

22 DEC. 1969

KONINKLIJK NEDERLANDS
METEOROLOGISCH INSTITUUT
DE BILT

VERSLAGEN

V 222

Invloed van het tijdsinterval tussen twee stroommetingen op de
interpretatie van het meetresultaat, in het bijzonder wat betreft
de stroommetingen op de Nederlandsche lichtschepen

door

L. Otto

De Bilt, 1969

Kon. Ned. Meteor. Inst.
De Bilt

Publikationsnummer: K.N.M.I. V 222-IV.

All rights reserved.

No part of this work may be reproduced without the permission of the
Royal Netherlands Meteorological Institute.

Invloed van het tijdsinterval tussen twee stroommetingen op de
interpretatie van het meetresultaat, in het bijzonder wat betreft
de stroommetingen op de Nederlandsche lichtschepen

door

L. Otto

1. Inleiding

De meerderheid van de in de praktijk gebruikte stroommeters meten de stroomsnelheid over een tijdsinterval van een zo lange duur, dat in principe van een gemiddelde stroom moet worden gesproken. Meters, waarbij de stroomsnelheid wordt gemeten over een dusdanig kort tijdsbestek dat van een momentane waarde gesproken kan worden zijn in hoofdzaak meters gebaseerd op acoustische of electromagnetische effecten, of meters waarbij de stroom met een Pitotbuis of een pendel wordt gemeten. Van de stroomrichting daarentegen wordt in principe de waarde steeds momentaan bepaald. Als wij de stroom als functie van de tijd beschouwen, dan is er dus een discrepantie tussen de gemeten waarde van de stroomsnelheid en die van de stroomrichting. Naar gelang de stroomvariatiëen binnen een bepaalde tijd groter zijn, is deze discrepantie groter.

Als wij de tijdsvariatiëen van de stroom kennen, dan is in principe achteraf de correctie die op de stroomsnelheid moet worden toegepast om ook een momentane waarde te krijgen, te berekenen. Maar deze tijdsvariatiëen zijn juist onbekend, en de meting wil juist mede deze variatiëen bepalen. In principe blijft deze onvolkomenheid dus aan al zulke stroommetingen kleven.

Wij kunnen echter wel voor bepaalde, bekende variatiëen nagaan, wat de grootte orde van de fout is die wordt gemaakt wanneer gemiddelde snelheden aan momentane richtingen worden gekoppeld.

In deze beschouwing wordt de fout geschat die bij de meting met het verticaal log wordt gemaakt volgens de huidige procedure. Dezelfde beschouwingen zijn echter te houden voor andere stroommetingen in een gebied waar de getijstromen overheersen.

2. Meetprocedure van de stromen op de Nederlandse lichtschepen

De stromen op de lichtschepen worden gemeten met een zogenaamd verticaal log. De stroomsnelheid wordt bepaald uit het aantal omwentelingen van de schoepstang over een uur.

Het aantal omwentelingen volgt uit het verschil tussen de aflezing van het telwerk, dat de omwentelingen telt, aan het begin en aan het einde van de meetperiode. De stroomsnelheid is dus een gemiddelde waarde over een periode van een uur.

De stroomrichting wordt bepaald aan de hand van de richting waarin de schoepenstang scheef wordt getrokken door de stroom. Deze richting wordt ieder uur, tezamen met de aflezing van het telwerk, waargenomen. De richting is dus de richting op het moment van waarnemen. De gegevens betreffende stroomsnelheid en stroomrichting corresponderen dus niet zonder meer met elkaar. Bij de huidige bewerking wordt over de richtingen gemiddeld, en wordt aan het resultaat de betekenis toegekend van: richting van de gemiddelde stroomvector over het betrokken uur.

Hiertegen zijn bezwaren aan te voeren. De richting van de stroom verandert tijdens de kenteringen zeer snel, en tijdens de momenten van maximale stroom slechts langzaam. Een gewone middeling geeft dus bij de kenteringen zeker foute resultaten.

In het volgende willen wij nagaan hoe groot de fout is, die gemaakt wordt als we de gemiddelde stroomsnelheid over een periode van een uur gelijkstellen aan de momentane stroom op het tijdstip halverwege deze periode, en welke fout wij maken als wij de stroomrichting aan het begin en einde van een periode middelen en deze richting gelijkstellen aan de richting van de momentane stroom op het intermediaire tijdstip. De momentane stroom is namelijk de grootheid waarmee men het beste getij-analyses en andere stroom-berekeningen kan uitvoeren.

3. De gemiddelde stroomsnelheid bij alternerende stromen

Wij zullen hier voor een geschematiseerd geval nagaan hoe de stroomsnelheid, gemiddeld over een standaard tijdsinterval Δt , varieert met de tijd. Wanneer wij alleen rekening houden met het belangrijkste partiële getij (M_2), dan kan gesteld worden dat het uiteinde van de stroomvector een min of meer langgerekte ellips doorloopt. De stroom $V(t)$ kan dan ontbonden gedacht worden in de componenten $V_x(t)$ langs de lange as van de ellips en $V_y(t)$ langs de korte as van de ellips, waarbij

$$\begin{aligned} V_x &= a \cos \omega t + r_x \\ V_y &= b \sin \omega t + r_y \end{aligned} \tag{1}$$

Hierin a de halve lange as en b de halve korte as van de getijellips, ω de cirkelfrekwentie van het getij (voor M_2 is $\omega = 28,984^\circ$ per uur) en r_x en r_y zijn de componenten van de reststroom in de x en y richting.

De over een tijdsinterval Δt gemiddelde stroomsnelheid is

$$\bar{v}(t) = \int_{t-\frac{1}{2}\Delta t}^{t+\frac{1}{2}\Delta t} |v(\tau)| d\tau \quad (2)$$

of

$$\bar{v}(t) = \int_{t-\frac{1}{2}\Delta t}^{t+\frac{1}{2}\Delta t} \sqrt{(a \cos \omega \tau + r_x)^2 + (b \sin \omega \tau + r_y)^2} d\tau \quad (3)$$

Een dergelijke elliptische integraal is niet analytisch op te lossen. De waarde kan wel grafisch worden bepaald. Voor een verdere discussie willen wij echter het vereenvoudigde geval $v_y = 0$ nemen. Het is aannemelijk dat dit geval relatief ongunstige resultaten oplevert wat betreft de verschillen tussen de gemiddelde stroom en de momentane stroom. Immers, $\bar{v}(t)$ wordt nooit nul en $v(t)$ bij zuiver alternerende stromen wel, bij draaiende stroomvectoren niet, zodat, in overigens gelijkwaardige gevallen, het geval van alternerende stroom bij de kentering de grootste afwijkingen zal geven. (Bij ontaarding van de getijellips in een cirkel is zelfs $\bar{v}(t) = v(t)$ als $r=0$)

Dus, wij gaan uit van:

$$v(t) = a \cos \omega t + r \quad (a \text{ en } r \text{ positieve constanten, } -\pi \leq \omega t \leq \pi) \quad (4)$$

$$v(t) > 0 \text{ als } -\arccos\left(-\frac{r}{a}\right) < \omega t < \arccos\left(-\frac{r}{a}\right)$$

$$v(t) < 0 \text{ als } \begin{cases} \omega t > \arccos\left(-\frac{r}{a}\right) \\ \omega t < -\arccos\left(-\frac{r}{a}\right) \end{cases}$$

De oplossing van de integraal (2) is symmetrisch t.o.v. $t = 0$, en dus kunnen wij volstaan met de integraal te berekenen voor waarden van t binnen het traject $0 \leq \omega t \leq \pi$

$$\text{Als } 0 \leq \omega t \leq \arccos\left(-\frac{r}{a}\right) - \frac{1}{2}\omega\Delta t$$

$$\text{dan is } \bar{v}(t) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\frac{1}{2}\Delta t}^{t+\frac{1}{2}\Delta t} v(\tau) d\tau = r + 2 \frac{a}{\omega\Delta t} \sin \frac{\omega\Delta t}{2} \cos \omega t \quad (5)$$

Als $\arccos \left(-\frac{r}{a}\right) + \frac{1}{2}\omega\Delta t \leq \omega t \leq \pi$

dan is

$$\bar{v}(t) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\frac{1}{2}\Delta t}^{t+\frac{1}{2}\Delta t} -v(\tau) d\tau = -r-2 \frac{a}{\omega\Delta t} \sin \frac{\omega\Delta t}{2} \cos \omega t \quad (6)$$

Als $\arccos \left(-\frac{r}{a}\right) - \frac{1}{2}\omega\Delta t < \omega t < \arccos \left(-\frac{r}{a}\right) + \frac{1}{2}\omega\Delta t$

dan is

$$\bar{v}(t) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\frac{1}{2}\Delta t}^{\frac{1}{\omega} \arccos \left(-\frac{r}{a}\right)} v(\tau) d\tau - \frac{1}{\Delta t} \int_{\frac{1}{\omega} \arccos \left(-\frac{r}{a}\right)}^{t+\frac{1}{2}\Delta t} v(\tau) d\tau$$

of

$$\bar{v}(t) = \frac{2}{\Delta t} \left\{ -rt + \frac{r}{\omega} \arccos \left(-\frac{r}{a}\right) + \frac{1}{\omega} \sqrt{a^2 - r^2} - \frac{a}{\omega} \cos \frac{\omega\Delta t}{2} \sin \omega t \right\} \quad (7)$$

Voor $\omega\Delta t = 29^\circ$ (uurlijkse waarnemingen van het M_2 -getij) en $r=0.1 a$ is in fig. 1 getekend hoe \bar{v}/a als functie van ωt verloopt, voor $0 \leq \omega t \leq \pi$.

