

Een eenvoudige grafische methode voor het afleiden
van de luchtstroming aan het aardoppervlak
uit numeriek berekende 500 mb-progs

door

H.C. Bijvoet

1. Inleiding

Bij het onderzoek naar mogelijkheden tot meerdaagse weersverwachtingen voor Nederland met behulp van de dagelijks door het U.S. Weather Bureau numeriek berekende stromingskaarten van het 500 mb-vlak (z.g. 500 mb-progs) voor 24, 48, 72 en 96 uur in de toekomst, kunnen twee wegen worden gevolgd:

1) Men kan trachten uit de 500 mb-progs direct het weer (bewolking, temperatuur en neerslag) te bepalen. Daartoe is o.a. uitvoerig de bruikbaarheid getoetst van het verband tussen het weer in Nederland en het circulatietype, zoals dat is weergegeven in [1]. Deze tabellen-boeken geven voor elk circulatietype gemiddelde waarden voor diverse meteorologische grootheden. De tabellen geven echter ook een indruk van de niet onbelangrijke spreiding om de gemiddelde waarden. Die spreiding wordt bij vrijwel elk circulatietype in belangrijke mate veroorzaakt door het voorbijtrekken van kleinere door de circulatie gestuurde cyclonale en anticyclonale weersystemen. Tijdens een periode van drie dagen met bijv. een cyclonale west-circulatie (Wz) - waarbij er dus sprake is van elkaar opvolgende depressies en gebieden van hogere luchtdruk - kunnen zich o.m. de situaties voordoen als weergegeven in tabel 1.

Tabel 1. Een tweetal situaties bij cyclonale west-circulatie

	weersysteem dat het weer in Nederland bepaalt op:		
	dag I	dag II	dag III
situatie 1	C	A	C
situatie 2	A	C	A

C = cyclonale storing (depressie, trog)
A = anticyclonale storing (hogedrukgebied tussen twee trekkende depressie)

Het is duidelijk dat in situatie 1 het gemiddelde over drie dagen van de temperatuur en de zonneshijn anders zal uitvallen dan in situatie 2. Het maken van onderscheid tussen de gevallen 1 en 2 bleek met behulp van de 500 mb-progs in vele gevallen mogelijk. Daarbij deed zich evenwel de vraag voor, op welke wijze de informatie omtrent details in het te verwachten stromingsveld van de bovenlucht zou kunnen worden benut bij het opstellen van de 3-daagse weersverwachtingen. Een poging de relatie tussen weer en circulatietype te verfijnen, bleek praktisch onmogelijk, o.a. omdat de gegevens van de hoogtestroming boven Europa over een lange reeks van jaren niet beschikbaar waren in een voor machinale bewerking toegankelijke vorm.

2) Men kan proberen uit de 500 mb-progs eerst het stromingspatroon aan het aardoppervlak zo goed mogelijk te benaderen. Aan de hand van deze grondkaarten kan dan met behulp van de "weerdienst-methodiek" het weersverloop worden geschat. Deze werkwijze vereist een methode voor het afleiden van 1000 mb-progs voor 24, 48 en 72 uur in de toekomst uit de 500 mb-progs.

Over een onderzoek naar een geschikte grafische methode voor het afleiden van 1000 mb-progs uit numeriek berekende 500 mb-progs ten behoeve van de experimenten met 3-daagse weersverwachtingen voor Nederland wordt in dit rapport verslag uitgebracht.

2. Afbakening van het onderzoek

Het berekeningen van verwachte grondstromingskaarten (1000 mb-progs) is een onderwerp van studie bij vrijwel alle meteorologische diensten, welke zich bezighouden met de ontwikkeling van numerieke voorspellingsmethoden met behulp van een rekenmachine.

Met deze ontwikkeling op de achtergrond is het uitwerken van een grafische methode voor het afleiden van 1000 mb-progs uit numeriek berekende 500 mb-progs slechts aanvaardbaar als "interim"-oplossing in afwachting van de computer-producten. In verband daarmee zijn aan de omvang van het onderzoekingswerk en de keuze van de methode o.m. de volgende beperkingen gesteld:

- 1) De omvang van het onderzoek voor de ontwikkeling van een grafische methode moet in een redelijke verhouding staan tot het "tussentijdse" karakter van de methode, behoudens onderdelen van het onderzoekingswerk, die ook van nut zouden kunnen zijn voor de KNMI-Projectgroep Numerieke Weersverwachtingen.

2) De toepassing van de methode in de praktijk moet eenvoudig zijn. Om de gedachten te bepalen: met het afleiden van een 48 en 72 uur 1000 mb-prog uit de 500 mb-progs mag niet meer tijd gemoeid zijn dan enkele man-uren.

3. De prognostische vergelijking voor $\partial\phi_{10}/\partial t$

3.1 De in de inleiding gestelde opgave kan als volgt worden geformuleerd:

Gegeven: van de waarnemingstijd t_w de topografie van het 500 mb-vlak ϕ_{5,t_w} en van het 1000 mb-vlak ϕ_{10,t_w} en voorts de 500 mb-progs ϕ_{5,t_w+24} , ϕ_{5,t_w+48} en ϕ_{5,t_w+72} uur.

Gevraagd: de 1000 mb-progs ϕ_{10,t_w+24} , ϕ_{10,t_w+48} en ϕ_{10,t_w+72} .

Voor de beantwoording is een prognostische vergelijking nodig, waarin $\partial\phi_{10}/\partial t$ alleen afhankelijk is van termen, waarvan de waarden aan de 500 mb-progs kunnen worden ontleend. Bovendien moet een dergelijke vergelijking op niet al te tijdrovende wijze "grafisch" kunnen worden geïntegreerd.

3.2 Differentiëren van de statische grondvergelijking $\partial\phi/\partial p = -RT/p$ naar t , daarna uitwerken van $\partial T/\partial t$ en tenslotte integreren naar p , leidt tot de bekende vergelijking:

$$\frac{\partial\phi_{10}}{\partial t} = \frac{\partial\phi_5}{\partial t} - R \int_5^{10} \left\{ -\vec{V} \cdot \nabla T + \omega \left(\Gamma - \frac{\partial T}{\partial p} \right) + \frac{1}{c_p} \frac{dq}{dt} \right\} d \lg p \quad (1)$$

waarin R de gasconstante voor droge lucht, T de temperatuur, p de druk, \vec{V} de horizontale windkomponent, $\omega \equiv dp/dt$ de "vertikale" luchtbeweging, c_p de soortelijke warmte bij constante druk en q de door de lucht opgenomen warmte per massa-eenheid. Γ stelt de droogadiabatische temperatuurgradiënt voor, wanneer de lucht vrij is van wolken. Zijn er wolkenlagen aanwezig, dan moet voor die lagen voor Γ de verzadigd-adiabatische temperatuurgradiënt worden ingevuld.

De betrekking (1) kan worden vereenvoudigd, wanneer de atmosferische omstandigheden aan bepaalde voorwaarden voldoen:

1) In de term, die de horizontale temperatuuradvectie weergeeft, mag \vec{V} worden benaderd door de geostrofische wind, waarvoor geldt $\vec{V} = \vec{k} \times f^{-1} \nabla\phi$ en waarin \vec{k} de vertikale eenheidsvektor voorstelt en

f de coriolis-parameter. Als nu voorts de wind tussen 500 en 1000 mb gelijkmatig met de hoogte verandert en wel zo, dat $\partial^2 \vec{v} / \partial p^2 = 0$, dan geldt:

$$R \int_5^{10} (\vec{v} \cdot \nabla T) d \lg p = \vec{v}_5 \cdot \nabla \phi_{\times} \quad (2)$$

waarin \vec{v}_5 de wind in het 500 mb-vlak en $\phi_{\times} = \phi_5 - \phi_{10}$ (de relatieve topografie).

- 2) Ingeval de eventuele inversies in de toestandskromme van T tussen 500 en 1000 mb van verwaarloosbare "dikte" zijn (ongeacht de temperatuursprong) en wanneer de toestandskromme van T, uitgezet in een θ_s, p -diagram, tussen de inversies vertikaal verloopt (hetgeen overwegend het geval is) en wanneer verder de lucht vrij is van wolken, dan is $(\Gamma - \partial T / \partial p)$ tussen 500 en 1000 mb bij benadering constant. Onder deze omstandigheden geldt dan:

$$R \int_5^{10} \omega (\Gamma - \frac{\partial T}{\partial p}) d \lg p = c_1 \bar{\omega} \quad (3)$$

waarin $\bar{\omega}$ de gemiddelde vertikale beweging tussen 500 en 1000 mb voorstelt en c_1 een constante, die gelijk is aan $R(\Gamma - \partial T / \partial p) \lg 2 \approx 80 \text{ gram}^{-1} \text{ cm}^3$.

