snelheid ω . Hij ging daarbij uit van de betrekking

$$g \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial z}{\partial p} = -g \vec{v} \cdot \nabla \frac{\partial z}{\partial p} - \sigma \omega - \frac{R}{c} \frac{H}{p},$$

waarbij $H = L \frac{\partial r_s}{\partial p} \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_s$ met L de condensatiewarmte en r_s de mengverhouding bij verzadiging. σ is de stabiliteitsparameter. De waarden van ω , gevonden na invoering van de correctieve laatste term, weken aanmerkelijk af van die welke op de gebruikelijke wijze werden verkregen. Het maximum in ω werd op grotere hoogte gevonden naarmate de temperatuur waarbij het condensatieproces plaatsvond hoger werd genomen.

Overeenkomstige correcties bij barokliene voorspellingen gaven een reële verbetering.

Earl C. Kindle, U.S.A. (Consequent temperature, moisture and convective exchange in a two-layer model) bepaalde op het 500 mb-vlak voor elk deeltje de plaats waar het zich 24 uur geleden bevond. Dit kan natuurlijk uitsluitend als de ω -verdeling enigszins bekend is. Vandaar dat van een 2-lagen model werd uitgegaan. Voor alle gridpunten werd nu de "wolken-druk" bepaald, dat is de drukverandering die het deeltje moet ondergaan wil condensatie optreden. Op grond hiervan werd een schatting gemaakt van de toegevoegde condensatiewarmte. De methode kan worden getoetst door aan de hand van de resultaten een voorspelling te maken van de hoeveelheid bewolking. Deze voorspelling bleek beter te zijn dan de persistentie-voorspelling.

7. F. Vertikale bewegingen

De voorgaande voordracht vormde min of meer een overgang naar die welke speciaal waren gericht op het probleem van de verticale bewegingen.

G.J. Haltiner, U.S.A. (Vertical velocity computation) nam de bekende ω -vergelijking uit de barokliene methode in beschouwing. In zijn gebruikelijke vorm (zie WR 62-5, formule 48) wordt aangenomen, dat σ , de stabiliteitsparameter, in het gehele veld constant is. Haltiner heeft nagegaan wat het effect van deze, in het algemeen onjuiste veronderstelling is. Hij bepaalde daartoe voor verschillende situaties de termen uit de ontwikkeling:

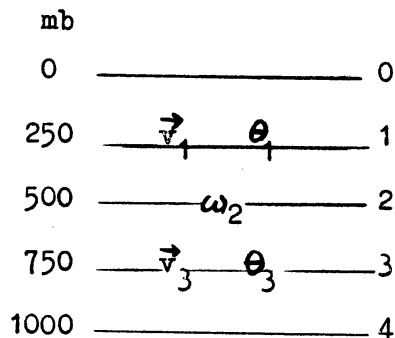
$$\nabla^2 (\sigma \omega) = \sigma \nabla^2 \omega + \omega \nabla^2 \sigma + 2 \nabla \sigma \cdot \nabla \omega$$

Het bleek, dat terrein- en wrijvingsinvloeden het ω -veld merkbaar beïnvloeden tot ongeveer 500 mb. Variabele waarden van σ dragen soms tot 50% in de verticale snelheden bij. In het algemeen is echter de eerste term in de ontwikkeling van $\nabla^2(\sigma \omega)$ de belangrijkste. Relatieve waarden van de drie termen zijn bijv.: 100, 13 en 7.

A. Doneaud e.a., Roemenië (Testing in south-east Europe of a quantitative method of forecasting precipitations due to large-scale vertical motions) gaven een overzicht over het werk dat in Roemenië op het gebied van numerieke verwachtingen wordt verricht. Een gemodificeerde grafische methode wordt toegepast op het 1000 mb- en 500 mb-vlak waaruit middels de hieruit verkregen globale waarde van ω een neerslagvoorspelling wordt gegeven. Een weinig overtuigend verhaal.

8. G. Barokliene onstabieliteit

A. Wiin-Nielsen, U.S.A. (On baroclinic instability in filtered and non-filtered numerical prediction models) onderzocht met behulp van een twee-lagen model:



de stabiliteitseigenschappen van de stroming voor vier rekenschema's:

1. quasi-geostrofisch model ; $\sigma = \text{cst}$
2. id. ; σ variabel
3. primitieve vergelijkingen ; $\sigma = \text{cst}$
4. id. ; σ variable.