Dit geeft bij benadering de situatie zoals die bij de lichtschipwaarnemingen voorkomt, waar M_2 het belangrijkste partiële getij is, en $\Delta t = 1$ uur.

Het verschil tussen de absolute waarde van de momentane stroomsnelheid en de gemiddelde stroomsnelheid (beide gegeven voor $t =$ tijdstip halverwege de meetperiode van een uur) is gegeven in fig. 2 als functie van ωt , voor $r=0$ en $r=0.1 a$, bij $\omega\Delta t = 29^\circ$.

Zoals gezegd is te verwachten dat voor niet alternerende stromen dit verschil kleiner zal zijn.

3. De gemiddelde stroomrichting

De richting van de stroom wordt gemeten aan het begin en het einde van een periode Δt (dat is bij de lichtscheperen een periode van 1 uur). Dit geeft, als φ de hoek is die de stroomrichting maakt ten opzichte van de lange as van de getij ellips

$$\varphi_1 = \arctg \frac{V_y(t-\frac{1}{2}\Delta t)}{V_x(t-\frac{1}{2}\Delta t)}, \quad \varphi_2 = \arctg \frac{V_y(t+\frac{1}{2}\Delta t)}{V_x(t+\frac{1}{2}\Delta t)}$$

Middeling van φ_1 en φ_2 geeft

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{2} \arctg \frac{V_y(t-\frac{1}{2}\Delta t) V_x(t+\frac{1}{2}\Delta t) + V_y(t+\frac{1}{2}\Delta t) V_x(t-\frac{1}{2}\Delta t)}{V_x(t-\frac{1}{2}\Delta t) V_x(t+\frac{1}{2}\Delta t) - V_y(t+\frac{1}{2}\Delta t) V_y(t-\frac{1}{2}\Delta t)}$$

Als $V_x = a \cos \omega t + r_x$ en $V_y = b \sin \omega t + r_y$, dan wordt dit:

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{2} \arctg \frac{2r_x r_y + 2ar_x \cos \omega t \cos \frac{\omega}{2} \Delta t + 2br_y \sin \omega t \cos \frac{\omega}{2} \Delta t + absin 2\omega t}{r_x^2 - r_y^2 + 2ar_x \cos \omega t \cos \frac{\omega}{2} \Delta t - 2br_y \sin \omega t \cos \frac{\omega}{2} \Delta t + \frac{1}{2} a^2 (\cos 2\omega t + \cos \omega \Delta t) + \frac{1}{2} b^2 (\cos 2\omega t - \cos \omega \Delta t)} \quad (8)$$

In het geval dat $r_x = r_y = 0$ is

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{2} \arctg \frac{2absin 2\omega t}{(a^2 + b^2) \cos 2\omega t + (a^2 - b^2) \cos \omega \Delta t}$$

In fig. 3 is het verloop van $\bar{\varphi}$ als functie van ωt gegeven voor $\omega \Delta t = 29^\circ$, $b = 0.1 a$ en $r_x = r_y = 0$. Tevens is het verloop van φ voor deze waarden gegeven. In fig. 4 is het verschil $\varphi - \bar{\varphi}$ als functie van ωt weergegeven.

4. Gevolgen van variatie van de waarde van $\omega \Delta t$

Het is duidelijk dat bij aflezing van de stroommeter met kortere tijdsintervallen de fout die gemaakt wordt door de gemiddelde waarde gelijk te stellen aan de momentane stroom van het tijdstip halverwege deze periode, kleiner wordt. Een zelfde effect treedt op als ω kleiner wordt. Zoals wij uit de formules zien, wordt het verloop $\frac{V - \bar{V}}{a}$ en $\varphi - \bar{\varphi}$ als functie van ωt bepaald door de waarde van $\omega \Delta t$.

Aflezing om het half uur bij een dubbeldaags getij geeft dus dezelfde fout als aflezing om het uur bij een enkeldaags getij.

In fig. 5 wordt, voor het ongunstigste gebied van ωt de fout in de stroomrichting gegeven voor $\omega \Delta t = \text{resp. } 29^\circ, 14^\circ 30' \text{ en } 7^\circ 15'$.

In fig. 6 is te zien hoe als functie van $\omega \Delta t$ de maximale fout in de stroomsnelheid en stroomrichting verandert voor de in de vorige paragraaf beschreven gevallen.

Wij zien dat bij een aflezing om de 5 minuten bij een dubbeldaags getij de stroomsnelheid een fout kan hebben van ca 1% van de maximale stroomsnelheid, en dat de richting 1° à 2° fout kan zijn.

5. Gevolg voor de getijanalyse en de hieruit resulterende reststroom

Wanneer op de stroomwaarnemingen van de lichtscheperen waarvoor de hiervoor behandelde fouten gelden een getijanalyse wordt toegepast, dan is het in eerste instantie te verwachten dat de fouten in stroomsnelheid en richting

die tijdens de kenteringen maximaal zijn zullen resulteren in schijnbare hogere harmonischen van de belangrijkste partiële getijden, naast de werkelijke hogere harmonischen (die gevolg zijn van de vervorming van de getijgolf in ondiep water). Een verdere complicatie is echter dat de grootte van deze fouten in de getijanalyse beïnvloed wordt door de (variabele) reststroom. In het waarnemingsmateriaal wordt dus een schijnbare interactie tussen getijstroom en reststroom geïntroduceerd. Hierdoor zullen zowel het resultaat van de getijanalyse als de met behulp hiervan berekende reststroom beïnvloed worden. Het valt echter buiten het bestek van deze studie om nader op deze kwestie in te gaan.

6. Gevolg voor de door middeling over een getijperiode berekende reststroom

Behalve de hiervoor genoemde methode om de reststroom te berekenen wordt vaak een eenvoudiger (maar in principe onnauwkeuriger) methode toegepast. Deze bestaat hierin, dat uit de stroommetingen de reststroom wordt afgeleid door de gemiddelde stroom te berekenen over één getijperiode.

Dit is alleen dan geheel correct, als we te maken zouden hebben met slechts één partieel getij met hogere harmonischen, dus bv. het M_2 getij met de ondiepwatergetijden M_4 , M_6 . Bij meerdere partiële getijden met verschillende frekwenties geeft middeling over het belangrijkste getij (voor de Noordzee het M_2 getij) toch altijd nog een restant ten gevolge van de bijdragen van andere partiële getijden (bijv. het S_2 getij).

Is bovendien het tijdsinterval tussen twee stroommetingen, Δt , niet een geheel aantal malen begrepen op de periode van het belangrijkste getij (M_2 getij), dan is ook voor dit partiële getij geen volledige middeling mogelijk, waardoor een fout in de berekende reststroom ontstaat.

We zullen hier deze fouten aanduiden als "getij-restanten".

Hiernaast speelt dan ook nog een rol de fout die optreedt bij de hiervoor behandelde middeling van de gemeten stroom.

Als voorbeeld voor de fout die ontstaat door dit laatste effect (aan te duiden ald "middelingsfout"), zal hier een vereenvoudigd geval behandeld worden.

Uiteraard is in de praktijk de situatie gecompliceerder, en zullen de resultaten als gegeven in fig. 7 en 8 door andere effecten worden beïnvloed. Toch lijkt een beschouwing als hier gegeven zinvol.

Stel dat wij hebben een alternerende getijstroom met een reststroom (beide in de x-richting) en stel dat wij de waargenomen richtingen middelen. Dan zal de stroom steeds in de x richting worden opgegeven, behalve in de gevallen waarbij de stroom in het meetinterval is gekenterd. In deze gevallen wordt,

afhankelijk van de afspraak voor de middeling van de stroomrichting, de stroomrichting over dit tijdvak opgegeven in de positieve of negatieve y-richting en komt er in het geheel geen bijdrage in de x-richting.

