

KONINKLIJK NEDERLANDS  
METEOROLOGISCH INSTITUUT

DE BILT

Verslagen

V-226

Het numeriek opstellen van neerslagverwachtingen

door

A.W. den Exter Blokland

De Bilt, 1970

Publikatienummer: K.N.M.I. V-226-II  
(tevens verslag van een colloquium  
gehouden op 2 december 1969)

Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd en/of  
openbaar gemaakt door middel van druk, fotokopie, micro-  
film of op welke andere wijze ook, zonder voorafgaande  
schriftelijke toestemming van het K.N.M.I., De Bilt.

U.D.C.: 551.509.313:  
551.509.324.2

Het numeriek opstellen van neerslagverwachtingen

door

A.W. den Exter Blokland

1. Inleiding

In dit verslag wordt een overzicht gegeven van de methoden, volgens welke door diverse meteorologische instituten met behulp van elektronische rekenmachines verwachtingen van de hoeveelheid neerslag worden opgesteld. Tevens wordt in hoofdstuk 4 een begin gemaakt met het ontwikkelen van een systeem, geschikt om op het KNMI tot dergelijke verwachtingen te komen.

De bespreking is beperkt tot prognoses met een verwachtingsperiode van ongeveer een etmaal.

Een lijst met de betekenis van de gebruikte symbolen bevindt zich op blz. 35, [ ] verwijst naar de literatuurlijst op blz. 36.

2. Algemene beschouwingen

2.1 De redenering, die in het algemeen wordt gevolgd bij de berekening van de hoeveelheid neerslag, welke verondersteld wordt gedurende een bepaald tijdvak in de toekomst te vallen, is aldus:

Stel dat  $Q$  een maat is voor de hoeveelheid waterdamp, die op het begintijdstip  $t_0$  per massa-eenheid in de atmosfeer aanwezig is.  $Q$  kan de specifieke vochtigheid zijn, maar kan ook op andere wijze in verband worden gebracht met de hoeveelheid damp in een luchtkolom tussen twee standaarddrukvlakken.  $Q$  is een functie van de ruimtelijke coördinaten  $x$ ,  $y$  en  $\sigma$  en de tijd  $t$ . In het algemeen zullen  $x$  en  $y$  CARTESISCHES coördinaten zijn in respectievelijk oostelijke en noordelijke richting,  $\sigma$  is een nog te kiezen vertikale coördinaat. De keuze kan zijn  $\sigma = z$  of  $\sigma = p$ , maar ook  $\sigma = \frac{p}{p^*}$  enz. Er is een maximum  $Q_s$ , dat  $Q$  cm fysische redenen niet overschrijden kan.  $Q_s$  is afhankelijk van  $T$  en  $p$  en daar deze beide functies zijn van  $x$ ,  $y$ ,  $\sigma$  en  $t$ , is  $Q_s$  ook een functie van dat viertal.

De waarde voor  $Q$  van een bepaald luchtdeeltje kan uitsluitend veranderen door het condenseren van waterdamp of het verdampen van

water. In eerste instantie wordt verondersteld dat er geen water verdampst en dat er alleen condensatie optreedt als  $Q$  anders groter zou worden dan  $Q_s$ . Tevens wordt aangenomen dat het dan gecondenseerde water uitregent.

Voor een luchtdeeltje geldt:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\partial Q}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla Q + \dot{\sigma} \frac{\partial Q}{\partial \sigma}$$

Als er geen condensatie of verdamping optreedt, is  $\frac{dQ}{dt} = 0$ .