Zou de atmosfeer echter tussen 500 en 1000 mb geheel gevuld zijn met wolken, dan is $c_1 = 0$. In werkelijkheid zal c_1 variëren tussen 0 en $80 \text{ gram}^{-1} \text{ cm}^3$.

Worden tenslotte de diabatische temperatuurveranderingen van de lucht (voorlopig) verwaarloosbaar klein geacht ($dq/dt = 0$), dan gaat (1) over in:

$$\frac{\partial \phi_{10}}{\partial t} = \frac{\partial \phi_5}{\partial t} + \vec{v}_5 \cdot \nabla \phi_{\times} - c_1 \bar{\omega} \quad (4)$$

- 3.3. Met behulp van (4) kunnen we nu schrijven:

$$\phi_{10,t} = \phi_{5,t} - \phi_{\times,t_w} + \int_{t_w}^t (\vec{v}_5 \cdot \nabla \phi_{\times} - c_1 \bar{\omega}) dt \quad (5)$$

Volgens de gestelde opgave zijn $\phi_{5,t}$, $\phi_{\times,t_w} = \phi_{5,t_w} - \phi_{10,t_w}$ en $\vec{v}_{5,t}$ bekend.

Om $\phi_{10,t}$ te verkrijgen, moet nog een betrekking worden gevonden waarin $\bar{\omega}$ alleen afhankelijk is van ϕ_5 of ϕ_x . Dat zal slechts een (grobe) benadering kunnen zijn. Men treft in de literatuur vele benaderingen voor $\bar{\omega}$ aan, die aan de gestelde voorwaarden voldoen. Bij de afleidingen zijn uiteraard vereenvoudigingen ingevoerd waarvan de toelaatbaarheid slechts na toetsing in de praktijk kan worden beoordeeld. Bovendien moet - om de grafische integratie eenvoudig te houden - voor c_1 een constante waarde worden aangehouden, alhoewel deze faktor vrij ruim kan variëren.

Uit gepubliceerde gegevens blijkt, dat bij toepassing van de betrekkingen voor $\bar{\omega}$, afgeleid door ESTOQUE, REED en BUSHBY, aanvaardbare resultaten kunnen worden verkregen.

ESTOQUE [2,3,4] gebruikte bij de grafische integratie van (5) de betrekking:

$$c_1 \bar{\omega} = c_2 \left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_5 \cdot \nabla \right\} \nabla^2 \phi_x \quad (6)$$

waarin c_2 een constante, die afhangt van c_1 , f en het door ESTOQUE aangenomen profiel voor het verloop van ω tussen 500 en 1000 mb. Stelt men $c_1 = 80$, dan is op 50°NB $c_2 = 1,44 \cdot 10^{15} \text{ cm}^2$. Een vrijwel identieke betrekking als die weergegeven door (6) wordt door de Noorse meteorologische dienst benut bij de numerieke berekening van ϕ_x . [5].

Substitutie van (6) in (4) leidt tot

$$\partial(\phi_x - c_2 \nabla^2 \phi_x) / \partial t = -\vec{v}_5 \cdot \nabla(\phi_x - c_2 \nabla^2 \phi_x) \quad (7)$$

Uit (7) volgt, dat $(\phi_x - c_2 \nabla^2 \phi_x)$ in het stromingsveld van \vec{v}_5 als een conservatieve grootte kan worden opgevat.

REED [6,7] past een verdergaande vereenvoudiging toe en stelt

$$c_1 \bar{\omega} = c_3 \left\{ \frac{\partial \phi_5}{\partial t} + \vec{v}_5 \cdot \nabla \phi_x \right\} \quad (8)$$

waarin $c_3 \approx 0,5$.

Invulling van (8) in (4) levert op

$$\frac{\partial \phi_{10}}{\partial t} = -c_3 \vec{v}_5 \cdot \nabla \phi_x + c_3 \frac{\partial \phi_5}{\partial t} \quad (9)$$

Door BUSHBY [8] werd bij numerieke experimenten gebruikt de betrekking:

$$c_1 \bar{\omega} = c_4 \vec{V}_* \cdot \nabla (2Q_5 - Q_*) \quad (10)$$

waarin c_4 een constante > 0 , $\vec{V}_* = \vec{V}_5 - \vec{V}_{10}$ en $Q_5 = f^{-1} \nabla^2 \phi_5 + f$ en $Q_* = Q_5 - Q_{10}$.

Substitutie van (10) in (4) leidt tot een gecompliceerde betrekking, waarvan de grafische integratie wel mogelijk maar zeer tijdrovend is.

Tenslotte zij verwezen naar een meer theoretische beschouwing van WIIN-NIELSEN [15] over de orde van grootte van de fouten in de diverse benaderingen voor ω ten behoeve van grafische methoden.

4. Experimenten met de methoden van ESTOQUE en REED

4.1 Voor het beoordelen van de bruikbaarheid van de methoden van ESTOQUE en REED in het kader van de experimenten met meerdaagse weersverwachtingen werden in de zomer van 1961 een aantal proeven uitgevoerd. Bij de eerste proef werden enkele series 500 mb-kaarten gekozen en wel zo, dat elke serie behoorde tot een ander circulatietype. Om de nauwkeurigheid van de methoden beter te kunnen toetsen, werden "fouten" in de 500 mb-progs (die uiteraard mede de nauwkeurigheid van de 1000 mb-progs bepalen) geëlimineerd door bij de eerste proef de 500 mb-progs te vervangen door 500 mb-analyses. Bij de tweede proef werden 500 mb-progs van het U.S. Weather Bureau gebruikt.

4.2 De ervaringen, die met de proeven werden opgedaan, kunnen als volgt worden samengevat:

Voor een volledige bewerking volgens de methode ESTOQUE voor 24, 48 en 72 uur zijn ongeveer 10 man-uren vereist (na opdoen van routine wellicht terug te brengen tot 8 à 9 man-uren). Deze bewerkingstijd voldoet dus niet aan de voorwaarde genoemd in paragraaf 2, onder 2).

De bewerkingen volgens de methode REED vergen minder tijd. In totaal 3 à 4 man-uren voor een gebied ter grootte van West-Europa.

Bij de vergelijking van de 1000 mb-progs met weerkaarten van de overeenkomstige tijden kwamen de 24 uur-progs in grote lijnen met de werkelijk opgetreden toestand overeen. De 48- en 72 uur-progs daarentegen bleken evenwel onbruikbaar, ook die afgeleid uit de 500 mb-analyses. In het bijzonder de 72 uur-progs voor 1000 mb leverden in de meeste gevallen een volkomen onrealistisch patroon van ϕ_{10} -lijnen op.

4.3 De uitgevoerde proeven gaven wel inzicht in de oorzaken van de ontarring der resultaten voor de 48 en 72 uur termijn.

- 1) De grafische methoden zijn quasi-objectief. Vooral bij het herhaald grafisch optellen en aftrekken van de ϕ_x -velden bij de methode ESTOQUE kunnen aanvankelijk kleine fouten snel aangroeien tot grote met destructieve gevolgen. Hetzelfde geldt voor de herhaalde manueel uitgevoerde advectieve verplaatsing van de iso-lijnen van ϕ_x (zie ook de ervaring van CARDOZO [9]).
- 2) Het is uit ervaring bekend dat de velden van ϕ_5 en ϕ_x (meestal golfpatronen) min of meer gekoppeld zijn en wel zo, dat de "warme tong" in het ϕ_x -veld (de plaats van de warme sector of het geoccludeerde front aan het aardoppervlak) als regel is gelegen tussen de as van de trog en de stroomopwaarts gelegen rug in het ϕ_5 -veld. De verplaatsing van de troggen en ruggen in het 500 mb-patroon wordt in hoofdzaak bepaald door de horizontale advectie van de absolute vortichiteit (Q_5) waarvan bekend is dat die advectie niet in één 24 uur-stap kan worden uitgevoerd. Bij de grafische integratie wordt echter met tijdstappen van 24 uur gewerkt. Het bleek duidelijk dat door de ongelijke methodieken voor advectie van Q_5 (numeriek berekend met kleine tijdstappen) en van ϕ_x (manueel uitgevoerd in tijdstappen van 24 uur) de samenhang tussen het ϕ_5 en ϕ_x -veld snel verloren gaat. Bij verschillende proeven geraakte bijvoorbeeld de "warme tong" in het ϕ_x -veld na 72 uur in een volkomen onrealistische positie t.o.v. het ϕ_5 -patroon. Wanneer men in die gevallen het (manueel voor spelde) ϕ_x -veld aftrekt van het (machinaal berekende) ϕ_5 -veld, levert dat een 1000 mb-prog op met een zeer bizar hoogtelijnenverloop.