Daarbij werd de stabiliteitsparameter gedefinieerd als $\sigma = \frac{1}{2} (\theta_1 - \theta_3)$ waarbij θ de potentiële temperatuur is en de indices betrekking hebben op 0, 25, 50, 75 en 100 mb. Voorts geldt: $\omega_1 = \omega_3 = \frac{1}{2} \omega_2$ en $\frac{1}{2} (\theta_1 + \theta_3) = \theta_2$.

Het bleek uit het onderzoek, dat de primitieve vergelijkingen zowel bij constante als bij variabele σ een grotere stabiliteit leveren. Het verschil tussen de primitieve en de quasi-geostrofische vergelijkingen is het grootste bij grote waarden van $\frac{\partial u}{\partial p}$, dus bij een kleine waarde van het getal van Richardson.

Wonderlijk waren de resultaten, die werden getoond door W. Edelmann, Duitsland (On the behaviour of disturbances in a baroclinic channel). Spreker integreerde met behulp van een primitief 5-lagen model, uitgaande van een oorspronkelijk barotrope golfstoring en wel in een gebied van 12° N tot 70° N, overeenkomend met een afstand van 19 maal de roosterconstante (381 km) en een oost-west afmeting van 22 maal de roosterconstante, bijna 8400 km, dat is 30% van de aardomtrek op 45° . $\beta = \frac{\partial f}{\partial y}$ werd constant genomen en een zonaal windprofiel werd geïntroduceerd met een maximum op 300 mb (105 km/h), 20 km/h aan de grond en 60 km/h aan de rand van de atmosfeer. Correcties voor wrijving en lokale verwarming werden ingevoerd zonder dat duidelijk werd hoe dit precies werd gedaan. Edelmann werkte met gecentreerde differenties met $2 \Delta t = 12$ minuten.

Met behulp van een groot aantal figuren werd de ontwikkeling van het veld getoond, met name van het stromings- en temperatuurveld aan de grond (1000 mb). Daarbij zag men "fronten" ontstaan, zelfs occlusies!, terwijl ook de gevonden verticale bewegingen grote overeenkomst met de werkelijkheid vertoonden: dalende beweging in gebieden van hoge druk, stijgingen voor "warmtefronten", enz. Indrukwekkend was ook het ontstaan van een depressie via een golf in een warmtefront, waarbij enige gelijkenis met de situatie voorafgaande aan 31 januari 1953 onmiskenbaar was.

Gesteld moet worden, dat niet helemaal zeker is in hoeverre er werd "geknoeid". Zo is het haast niet denkbaar, dat de betrekkelijk scherpe knikken van z_{1000} aan de fronten geheel objectief uit de berekeningen zouden volgen bij een roosterconstante van bijna 400 km. Ook wist spreker geen antwoord te geven op de vraag in hoeverre kleine veranderingen in de wrijving de oplossing zouden beïnvloeden.

Maar alles bijeen toonde de voordracht toch aan waartoe numerieke methodes, althans in principe, in staat moeten worden geacht. Vermeld moet daarbij nog worden, dat de integratie werd doorgevoerd over totaal 12 dagen.

G. Árnason, U.S.A. (The stability of non-geostrophic perturbations in a baroclinic westerly flow) gaf ten slotte een overzicht over een aantal stabiliteitsbeschouwingen, die in het verleden werden gehouden en trachtte deze te combineren. Het belangrijkste punt in de lichtelijk verwarde voordracht was wel, dat door spreker, in tegenstelling tot hetgeen geschiedde in eerdere onderzoekingen, geen restricties werden opgelegd aan de statische stabiliteit σ . Hierdoor konden de beschouwingen tot lagere breedte worden uitgestrekt dan gewoonlijk gebeurt. Het bleek daarbij dat de grens tussen stabiliteit en onstabiliteit, die o.a. afhangt van de verticale windschering en de golflengte van de aangebrachte verstoring, ook van de geografische

breedte afhangt en wel zodanig, dat de kans op onstabilliteit afneemt met afnemende breedte.