Definieer  $\left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right)_d$  als volgt:

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right)_d = -\mathbf{V} \cdot \nabla Q - \dot{\sigma} \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \quad (2.1)$$

Dit bepaalt de lokale verandering van  $Q$  uitsluitend ten gevolge van advectie. Indien nu  $Q = Q_s$  en als tevens blijkt dat:

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right)_d > \frac{\partial Q_s}{\partial t} \quad (2.2)$$

wordt de hoeveelheid neerslag, die ter plaatse wordt gevormd, vastgesteld aan de hand van het verschil tussen  $\left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right)_d$  en  $\frac{\partial Q_s}{\partial t}$ . Bijv., als  $Q$  de specifieke vochtigheid is, bedraagt die hoeveelheid per volume- en tijdseenheid:

$$\left[ \left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right)_d - \frac{\partial Q_s}{\partial t} \right] \rho \quad (2.3)$$

De totale hoeveelheid uit een kolom met eenheidsdoorsnede is dan:

$$\int_{z(p_1)}^{z(p_2)} \left[ \left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right)_d - \frac{\partial Q_s}{\partial t} \right] \rho dz = \frac{1}{g} \int_{p_2}^{p_1} \left[ \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{\partial Q_s}{\partial t} \right] dp \quad (2.4)$$

De in het voorgaande vermelde formules dienen slechts om het principe te verduidelijken. Bij de uitvoering van het procédé is het volgende van belang:

- 2.2 De verwachting zal gekoppeld zijn aan een prognose van de atmosferische circulatie, en wel een volgens een meerlagen-model. In overeenstemming met dat model zal de vochtigheidsindicator  $Q$  over zo'n laag gemiddeld worden of het verloop van  $Q$  met  $\sigma$  wordt functioneel vastgelegd. Het ligt dan voor de hand het te proberen met een functie die alleen van  $\sigma$  afhangt, maar het is niet onmogelijk met een functie van  $x$ ,  $y$ ,  $\sigma$  en  $t$  te werken.

2.3 Aangezien  $Q_s$  een functie is van  $T$  en  $p$  en de dikte  $\Delta z$  van de laag tussen twee vlakken van constante druk ook afhangt van het verloop van  $T$  met  $p$ , kan een eenduidig verband worden vastgesteld tussen  $\Delta z$  en de maximale hoeveelheid waterdamp, die de betreffende laag kan bevatten. Dit uiteraard bij een realistische vooronderstelling aangaande de verticale temperatuurgradiënt; deze wordt verzadigd-adiabatisch genomen. De betrekking tussen  $Q_s$  en  $\Delta z$  kan worden vastgelegd in een tabel of een grafiek; ook kan getracht worden  $Q_s$  te bepalen met een polynoom van  $\Delta z$ .

Het meerlagen-model uit 2.2 verstrekt de verwachte waarden van  $\Delta z$ , en dus van  $Q_s$ . Een voorspelprogramma voor  $Q$ , bijvoorbeeld met behulp van  $\left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right)_d$  uit (2.1), geeft aan wanneer  $Q_s$  wordt overschreden en zo met een vergelijking als (2.4) de neerslag.

2.4 De actuele waarde van de vochtigheidsindicator  $Q$  moet aan het begin van de procedure worden bepaald. Het ligt voor de hand hiervoor gegevens van radiosonde-opstijgingen te gebruiken. Het representatief zijn van deze vochtigheidsmeting op een bepaald punt en op een bepaald tijdstip is echter duidelijk geringer dan dat van bijvoorbeeld de temperatuurmeting. Er behoeft alleen maar te worden gedacht aan het al dan niet door bewolking omhoog gaan van de sonde. Of, indien alleen de metingen op standaarddrukvlakken worden gebruikt, aan de omstandigheid dat bewolking juist tussen die standaarddrukvlakken te vinden is. Concreet gesteld: de informatie, die de radiosondewaarneming geeft over een geopotential van bijvoorbeeld het 500 mbar-vlak, is aanzienlijk zinvoller dan de informatie verkregen uit de vochtigheidsmeting op dat vlak. De praktijk leert, dat de isohypsen van een standaarddrukvlak regelmatig verlopen en dat het ruimtelijk verval ook betrekkelijk regelmatig is, dit alles gezien op synoptische schaal. Hetzelfde kan, misschien in iets mindere mate, worden gezegd van de isothermen. Wat de geopotential betreft: dit is in feite de uitkomst van een integratie langs de  $p$ -as. Wil men de vochtigheid op dezelfde betekenisvolle wijze bepalen, dan moet men overwegen de integratie van een vochtigheidsparameter langs de vertikaal uit te voeren. Deze informatie zou dan in het aerologisch bericht moeten worden opgenomen. Maar zelfs dan zou het verloop van de vochtigheidsisoplethen, zowel in het horizontale als in het verticale vlak, grilliger zijn dan dat van bijvoorbeeld de isothermen. Dit ligt in het wezen van het fysisch begrip vochtigheid. Gesteld moet worden dat een aerologisch net, dat dicht