Men zou ter verbetering van de grafische methode kunnen overgaan op kleinere tijdstappen maar dan vermeerdert het aantal grafische optellingen en aftrekkingen. Gezien de ervaringen genoemd onder 1) is daarvan weinig heil te verwachten.

- 3) Bij de proeven met gebruikmaking van 500 mb-analyses in plaats van progs bleek bovendien dat ook het niet-constant zijn van de factor c_1 in de vergelijking (4) een rol speelt. Dit werkt door in de betrekkingen (6) en (8) en wel zo, dat de aangenomen waarde van c_1 mede de snelheid bepaalt waarmee de isolijnen van ϕ_x of $\nabla^2 \phi_x$ moeten worden "geadvecteerd".
- 4) Bij de proeven met 500 mb-analyses werd tenslotte de indruk verkregen dat bij bepaalde situaties in zomer en winter veranderingen in de relatieve topografie, welke een gevolg zijn van diabatische processen, over een periode van 3 dagen niet meer "verwaarloosbaar" klein zijn. De aandacht wordt in dit verband gevestigd op een onderzoek van POTHECARY [10].

5. De FRT-methode

5.1 De experimenten met de methode ESTOQUE en REED hebben duidelijk aangetoond dat het grafisch integreren van de prognostische vergelijking voor ϕ_{10} slechts mogelijk is voor één tijdstap.

Om nu uit de 500 mb-progs voor t_w+48 en t_w+72 uur toch een "schatting" te kunnen maken van de stroming nabij het aardoppervlak, is een methode ontwikkeld waarbij gebruik wordt gemaakt van een "model-voorstelling" van de ontwikkelingen in een periode voorafgaande aan de tijd t_w+48 en t_w+72 en waarbij wordt uitgegaan van een Fictieve Relatieve Topografie (FRT).

5.2 De serie 500 mb-progs van het US Weather Bureau worden tot en met t_w+36 berekend met behulp van een meer-lagen model en daarna volgens een quasi-barotroop model. Aangezien tijdens het rekenproces nu en dan een "gladstrijking" plaatsheeft, tonen de 48- en 72 uur-progs als regel een "rustig" ϕ_5 -lijnenpatroon met duidelijk van elkaar te onderscheiden golfvormige storingen waarvan de golflengten zelden kleiner zijn dan 2000 km.

We kiezen nu om de gedachten te bepalen één golfvormige storing uit het ϕ_5 -veld en deze storing wordt benaderd door een model-voorstelling, die in een x,y-coördinatensysteem kan worden beschreven door:

$$\phi_5 = a_0 + a_1 \sin N(x-Ct) + a_2 y \quad (11)$$

waarin $N = 2\pi/L$ en L de golflengte in het golfpatroon. C stelt de verplaatsingssnelheid van de golfstoring in de x-richting voor.

Verondersteld wordt nu dat op een (onbekende) tijd t_0 in het verleden de relatieve topografie 500-1000 mb een "ongestoord" verloop heeft gehad met rechte en equidistante isohypsen, in formule:

$$\phi_{x,t_0} = b_0 + b_2 y \quad (12)$$

Veranderingen in het ϕ_x -veld na de tijd t_0 worden geacht te voldoen aan de betrekking (7), waarbij voor \vec{V}_5 de geostrofische wind wordt genomen. Voor de x- en y-componenten van de wind, resp. u_5 en v_5 , geldt dan:

$$u_5 = -a_2 f^{-1}$$
$$\text{en } v_5 = a_1 f^{-1} N \cos N(x-Ct)$$

Met gebruikmaking van de uitgangstoestand (12) kan de betrekking (7) worden geïntegreerd naar de tijd waarbij $t_0 = 0$ wordt genomen. De oplossing luidt:

$$\phi_{\bar{x}} = b_0 + b_1 \sin \left\{ N \frac{u_5 - C}{2} \right\} t \cos N \left\{ x - \frac{u_5 + C}{2} \right\} t + b_2 y \quad (13)$$

waarin
$$b_1 = \frac{2a_1 b_2}{f(u_5 - C)(1 + c_2 N^2)}$$

Een karakteristiek van de verplaatsing en de vormverandering van de isohyps $\phi_{\bar{x}} = b_0$ is weergegeven in fig. 1.

De oorspronkelijke rechte iso-lijn verkrijgt een golfvormig verloop met een toenemende uitwijking t.o.v. de x-as. De maximale uitwijking wordt bereikt op de tijd:

$$t_m = \frac{L}{2(u_5 - C)}$$

Voor $L = 2500$ km en $u_5 - C = 20$ km/h is $t_m \approx 2,5$ dag na t_0 .

De modelmatige veranderingen in het $\phi_{\bar{x}}$ -veld geven - zij het in zeer grove trekken - het standaardschema weer van een depressieontwikkeling (zie bijv. [11]).

Het beschreven model vertoont veel overeenkomst met het experiment van POSTMA [12]. Bij dit experiment wordt in een zich star verplaatsende depressie aan het aardoppervlak een rechtlijnig front aangenomen op de tijd t_0 . Vervolgens wordt nagegaan hoe het front in de bewegende depressie deformeert. Reeds kort na de (onrealistische) aanvangstoestand wordt een verrassend goede gelijkenis verkregen met de standaardschablonen voor de golfontwikkeling. Nu is het bekend dat er een nauwe samenhang bestaat tussen de ligging van de fronten aan het aardoppervlak en de relatieve topografie [13]. Bij fronten, die homogene luchtsoorten scheiden, komt de ligging van het front in een depressie aan het aardoppervlak vrijwel overeen met het verloop van een bepaalde $\phi_{\bar{x}}$ -lijn van de relatieve topografie. Het occlusie-proces voltrekt zich echter in de bovenlucht in vertraagd tempo, waardoor de golfvormige structuur van de relatieve topografie langere tijd behouden blijft.

5.3 Bij de praktische toepassing van de FRT-methode is het de bedoeling het $\phi_{\bar{x}}$ -veld, zoals beschreven door (13), in een bepaald stadium in te passen in het ϕ_5 -veld voor $t_w + 48$ en $t_w + 72$ uur. Daartoe wordt als volgt te werk gegaan.

Allereerst wordt de prognostische vergelijking (7) vervangen door:

$$\frac{\partial \phi_{\bar{x}}}{\partial t} = -u_5 \frac{\partial \phi_{\bar{x}}}{\partial x} - \frac{v_5}{1 + c_2 N^2} \frac{\partial \phi_{\bar{x}}}{\partial y} \quad (14)$$

welke betrekking bij integreren naar de tijd met de aanvangstoestand (12)

en in een ϕ_5 -veld dat voldoet aan (11), dezelfde oplossing (13) oplevert.

Vervolgens blijkt het voordeel te bieden het ϕ_5 -veld en $\phi_{\bar{x}}$ -veld te beschrijven in een x', y' -coördinatenstelsel waarvan de oorsprong zich met de golfsnelheid C in de x -richting verplaatst. Er gelden dan de volgende relaties:

$$\begin{aligned} x' &= x - Ct \\ \text{en } y' &= y \end{aligned}$$

De beschrijving van het ϕ_5 -veld (11) gaat dan over in:

$$\phi_5 = a_0 + a_1 \sin Nx' + a_2 y' \quad (15)$$

Verder geldt:

$$\begin{aligned} u_5' &= \frac{dx'}{dt} = u_5 - C \\ \text{en } v_5' &= \frac{dy'}{dt} = v_5 \end{aligned}$$

De vergelijking (14) gaat in het x', y' -stelsel over in:

$$\frac{\partial \phi_{\bar{x}}}{\partial t} = -(u_5 - C) \frac{\partial \phi_{\bar{x}}}{\partial x'} - \frac{v_5}{1 + c_2 N^2} \frac{\partial \phi_{\bar{x}}}{\partial y'} \quad (16)$$

Volgens (16) is $\phi_{\bar{x}}$ een conservatieve grootheid in de stroming, welke kan worden weergegeven door de van de tijd onafhankelijke stroomfunctie:

$$\psi_5 = \frac{1}{f} \left\{ a_0 + \frac{a_1}{1 + c_2 N^2} \sin Nx' + \left(a_2 + \frac{C}{f} \right) y' \right\} \quad (17)$$

Deze functie kan aan het ϕ_5 -veld worden ontleend wanneer C bekend is. De snelheid C kan worden bepaald met behulp van het ROSSBY-CRESSMAN theorema:

$$C = \frac{u_5 - \frac{\partial f}{\partial y'} N^{-2}}{1 + c_4 f N^{-2}} \quad (18)$$

waarin c_4 de zgn. CRESSMAN-correctie. De grootheden u_5 en N kunnen uit het ϕ_5 -veld worden verkregen.

5.4 Om nu in de praktijk op niet al te ingewikkelde wijze de stroomfunctie (17) uit de 500 mb-progs af te leiden, wordt een kunstgreep toegepast.