De werkelijke stroomcomponenten worden gegeven door:

$$V_x = a \cos \omega t + r = v$$

$$V_y = 0$$

Als α de fase is van de laatste meting vóór de kentering van de stroom van de positieve naar de negatieve x-richting, en β de fase van de laatste meting vóór de volgende kentering van de negatieve naar de positieve x-richting, dan is dus (zolang $|r| < a$)

$$\begin{aligned} \alpha &= \arccos \left(-\frac{r}{a} \right) - \delta \omega \Delta t & (0 \leq \delta < 1) \\ \beta &= 2\pi - \arccos \left(-\frac{r}{a} \right) - \epsilon \omega \Delta t & (0 \leq \epsilon < 1) \end{aligned} \quad (9)$$

De reststroom die gevonden wordt, heeft dan een componente in de x-richting.

$$r_x^* = \frac{1}{K\omega\Delta t} \left\{ \int_{\psi}^{\alpha} V_d(\omega t) + \int_{\alpha+\omega\Delta t}^{\beta} V_d(\omega t) + \int_{\beta+\omega\Delta t}^{\psi+K\omega\Delta t} V_d(\omega t) \right\} \quad (10)$$

Waarin ψ een willekeurige beginfase is van het interval waarover de reststroom wordt berekend (aangenomen in de periode van stroom in de positieve x-richting of wel "vloedstroom"), en waarin verder K een geheel getal is, dat wordt gegeven door

$$\frac{2\pi}{\omega\Delta t} - \frac{1}{2} < K < \frac{2\pi}{\omega\Delta t} + \frac{1}{2}$$

De werkelijke reststroom is echter gegeven door:

$$r = \frac{1}{2\pi} \int_{\psi}^{\psi+2\pi} V_d(\omega t)$$

Het verschil tussen de werkelijke reststroom en de berekende componente in de x-richting wordt

$$\Delta r_x = r - r_x^* = \left(\frac{K\omega\Delta t}{2\pi} - 1 \right) r_x^* + \frac{1}{2\pi} \left\{ \int_{\alpha}^{\alpha+\omega\Delta t} V_d(\omega t) + \int_{\beta}^{\beta+\omega\Delta t} V_d(\omega t) + \int_{\psi+K\omega\Delta t}^{\psi+2\pi} V_d(\omega t) \right\} \quad (11)$$

Deze vorm is te splitsen in tweeën:

$$\Delta r_x = \Delta r_{x_1} + \Delta r_{x_2}, \text{ waarbij}$$

$$\Delta r_{x_1} = \frac{1}{2\pi} \left\{ \int_{\alpha}^{\alpha+\omega\Delta t} Vd(\omega t) + \int_{\beta}^{\beta+\omega\Delta t} Vd(\omega t) \right\} \quad (12)$$

Deze fout, die ontstaat door de middeling van de richtingen is de hiervoor genoemde "middelingsfout".

Substitutie van $V = a \cos \omega t + 2$ geeft

$$\Delta r_{x_1} = \frac{1}{2\pi} \left\{ 4 a \sin \frac{\omega\Delta t}{2} \cos \frac{\beta-\alpha}{2} \cos \frac{\alpha+\beta+\omega\Delta t}{2} + 2 r \omega\Delta t \right\} \quad (13)$$

Verder is

$$\Delta r_{x_2} = \left(\frac{K\omega\Delta t}{2\pi} - 1 \right) r_x^* + \frac{1}{2\pi} \int_{\Psi+K\omega\Delta t}^{\Psi+2\pi} Vd(\omega t) \quad (14)$$

Deze fout ontstaat doordat de tijdsduur van het meetinterval niet een geheel aantal malen is begrepen op de getijperiode. Het gevolg is een restant van het getij (positief of negatief) die een schijnbare bijdrage tot de reststroom levert, het hiervoor genoemde "getijrestant".

De componente die wordt gevonden in de y-richting is fictief, daar de reststroom in werkelijkheid slechts een componente in de x-richting heeft. Wij vinden, als gerekend wordt dat de stroomvector in positieve richting ronddraait een fout, gegeven door

$$\Delta r_y = \frac{1}{K\omega\Delta t} \left\{ \int_{\alpha}^{\alpha+\omega\Delta t} Vd(\omega t) - \int_{\beta}^{\beta+\omega\Delta t} Vd(\omega t) \right\} \quad (15)$$

Of, bij substitutie van $V = a \cos \omega t + r$

$$\Delta r_y = - \frac{4a}{K\omega\Delta t} \sin \frac{\omega\Delta t}{2} \sin \frac{\alpha-\beta}{2} \sin \frac{\alpha+\beta+\omega\Delta t}{2} \quad (16)$$

Deze fout is uitsluitend het gevolg van de middeling van de stroomrichtingen waargenomen bij de laatste waarneming vóór de kentering en bij de eerste waarneming na de kentering.

Daar zowel α als β verspringen bij bepaalde waarden van Ψ , is te verwachten dat Δr_{x_1} en Δr_y discontinue functie van Ψ zijn. In fig. 7 en 8 zijn voor $\omega\Delta t = 29^\circ$ (uurlijkse waarnemingen bij een zuiver M_2 getij) de waarde van $\Delta r_{x_1/a}$ en $\Delta r_{y_1/b}$ gegeven als functie van Ψ voor verschillende waarden van r/a . Hierbij is gerekend dat Ψ valt in de vloedperiode. Over de fout door het getijrestant wordt aan het eind nog gesproken.

7. Discussie van de middelingsfout in de reststroomberekening

De in fig. 7 en 8 gegeven voorstellingen van het verloop in de fouten Δr_{x_1} en Δr_y , die worden gemaakt bij de berekening van de reststroom door middeling over een getijperiode geven aanleiding tot enkele opmerkingen.

Omdat de fasen α en β allebei waarnemingstijdstippen geven, is $\beta - \alpha = n\omega\Delta t$ (n is een geheel getal). De waarde van n hangt af van de fase van de waarnemingstijdstippen. De relatie tussen n en de in (9) gedefinieerde grootheden δ en ϵ is (bij de aangangsfase Ψ tijdens vloedstroom)

$$n = 2 \frac{\pi - \arccos \left(-\frac{r}{a}\right)}{\omega\Delta t} + (\delta - \epsilon)$$

Als n een eenheid groter of kleiner wordt verandert de waarde van Δr_{x_1} sprongsgewijs, onder invloed van de verandering in de factor $\cos \frac{\alpha - \beta}{2} = \cos \frac{n\omega\Delta t}{2}$. Deze sprong vindt plaats als $\delta = 0$ of als $\epsilon = 0$, dat is als Ψ zodanig is dat resp. de waarden van

$$\frac{\arccos \left(-\frac{r}{a}\right) - \Psi}{\omega\Delta t} \quad \text{en} \quad \frac{2\pi - \arccos \left(-\frac{r}{a}\right) - \Psi}{\omega\Delta t}$$

gehele getallen zijn.

Als het verband tussen δ en ϵ zodanig is, dat zij gelijktijdig nul worden, verdwijnt de sprongsgewijze verandering in Δr_{x_1} . Dit is het geval als r/a een zodanige waarde heeft dat

$$n = 2 \frac{\pi - \arccos \left(-\frac{r}{a}\right)}{\omega\Delta t}$$

De discontinuïteiten in het verloop van Δr_{x_1} als functie van Ψ verdwijnen dus bij uurlijkse waarnemingen van het M_2 getij als Ψ tijdens vloed valt, voor:

$\frac{r}{a} = 0.968$	$n = 1$
0.875	2
0.726	3
0.530	4
0.301	5
0.053	6
-0.191	7
-0.437	8
-0.642	9
-0.818	10
-0.936	11
-0.994	12

Als Ψ tijdens eb valt, verdwijnen de discontinuïteiten voor dezelfde waarde van r/a , maar dan met tegengesteld teken.

In de stukken van de grafiek, gelegen tussen de discontinuïteiten wordt het verloop van Δr_{x1} in eerste instantie bepaald door de factor $\cos \frac{\alpha + \beta + \omega \Delta t}{2}$. Op grond van de relaties (9) geldt:

$$\alpha + \beta + \omega \Delta t = 2\pi + (1 - \delta - \epsilon) \omega \Delta t$$

Dus:

$$\cos \frac{\alpha + \beta + \omega \Delta t}{2} = - \cos \frac{1 - \delta - \epsilon}{2} \omega \Delta t$$

Zowel $-\delta$, $-\epsilon$ als $+\Psi/\omega \Delta t$ veranderen even snel in de stukken tussen de discontinuïteiten. De verandering van de term $\cos \frac{\alpha + \beta + \omega \Delta t}{2}$ is evenredig met $\sin \frac{1 - \delta - \epsilon}{2} \omega \Delta t$ (zoals blijkt uit differentiatie), en is voor kleine waarden van $\omega \Delta t$ dus weinig afwijkend van nul.