genoeg is om bruikbare topografieën van drukvlakken te vervaardigen, daarom nog niet voldoende behoeft te zijn voor informatie aangaande de vochtigheid.

Er kan gepoogd worden aanvulling te verkrijgen uit synoptische waarnemingen aan de grond, bijvoorbeeld betreffende bewolking en neerslag. Ook geven satellietwaarnemingen, naast een fraai overzicht van de bewolking, de mogelijkheid de gemiddelde relatieve vochtigheid in een luchtkolom te schatten. Het is echter duidelijk, dat het invoeren van dergelijke gegevens bij de routine van een liefst geheel geautomatiseerde analyseprocedure moeilijk gaat.

- 2.5 Indien als criterium voor het vallen van neerslag een relatieve vochtigheid van 100% wordt genomen, zal de verwachting te lage hoeveelheden geven. Dit is in de praktijk duidelijk gebleken. Het is ook à priori te verwachten. Immers, er moet met een ruimtelijk gemiddelde van de vochtigheidsindicator worden gewerkt. Als dit gemiddelde lager is dan de maximaal mogelijke waarde, kunnen er toch wel gebieden zijn waar de lucht verzadigd is. Als uitsluitend neerslag wordt verwacht als voornoemd gemiddelde maximaal is, zal de verwachte hoeveelheid in het algemeen te klein uitvallen.

Het is dus zaak reeds bij waarden van de vochtigheidsindicator lager dan het maximum neerslag te verwachten. Bij de in het vervolg behandelde modellen wordt hiermee rekening gehouden.

- 2.6 Bij convectieve neerslag zijn de omstandigheden uiteraard als bij 2.5; over een dikwijls groot gebied is de gemiddelde vochtigheid onder het maximum, terwijl er toch plaatselijk veel neerslag kan vallen. De verwachting van convectieve neerslag is trouwens om voor de hand liggende redenen moeilijk te combineren met de gebruikelijke numerieke voorspelmethoden. Deze zijn immers bestemd voor het beschrijven van de stroming op macroschaal; kleine oneffenheden worden gladgestreken en het rooster is te ruim om bunen e.d. passend te beschrijven.

De gangbare modellen voor het opstellen van verwachtingen van het stromingspatroon zijn in feite alleen geschikt voor het doen van uitspraken aangaande neerslag op grote schaal, bijvoorbeeld frontaal, welke neerslag dan gekoppeld wordt aan ruimtelijk gemiddelde  $\omega$ -velden met hoogstens matige verticale snelheden. Convectieve verticale bewegingen komen eenvoudig niet aan bod. Hierbij past het constant houden, in ruimte en tijd, van de stabiliteitsparameter  $\sigma$ , zoals dat bij vele modellen gebeurt en waarbij lokale onstabiliteit niet tot uiting kan

komen. (Het is usance geworden de letter  $\sigma$  zowel te gebruiken voor de stabiliteitsparameter als voor de op bepaalde wijze gedefinieerde vertikale coördinaat. Verwarring is nauwelijks mogelijk).