Volgens een oude (ervarings-)regel van GUILBERT en GROSZMANN verplaatst een vore van lagedruk zich in 24 uur tijds "bij voorkeur" naar de plaats van de stroomopwaarts gelegen rug van hoge luchtdruk. Deze regel vindt men in een meer genuanceerde en kwantitatieve vorm terug in (18). De "gemiddelde" waarde voor $\frac{1}{2} L/C$ blijkt - binnen het gebied $2000 \text{ km} < L < 3500 \text{ km}$ en $20 \text{ m. sec}^{-1} < u_5 < 50 \text{ m. sec}^{-1}$ - ongeveer 24 uur te zijn, evenwel met een ruime spreiding. Neemt men voor $C = \frac{1}{2} L/24$ uur, dan volgt uit (11):

$$\phi_{5,t} - \phi_{5,t-24} = 2a_1 \sin N(x-Ct) = 2a_1 \sin Nx' \quad (19)$$

Het linker lid van de vergelijking stelt de 24 uurs-tendens voor, in het vervolg aangeduid met $\Delta_{24}\phi_5$.

Keren we terug naar (17) en schrijven daarvoor:

$$f\gamma_5 = a_0 + \frac{a_1}{1+c_2N^2} \sin Nx' + a_2 \left(1 - \frac{C}{u_5}\right) y' \quad (20)$$

In paragraaf 3.3 werd voor c_2 de waarde $1,44 \cdot 10^{15} \text{ cm}^2$ opgegeven. De verhouding C/u_5 kan uit (18) worden berekend in afhankelijkheid van u_5 en L . Binnen het gebied $2000 \text{ km} < L < 4000 \text{ km}$ en $20 \text{ m. sec}^{-1} < u_5 < 50 \text{ m. sec}^{-1}$ varieert de waarde van $1-C/u_5$ tussen 0,12 en 0,47; de waarde van $1+c_2N^2$ schommelt tussen 1,38 en 2,44.

Onder alle omstandigheden wordt nu $1-C/u_5 = 0,25$ en $\frac{1}{1+c_2N^2} = 0,5$ genomen. De betrekking (20) gaat dan over in:

$$f\gamma_5 = a_0 + 0,5 a_1 \sin Nx' + 0,25 a_2 y' \quad (21)$$

Voor de stroomlijn $\gamma_5 = \frac{a_0}{f}$ geldt dan:

$$y' = - \frac{2a_1 \sin Nx'}{a_2} \quad (22)$$

Diezelfde stroomlijn verkrijgt men met gebruikmaking van (15) en (19) uit:

$$\phi_5 + 0,5 \Delta_{24}\phi_5 = a_0 + 2a_1 \sin Nx' + a_2 y'$$

Voor de iso-lijn $\phi_5 + 0,5\Delta_{24}\phi_5 = a_0$ geldt eveneens:

$$y' = - \frac{2a_1 \sin Nx'}{a_2}$$

M.a.w. het stroomlijnen-patroon van de stroomfunctie (17) kan men benaderen door de helft van de 24 uren-verandering ($\Delta_{24}\phi_5$) op te tellen bij het ϕ_5 -veld.

Met deze benadering blijkt de FRT-methode in de praktijk vrij eenvoudig te kunnen worden toegepast.

6. De praktische toepassing van de FRT-methode

6.1 In afwachting van het op routinebasis beschikbaar komen van numeriek berekende 1000 mb-progs is - t.b.v. het bouwweerbericht en de proeven met 3-daagse weersverwachtingen - de FRT-methode sinds 1961 gedurende de wintermaanden en ook in een aantal zomermaanden dagelijks toegepast met behulp van de 500 mb-progs voor 48 en 72 uur van het US Weather Bureau. Daarbij is vooral door ALLAN en v.d. WOUDE bij de uitvoering van de experimenten aandacht besteed aan:

- 1) de keuze van het meest geschikte fictieve $\phi_{\bar{x}}$ -veld als aanvangstoestand (12);
- 2) de keuze van het stadium in de ontwikkelingen in het $\phi_{\bar{x}}$ -veld, dat in doorsnee de beste resultaten oplevert (zie (13) en fig.1).

Bij de experimenten werd aanvankelijk als aanvangstoestand een $\phi_{\bar{x}}$ -veld gebruikt met iso-lijnen evenwijdig aan de breedte-cirkels. Thans wordt het 10-jarige maandgemiddelde van $\phi_{\bar{x}}$ genomen (de klimatologische relatieve topografie) waardoor vooral in het zomer- en winterseizoen op indirecte wijze enigermate rekening wordt gehouden met het verschil tussen dq/dt boven de oceaan en het continent (zie vergelijking (1) en de opmerkingen onder 4) in paragraaf 4.3).

Wat betreft de keuze van het stadium van ontwikkeling in het $\phi_{\bar{x}}$ -veld, dat in de ϕ_5 -prog moet worden ingepast, is gebleken dat in (13) $t = 0,5 t_m$ de meest bevredigende resultaten geeft. Dat betekent in het x',y' -stelsel advecteren langs de stroomlijnen over een afstand van 1/4 van de golflengte.

6.2 De operationele procedure voor het verkrijgen van een "schatting" van de grondstroming uit de 48 uur 500 mb-prog verloopt als volgt:

- 1) Van ϕ_{5,t_w+48} wordt ϕ_{5,t_w+24} afgetrokken, hetgeen de 24 uren-isallobarenkaart ($\Delta_{24}\phi_5$) oplevert (kaart 1).

- 2) In kaart 1 worden de isallobaren omgenummerd, en wel zo, dat kaart 1 nu $0,5\Delta_{24}\phi_5$ voorstelt. Het veld van $0,5_{24}\phi_5$ wordt bij ϕ_{5,t_w+48} opgeteld, waardoor de stroomlijnenkaart wordt verkregen (kaart 2). Deze kaart geeft dus de stroomlijnen in een zich met de snelheid van de golven bewegend x',y' -coördinatenstelsel.
- 3) De iso-lijnen van de klimatologische relatieve topografie 500-1000 mb (ϕ_{x,t_0}) worden nu langs de stroomlijnen in kaart 2 geadvecteerd over afstanden gelijk aan $1/4$ van de golflengten in het stroomlijnenpatroon. Komen in kaart 2 golven voor met verschillende golflengten, dan wordt de afstand waarover wordt geadvecteerd aangepast aan de ter plaatse voorkomende golflengte. Het door advectie gedeformeerde veld van de klimatologische relatieve topografie wordt ingetekend in kaart 3.
- 4) Het veld in kaart 3 wordt nu afgetrokken van ϕ_{5,t_w+48} hetgeen de gevraagde schatting van ϕ_{10,t_w+48} oplevert (kaart 4).

Voor het verkrijgen van de grondstroming op t_w+72 wordt op overeenkomstige wijze gehandeld.

De gehele procedure voor een ϕ_{10} -prog voor 48 en 72 uur vergt in totaal 1 à 1,5 man-uur.

7. Verificatie

7.1 De diverse benaderingen en vereenvoudigingen, welke bij de afleiding van de FRT-methode zijn ingevoerd t.b.v. een eenvoudige praktische toepassing, zijn - uiteraard - van invloed op de mate van overeenstemming van de 1000 mb-progs met de later optredende werkelijkheid. Het is evenwel geen eenvoudige zaak bij een verificatie de gevolgen van de ingevoerde simplificaties te scheiden van de "fouten", welke ook in de numeriek berekende 500 mb-progs voorkomen en die mede de nauwkeurigheid van de 1000 mb-progs bepalen.

Nu is met de FRT-methode in eerste aanleg beoogd een verbetering te verkrijgen in de uitkomsten van de 3-daagse weersverwachtingen voor Nederland (zie paragraaf 1). Dit aspect is daarom het eerst onderzocht en wel op de volgende wijze.

In de periode juni 1962 - maart 1963 en november 1964 - maart 1965 werden dagelijks (met uitzondering van de weekeinden) 3-daagse weersverwachtingen opgesteld volgens twee methoden.

Methode I : Uitsluitend op grond van de 500 mb-progs van het US Weather Bureau werd het circulatietype bepaald. Vervolgens werd met behulp van de tabellenboeken [1] een verwachting opgesteld omtrent het aantal droge

perioden in de komende 3 dagen en het 3-daagse landelijke gemiddelde van de minimum- en maximumtemperatuur, in de vorm zoals omschreven in [14].

Methode II: Uit de 500 mb-progs van het US Weather Bureau werden met de FRT-methode eerst 1000 mb-progs afgeleid. Aan de hand van deze grondkaarten werden dezelfde verwachtingen opgesteld volgens de "weerdienst-methodiek".

Een samenvatting van de bereikte resultaten treft men aan in tabel 2. Uit de cijfers komt naar voren dat methode II tot betere uitkomsten leidt (ook bij verificatie van de seizoenen afzonderlijk).