Is nu de factor $\cos \frac{\beta - \alpha}{2}$ in (13) klein, wat het geval is voor $|r/a|$ klein, dan is Δr_{x1} vrijwel constant tussen de sprongen. Bij toenemende waarden van $\cos \frac{\beta - \alpha}{2}$ neemt de verandering van (13) met Ψ toe. Dit is het geval als $|r/a| \rightarrow 1$. Bij $r/a = 0.3$ zien wij al iets van dit effect.

Voor het verloop in fig. 8 van Δr_y geldt, wat betreft de discontinuïteiten, hetzelfde als voor het verloop van Δr_{x1} . Wat betreft de stukken tussen deze sprongen geldt, dat hier de factor $\sin \frac{\alpha + \beta + \omega \Delta t}{2}$ van belang is. Nu is

$$\sin \frac{\alpha + \beta + \omega \Delta t}{2} = - \sin \frac{1 - \delta - \epsilon}{2} \omega \Delta t$$

en deze uitdrukking varieert, voor kleine waarden van $\omega \Delta t$ ongeveer lineair met $\frac{\delta + \epsilon}{2}$, dat is lineair met Ψ . Hierdoor wordt het zaagtand-verloop van fig. 8 verkregen.

Wat betreft de grootte van de fouten die optreden, deze kunnen van de orde van 10% tot 20% zijn voor de stroomsnelheid, en 5% tot 10% voor de stroomrichting (bij uurlijkse waarneming en overheersend M_2 getij).

Voor afnemende waarden van $\omega \Delta t$ (dus voor metingen met kortere intervallen) nemen bij overigens gelijke waarden van r de fouten Δr_{x1} en Δr_y af wegens het kleiner worden van de factor $\sin \frac{\omega \Delta t}{2}$.

Voor $\omega \Delta t = 14\frac{1}{2}^\circ$ (dus halfuurlijkse waarnemingen bij M_2 getij) zijn $\Delta r_{x1/a}$ en $\Delta r_{y/a}$ gegeven in fig. 9, voor $r/a = 0.1$.

8. Vergelijking met de fout ten gevolge van het getijrestant

Vergelijken wij deze fouten met de hiervoor genoemde fout ten gevolge van het getijrestant, dan zien wij dat deze laatste fout bij substitutie van $V = a \cos \omega t + r$ in (14) vorm aanneemt.

$$\Delta r_{x2} = \left(\frac{K\omega\Delta t}{2\pi-1}\right) r_x^* - \frac{2 a \cos \left(\psi + \frac{K\omega\Delta t}{2}\right) \sin \frac{K\omega\Delta t}{2} - r (2\pi - K\omega\Delta t)}{2\pi}$$

Aangezien $r-r_x^* = \Delta r_{x1} + \Delta r_{x2}$ is deze relatie ook te schrijven als

$$\Delta r_{x2} = \left(1 - \frac{K\omega\Delta t}{2\pi}\right) (\Delta r_{x1} + \Delta r_{x2}) - \frac{2 a \cos \left(\psi + \frac{K\omega\Delta t}{2}\right) \sin \frac{K\omega\Delta t}{2}}{2\pi}$$

Door de termen met Δr_{x2} in het eerste lid van deze betrekking samen te brengen en door vermenigvuldiging met $\frac{2\pi}{K\omega\Delta t}$ krijgen wij

$$\Delta r_{x2} = \left(\frac{2\pi}{K\omega\Delta t} - 1\right) \Delta r_{x1} - \frac{2 a \cos \left(\psi + \frac{K\omega\Delta t}{2}\right) \sin \frac{K\omega\Delta t}{2}}{K\omega\Delta t} \quad (16)$$

Voor uurlijkse waarnemingen bij een M_2 getij ($\omega\Delta t = 29^\circ$) geeft dit

$$\Delta r_{x2} = 0.0345 \Delta r_{x1} - 0.0340 a \cos (\psi + 174^\circ)$$

In het ongunstigste geval, nl. als $\psi + 174^\circ = 0$ of 180° , is Δr_{x2} absoluut genomen van dezelfde orde van grootte als Δr_{x1} . Anderzijds kan voor bepaalde waarden van ψ , liggende in de buurt van -84° of $+96^\circ$ Δr_{x2} tot nul of praktisch tot nul naderen.

Voor halfuurlijkse waarnemingen bij een M_2 getij ($\omega\Delta t = 14\frac{1}{2}^\circ$) wordt

$$\Delta r_{x2} = -0.0069 \Delta r_{x1} + 0.0068 a \cos (\psi + 181^\circ 15')$$

Ook in dat geval kan de maximaal fout van dezelfde orde zijn als Δr_{x1}

8. Conclusies

Het feit dat bij de meest gangbare stroommetingen de stroomsnelheid en stroomrichting niet corresponderen in de tijd is een bron van onnauwkeurigheden, die echter voor veel gevallen kan worden verwaarloosd. Bij de stroommetingen zoals die op de lichtschepen worden verricht, met uurlijkse aflezingen van de stroommeter, kunnen de fouten de resultaten van bepaalde bewerkingen duidelijk beïnvloeden. Of, en hoe hiermee rekening moet worden gehouden, zal van geval tot geval moeten worden bekeken.

De vraag rijst, of het niet wenselijk is om de aflezing van de stroommeter frequenter te laten gebeuren. Dit stuit echter op praktische bezwaren, die wellicht alleen door automatisering zouden zijn op te lossen. Of men hiertoe moet overgaan, is echter de vraag. Het lijkt juist om eerst uit de resultaten van de bewerking van de bestaande gegevens te concluderen of een dergelijke stap al dan niet nodig is.

Wat betreft de berekening van de reststroom uit dergelijke waarnemingen is te stellen, dat in de praktijk, waar door invloed van andere getijden dan het M2 getij en door verandering van de reststroom de stroomvector niet een zuivere ellips beschrijft, de fout in de reststroom niet zuiver volgens het beeld van fig. 7 en fig. 8 zal variëren. Een uitwerking van dit probleem, waarbij dus niet meer gesproken kan worden van een constante r of een enkelvoudige harmonische variatie van de getijstroom vraagt een volkomen andere behandeling, die buiten het bestek van deze studie valt. Verwacht mag echter worden, dat de optredende fouten, zij het dan niet exact, toch door de hier gegeven resultaten worden benaderd.

VERLOOP VAN DE STROOMSNELHEID V EN VAN HET UURGEMIDDELTE VAN DE STROOMSNELHEID \bar{V} (UITGEDRUKT IS DE AMPLITUDE VAN DE GETUUSTROOM a) ALS FUNCTIE VAN ωt VOOR $\omega a t = 29^\circ$ (UURLUKSE WAARNEMINGEN BIJ M_2 GETU) EN VOOR EEN RESTSTROOM $\Gamma = 0.1 a$

