

31 AUG. 1965

Verslagen V-172

KONINKLIJK NEDERLANDS
METEOROLOGISCH INSTITUUT

Projectgroep Numerieke Weersverwachting

Vijfde Interimrapport

De Bilt, juli 1965

Kon. Ned. Meteor. Inst.
De Bilt

Projectgroep Numerieke Weersverwachting

Vijfde Interimrapport

juli 1965

0. Dit vijfde interimrapport van de Projectgroep Numerieke Weersverwachting geeft een overzicht van de stand van zaken per 1 juli 1965.

Na de inleiding volgt het tot nu toe bereikte resultaat van een theoretisch onderzoek, dat interessante mogelijkheden lijkt te bieden bij een toekomstige 3-dimensionale objectieve analyse van de geopotentiala. Daarna een exposé van de praktische ervaringen van de Projectgroep met automatische verwerking van synoptische berichten, barotrope voorspelling, verificatie van prognoses en het oplossen van de "balansvergelijking": de koppeling tussen hoogtecontouren en het windveld.

2. Inleiding

Op 19 januari jl. vertrok een der leden van de Projectgroep - Bouman - naar de Verenigde Staten van Amerika voor een verblijf van een halfjaar aldaar met het doel studie te maken van de numerieke voorspelmethode zoals deze in gebruik zijn in Suidland en hierbij tevens praktisch werkzaam te zijn. Ongetwijfeld zal hij mettertijd van zijn ervaringen verslag uitbrengen. Ook Heijna, die onlangs in de gelegenheid was zich terzelfder plaatse gedurende enige dagen te oriënteren, zal een en ander rapporteren in een te houden colloquium.

Een bijzonderheid, die eveneens vermeldenswaard is, vormt de op handen zijnde verschijning op de markt van de zeer snelle rekenmachine EL X8. De beproefde EL X1 in het Elektronisch Rekencentrum te Utrecht zal waarschijnlijk in juli of augustus a.s. vervangen worden door zijn jonge - nochtans grote - broer. Het schijnt echter wel zeker dat deze in zijn eerste twee, drie levensmaanden nog niet in staat zal zijn ALGOL-programma's te begrijpen, weshalve de groep zolang zeker profijt denkt te (blijven) trekken van de gerenommeerde TR 4 van de T.H. in Delft, die voor de X8 niet zo heel veel onderdoet, en ook nog van de X1 die in het ERC als reservemachine dienst zal blijven doen.

2. Transformatie van parameters

Met het oog op de ontwikkeling van een methode voor een 3-dimensionale objectieve analyse, waarbij wordt gestreefd naar een analytische uitdrukking voor de geopotential z als functie van x , y en p , is een onderzoek uitgevoerd, dat we zullen aanduiden als transformatie van parameters.

De gedachte die hieraan ten grondslag ligt is de volgende. De verticale opbouw van de atmosfeer op een bepaalde plaats ($x; y$) en een bepaald tijdstip t , kan worden beschreven door de waarde van z te geven, behorende bij een aantal discrete waarden van p . Deze waarden z_i ($i = 1(1)n$) kunnen derhalve worden beschouwd als parameters, met behulp waarvan de verticale opbouw wordt gekarakteriseerd.

Het gebruik van z als parameter heeft het bezwaar dat men voor een enigszins volledige karakterisering ± 14 van deze parameters nodig heeft, nl. de waarde van z op de volgende niveaus: 1000, 850, 700, 500, 400, 300, 200, 150, 100, 70, 50, 30, 20 en 10 mb.

Nu blijkt dat deze parameters, beschouwd als functies van de tijd, onderling sterk zijn gecorreleerd, wat impliceert dat de informatie, verschaft door één willekeurige parameter, slechts voor een klein deel bestaat uit informatie die nog niet bekend was uit de andere parameters. Op grond hiervan vragen we ons af of het mogelijk is een nieuw stel parameters s in te voeren, gedefinieerd als lineaire combinaties van de oude, die zodanig worden gekozen dat ze onderling niet zijn gecorreleerd. Voordat we tot de behandeling van dit probleem overgaan, maken we eerst enkele afspraken.