Tabel 2. Uitkomsten van 3-daagse verwachtingen voor Nederland: juni '62-mrt '63 en nov. '64-mrt '65; in totaal 355 verwachtingen.

Methode ↓	Treffer-percentage			Prestatie-index (KUIPERS)		
	aantal droge perioden	min. temp.	max. temp.	aantal droge perioden	min. temp.	max. temp.
I	64	76	74	0.24	0.28	0.27
II	67	83	87	0.30	0.42	0.49

7.2 Bij de experimenten met meerdaagse weersverwachtingen is als aanvullende informatie op de uitspraken omtrent het toekomstige 3-daagse gemiddelde van de temperatuur ook getracht een tendensverwachting op te stellen (verandering van de temperatuur van dag 1 op dag 3). Met de bovenbeschreven methode I is dat nauwelijks mogelijk. Methode II biedt meer perspectief mits de 1000 mb-progs voor 72 uur voor het beoogde doel voldoende betrouwbaar zijn. In het rapport [14] zijn cijfers gegeven van de uitkomsten van de tendensverwachtingen voor de temperatuur. In het huidige stadium van de experimenten met meerdaagse weersverwachtingen is in hoofdzaak getracht verbetering in de resultaten te bereiken door verbetering van de 1000 mb-progs voor 48 en 72 uur.

Bij toepassing van de FRT-methode wordt uitgegaan van numeriek berekende 500 mb-progs. Fouten in deze progs werken door in de daarvan afgeleide 1000 mb-progs. Behalve door het US Weather Bureau worden voor het Europese gebied ook numeriek berekende 500 mb-progs per facsimile uitgezonden door de Noorse Meteorologische Dienst (alleen 24 en 48 uur). Om na te gaan of wellicht beter gebruik gemaakt kan worden van de Noorse 500 mb-progs, werd in de periode oktober 1963 tot maart 1964 een verificatie uitgevoerd. Berekend werden voor het verificatiepunt "De Bilt":

- 1) het gemiddelde ($\bar{\varepsilon}$) van de afwijkingen ε tussen de verwachte en opgetreden waarden van ϕ_5 , $f^{-1}v^2\phi_5$ en de geostrofische windsnelheid $|\vec{v}_5|$;
- 2) de standaarddeviatie s_ε van ε ;
- 3) de standaarddeviatie van de absolute waarden van de verschilvectoren tussen verwachte en opgetreden geostrofische wind ($|\vec{v}_{5F} - \vec{v}_{50}|$);
- 4) de verhouding van de standaarddeviatie van de verwachte veranderingen ($s_{\Delta F}$) en de standaarddeviatie van de opgetreden veranderingen ($s_{\Delta 0}$) met het doel na te gaan of er sprake is van een systematische "afvlakking" van de voorspelde veranderingen. Met $s_{\Delta F}$ en $s_{\Delta 0}$ wordt hier bedoeld de standaarddeviatie van de gehele reeks verwachte, resp. opgetreden veranderingen voor een bepaalde verwachtingstermijn (0-24, 0-48 of 0-72 uur);
- 5) De correlatie-coëfficiënt ($r_{\Delta F, \Delta 0}$) tussen de verwachte en opgetreden veranderingen over 24, 48 of 72 uur.

De verificatie is samengevat in tabel 3. Bij de beoordeling van de cijfers moet - gezien het betrekkelijk geringe aantal verwachtingen - voorzichtigheid worden betracht. Nochtans komen enkele punten naar voren. De 500 mb-progs blijken behept met "systematische" fouten. De hoogten van het 500 mb-vlak worden in doorsnee te laag voorspeld, met een toenemende fout naarmate de verwachtingstermijn langer wordt. Er doen zich ook symptomen van "afvlakking" voor. Het gemiddelde van de fouten bij de voorspelling van de geostrofische wind is negatief en neemt toe met de lengte van de verwachtingstermijn; m.a.w. de afstand tussen de hoogtelijnen is systematisch te groot. Ook de verhouding $s_{\Delta F}/s_{\Delta 0}$ wordt kleiner bij langere verwachtingstermijnen, hetgeen erop neerkomt dat de voorspelde veranderingen kleiner zijn dan de in werkelijkheid opgetreden veranderingen. Dit geldt vooral voor de vorticititeit (afvlakking van kromming en gradiënt).

Bij de verificatie is nog een andere systematische afwijking naar voren gekomen. Voor elke verwachting werd nagegaan of door draaiing (met de Noordpool als draaipunt) over ten hoogste 10 lengtegraden van het gehele voorspelde ϕ_5 -veld een verbetering in de vorticititeits-voorspelling kon worden verkregen. Dit bleek in de meeste gevallen mogelijk. De gemiddelde waarde van de draaiingen ($\Delta\lambda$), die tot verbetering leidden, is opgenomen onderaan tabel 3. De Noorse progs moeten in het algemeen iets naar het westen worden gedraaid om betere uitkomsten te verkrijgen. Dit houdt in dat de verwachte verplaatsing van de golven in het 500 mb-vlak iets te snel uitvalt. Bij de US Weather Bureau progs is het juist andersom. De golven lopen in de voorspelling iets te traag (de verwachting loopt "achter").

Tenslotte kan worden gezegd dat het geheel der cijfers erop duidt dat de Weather Bureau-progs voor 48 uur iets nauwkeuriger zijn dan de Noorse progs voor 48 uur.

Tabel 3. Verificatie van 500 mb-progs in de periode oktober 1963-maart 1964; in totaal 120 verwachtingen.

		Noorwegen		US Weather Bureau			eenheden
Verwachtingstermijn		24	48	24	48	72	
$\bar{\epsilon}$	ϕ_5	-2	-3	-3	-4	-6	dam
	$f^{-1} \nabla^2 \phi_5$	0	0	0	0	0	10^{-5} sec^{-1}
	$ \vec{v}_5 $	-2	-2	-2	-4	-5	kt
s_{ϵ}	ϕ_5	5	8	5	8	11	dam
	$f^{-1} \nabla^2 \phi_5$	12	19	7	14	15	10^{-6} sec^{-1}
	$ \vec{v}_5 $	10	14	10	13	14	kt
s	$ \vec{v}_{5F} - \vec{v}_{50} $	16	29	14	21	26	kt
$\frac{s_{\Delta F}}{s_{\Delta O}}$	ϕ_5	1.1	1.0	0.9	0.9	0.8	
	$f^{-1} \nabla^2 \phi_5$	1.1	0.8	1.1	0.9	0.9	
	$ \vec{v}_5 $	0.9	1.0	1.0	0.9	0.9	
$r_{\Delta F, \Delta O}$	ϕ_5	0.83	0.74	0.82	0.72	0.53	
	$f^{-1} \nabla^2 \phi_5$	0.77	0.51	0.91	0.77	0.61	
	$ \vec{v}_5 $	0.74	0.68	0.77	0.69	0.67	
$\Delta \lambda$		1° W	4° W	1° E	2° E	4° E	lengte-graden

7.3 Hoewel de FRT-methode is bedoeld als een eenvoudige "tussentijdse" oplossing voor het verkrijgen van 1000 mb-progs t.b.v. de experimenten met 3-daagse weersverwachtingen, leek het toch gewenst na te gaan of de nauwkeurigheid van deze progs niet al te veel afsteekt tegen andere methoden. Ter vergelijking zijn gekozen de 24 uur-prebaratic (≈ 1000 mb-prog) van de Weerdienst in De Bilt en de 1000 mb-progs, welke werden verkregen door de per facsimilé ontvangen en numeriek berekende topografie van het 500 mb-vlak en de numeriek berekende relatieve topografie 500-1000 mb van de Noorse meteorologische dienst [5] grafisch van elkaar af te trekken.

De verificatiecijfers zijn weergegeven in tabel 4. Uit de tabel blijkt dat de uitkomsten voor de FRT-methode niet onbevredigend zijn. Opvallend zijn enkele systematische afwijkingen. De met de FRT-methode verkregen geostrofische windsnelheden van het 1000 mb-vlak zijn gemiddeld te hoog. Vooral bij meridionale circulatietypen geeft de FRT-methode te grote luchtdrukgradiënten. In de kaarten komt dit vooral tot uiting in te hoge hogedrukgebieden en/of te lage lagedrukgebieden. Nu gaat het bij het opstellen van 3-daagse weersverwachtingen niet zo zeer om nauwkeurige windsnelheden als wel om het stromingspatroon, teneinde daaruit voor de omgeving van Nederland de kromming van de hoogtelijnen (cyclonale of anticyclonale weerstoestand) en de luchtsoort af te leiden. Voor dit doel voldoet de FRT-methode. Voor vele andere doeleinden, bijv. als hulpmiddel bij het routeren van schepen waarbij het wel om nauwkeurige windsnelheidsverwachtingen gaat, is de FRT-methode minder geschikt.