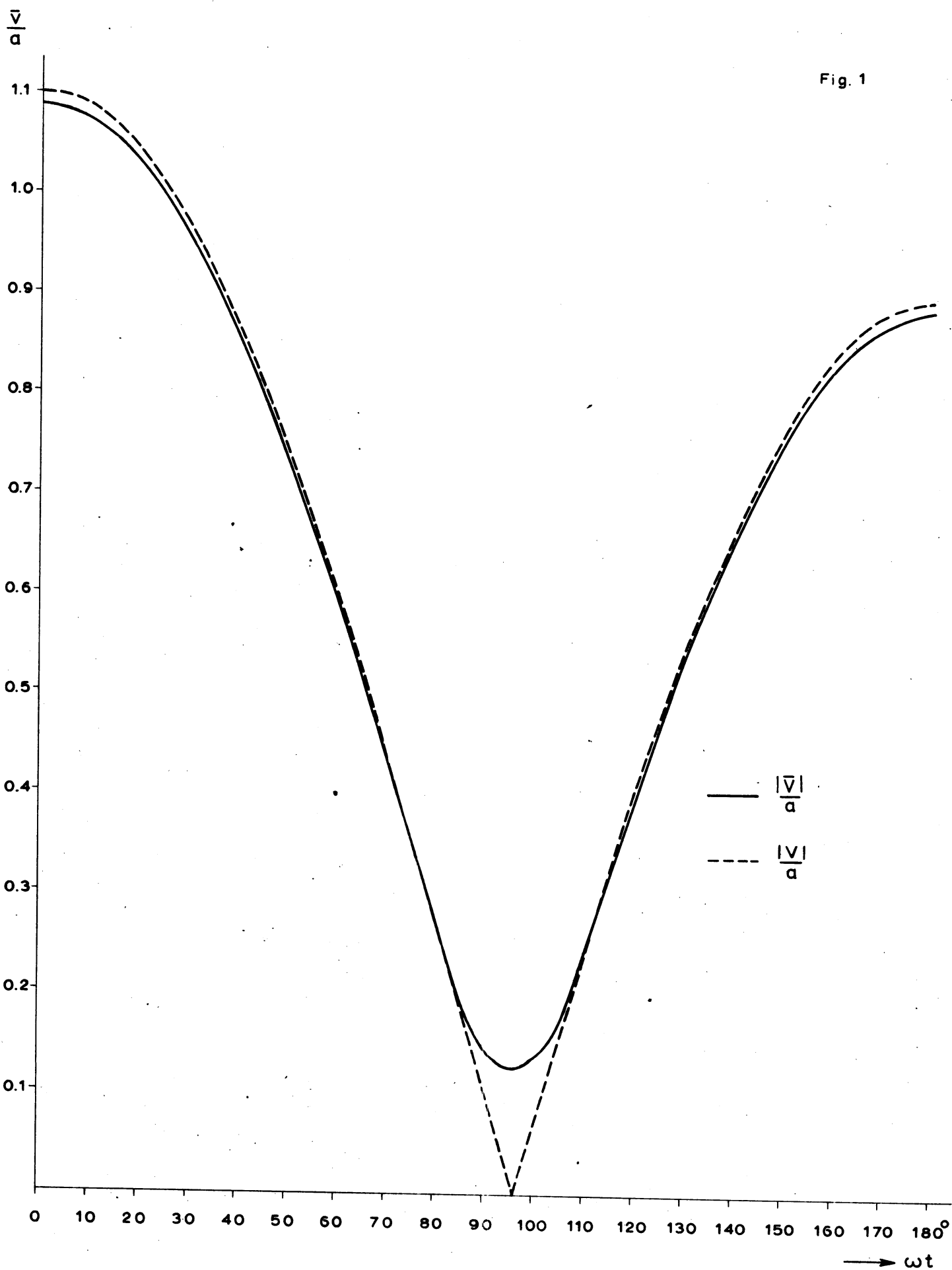
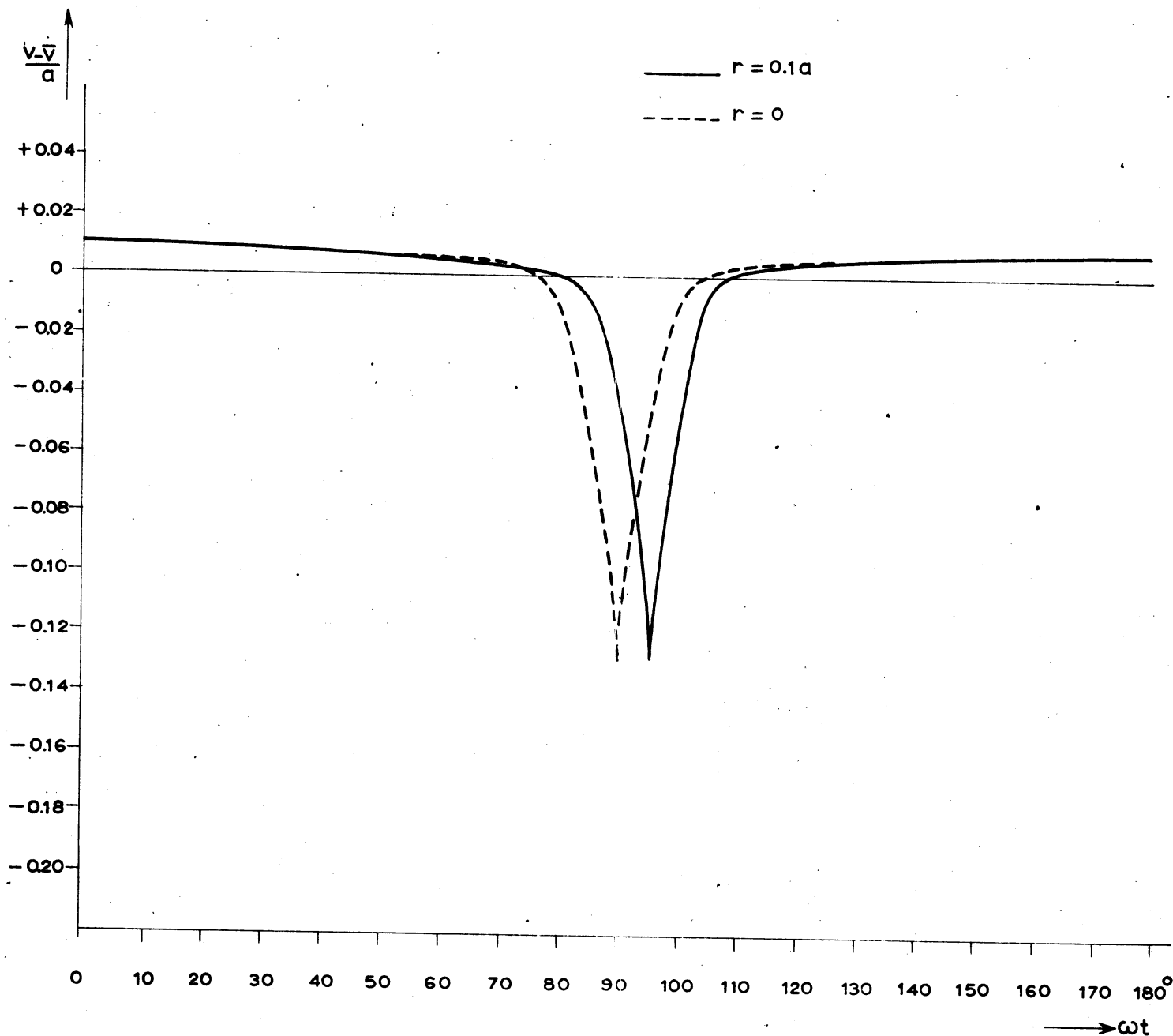


