

6 DEC. 1967

Verslag V206-I

KONINKLIJK NEDERLANDS  
METEOROLOGISCH INSTITUUT

Bepaling van het epicentrum  
en de aanvangstijd van aardbevingen

Ir. Th. de Crook

Kon. Ned. Meteor. Inst.  
De Bilt

De Bilt, november 1967

## Inhoud

1. Inleiding.
2. De numerieke methode.
3. Het berekenen van de afstand  $\Delta$  en het azimuth  $\alpha$
4. De convergentie van de numerieke methode.
5. De beschrijving van het programma REQ.
6. Stroomdiagram.
7. Enkele toepassingen van het programma REQ.
8. Literatuur.

## Bepaling van het epicentrum en de aanvangstijd van aardbevingen.

### 1. Inleiding.

In dit verslag wordt een computerprogramma beschreven voor het bepalen van het epicentrum, diepte van de haard en de aanvangstijd van een aardbeving.

Het programma komt in grote lijnen hierop neer, dat uitgaande van geschatte waarden voor bovengenoemde grootheden, deze door een iteratief proces steeds worden verbeterd.

De iteratieve methode berust op een aanpassing (m.b.v. de kleinste kwadraten methode) van P en PKP looptijden met looptijden, zoals die door Jeffreys en Bullen [3] zijn samengesteld.

De methode die hier beschreven wordt, is afkomstig van Jeffreys [4], een methode die ook gevolgd wordt door de "International Seismological Summary".

De tijdsduur van het programma REQ (Revision of Earth-Quakes) bedraagt gemiddeld minder dan een halve minuut per aardbeving en is sterk afhankelijk van het aantal waarnemingen en het aantal iteraties.

In punt 7 worden enkele toepassingen van het programma behandeld.

### 2. De numerieke methode.

Uit waarnemingen in het gebied waar de aardbeving optrad, kunnen we waarden voor de plaats van het epicentrum, de diepte van de haard en de aanvangstijd van de aardbeving afleiden, die in eerste instantie moeten dienen als een schatting van de werkelijke waarden.

Aannemende dat de aardbeving in werkelijkheid  $x$  graden naar het noorden,  $y$  graden naar het oosten en  $z$  km dieper ligt en  $\tau$  seconden later optreedt, dan geldt voor elk station dat op een afstand  $\Delta$  (graden) en azimuth  $\alpha$  (graden) van het aangenomen epicentrum ligt, de lineaire vergelijking van de eerste orde:

$$\tau - (x \cos \alpha + y \sin \alpha) \frac{\partial t}{\partial \Delta} + z \frac{\partial t}{\partial z} = \xi, \quad (1)$$

waarbij  $t$  de Jeffreys-Bullen looptijd voorstelt voor P en PKP golven en  $\xi$  het residu voor P en PKP golven. ( $t$  is afhankelijk van de afstand  $\Delta$  en de diepte van de haard). Het residu  $\xi$  is gelijk aan het verschil van de waargenomen looptijd en de uit de tabellen van Jeffreys-Bullen berekende looptijd.

Formule (1) geldt slechts als de verandering van het epicentrum klein is, in welk geval de kwadratische of hogere termen kunnen worden verwaarloosd. Het is dus noodzakelijk een schatting te maken die zo goed mogelijk past bij de werkelijke waarden van de diverse grootheden, die de aardbeving bepalen.

Voor elk station geldt een vergelijking van het type (1), zodat we voor  $n$  stations een lineair stelsel van  $n$  vergelijkingen krijgen.

Alvorens dit lineaire stelsel op te lossen met de methode van de kleinste kwadraten, is het gewenst een gewichtsfunctie in te voeren teneinde o.a. de invloed van waarnemingsfouten en copierfouten te reduceren. De gewichtsfunctie die we hiervoor gebruiken is afkomstig van Jeffreys [5] nl.

$$w(\xi_i) = 1 / \left[ 1 + \mu \exp \left\{ (\xi_i - m)^2 / 2 \sigma^2 \right\} \right], \quad (2)$$

waarbij  $m$  gelijk is aan de gemiddelde waarde van de residuen. Strikt genomen moeten de waarden voor  $\mu$  en  $\sigma$  voor elke aardbeving afzonderlijk bepaald worden, maar uit vroegere berekeningen is gebleken dat  $\mu = 0.02$  en  $\sigma = \sqrt{10}$  in het algemeen voldoende zijn.