- 2.7 Zoals reeds in 2.2 werd gesteld, zal de neerslagverwachting verbonden zijn met een meerlager-model. Men kan zich indenken dat de prognose van de stroming volgens dit model wordt afgewerkt ongeacht de neerslagverwachting en dat voor deze laatste alleen op gezette tijden gegevens van de stromingsverwachting worden gebruikt. Het verdient echter de voorkeur een wisselwerking tot stand te brengen, zodanig dat de tussentijdse resultaten van de neerslagverwachting, d.w.z. de bij de condensatie vrijkomende latente warmte, in de stromingsverwachting worden opgenomen. Dat moet dan gebeuren door op het juiste tijdstip die warmte op te nemen in de thermodynamische vergelijking. Er kan dan feitelijk van één programma voor de prognose van uiteenlopende atmosferische verschijnselen worden gesproken.
- 2.8 Om een zinvolle neerslagverwachting te krijgen zal het waarschijnlijk noodzakelijk blijken voor het gebied, waarbinnen men die verwachting wenst, een finer rooster te gebruiken dan gebruikelijk is bij hemisferische prognoses van de circulatie. Dit fijnere rooster dient dan ingebed te worden in het grovere, dat dient voor de verwachting voor de stroming op grote schaal ("telescoping").
- 2.9 Bij alle schema's voor neerslagverwachtingen wordt het aanvankelijk in de atmosfeer aanwezige water, bijvoorbeeld dat in de wolken, geïgnoreerd. Gesteld wordt, dat uitsluitend het toenemen van het watergehalte, door condensatie, tot neerslag leidt. Ook wordt voorbijgegaan aan het fysisch proces van de neerslagvorming.

### 3. Diverse systemen

#### 3.1 Verenigde Staten

##### 3.1.1 Overzicht

Sinds januari 1967 worden op routinebasis numerieke neerslagverwachtingen opgesteld, gecombineerd met het 6-lagen model met primitieve vergelijkingen. Het systeem werd in eerste instantie

beschreven door YOUNKIN, LA RUE en SANDERS [1], de uitvoering geschiedde toen grafisch. Opnieuw werd de methode, die inmiddels de codenaam SLYH (Sanders, La Rue, Younkin, Hovermale) kreeg, behandeld door SHUMAN en HOVERMALE [2] in het kader van het 6-lagen model.

Bij dit systeem zijn de principes, die in de Algemene beschouwingen met de formules (2.1) t/m 2.4) werden aangegeven, goed te herkennen. Men gaat uit van de hoeveelheid waterdamp, die aanwezig is in een verticale luchtkolom van 1 cm<sup>2</sup> diameter. De met deze hoeveelheid damp overeenkomende hoeveelheid water wordt "precipitable water" genoemd, een term die vertaald zal worden met "mogelijke neerslag". De vochtigheidsindicator is de specifieke vochtigheid q. De mogelijke neerslag W bedraagt dan:

$$W = \int_0^{\infty} q \rho dz = \frac{1}{g} \int_0^{p^*} q dp \quad (3.1.1)$$

Een voorspelvergelijking voor W wordt opgesteld (zie 3.1.8 enz.). Met de veronderstelling, dat er geen condensatie of verdamping optreedt en er dus geen neerslag valt, wordt met behulp van de voorspelvergelijking de hoeveelheid zgn. "virtual precipitable water" W' voor een bepaalde plaats na zeker tijdsverloop berekend. Tevens zullen de dikten van diverse atmosferische lagen voor het betreffende tijdstip bekend zijn; deze worden immers bepaald met het in gebruik zijnde numerieke voorspelprogramma, in dit geval het 6-lagen model. Uit deze dikten kan worden berekend hoeveel waterdamp de atmosfeer op dat tijdstip van plaats tot plaats maximaal kan bevatten. Indien die hoeveelheid W<sub>s</sub> (of een bepaald percentage daarvan, zie 2.5) minder is dan W', zal het surplus gedurende het betreffende tijdsverloop ter plaatse uitgeregend zijn (een correctie voor het geval dat voornoemd percentage wordt genomen, wordt bij deze methode niet aangebracht).