1. Het biedt voordelen als het gemiddelde over de tijd van z_i gelijk is aan 0. Hieraan kan worden voldaan door z_i te vervangen door het verschil met zijn gemiddelde waarde. Dan geldt dus:

$$\bar{z}_i = 0 \quad (1)$$

2. Om gebruik te kunnen maken van matrix-notatie, wordt z_i geïnterpreteerd als de component van een vector, die op zijn beurt kan worden beschouwd als een kolom-matrix, aangeduid door z . Een vector kan ook worden geïnterpreteerd als een rij-matrix en wordt dan aangeduid door z^T .
3. Het product van een kolom-vector en een rij-vector is een matrix:

$$Z = z z^T$$

gedefinieerd als $Z_{ij} = z_i z_j$ (2)

Blijkbaar geldt in verband met (1):

$$\text{covariantie } (z_i, z_j) = \overline{z_i z_j} = \bar{Z}_{ij} \quad (3)$$

4. Het product van een rij-vector en een kolom-vector is een scalaire grootte:

$$z^T z = \sum_i z_i^2 \quad (4)$$

Transformatie-formules

Zij Q een willekeurige matrix van de orde (n,n), dan kunnen we met behulp hiervan nieuwe parameters invoeren:

$$s = Q z \quad (5)$$

Een uitdrukking voor de covariantie van s kan worden afgeleid door invoering van de matrix S:

$$S = s s^T \quad (6)$$

Substitutie van (5) geeft in verband met (2)

$$S = Q z z^T Q^T = Q Z Q^T$$

dus
$$\bar{S} = Q \bar{Z} Q^T \quad (7)$$

Aan de nieuwe covariantie-matrix stellen we de eis dat alleen de diagonaal-elementen van 0 verschillen, m.a.w. dat S diagonaal is. We zullen aantonen dat aan deze eis wordt voldaan c.a. als:

$$Q = E^T \quad (8)$$

Hierin stelt E de matrix van de genormeerde eigenvectoren van \bar{Z} voor.

Bewijs: Zij λ een diagonaalmatrix waarvan de diagonaalelementen worden gevormd door de eigenwaarden van \bar{Z} , dan geldt:

$$\bar{Z} E = E \lambda$$

terwijl
$$E E^T = I \quad (9)$$

Hieruit volgt:
$$E^T \bar{Z} E = E^T E \lambda = \lambda \quad (10)$$

of, i.v.m. (7) en (8):

$$\bar{S} = Q \bar{Z} Q^T = \lambda \quad (11)$$

\bar{S} is dus diagonaal.

Inverse transformatie

Uit (5) volgt: $z = Q^{-1} s$

Nu volgt uit (8) door na-vermenigvuldiging met E:

$$Q E = E^T E = I$$

dus: $Q^{-1} = E$

zodat: $z = E s$ (12)

Het blijkt dus dat z_i kan worden geschreven als een lineaire combinatie van de parameters s . Breken we de som in het rechterlid van (12) af na k termen, dan kunnen we deze partiële som als een benadering van z_i opvatten. Als maat voor de nauwkeurigheid van die benadering \hat{z}_i willen we de variantie van \hat{z}_i , gesommeerd over i , hanteren en wel door deze te vergelijken met de som van de varianties van z_i .

$$\sum_{i=1}^n \overline{\hat{z}_i^2} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k E_{ij}^2 \overline{s_j^2} = \sum_{j=1}^k \overline{s_j^2} \sum_{i=1}^n E_{ji}^T E_{ij} = \sum_{j=1}^k \overline{s_j^2} (E^T E)_{jj}$$

dus:
$$\sum_{i=1}^n \overline{\hat{z}_i^2} = \sum_{j=1}^k \overline{s_j^2} = \sum_{j=1}^k \lambda_{jj}$$
 (13)

terwijl:
$$\sum_{i=1}^n \overline{z_i^2} = \sum_{j=1}^n \overline{s_j^2} = \sum_{j=1}^n \lambda_{jj}$$
 (14)