Veronderstel dat het epicentrum in werkelijkheid ten noordoosten van het aangenomen epicentrum ligt, dan zullen de residuen van stations in het noordoost kwadrant negatief zijn en de residuen in het zuidwest kwadrant positief, zodat het tenminste gewenst is de gewichten met betrekking tot het gemiddelde residu in elk kwadrant te berekenen.

Waarnemingen waarbij  $|\xi| > 40$  sec worden buiten beschouwing gelaten bij het bepalen van de gemiddelde waarden van de residuen in elk kwadrant, omdat dergelijke grote waarden niet reëel zijn en meestal ontstaan door waarnemingsfouten. Aan dergelijke waarnemingen wordt dan ook een klein gewicht toegekend, hetgeen onmiddellijk volgt uit (2).

Het stelsel lineaire vergelijkingen ziet er als volgt uit:

$$\tau - (x \cos \alpha_i + y \sin \alpha_i) \left[ \frac{\partial t}{\partial \Delta} \right]_i + z \left[ \frac{\partial t}{\partial z} \right]_i = \xi_i \quad (3)$$

met  $i = 1 (1) n$ .

Dit zijn  $n$  vergelijkingen met vier onbekenden  $\tau$ ,  $x$ ,  $y$  en  $z$ . Stellen we de matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -\cos \alpha_1 \left[ \frac{\partial t}{\partial \Delta} \right]_1 & -\sin \alpha_1 \left[ \frac{\partial t}{\partial \Delta} \right]_1 & \left[ \frac{\partial t}{\partial z} \right]_1 \\ 1 & -\cos \alpha_2 \left[ \frac{\partial t}{\partial \Delta} \right]_2 & -\sin \alpha_2 \left[ \frac{\partial t}{\partial \Delta} \right]_2 & \left[ \frac{\partial t}{\partial z} \right]_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & -\cos \alpha_n \left[ \frac{\partial t}{\partial \Delta} \right]_n & -\sin \alpha_n \left[ \frac{\partial t}{\partial \Delta} \right]_n & \left[ \frac{\partial t}{\partial z} \right]_n \end{pmatrix},$$

de vector  $B = (\xi_1, \xi_2 \dots \xi_n)$  en de vector  $\underline{x} = (\tau, x, y, z)$

dan wordt formule (3) in matrixvorm

$$A \underline{x} = B \tag{4}$$

Vormen we de diagonaalmatrix W

$$W = \begin{matrix} W_1 & 0 & 0 \\ 0 & W_i & 0 \\ 0 & 0 & W_n \end{matrix} \quad , \text{ met } W_i = \sqrt{w(\xi_i)}$$

en laten we deze gewichten meespelen in de vergelijkingen (4), dan verkrijgen we een stelsel vergelijkingen.

$$W A \underline{x} = W B \tag{5}$$

of anders geschreven

$$C \underline{y} = 0, \tag{6}$$

waarbij de aangevulde matrix  $C = (W A \mid W B)$  en  $\underline{y} = (\tau, x, y, z, -1)$

De normaalvergelijkingen zijn dan

$$D \underline{y} = 0, \tag{7}$$

waarbij  $D = A^T W^T C$ .

We hebben nu een stelsel van vier vergelijkingen met vier onbekenden  $\tau$ ,  $x$ ,  $y$  en  $z$  verkregen, dat we gemakkelijk kunnen oplossen. In het computerprogramma geschiedt dit met de eliminatie-methode van Gauss.

Uit de theoretische looptijden-tabellen van Jeffreys-Bullen, die in het geheugen van de rekenmachine worden opgeborgen, worden de afgeleiden  $\frac{\partial t}{\partial \Delta}$  en  $\frac{\partial t}{\partial \xi}$  afgeleid m.b.v. centrale differenties. Nadat de afstand  $\Delta$  berekend is, worden de looptijden bepaald door lineaire interpolatie.

Voor zgn. "normal depth earthquakes", waarbij de diepte gelijk nul is, wordt het geheel teruggebracht tot een stelsel van drie vergelijkingen met drie onbekenden, omdat de looptijden dan onafhankelijk van de diepte zijn. In dit geval wordt alleen de eerste kolom van de Jeffreys-Bullen tabellen ingevoerd. De voor  $\tau$ ,  $x$ ,  $y$  en  $z$  berekende waarden worden gebruikt om de geschatte waarden voor de plaats van het epicentrum, de diepte en de aanvangstijd van de aardbeving te corrigeren.