Tabel 14. Verificatie van 1000 mb-progs in de periode oktober 1963-maart 1964; in totaal 119 verwachtingen.

		De Bilt preb.	Noorwegen		FRT-methode met Weather Bureau-progs		eenheden
Verwachtingstermijn		24	24	48	48	72	
$\bar{\epsilon}$	ϕ_{10}	+1	-6	-6	+3	+2	dam
	$ \vec{v}_{10} $	0	0	+2	+6	+6	kt
s_{ϵ}	ϕ_{10}	4	7	8	6	9	dam
	$ \vec{v}_{10} $	8	8	11	11	13	kt
s	$ \vec{v}_{10_F} - \vec{v}_{10_0} $	12	13	15	14	17	kt
$\frac{s_{\Delta F}}{s_{\Delta O}}$	ϕ_{10}	1.0	1.6	1.2	1.2	1.0	
	$ \vec{v}_{10} $	1.2	1.2	1.0	1.1	1.2	
$r_{\Delta F, \Delta O}$	ϕ_{10}	0.51	0.57	0.46	0.69	0.58	
	$ \vec{v}_{10} $	0.74	0.76	0.61	0.57	0.56	

7.4 In december 1964 is het Meteorological Office in Bracknell gestart met een dagelijkse facsimilé-uitzending van 1000 mb-progs voor 48 en 72 uur, gebaseerd op numerieke berekeningen. Het numeriek verkregen produkt wordt evenwel vóór de uitzending door een meteoroloog "bijgewerkt", waarbij ook fronten worden ingetekend.

Voor de periode december 1964 - maart 1965 zijn deze Engelse progs door v.d. WOUDE vergeleken met de 1000 mb-progs afgeleid uit de 500 mb-progs van het US Weather Bureau met de FRT-methode. De uitkomsten vindt men in tabel 5. Bij vergelijking van de cijfers in de tabellen 4 en 5 blijkt o.a. dat de systematische fout in de geostrofische windsnelheid bij de FRT-methode in de winter 1964/65 kleiner is dan in de voorafgaande verificatieperiode. De oorzaak daarvan is dat het de meteoroloog bij wijze van experiment gedurende de proef 1964/65 was toegestaan op het met de FRT-methode verkregen eindprodukt - deels objectief, deels subjectief - "correcties" aan te brengen.

Opvallend is ook het verschil in de gemiddelde afwijking voor ϕ_{10} volgens de FRT-methode in de tabellen 4 en 5. Dit verschil houdt verband met het seizoengemiddelde voor het hoogteverschil 500-1000 mb, dat in de winter 1963/64 groter en in de winter 1964/65 kleiner was dan het "klimatologische" gemiddelde.

Bij de verificatie is verder nagegaan of er systematische fouten voorkwamen in de verplaatsingssnelheden van de hoge- en lagedrukgebieden. Onderscheid werd daarbij gemaakt tussen afwijkingen tijdens zonale en meridionale circulatietypen. Vooral bij meridionale circulaties blijkt dat de Engelse progs een snellere verplaatsing in de west-oost richting van de storingen te zien geven dan de uit de Weather-Bureau-progs afgeleide 1000 mb-progs.

Tabel 5. Verificatie van 1000 mb-progs in de periode december 1964-maart 1965; in totaal 48 uur-progs: 81 en 72 uur-progs: 75.

		Engeland		FRT-methode met Weather Bureau-progs		eenheden
Verwachtingstermijn		48	72	48	72	
$\bar{\epsilon}$	ϕ_{10}	-2	-1	-5	-6	dam
	$ \vec{v}_{10} $	+2	0	+2	+2	kt
s_{ϵ}	ϕ_{10}	8	9	9	10	dam
	$ \vec{v}_{10} $	12	13	13	13	kt
s	$ \vec{v}_{10F} - \vec{v}_{10O} $	15	17	16	17	kt
$\Delta\lambda$	zonale circ.-typen	1°E	0°	2°E	3°E	lengte-graden
	meridionale circ.-typen	5°W	4°W	2°W	1°W	

8. Besluit

Uit dit rapport moge zijn gebleken, dat de FRT-methode beantwoordt aan de doelstelling zoals omschreven in paragraaf 1 en bovendien aan de eisen gesteld in paragraaf 2.

De resultaten van het onderzoek mogen voorts een waarschuwing inhouden voor een al te eenvoudige interpretatie van de numeriek berekende 500 mb-progs als hulpmiddel bij het opstellen van weersverwachtingen. Bij - in grote lijnen - gelijke hoogtestromingspatronen is nog een verscheidenheid van luchtdrukverdelingen aan het aardoppervlak mogelijk en in samenhang daarmee ook uiteenlopende weertypen. Als voorbeelden zijn gekozen de 500 mb-analyses van 7 november 1964 en 5 januari 1965 1200z (fig. 2a en 2b). De 1000 mb-analyses van dezelfde tijden zijn weergegeven in de fig. 3a en 3b. Men lette op de posities van de hogedrukgebieden in het 500- en in het 1000 mb-vlak en op de luchtdrukverdeling in de omgeving van Nederland. Het moet worden betwijfeld of een meteoroloog in deze gevallen met een "visuele" interpretatie van de 500 mb-kaarten een juiste voorstelling zou hebben verkregen van het stromingspatroon nabij het aardoppervlak. Wat in deze gevallen met de FRT-methode wordt bereikt, tonen de fig. 4a en 4b.

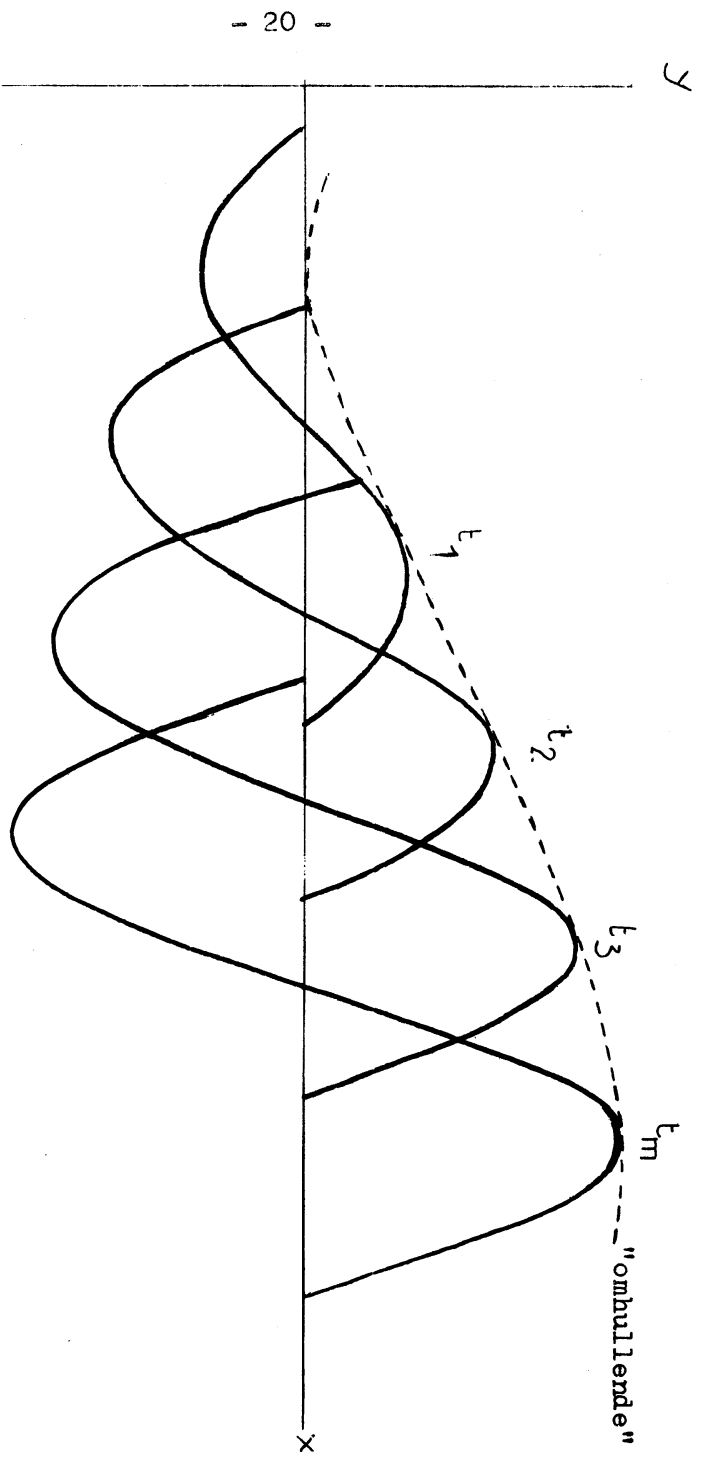


Fig. 1 Verplaatsing en vormverandering van de iso-lijn $\phi_{\frac{x}{x_0}} = b_0$