Praktische uitvoering

Er is een programma ontwikkeld (XU-4) met behulp waarvan bovengenoemde bewerkingen kunnen worden uitgevoerd op de X1. Hiermee is een proef uitgevoerd, waarbij het materiaal betrekking heeft op 53 series waarnemingen (januari 1965) van de hoogte van de onderste zes standaard-drukvlakken. Het resultaat is hieronder samengevat.

druk (mb)	$\overline{z_i}$ (dam)	st.dev. (dam ²)
1000	7	9.4
850	137	9.4
700	289	10.5
500	539	13.8
400	695	16.7
300	888	19.7

Uit de covariantie-matrix is de volgende correlatie-matrix afgeleid:

	1000	850	700	500	400	300
1000	1.000					
850	.984	1.000				
700	.934	.978	1.000			
500	.830	.896	.964	1.000		
400	.773	.844	.927	.991	1.000	
300	.736	.810	.899	.975	.993	1.000
Eigenwaarden:	1	1073.4	94.0 %			
	2	63.6	5.7 %			
	3	3.8	0.3 %			
	4	1.1	0.1 %			
	5	0.2	0.0 %			
	6	0.1	0.0 %			
		<hr/>				
		1142.2				

Het blijkt dus dat de eigenwaarden zeer snel afnemen; de eerste twee parameters leveren samen reeds een bijdrage van 99.7 % tot de totale variantie.

Een aspect dat nog niet naar voren is gebracht is dat van de meetfout. Naar schatting bedraagt de variantie hiervan plm. 2 dam². Dit houdt in dat de eigenwaarden met 2 moeten worden verminderd. In verband hiermee wijst het feit dat de laatste drie eigenwaarden kleiner zijn dan 2 erop dat de steekproef te klein is om deze eigenwaarden te bepalen. Aan de hier gevonden waarden kan dan ook geen betekenis worden gehecht, terwijl de significantie van de derde eigenwaarde dubieus moet worden geacht.

De matrix van de eigenvectoren is als volgt:

.24	-.62	.49	.45	.24	-.24
.26	-.51	.02	-.28	-.40	.66
.31	-.33	-.38	-.52	-.05	-.62
.42	.00	-.54	.20	.62	.32
.51	.24	-.19	.52	-.60	-.15
.59	.44	.54	-.38	.17	.03

Grafische voorstelling

Uit het voorgaande volgt dat een zeer goede benadering van z_i wordt verkregen door bij de inverse transformatie alleen de eerste drie parameters in rekening te brengen:

$$\hat{z}_i = E_{i1} s_1 + E_{i2} s_2 + E_{i3} s_3$$

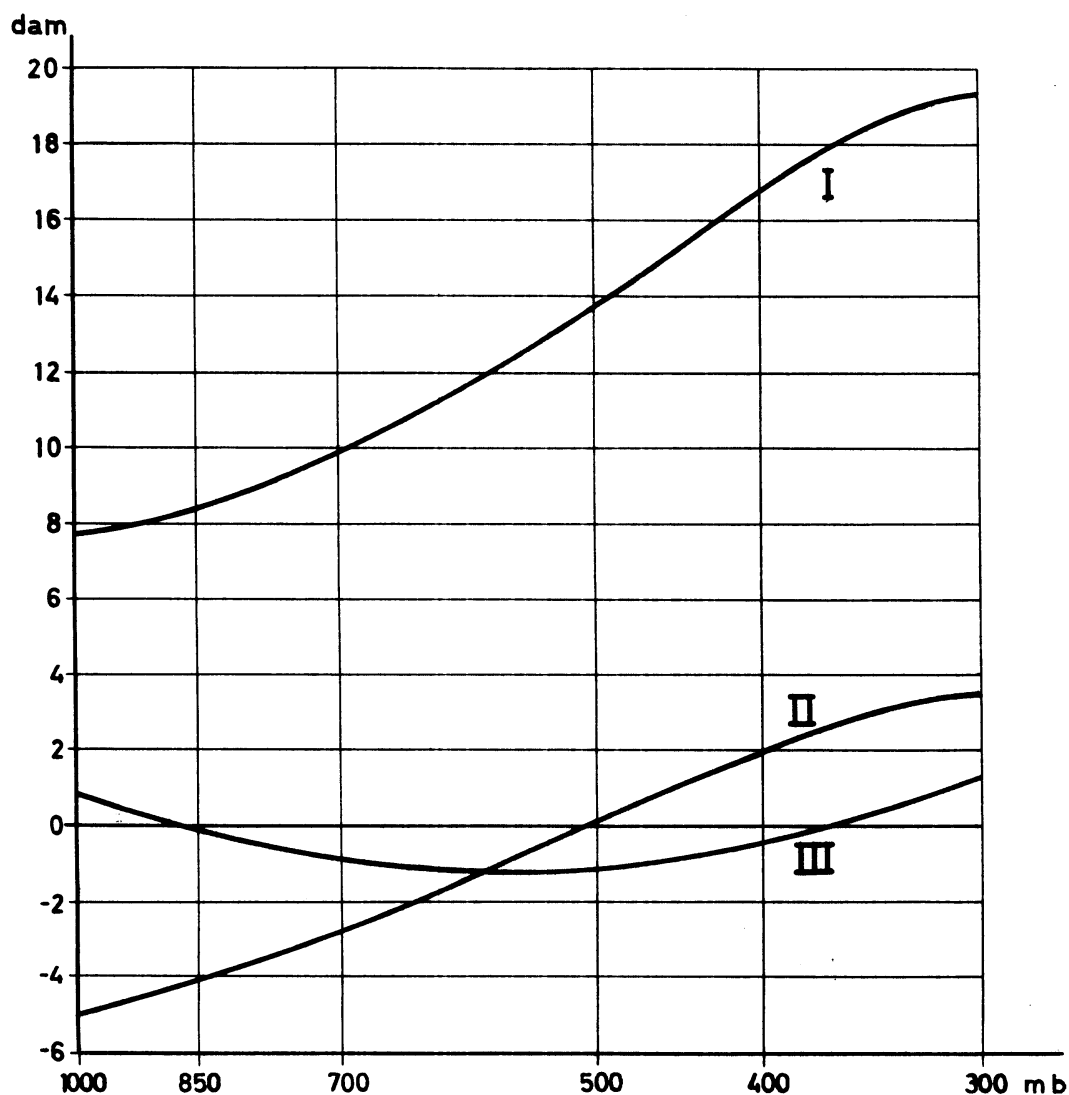
Blijkbaar wordt \hat{z}_i beschouwd als de superpositie van drie onderling onafhankelijke componenten, die elk afzonderlijk functies zijn van de druk. Het verloop hiervan kunnen we laten zien door E_{ij} uit te zetten als functie van i , d.w.z. van de druk. Hierbij is voor de druk een logaritmische schaal gebruikt. Dit heeft het voordeel dat de afgeleide van de functie evenredig

is met de (absolute) temperatuur. Om de grootte-orde van elke component in rekening te brengen, is E_{ij} vermenigvuldigd met de standaard-deviatie van s_j .

Component I. Deze heeft op alle niveaus hetzelfde teken. Als s_1 positief is, manifesteert hij zich als een drukstijging op alle niveaus.

Component II. Bij positieve s_2 geeft deze aanleiding tot een drukdaling aan het aardoppervlak en een drukstijging bij de tropopause. Merkwaardig is dat de grafische voorstelling van de componenten I en II gelijkvormig is.

Component III. Bij positieve s_3 geeft deze aanleiding tot een drukstijging aan het aardoppervlak en de tropopause, terwijl in het midden van de troposfeer een drukdaling optreedt, met een maximum bij plm. 5000 meter. Letten we op het teken van de afgeleide, dan blijkt dat een afkoeling optreedt in de onderste lagen en een verwarming in de hogere lagen.



3. Automatische verwerking van synoptische berichten

Een ALGOL-programma is gereedgekomen, dat uit de in telexband geponste meteorologische berichten de aerologische berichten selecteert en een eenvoudige decodering toepast.