### 3.1.2 Grondslagen van de berekening

3.1.2.1 Eerst zullen de formules worden behandeld, die momenteel worden gebruikt samen met het 6-lagen model met primitieve vergelijkingen. Het blijkt, dat de voorspelvergelijking voor W' een eenvoudige gedaante krijgt, die overeenkomst vertoont met de continuïteitsvergelijking. Deze methode wordt beschreven in [2]. In een volgende paragraaf zal worden behandeld de wijze waarop SANDERS c.s. [1] te werk gingen bij hun eerste pogingen langs deze weg een kwantitatieve neerslag-



verwachting op te stellen. Hun voorspelvergelijking voor W' ziet er veel ingewikkelder uit; alles gaat ook veel moeizamer, hoewel het uiteindelijk op hetzelfde neerkomt.

Terwille van de duidelijkheid wordt begonnen met het vermelden van de voorspelvergelijkingen van het 6-lagen model. Alleen is de schaalfactor  $\equiv 1$  gesteld, zodat de formules iets eenvoudiger zijn dan de overeenkomstige uit [2]:

Bewegingsvergelijkingen:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \dot{\sigma} \frac{\partial u}{\partial \sigma} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - v f + \frac{\partial gz}{\partial x} + c_p \theta \frac{\partial \pi}{\partial x} + F_x = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \dot{\sigma} \frac{\partial v}{\partial \sigma} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + u f + \frac{\partial gz}{\partial y} + c_p \theta \frac{\partial \pi}{\partial y} + F_y = 0$$

Statistische grondvergelijking:

$$\frac{\partial gz}{\partial \sigma} + c_p \theta \frac{\partial \pi}{\partial \sigma} = 0$$

Thermodynamische vergelijking:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \dot{\sigma} \frac{\partial \theta}{\partial \sigma} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} + H = 0 \quad (3.1.2)$$

Continuïteitsvergelijking:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial p}{\partial \sigma} \right) + \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \frac{\partial p}{\partial \sigma} \dot{\sigma} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial p}{\partial \sigma} u \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial p}{\partial \sigma} v \right) = 0 \quad (3.1.3)$$

Een vergelijking betreffende de vochtigheid:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \dot{\sigma} \frac{\partial q}{\partial \sigma} + u \frac{\partial q}{\partial x} + v \frac{\partial q}{\partial y} + C = 0 \quad (3.1.4)$$

Tenslotte een vergelijking ter bepaling van :

$$\pi = \left( \frac{p}{1000} \right)^{R/c_p}$$

In deze vergelijkingen is  $\sigma$  de verticale coördinaat, die met betrekking tot de druk p als volgt wordt gedefinieerd:

$$\sigma = \frac{p - p_U}{p_L - p_U} \quad (3.1.5)$$

$p_L$  en  $p_U$  zijn hier drukken van kwasi-horizontale vlakken, resp. onder en boven het punt in kwestie. In het onderhavige 6-lagen model zijn  $p_L$  en  $p_U$  niet voor elk punt langs de vertikaal dezelfde; de atmosfeer wordt verdeeld in een "planetary boundary layer", een "troposphere" en een "stratosphere", elk met een andere  $p_L, p_U$  combinatie. (Verder is de troposfeer in drieën verdeeld tussen  $\sigma = 1, 2/3, 1/3$  en 0, de stratosfeer in tweeën tussen  $\sigma = 1, \frac{1}{2}$  en 0; dit levert met de "planetary boundary layer" de bedoelde 6 lagen. Daarboven bevindt zich dan nog een zgn. "constant  $\Theta$ -layer". Zie fig.1, blz.33). De term  $H$  in (3.1.2) beschrijft diabatische effecten, de term  $C$  in (3.1.4) de invloed van condensatie en verdamping.