De waargenomen looptijden worden eveneens aangepast door deze te verminderen met  $\tau$ .

Hierna wordt het proces herhaald.

Na elke iteratie wordt de standaardafwijking van de residuen berekend a.v.

$$se = \sqrt{\left[ \frac{\sum_{i=1}^n w(\xi_i) \xi_i^2}{\sum_{i=1}^n w(\xi_i)} \right]}$$

3. Het berekenen van de afstand  $\Delta$  en het azimuth  $\alpha$ .

De afstand  $\Delta$  wordt berekend uit de formule (zie [2]):

$$\cos \Delta = 1 - \frac{1}{2} \left[ (a - A)^2 + (b - B)^2 + (c - C)^2 \right]$$

met  $a = \cos \phi' \cos \lambda$

$b = \cos \phi' \sin \lambda$

$c = \sin \phi'$

en  $A = \cos \phi'_0 \cos \lambda_0$

$B = \cos \phi'_0 \sin \lambda_0$

$C = \sin \phi'_0$

Hierbij zijn  $\lambda$  en  $\phi'$  resp. de geografische lengte en de geocentrische breedte van het station en  $\lambda_0$  en  $\phi'_0$  resp. de geografische lengte en de geocentrische breedte van het epicentrum. Het verband tussen de geocentrische breedte en de geografische breedte wordt weergegeven door de relatie.

$$\text{tg } \phi' = 0.993277 \text{ tg } \phi .$$

Het azimuth  $\alpha$  wordt bepaald uit de formule

$$\text{ctg } \alpha \sin b = \sin d \lambda \text{ ctg } \alpha + \cos d \lambda \cos b,$$

waaruit voor  $\alpha$  volgt dat

$$\text{tg } \alpha = \frac{\sin d \lambda}{(\text{ctg } \alpha \sin b - \cos d \lambda \cos b)},$$

waarbij  $d \lambda$  gelijk is aan het verschil van de geografische lengte van het station en de geografische lengte van het epicentrum,  $a$  gelijk aan  $90^\circ$  minus de geografische breedte van het station en  $b$  gelijk aan  $90^\circ$  minus de geografische breedte van het epicentrum.

Voor de richting van het azimuth wordt verwezen naar fig. 1. Noorderbreedte en oosterlengte hebben steeds positieve waarden, terwijl zuiderbreedte en westerlengte steeds negatief gerekend worden.

4. De convergentie van de numerieke methode.

In de praktijk is het niet zeker dat de methode convergeert. Deze zal slechts convergeren indien de verdeling van de waarnemingen van de stations, naar het azimuth  $\alpha$  en naar de afstand  $\Delta$  in elk kwadrant afzonderlijk, min of meer gelijkmatig is. Aan deze voorwaarde wordt in de praktijk meestal wel voldaan.

Het verloop van de grootte van de standaardafwijking is een goede maat voor de convergentie (zie voorbeelden in 7.).

5. De beschrijving van het programma REQ.

Het programma is geschreven in ALGOL voor de EL-X8 rekenmachine.

Maximaal 100 P en PKP waarnemingen kunnen worden gebruikt voor het bepalen van de plaats en de aanvangstijd van de aardbeving.

Het programma, looptijden-tabellen en waarnemingen vereisen dan circa 10000 geheugenplaatsen.

De input, die op ponsband staat, bestaat uit

1e Het aantal P en PKP waarnemingen (aantal stations).

2e Gegevens betreffende de aardbeving nl.

de geschatte coördinaten van het epicentrum, de aangenomen waarden voor de diepte van de haard en voor de aanvangstijd van de aardbeving.

3e Stations- en waarnemingsgegevens.

Voor elk station wordt de geografische breedte en lengte ingevoerd, benevens de er bijbehorende waargenomen looptijd voor P en PKP golven.

4e De Jeffreys-Bullen looptijden-tabellen voor P en PKP golven [3].

Voor de afstand  $\Delta = 0$  (1) 105 en  $\Delta = 110$  (1) 180 zijn looptijden gegeven voor 14 dieptes nl. aan de oppervlakte en op 0.00 R (0.01 R) 0.12 R km, waarbij R = 6338 km.