Ondanks het feit, dat er in dit programma reeds rekening is gehouden met een groot aantal mogelijke tik- en seinfouten in de ontvangen berichten, komen er bij het verwerken van de banden nog steeds nieuwe fouten naar voren. Het zal zaak zijn een flink aantal banden, welke op de Weerdienst ontvangen berichten bevatten, met het programma te verwerken, teneinde na te gaan in hoeverre nog verdere verbeteringen in het programma dienen te worden aangebracht.

4. Barotrope voorspelling

In het Vierde Interimrapport (V-167) werd beschreven hoe op een rechthoekig rooster van 27 x 15 punten voor het equivalent barotrope niveau (500 mb) een 6-tal 24-uursprognosen werd gemaakt.

Het programma was hierbij gebaseerd op de voorspelvergelijking:

$$\nabla^2 \frac{\partial \psi}{\partial t} = J(\eta, \psi) \quad (15)$$

waarin ψ = het stroomlijnveld, η = de absolute vortichtheid, ∇^2 = de operator van Laplace en J = de operator van Jacobi. Verder werd gebruikt de geostrofische benadering

$$\psi = \frac{\phi}{f} \quad (16)$$

met ϕ = de geopotentiala en f = de Coriolisparameter.

Gegeven was in ieder roosterpunt de waarde van de vooraf (niet-machinaal) geanalyseerde geopotentiala.

Nadien werd de serie voorspellingen herhaald met inachtneming van de zg. Cressman-reductieterm waardoor de prognostische vergelijking overging in

$$\left(\nabla^2 - \frac{\mu}{\bar{\psi}} \eta \right) \frac{\partial \psi}{\partial t} = J(\eta, \psi) \quad (15A)$$

Hierin is $\bar{\psi} = \psi$ gem. 500 mb terwijl μ een dimensie-loze grootheid voorstelt, die moeilijk theoretisch te preciseren valt, maar waarvoor men in Suitland de waarde 4 als de meest realistische heeft gevonden. Voor een en ander zij verwezen naar het wetenschappelijk rapport W.R. 62-5 (Bouman en Schmidt). Ook hierbij werd (16) gebruikt.

Beide malen was het resultaat van de voorspellingen zeer redelijk. De Cressman-term bleek inderdaad de loopsnelheid van de verschillende golven te reduceren (zie sub 5). Een alsmaar overdreven anticyclonale ontwikkeling was niet verrassend noch verontrustend, inherent als deze is aan de geostrofische approximatie, die slechts een facet is van de complete balans tussen geopotential en stroomfunctie:

$$\nabla^2 \phi = f \nabla^2 \psi + 2 J \left(\frac{\partial \psi}{\partial x}, \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + \nabla f \cdot \nabla \psi \quad (16A)$$

Over deze relatie meer sub 6.

5. Verificatie van prognoses

De voorspellingen werden geverifieerd middels de bepaling van RMS-afwijking en correlatiecoëfficiënt betreffende opgetreden en verwachte hoogteveranderingen. Dit leverde weinig interessants op: alle informatie wordt gecomprimeerd in één getal, een rapportcijfer met alle voor- en nadelen van dien. Beide voorspellingen-series kregen puntenlijstjes, die niet significant verschillend waren. Dat bijvoorbeeld druksystemen na introductie van de Cressman-term "minder hard liepen" bleek niet dan door visuele inspectie.

Daarom een ander experiment.

De werkelijk opgetreden hoogten (niet hoogteveranderingen!) in een centraal verificatiegebied worden gecorreleerd met de voorspelde hoogten in hetzelfde gebied maar ook met de voorspelde hoogten in t.o.v. het centrale deelveld verschoven deelvelden. Aan het middelpunt van elk van deze deelvelden wordt aldus een (kruis)correlatie-coëfficiënt toegevoegd en uiteraard:

"it gives patterns"!

Uit zulk een correlatiepatroon blijkt nu:

- 1e uit de grootte van het maximum: in welke mate het beschouwde druksysteem ook in de voorspelling aanwezig is;
- 2e uit de ligging van het maximum: in hoeverre het systeem in de voorspelling op de goede plaats beland is.