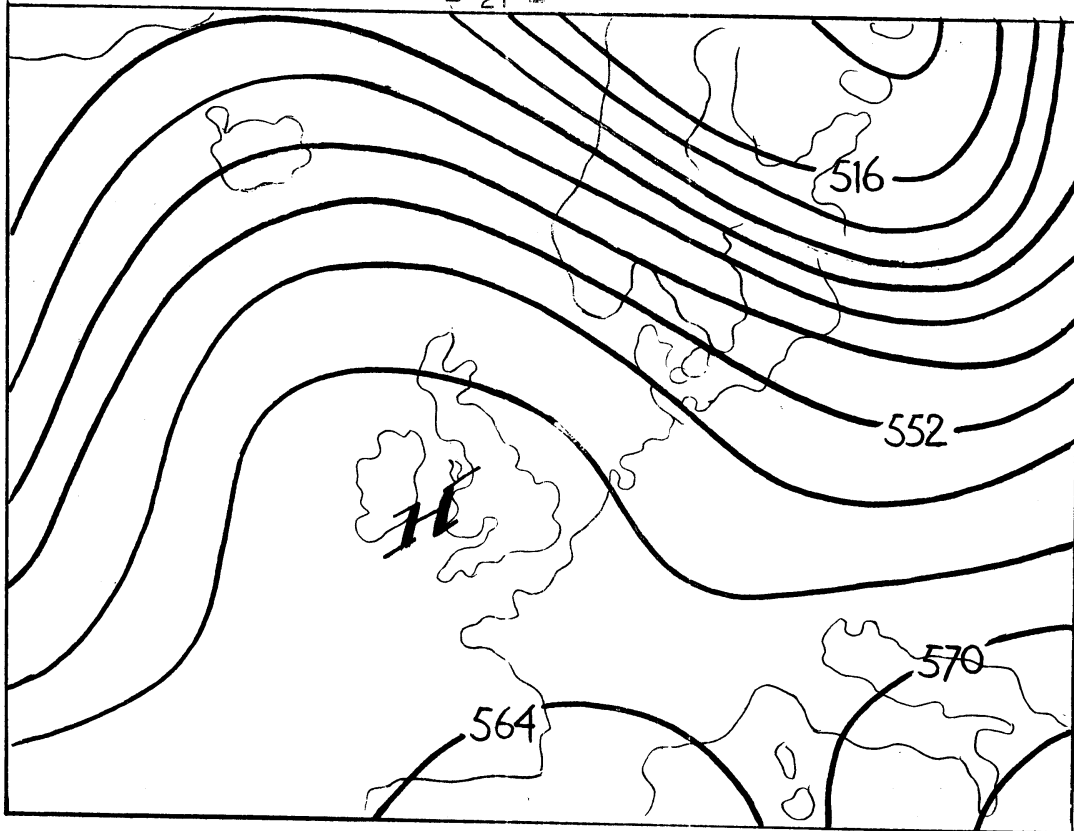


Fig. 2a Analyse 500 mb 7 nov. 1964 1200z

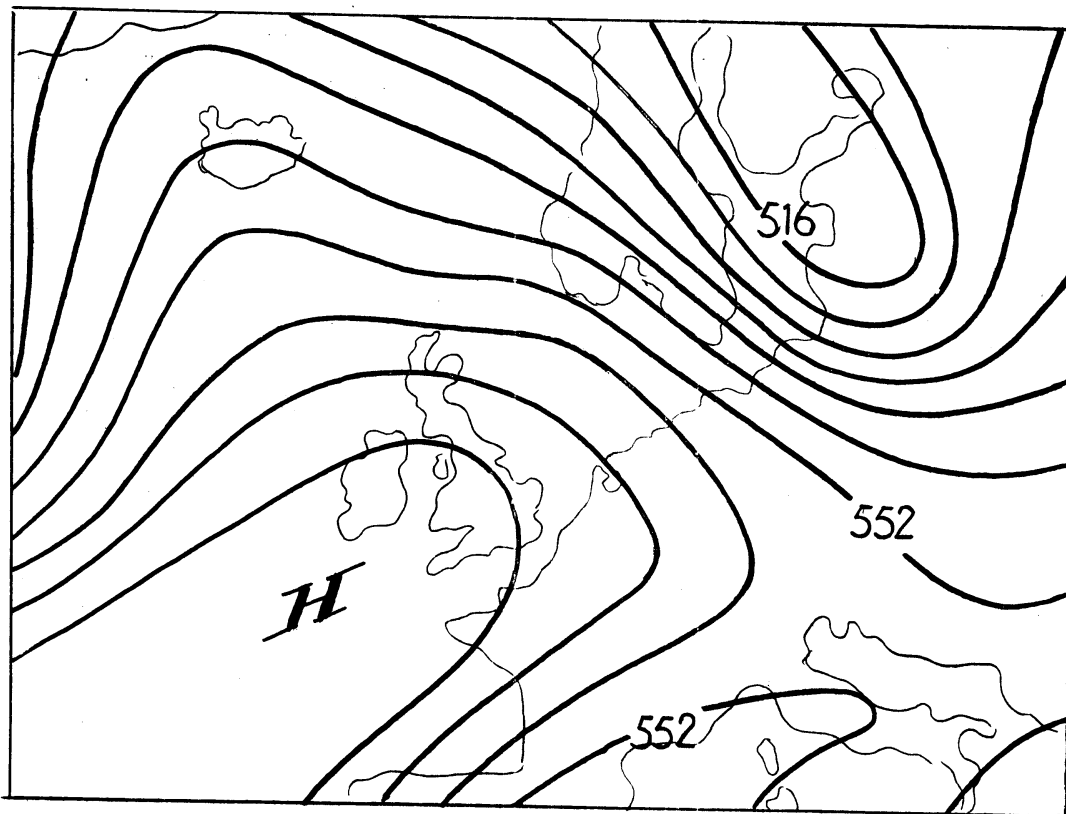


Fig. 2b Analyse 500 mb 5 jan. 1965 1200z



Fig. 3a Analyse 1000 mb 7 nov. 1964 1200z

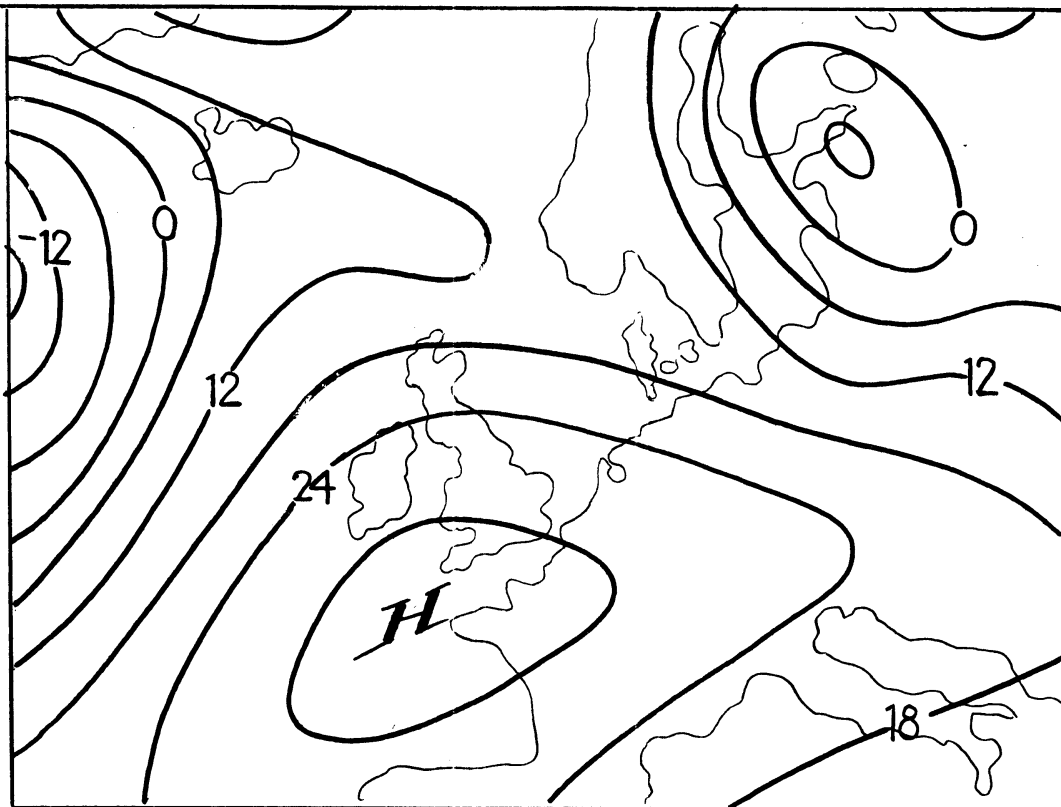


Fig. 3b Analyse 1000 mb 5 jan. 1965 1200z

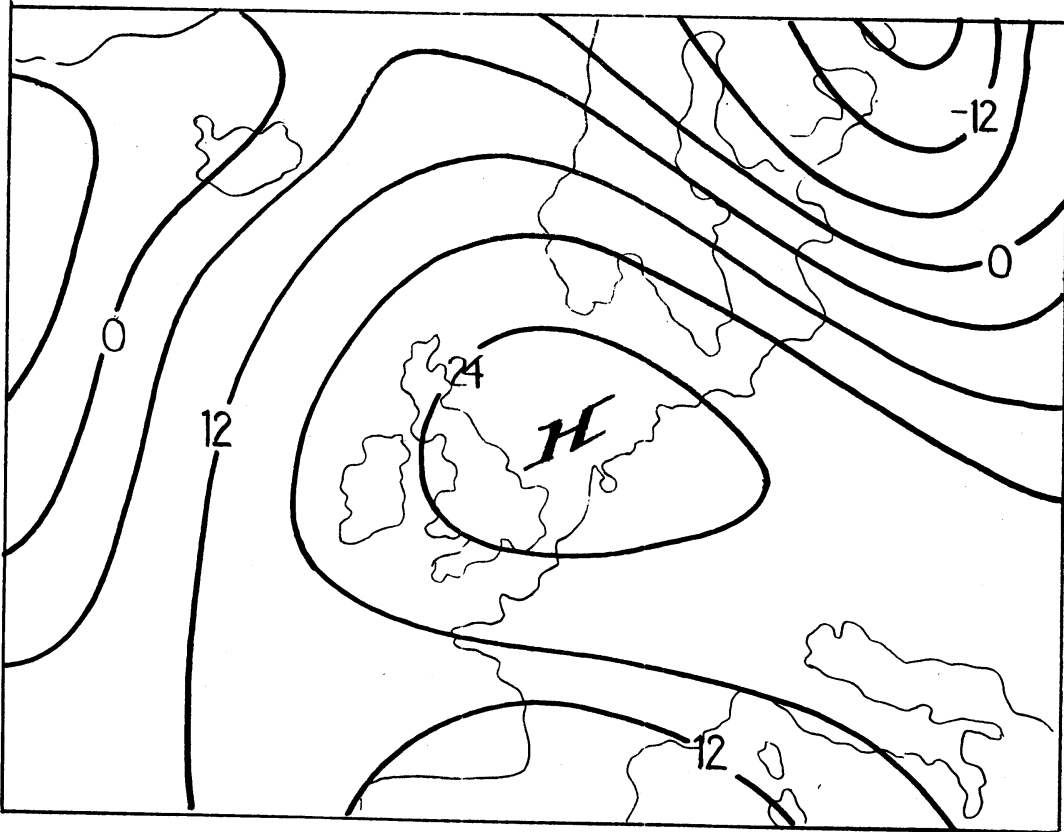


Fig. 4a 1000 mb-kaart 7 nov. 1964 1200z, verkregen uit de 500 mb-analyse met de FRT-methode.

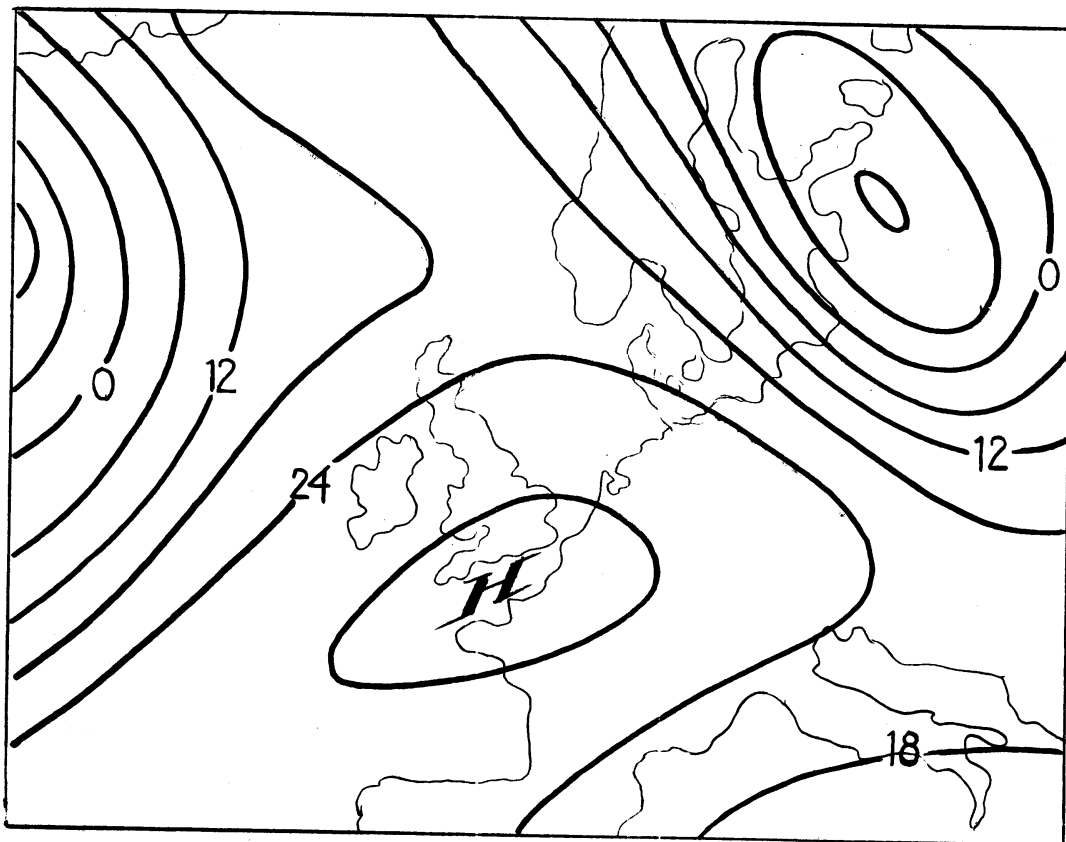


Fig. 4b 1000 mb-kaart 5 jan. 1965 1200z, verkregen uit de 500 mb-analyse met de FRT-methode.

Literatuur

1. BLIVOET, H.C. en SCHMIDT, F.H., 1958 en 1960: Het weer in Nederland in afhankelijkheid van circulatietypen. Deel I, KNMI W.R. 58-4 en Deel II, KNMI W.R. 60-1.
2. FJØRTOFT, R., 1955: On the use of space-smoothing in physical weather forecasting. Tellus, Vol. 7, 462-480.
3. ESTOQUE, M.A., 1956: A prediction model for cyclone development integrated by FjØrtoft's method. Journ. of Met., Vol.13, 195-202.
4. ESTOQUE, M.A., 1957: Graphical integration of a two-level model. Journ. of Met., Vol.14, 38-42.
5. ØKLAND, H., 1963: The operational forecasting model used in the Norwegian meteorological service. Tellus, Vol.15, 280-283.