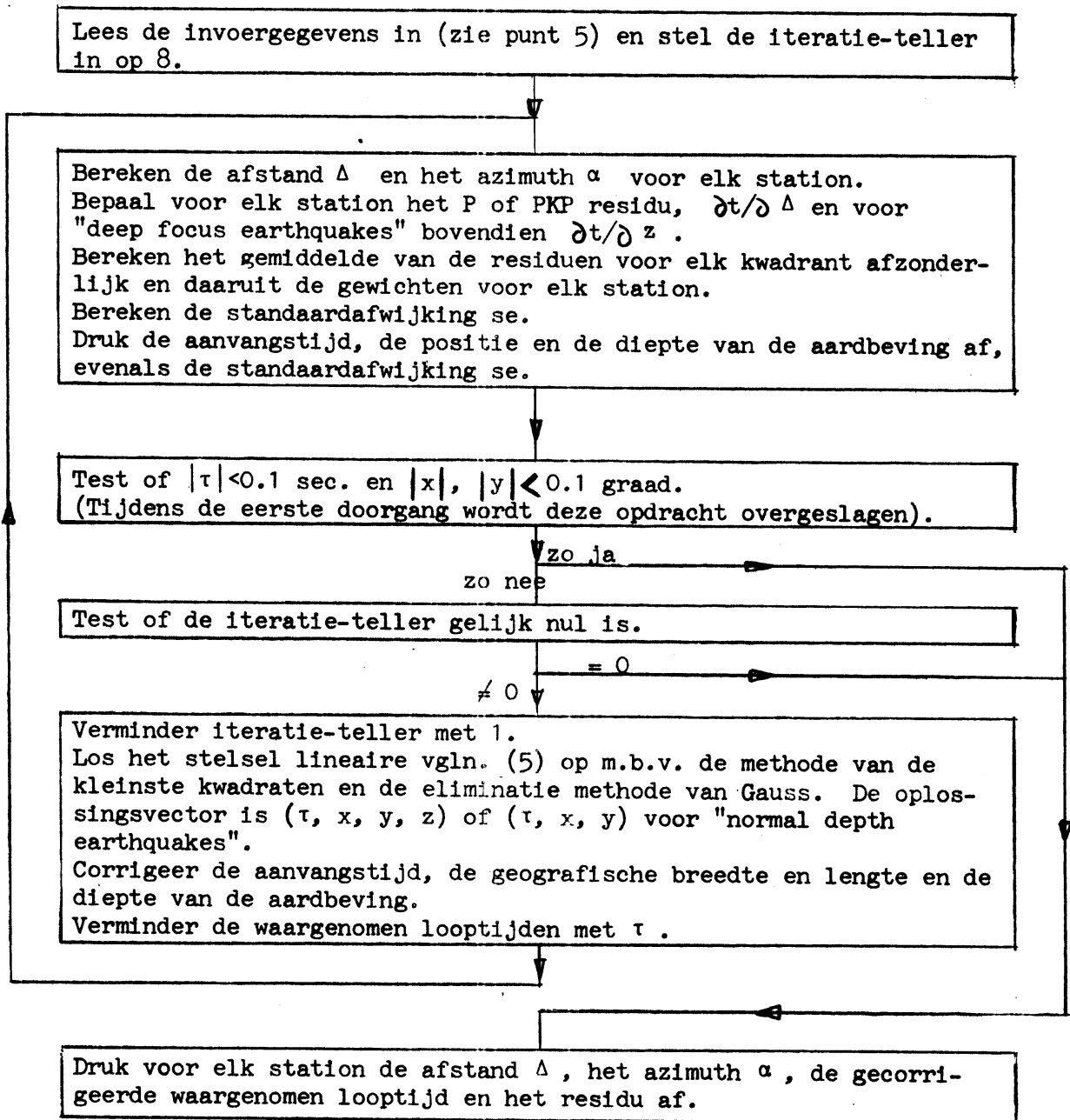
0.00 R komt in feite overeen met een diepte van 33 km, zodat bij het bepalen van de diepte van "deep focus earthquakes" deze steeds met 33 km moet worden vermeerderd. Voor "normal depth earthquakes" behoeft deze correctie niet aangebracht te worden, omdat hier de looptijden onafhankelijk zijn van de diepte en derhalve slechts de eerste kolom van de Jeffreys-Bullen tabellen gebruikt worden.

Het proces wordt afgebroken als  $|x|$ ,  $|y| < 0.1$  graad en  $|\tau| < 0.1$  sec of als het aantal iteraties gelijk is aan acht.