9. H. Resultaten van routine forecasts

Onder het onderhavige onderwerp vallen twee voordrachten, nl. van P.M. Wolff van de U.S. Navy (Survey of the activities of the fleet numerical weather facility) en van A. Väisänen, Finland (Statistical comparison between the observed and predicted heights of the 500 mb-surface).

De eerste voordracht bestond in hoofdzaak hierin, dat aan de hand van een groot aantal dia's een operationeel schema werd getoond zoals in gebruik bij de U.S. Navy. Van enig wetenschappelijk aspect was geen sprake, zodat deze voordracht uit de toon viel.

De tweede voordracht was interessanter. Spreker toonde een aantal kaarten waarop de fouten van de barotrope voorspelling waren aangegeven en waaruit duidelijk bleek, dat deze fouten een met de geografie van het beschouwde gebied samenhangend patroon vertoonden. Negatieve correcties moeten in de winter worden toegepast aan de oostkust van de continenten (Labrador, Turkye) en positieve aan de westkust (Californië, Engeland). In het zomerhalfjaar is het patroon iets naar het oosten verschoven, zodat de maxima dan boven midden-Amerika en midden-Europa worden aangetroffen. Een en ander is kennelijk een gevolg van het feit, dat het barotrope model niet op thermische effecten reageert, op zichzelf niets nieuws.

10. I. Tropische cyclonen

Twee voordrachten waren gewijd aan de toepassing van numerieke methodes op het probleem van de ontwikkeling van tropische cyclonen.

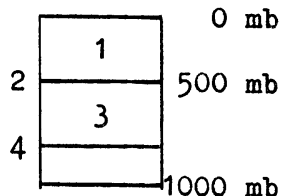
Zowel K. Ooyama, U.S.A. (Numerical experiments in tropical cyclone developments) als Y. Charney, U.S.A. (Formation of tropical depression) beschouwden samenwerking tussen de circulatie in de tropische cycloon als geheel en die in individuele cumuli als essentieel. Door de wrijving nabij de grond wordt vochtige lucht naar de jonge cycloon gevoerd, deze voedt de cumuli en de daarbij vrijkomende warmte intensificeert weer de cycloon.

Het gehele circulatiesysteem wordt beschreven door een rotatiesymmetrisch twee-lagen model. De wrijvingslaag wordt afzonderlijk geïntroduceerd, bijv. door het invoeren van een vertikale beweging aan zijn bovenzijde.

Het essentiële verschil tussen de opvatting van Ooyama en die van Charney (in samenwerking met Eliassen van Noorwegen) was hierin gelegen, dat de eerste de lucht in de cycloon als geheel verzadigd beschouwde,

terwijl Charney gemiddeld een onverzadigde toestand aannam, hetgeen ook meer realistisch lijkt. De laatste opvatting sluit oneindig sterke uitdiepingen uit.

Met $m = r v + f r^2$, het hoekmoment, D de radiale divergentie en een indeling van het systeem als volgt:



gelden de vergelijkingen:

$$\frac{\partial}{\partial t} m_1^2 + D (u_1 m_1^2) + \omega_2 \frac{m_2^2}{\Delta p} = 0$$

$$\text{en } \frac{\partial}{\partial t} m_3^2 + D (u_3 m_3^2) + \frac{\omega_4 m_4^2 - \omega_2 m_2^2}{\Delta p} = 0$$

$$\text{en } \frac{\partial}{\partial t} \theta + D (u \theta) + (\omega \theta)_p = Q$$

waarbij Q de warmteproductie is. Uitdrukking van Q in de totaal vrijgekomen condensatiewarmte, waarbij Charney een factor 0,8 invoert om het niet verzadigd zijn van de lucht in rekening te brengen, leidt dan tot uitdrukkingen voor de drukvermindering in het centrum.

11. J. K. L. Convectie, Dissipatie van energie en Invloed van de orografie

Onder deze rubriek werd per onderwerp één voordracht gehouden waarin steeds een speciale toepassingsmogelijkheid van de numerieke methodieken werd belicht.