6. REED, J., 1957: A graphical method for preparing 1000 mb prognostic charts. Journ. of Met., Vol.14, 65-70.
7. REED, J., 1960: On the practical use of graphical prediction methods. Monthly Weather Rev., Vol.88. 209-218.
8. BUSHBY, F.H., 1952: The evaluation of vertical velocity and thickness tendency from Sutcliffe's theory. Quart. Journ., Vol.78, 354-362.
9. LOPES CARDOZO, B., 1957: Numerieke integratie van de barotrope voorspellingsvergelijking. KNMI W.R. 57-008, blz. 84.
10. POTHECARY, I.J.W., 1960: Modification of warm maritime airstreams over Europe in winter. Met. Mag., Vol.89, 1-7.
11. SUTCLIFFE, R.C. and FORSDYKE, A.G., 1950: The theory and use of upper air thickness patterns in forecasting. Quart. Journ. Vol.76, 209-210.
12. POSTMA, K.R., 1948: The formation and development of occluding cyclones. KNMI Med. en Verh. Serie B, Deel I, No. 10, 17-23.
13. BLIVOET, H.C. 1943: De topografie van frontvlakken. KNMI, Coll. Verslag, 5 nov.. 1943.
14. BLIVOET, H.C., 1962: Experimenten met 3- en 5-daagse weersverwachtingen voor Nederland. KNMI Verslagen V-112.
15. WIIN-NIELSEN, A., 1959: On a graphical method for an approximate determination of the vertical velocity. Tellus, Vol.4, 179-194.