In het algemeen zullen na enkele iteraties de waarden van  $|x|$ ,  $|y|$  en  $|\tau|$  beneden de hierboven genoemde grenzen liggen en zal de standaardafwijking tot ongeveer 2 seconden zijn gereduceerd. Voor het geval dat het proces niet of slechts langzaam convergeert wordt dit na 3 iteraties afgebroken.

Het stroomdiagram (zie punt 6) geeft in het kort de structuur van het programma weer.

6. Stroomdiagram.





7. Enkele toepassingen van het programma REQ.

7.1. Als eerste voorbeeld nemen we een "normal depth earthquake" met 23 P waarnemingen op 11 februari 1957.

Uitgaande van de aangenomen waarden voor de aanvangstijd en de positie van het epicentrum (diepte is steeds gelijk nul) krijgen we achtereenvolgens:

beginwaarden	15h 42m 55.0s	50.86N- 3.15E	se=10.45
1e iteratie	15h 42m 59.5s	52.61N- 2.06E	se= 7.72
2e iteratie	15h 42m 56.5s	52.86N- 1.55E	se= 3.23
3e iteratie	15h 42m 56.6s	52.83N- 1.34E	se= 2.43
4e iteratie	15h 42m 56.6s	52.83N- 1.24E	se= 2.28

"The International Seismological Summary" geeft als einduitkomst:

15h 42m 57s            52.86N- 1.15E            se= 2.44

Hier werden echter meer waarnemingen gebruikt bij de berekening.

De tijdsduur van het programma REQ bedroeg hier 9 seconden (zuivere rekentijd).

7.2. Bij een tweede voorbeeld van een "normal depth earthquake" met 25 P en 28 PKP waarnemingen op 5 april 1960 werd uitgegaan van waarden volgens de I.S.S.

beginwaarden	7h 17m 44.0s	-60.79N-25.21E	se= 2.59
1e iteratie	7h 17m 43.6s	-60.71N-25.10E	se= 2.52
2e iteratie	7h 17m 43.6s	-60.71N-25.04E	se= 2.51

De geringe afwijkingen van de resultaten t.o.v. de uitkomsten volgens de I.S.S. zijn toe te schrijven aan het kleiner aantal waarnemingen dat wordt gebruikt. De zuivere rekentijd bedroeg 12 seconden.

7.3. Een "deep focus earthquake" van 31 mei 1960 met 45 P waarnemingen werd verwerkt met het programma REQ.

De resultaten waren hier:

beginwaarden	0h 24m 3.0s	+14.74N+54.84E	depth=160 km	se=3.53
1e iteratie	0h 24m 2.2s	+14.78N+54.84E	123 km	se=2.42

Teneinde een vergelijking te kunnen maken, noemen we ook de uitkomsten van de I.S.S.:

0h 24m 3s            +14.74N+54.84E            depth=127 km            se=3.47

De zuivere rekentijd bedroeg 13 seconden.

7.4. De "deep focus earthquake" van 1 april 1960, waarbij 26 P en 25 PKP waarnemingen werden ingevoerd en werd uitgegaan van de uitkomsten van de I.S.S., gaf de volgende resultaten:

beginwaarden	2h 55m 5.0s	-22.43N-179.67E	depth=590	se=3.26
1e iteratie	2h 55m 4.8s	-22.41N-179.65E	577	se=3.12
2e iteratie	2h 55m 4.8s	-22.42N-179.65E	576	se=3.12

De zuivere rekentijd bedroeg 13 seconden.

7.5. De "deep focus earthquake" van 3 mei 1960 met 27 P en 24 PKP waarnemingen liet de volgende resultaten zien:

beginwaarden	23h 57m 45.0s	-19.05N-180.00E	depth=603 km	se=5.58
1e iteratie	23h 57m 38.6s	-19.38N-178.25E	536 km	se=2.95
2e iteratie	23h 57m 40.0s	-19.58N-178.11E	553 km	se=2.83
3e iteratie	23h 57m 39.8s	-19.59N-178.10E	553 km	se=2.83
4e iteratie	23h 57m 39.8s	-19.59N-178.10E	553 km	se=2.83

De berekeningen vergden 17 seconden (zuivere rekentijd).

De resultaten van de I.S.S., waarbij echter meer waarnemingen worden gebruikt, zijn:

23h 57m 41s      -19.55N-178.12E      depth=580 km      se=1.30

De standaardafwijking se wordt hier berekend uit de P-residuen, terwijl bij het programma REQ de PKP-residuen ook bijdragen tot de waarde van se.