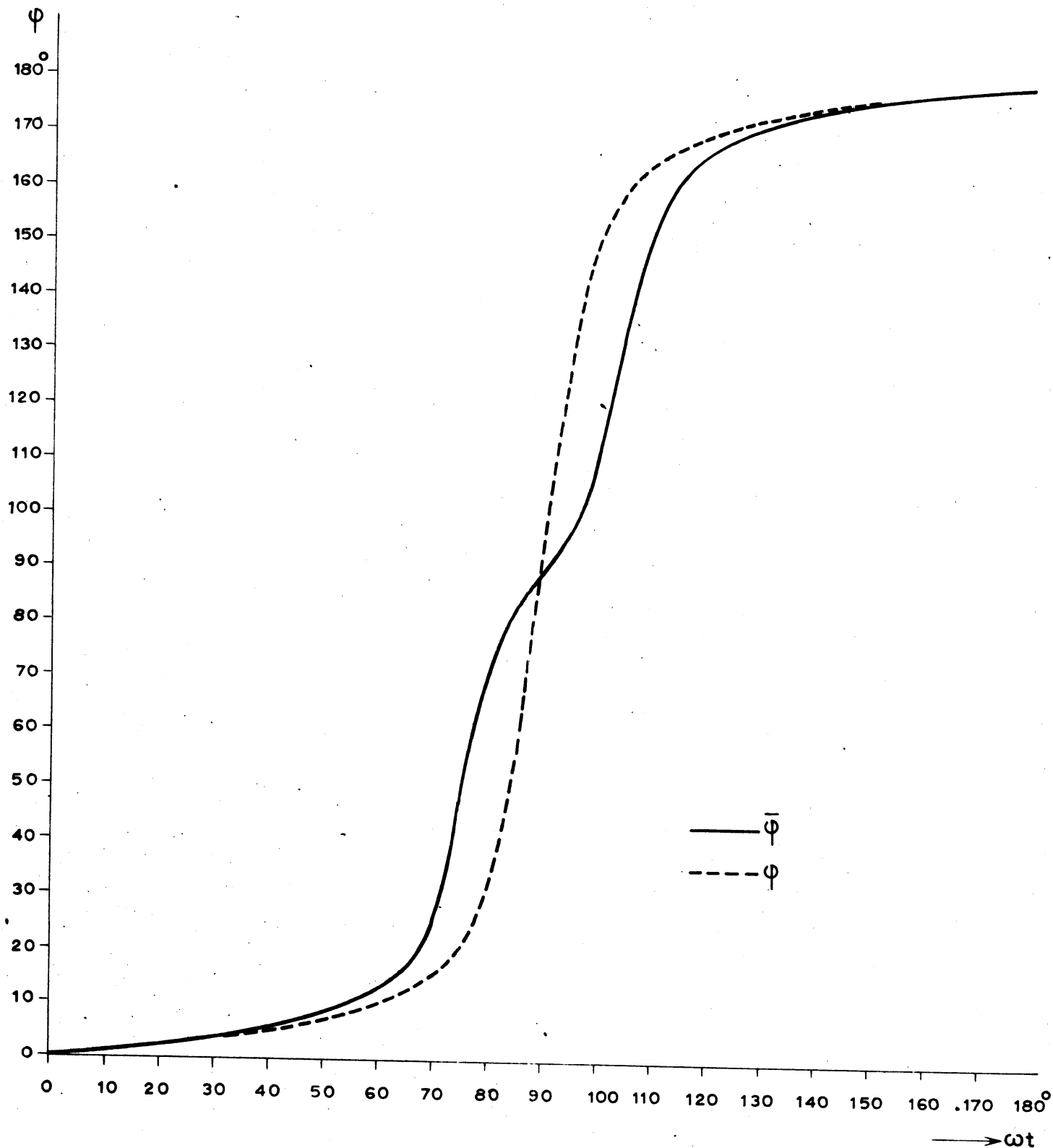
Fig. 2

VERLOOP VAN HET VERSCHIL TUSSEN DE WARE STROOMSNELHEID EN HET UURGEMIDDELDE VAN DE STROOMSNELHEID (UITGEDRUKT IN DE AMPLITUDE VAN DE GETIJSTROOM a) ALS FUNCTIE VAN ωt VOOR $\omega \Delta t = 29^\circ$ (UURLIJKSE WAARNEMINGEN BIJ M_2 GETIJ) EN VOOR EEN RESTSTROOM $r=0.1a$ EN $\Gamma=0$

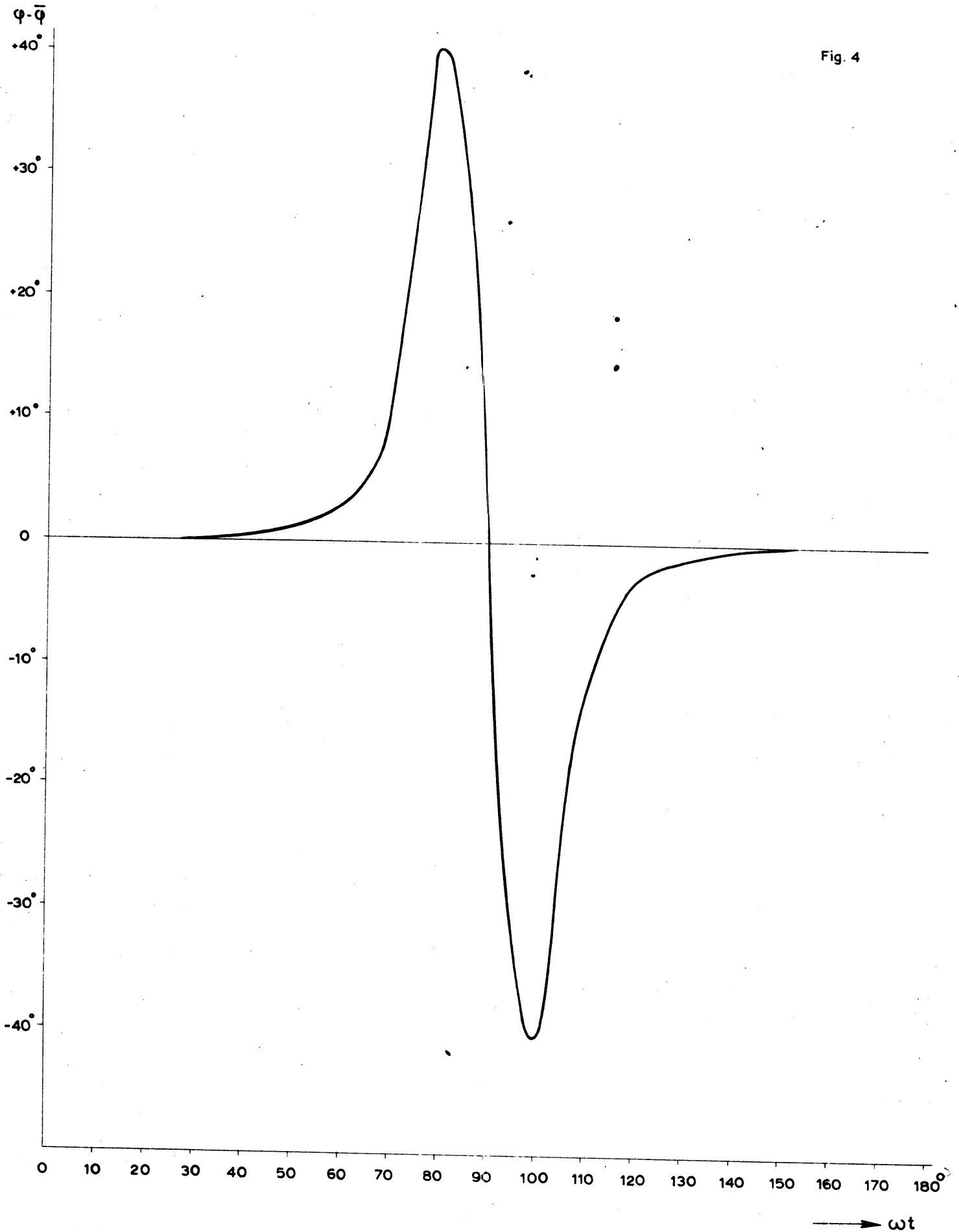


VERLOOP VAN DE STROOMRICHTING ϕ EN VAN HET GEMIDDELDE VAN TWEE OPEENVOLGENDE RICTINGEN $\bar{\phi}$ ALS FUNCTIE VAN ωt VOOR $\omega \Delta t = 29^\circ$ (UURLIJKE WAARNEMINGEN BIJ M_2 GETIJ), BIJ EEN RESTSTROOM $r=0$ EN EEN VERHOUDING TUSSEN DE ASSEN VAN DE GETIJSTROOMELLIPS $b/a=0.1$