Indien (3.1.3) en (3.1.4) met respectievelijk  $q$  en  $\frac{\partial p}{\partial \sigma}$  worden vermenigvuldigd en daarna opgeteld, vindt men, indien  $C = 0$  wordt verondersteld:

$$\frac{\partial}{\partial t} (q \frac{\partial p}{\partial \sigma}) + \nabla \cdot (q \frac{\partial p}{\partial \sigma} \mathbf{V}) + \frac{\partial}{\partial \sigma} (q \frac{\partial p}{\partial \sigma} \dot{\sigma}) = 0 \quad (3.1.6)$$

Uit (3.1.1) volgt:

$$W = \frac{1}{g} \int_0^{p^*} q \, dp = \frac{1}{g} \int_{\sigma_d}^{\sigma^*} q \frac{\partial p}{\partial \sigma} \, d\sigma \quad (3.1.7)$$

Hierin is  $\sigma^*$  de  $\sigma$  aan de grond. De druk aan de grond  $p^*$  is de  $p_L$  uit (3.1.5) van de "planetary boundary layer", dus  $\sigma^* \equiv 1$ .  $\sigma_d$  komt overeen met een niveau, waarop en waarboven de hoeveelheid waterdamp verwaarloosd mag worden. Voor dit niveau is het grensvlak tussen de 3e en 4e laag van onderaf gekozen;  $\sigma_d \equiv 1/3$ . In feite is de integraal in het rechterlid van (3.1.7) - en dit geldt ook voor de integralen van (3.1.8) - de som van een integraal in de troposfeer,  $\frac{1}{g} \int_{\sigma_d=1/3}^{\sigma^*=1} q \frac{\partial p}{\partial \sigma} \, d\sigma$ , en een integraal in de grenslaag,  $\frac{1}{g} \int_0^{\sigma^*=1} q \frac{\partial p}{\partial \sigma} \, d\sigma$ .  $\sigma^*$  en  $\sigma_d$  zijn dus onafhankelijk van  $x, y$  en  $t$ .

Combinatie van (3.1.6) en (3.1.7) geeft:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{1}{g} \int_{\sigma_d}^{\sigma^*} \nabla \cdot (q \frac{\partial p}{\partial \sigma} \mathbf{V}) \, d\sigma + \frac{1}{g} \int_{\sigma_d}^{\sigma^*} \frac{\partial}{\partial \sigma} (q \frac{\partial p}{\partial \sigma} \dot{\sigma}) \, d\sigma = 0 \quad (3.1.8)$$

Als aangenomen wordt dat  $q = 0$  voor  $\sigma = \sigma_d$  en  $\dot{\sigma} = 0$  voor  $\sigma = \sigma^*$  kan bewezen worden dat de laatste term van het linkerlid

gelijk is aan 0. Indien verder gesteld wordt dat

$$q \frac{\partial p}{\partial \sigma} = g \alpha W \quad (3.1.9)$$

waarbij  $\alpha$  een nader vast te stellen functie is, die het vertikaal verloop van  $q$  bepaalt, kan (3.1.8) als volgt worden geschreven:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \int_{\sigma_d}^{\sigma^*} \nabla \cdot \alpha W \nabla \sigma = 0$$

Tenslotte, na het invoeren van een soort "gemiddelde" wind  $\tilde{V}$ , die gedefinieerd wordt als

$$\tilde{V} = \int_{\sigma_d}^{\sigma^*} \alpha V d\sigma$$

luit de voorspelvergelijking voor  $W$ :

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \nabla \cdot W \tilde{V} = 0 \quad (3.1.10)$$

Deze vergelijking werd opgesteld met de veronderstelling, dat geen condensatie of verdamping optrad, immers  $C$  (uit 3.1.4) werd = 0 genomen. De vergelijking (3.1.10) dient dus voor het maken van een prognose van  $W$ , de hoeveelheid "virtual precipitable water", zoals gedefinieerd in 3.1.1.