Y. Sasaki, U.S.A. (A dynamical and numerical study on atmospheric convection) ging uit van de vergelijkingen:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial uw}{\partial z} = - \frac{\partial \pi}{\partial x}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial uw}{\partial x} + \frac{\partial ww}{\partial z} = - \frac{\partial \pi}{\partial z} - \mu \theta$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial u \theta}{\partial x} + \frac{\partial w \theta}{\partial z} = 0$$

met $\text{div } \vec{v} = 0$, $\pi = \left(\frac{p}{P}\right)^{R/c_p}$ en $\vec{v} = 0$ aan het aardoppervlak.

Overgaande op differenties kon het verloop van de stroming worden bepaald. Zie ook J. Atm. Sc. 20 pag. 496.

E.O. Holopainen, Finland (On the friction and energy dissipation in the atmosphere) bepaalde voor een gebied op de Britse Eilanden met een homogeen radiosondenetwerk het verlies aan kinetische energie telkens over een periode tussen twee waarnemingen. De invloed van de wrijving werd daarbij als restterm uit de vergelijkingen voor de kinetische energie en de bewegingsvergelijkingen opgelost. Het totale wrijvingsverlies van kinetische energie tussen het aardoppervlak en 200 mb bedraagt gemiddeld ongeveer 10 Watt per m², overeenkomend met een totale dissipatie in 2 tot 3 dagen. De grootste verliezen worden gevonden in de wrijvingslaag bij het aardoppervlak en nabij de tropopause (straalstroom, N.B.: clear air turbulence!).

H. Reuter, Oostenrijk (Studies on prediction models incorporating orographic influences of the Alps) beschouwde de invloed van de nagenoeg oost-west lopende alpenketen op de stroming in het 500 mb-vlak waarbij werd afgezien van verticale vorticitetsadvectie en de "twisting-terms", zodat als vorticitetsvergelijking overblijft

$$\frac{D\eta}{Dt} = \eta \frac{\partial \omega}{\partial p}$$

met als nevenvoorwaarden $\omega_g = - \rho_g \vec{v}_g \cdot \nabla k$ met $k = gz$ en $\omega = \omega_g \left(\frac{p}{p_g}\right)^b$.
Voor $\eta \frac{\partial \omega}{\partial p}$ kan nu bij benadering worden geschreven

$$- f \rho_g \vec{v}_g \cdot \nabla k \frac{b}{p_g} \left(\frac{p}{p_g}\right)^{b-1}$$

waarbij $\vec{v}_g \cdot \nabla k$ nog kan worden vervangen door $a \frac{Dk}{Dt}$, zodat men ten slotte krijgt

$$\frac{D}{Dt} \left[\underbrace{\eta + f \rho_g \frac{b}{p_g} \left(\frac{p}{p_g}\right)^{b-1}}_{\equiv E^2 > 0} a k \right] = 0$$

Dat $E^2 > 0$ volgt uit $0 < b < 1$.

Voor het 500 mb-vlak geldt nu

$$\zeta = \zeta_0 + (f_0 - f) - E^2 k$$

Bij noordelijke stroming is $\Delta f = f_0 - f$ altijd > 0 , bij zuidelijke stroming is $\Delta f < 0$. $-E^2 k$ is altijd < 0 .

Bij zuidelijke stroming zal dus steeds anticyclogenese optreden. Bij Noordelijke stroming hangt een en ander nog af van de grootte van $(f_0 - f)$ en $E^2 k$.

12. Nabeschouwing

Het Oslo-symposium is zonder enige twijfel een belangrijke gebeurtenis geweest op het gebied der numerieke verwachtingsmethodieken. Op een paar uitzonderingen na waren de voordrachten duidelijk en van goed gehalte.

Kenmerkend is, dat Charney in een toespraak te kennen gaf, dat het Oslo-symposium het gevoel van pessimisme, dat hem na de conferentie in Tokio had bekropen, volledig had verjaagd. Volgens spreker was de numerieke verwachtingsmethode een dood punt thans definitief te boven gekomen.

Ten slotte mag een woord van bewondering voor de organisatie van het symposium en voor de Noorse gastvrijheid niet achterwege blijven.

-o-o-o-

De Bilt, 10 mei 1963.