## 8. Literatuur.

- [1] B.A. Bolt                    - The revision of earthquake epicentres, focal depths and origin-times using a high-speed computer (1960).
- [2] H. Jeffreys                 - The geocentric direction cosines of seismological observations (1951).
- [3] H. Jeffreys and K. Bullen - Seismological tables (1948).
- [4] H. Jeffreys                 - The Earth. 4th. Ed., pp. 63 (1959).
- [5] H. Jeffreys                 - Theory of Probability, 2nd Ed., pp. 191 (1948).

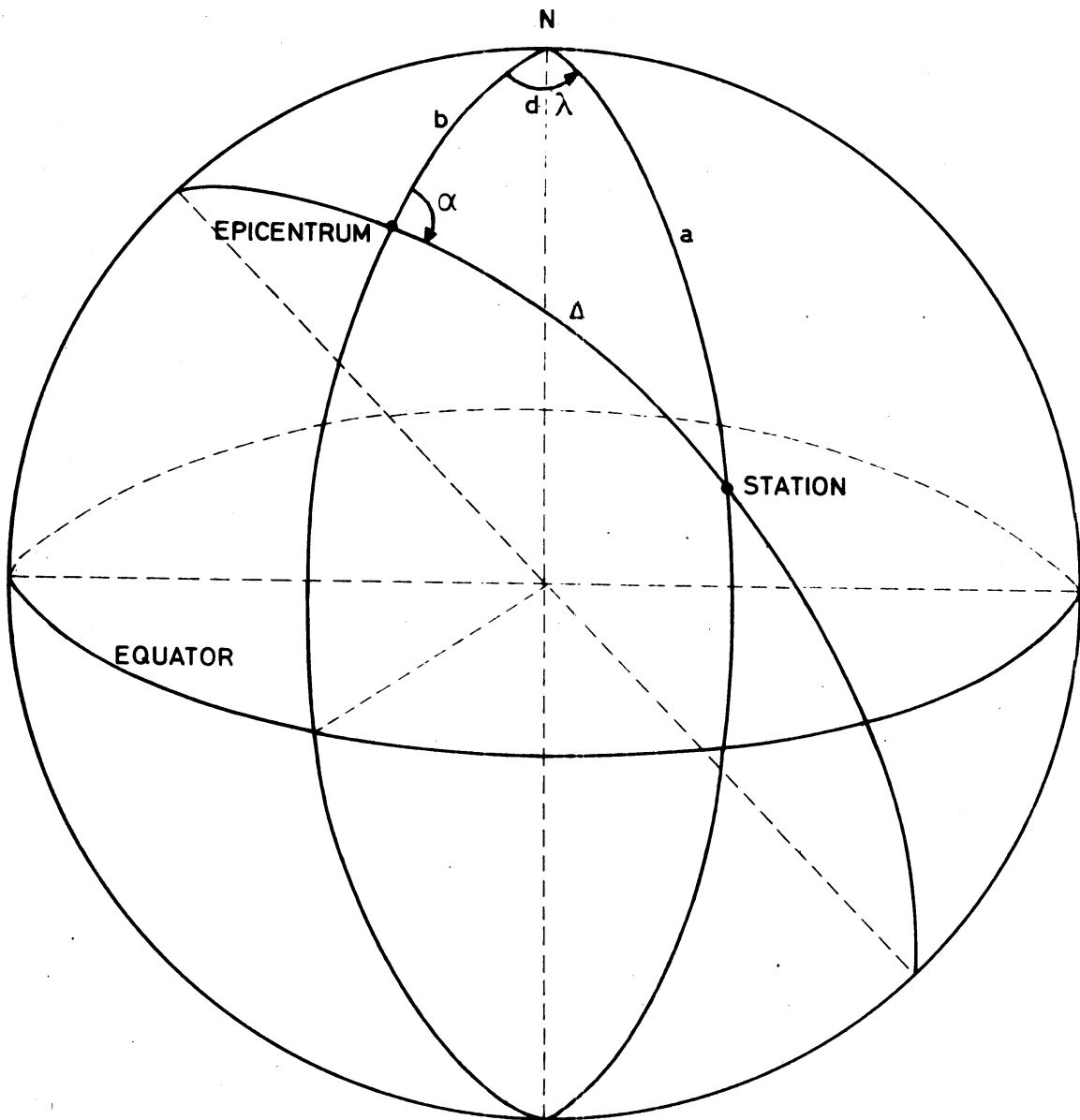


Fig. 1