Met betrekking tot  $\alpha$  wordt nog opgemerkt, dat deze bepaald wordt volgens de vergelijkingen

$$\alpha_B = a_B + b_B \sigma_B$$

en

$$\alpha_T = a_T + b_T \sigma_T$$

De indices B en T duiden op "boundary layer" respectievelijk "troposphere".  $a$  en  $b$  zijn afhankelijk van  $x$ ,  $y$  en  $t$ , en dus per roosterpunt verschillend. Deze betrekkingen volgen uit de omstandigheid, dat aangenomen wordt dat  $q$  met voldoende grote nauwkeurigheid wordt weergegeven door een lineaire functie van  $p$ . In 4.2 komt een dergelijke benadering van  $\alpha$  opnieuw ter sprake. De afhankelijkheid van  $a$  en  $b$  van  $x$ ,  $y$  en  $t$  hangt nauw samen met typische eigenschappen van het 6-lagen model en zal hier niet verder worden besproken.

Volstaan wordt met te vermelden dat  $\alpha$  en dus  $\tilde{V}$  per roosterpunt worden bepaald en dat daarna  $W$  met behulp van (3.1.10)

wordt berekend. De waarden van  $W_s$  volgen uit de verwachte drukken en temperaturen in de drie onderste lagen. Als in een roosterpunt  $W'/W_s > 0.80$  wordt het teveel geacht ter plaatse uit te regenen. De vrijkomende latente warmte wordt bij de verdere numerieke prognose in rekening gebracht. Hierbij worden de lagen waarop condensatie optreedt onderscheiden, waarbij in de "boundary layer" geen condensatie wordt verondersteld.

3.1.2.2 In deze paragraaf wordt een overzicht gegeven van het model van SANDERS c.s. [1], dat beschouwd kan worden als een voorloper van het zojuist behandelde.

Indien als vertikale coördinaat wordt genomen

$$\sigma = \frac{p}{p^*} \quad (\text{PHILLIPS [3]}),$$

dan kan voor  $W$  geschreven worden:

$$W = \frac{1}{g} \int_0^{p^*} q \, dp = \frac{p^*}{g} \int_0^1 q \, d\sigma$$

$W$  en  $p^*$  zijn functies van  $x$ ,  $y$  en  $t$ .

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{p^*}{g} \int_0^1 \frac{\partial q}{\partial t} d\sigma + \frac{\partial p^*}{\partial t} \frac{W}{p^*} \quad (3.1.11)$$

Als, zoals bij het bepalen van  $W'$  verondersteld is, geen condensatie optreedt, is

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\partial q}{\partial t} + \nabla \cdot \nabla q - \dot{\sigma} \frac{\partial q}{\partial \sigma} = 0 \quad (3.1.12)$$

De continuïteitsvergelijking in het hier gebruikte  $(x, y, \sigma)$ -stelsel luidt:

$$\nabla \cdot \rho^* \nabla + \rho^* \frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial \sigma} + \frac{\partial \rho^*}{\partial t} = 0 \quad (3.1.13)$$

Combinatie van (3.1.12) en (3.1.13) geeft

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -\nabla \cdot \nabla q - \frac{\partial}{\partial \sigma} (\dot{\sigma} q) - \frac{q}{\rho^*} \left( \nabla \cdot \rho^* \nabla + \frac{\partial \rho^*}{\partial t} \right) \quad (3.1.14)$$

Substitutie van (3.1.14) in (3.1.11), waarbij  $\dot{\sigma}(0) = \dot{\sigma}(1) = 0$  wordt gesteld, leidt tot

$$\frac{\partial W'}{\partial t} = \frac{-p^*}{g} \int_0^1 \nabla \cdot \nabla q \, d\sigma - \frac{p^*}{g} \int_0^1 q \nabla \cdot \nabla \psi \, d\sigma$$

$$- \frac{\nabla p^*}{g} \int_0^1 q \, \psi \, d\sigma = - \frac{1}{g} \int_0^1 \nabla \cdot p^* q \, \psi \, d\sigma \quad (3.1.15)$$

De volgende veronderstellingen met betrekking tot het verloop van  $q$  en  $\psi$  afhankelijk van  $\sigma$  worden gemaakt:

$$q = \alpha(\sigma) \frac{gW}{p^*} \quad (3.1.16)$$

$$\psi = [1 - \beta(\sigma)] \psi_0 + \beta(\sigma) \bar{\psi} \quad (3.1.17)$$

$\alpha(\sigma)$  en  $\beta(\sigma)$  zijn vastgesteld aan de hand van klimatologische gegevens;  $\int_0^1 \alpha(\sigma) \, d\sigma = 1$ ,  $\psi_0$  is de wind aan de grond,  
 $\bar{\psi} = \int_0^1 \psi \, d\sigma$ ,  $\beta(1) = 0$ ,  $\int_0^1 \beta(\sigma) \, d\sigma = 1$ .