Fig. 3

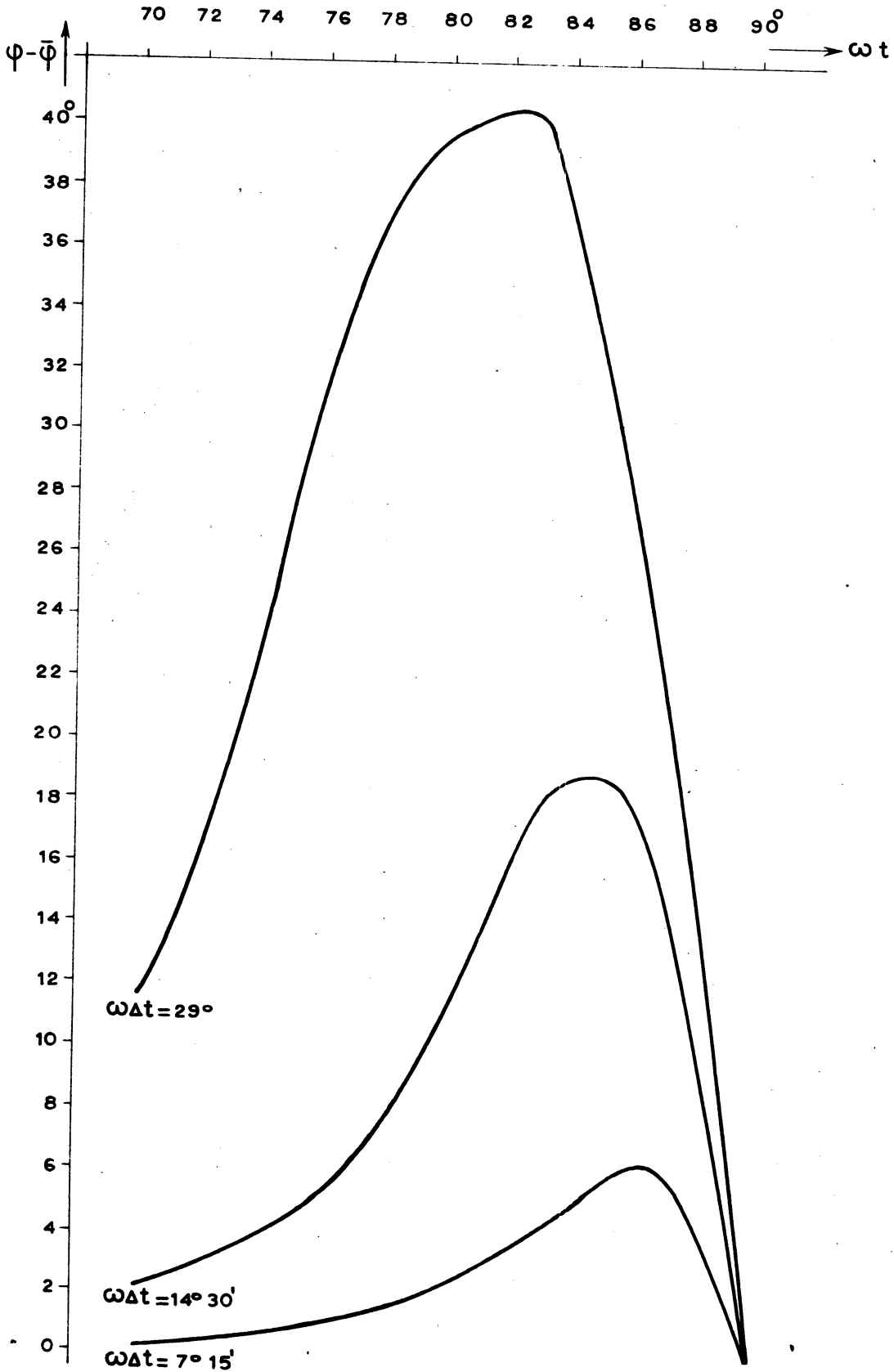


VERLOOP VAN HET VERSCHIL TUSSEN DE WARE EN DE GEMIDDELTE STROOMRICHTING ALS
FUNCTIE VAN ωt VOOR $\omega\Delta t = 29^\circ$ (UURLIJKE WAARNEMINGEN BIJ M2 GETUJ), BIJ EEN
RESTSTROOM $r=0$ EN EEN VERHOUDING TUSSEN DE ASSEN VAN DE GETUSTROOMELLIPS
 $\frac{b}{a} = 0.1$



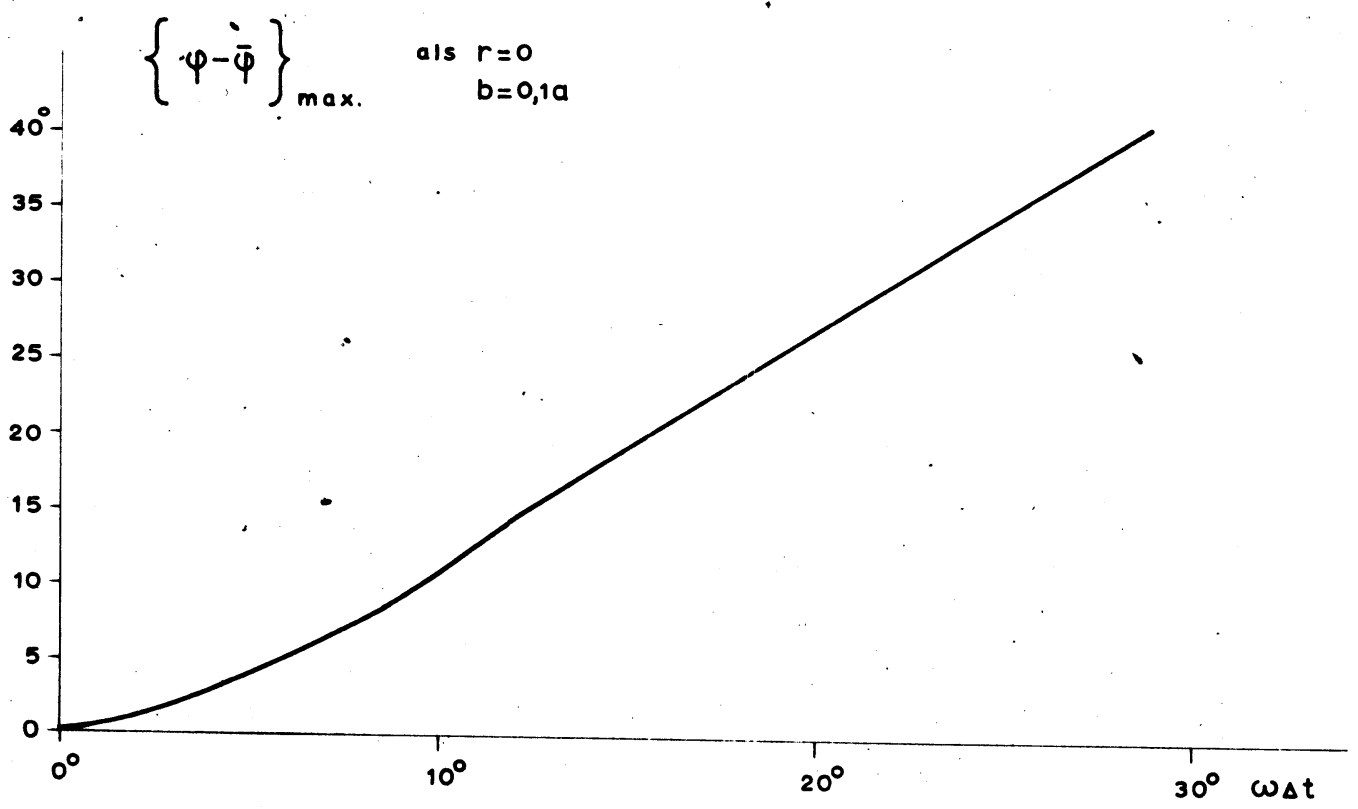
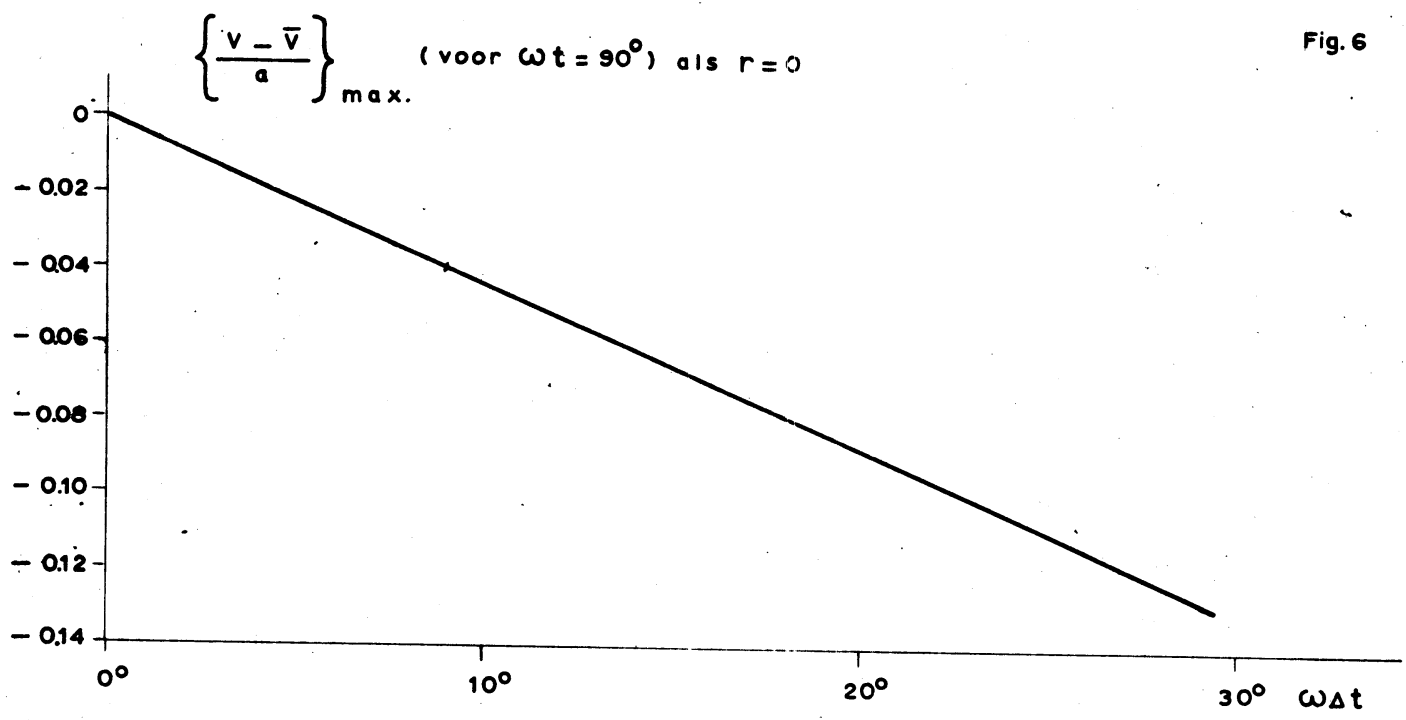
VERLOOP VAN HET VERSCHIL TUSSEN DE WARE EN DE GEMIDDELDE STROOMRICHTING ALS
 FUNCTIE VAN ωt VOOR VERSCHILLENDE WAARDEN VAN $\omega \Delta t$, BIJ EEN RESTSTROOM $\Gamma=0$ EN EEN
 VERHOUDING TUSSEN DE ASSEN VAN DE GETIJSTROOMELLIPS $b/a=0,1$