Praktisch:

- 1e steeds was er een uitgesproken maximum - variërend van 0.91 tot 0.96 - en wel was dit bij beide series telkens even hoog;
- 2e steeds was het maximum in een patroon dat betrekking had op de tweede serie ± 150 km naar het westen verschoven vergeleken met het maximum in het corresponderende patroon uit de eerste serie: gevolg van de invloed van de reductieterm van Cressman.

Al met al bleek de (positieve) loopsnelheid van de golven met ongeveer 10 % gereduceerd, hetgeen soms een verbetering betekende, soms niet.

Wat evenwel te zeggen van de reductie van enige retrograde beweging? Deze had dan toch moeten blijken uit een oost-verplaatsing van de correlatie-piek. Wel, deze blijkt pas bij het werken met een groter rooster waarop de niet-realistische retrogressie van de ultralange golven eerst goed merkbaar wordt. In het verleden werd dan ook de noodzaak tot de Cressman-modificatie niet gevoeld dan nadat men was overgegaan op roosters van hemisferische omvang.

6. De balansvergelijking

Het afzien van de geostrofische benadering en het opnemen van de balansvergelijking is altijd een hele stap. Het is zoiets als "de kap op het huis" (het eerste huis wel te verstaan). Met name de Jacobiaan-term levert nogal wat moeilijkheden op. Men heeft wel geprobeerd hieraan te ontkomen door deze term dan maar te verdoezelen, maar inmiddels is wel duidelijk geworden dat zijn bijdrage essentieel is. Dan heeft men ook nog te kampen met het feit dat in sommige situaties niet voldaan is aan de conditie voor ellipticiteit. Toch ontkomt men niet aan de opgave hoe dan ook "het ding" op te lossen.

Er bestaan nu enige technieken om (16A) te "kraken". Gebruik werd gemaakt van de zg. "cycle-scan" methode, welke beschreven is door Shuman [1] en Miyakoda [2]. Dit is een iteratie-procédé waarbij keer op keer getest wordt of overal nog voldaan wordt aan de ellipticiteitsconditie met zó nodig passende modificatie van het veld. Dit laatste is een smet op iedere methode, die met de huidige middelen niet weg te wissen is.

Los van enige prognose werd voor een aantal situaties (de eerder gebruikte zes) de balansvergelijking op de TR 4 opgelost. De computer deelde per telex mee dat modificeren van het veld geen enkele maal nodig was geweest, in welk geval (2A) volledig reversibel is. Dat de methode (en het programma!) deugdelijk werkt, werd dan ook gecontroleerd door na de convertering van ϕ tot ψ met dit gevonden ψ -veld de balansvergelijking als een gewone Poisson-vergelijking te beschouwen en de oorspronkelijke geopotentialen weer tevoorschijn te brengen. Nu, dit ging.

Helemaal overboord geworpen was de geostrofische benadering nog niet, daar deze als randvoorwaarde werd gebruikt. Het volgende punt op het programma zal zijn deze te vervangen door een wat algemenere voorwaarde, die ook een ageostrofische component in rekening brengt en die gesuggereerd werd door Bolin [3]:

$$\frac{\partial \psi}{\partial s} = \frac{1}{f} \frac{\partial \phi}{\partial s} - \frac{\phi \frac{1}{f} \frac{\partial \phi}{\partial s} ds}{\phi ds} \quad (3)$$

waarin s = de randcoördinaat met oriëntatie in tegenwijzerzin.

Door het gebruik van de balansvergelijking zal dan in de prognoses het fenomeen "spurious anticyclogenesis" onderdrukt of in elk geval aanmerkelijk gereduceerd moeten worden.

Referenties:

- [1] Shuman, F.G., 1957: Numerical methods in weather prediction:
I The balance equation. Mon. Weath. Rev., 85, 329-332.
- [2] Miyakoda, K., 1960: Numerical solution of the balance equation.
Techn. Rep. of the Japan Meteor. Agency, no. 3, 15-34.
- [3] Bolin, B., 1956: An improved barotropic model and some aspects
of using the balance equation for three-dimensional flow.
Tellus, 8, 61-75.