Fig. 5



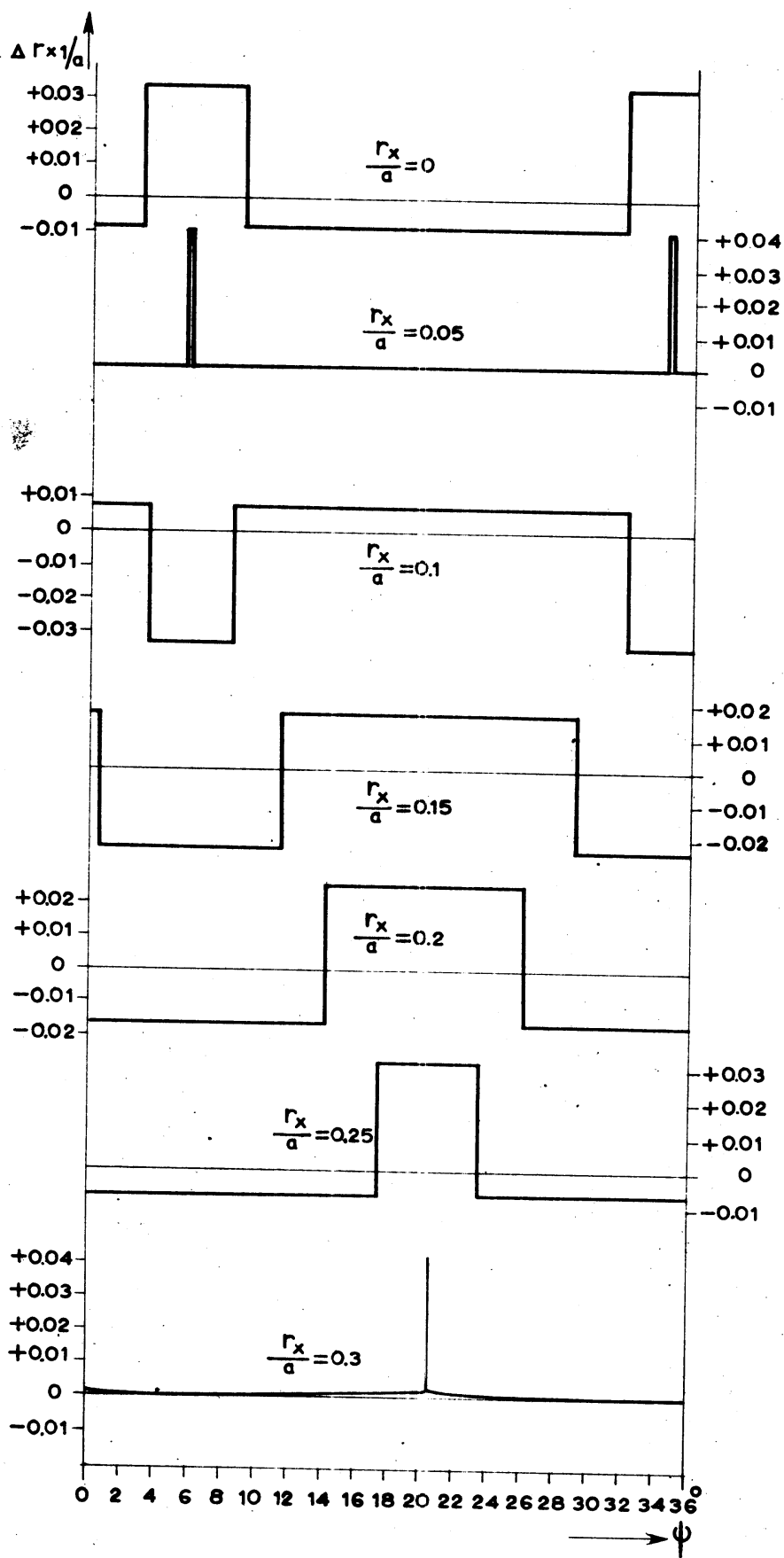
VERLOOP VAN HET MAXIMALE VERSCHIL TUSSEN WARE EN GEMIDDELDE STROOMSNELHEID EN STROOMRICHTING ALS FUNCTIE VAN $\omega\Delta t$

Fig. 6



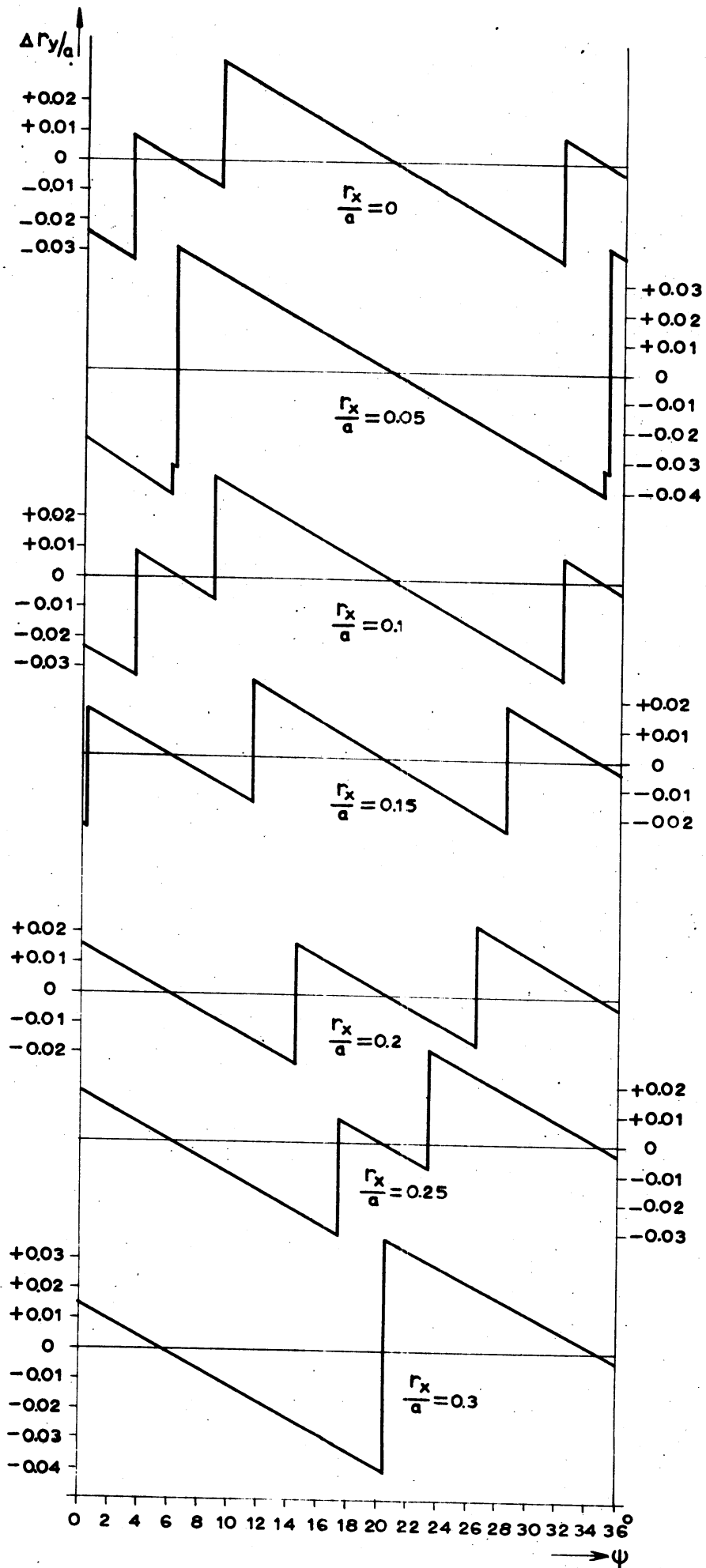
min. 5min. kwartier halfuur uur TIJDSINTERVAL
 BIJ DUBBELDAAGSE
 GETIJSTROOM

Fig. 7



COMPONENTE IN DE STROOMRICHTING (X-as) VAN DE MIDDELINGSFOOT BIJ UURLIJKSE STROOM-
WAARNEMINGEN (VOOR VERSCHILLENDE WAARDEN VAN DE BEGINFASE VAN HET MIDDELINGSINTERVAL
EN VAN DE RESTSTROOM)

Fig. 8



COMPONENTE IN DE RICHTING LOODRECHT OP DE STROOM (y as) VAN DE MIDDELINGSFOOT BIJ UURLIJKSE STROOMWAARNEMINGEN (VOOR VERSCHILLENDE WAARDEN VAN DE BEGINFASE VAN HET MIDDELINGSINTERVAL EN VAN DE RESTSTROOM)

COMPONENTE VAN DE MIDDELINGSFOUT BIJ HALFUURLIJKE STROOMWAARNEMINGEN
 (VOOR VERSCHILLENDE WAARDEN VAN DE BEGINFASE VAN HET MIDDELINGSINTERVAL EN VAN
 DE RESTSTROOM)

Fig. 9