Met behulp van (3.1.16) en (3.1.17) kunnen  $q$  en  $\psi$  uit het rechterlid van (3.1.15) geëlimineerd worden. Er blijft dan een betrekking over waarin  $W$ ,  $p^*$ ,  $\psi_0$  en  $\bar{\psi}$  als functies van  $x$ ,  $y$  en  $t$  voorkomen met als constanten o.a. integralen van  $\alpha(\sigma)$  en  $\beta(\sigma)$ . Indien als constanten worden ingevoerd:

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= \int_0^1 \alpha(1-\beta) \, d\sigma = 1 - \int_0^1 \alpha\beta \, d\sigma \\ K_2 &= \int_0^1 \alpha\beta \, d\sigma \end{aligned} \right\} \quad (3.1.18)$$

wordt de formule voor  $\frac{\partial W'}{\partial t}$  als volgt:

$$\frac{\partial W'}{\partial t} = - \nabla \cdot W(K_1 \psi_0 + K_2 \bar{\psi}), \quad (3.1.19)$$

welke vergelijking analoog is aan (3.1.10).

YOUNKIN, LA RUE en SANDERS [1] vermelden (3.1.19) niet. Zij leiden een voorspelvergelijking voor  $W'$  af, die  $w_m$  bevat; de index  $m$  verwijst naar een niveau waarvoor geldt:

$$\psi = \bar{\psi},$$

en dus  $\beta(\sigma_m) = 1$ . Dit kan op de volgende manier:

Integreer (3.1.13), de continuïteitsvergelijking, over  $\sigma$ :

$$\int_0^{\sigma_m} \left( \nabla \cdot p^* \mathbf{V} + p^* \frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial \sigma} + \frac{\partial p^*}{\partial t} \right) d\sigma =$$

$$\left( p^* \nabla \cdot \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_0 \cdot \nabla p^* \right) \int_0^{\sigma_m} (1 - \beta) d\sigma + \nabla \cdot p^* \overline{\mathbf{V}} \int_0^{\sigma_m} \beta d\sigma$$

$$+ p^* \dot{\sigma}_m + \sigma_m \frac{\partial p^*}{\partial t} = 0 \quad (3.1.20)$$

en

$$\int_0^1 \left( \nabla \cdot p^* \mathbf{V} + p^* \frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial \sigma} + \frac{\partial p^*}{\partial t} \right) d\sigma = \int_0^1 \nabla \cdot p^* \mathbf{V} d\sigma + \frac{\partial p^*}{\partial t};$$

$$\frac{\partial p^*}{\partial t} = - \nabla \cdot p^* \overline{\mathbf{V}} \quad (3.1.21)$$

Combineer (3.1.20) en (3.1.21):

$$\left( p^* \nabla \cdot \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_0 \cdot \nabla p^* \right) \int_0^{\sigma_m} (1 - \beta) d\sigma + \frac{\partial p^*}{\partial t} \int_0^{\sigma_m} (1 - \beta) d\sigma$$

$$+ p^* \dot{\sigma}_m = 0 \quad (3.1.22)$$

Introduceer de constante

$$K_3 = \frac{-K_1}{\int_0^{\sigma_m} (1 - \beta) d\sigma};$$

dit geeft met (3.1.22)

$$K_1 \left( \nabla \cdot \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_0 \cdot \frac{\nabla p^*}{p^*} \right) + \frac{K_1}{p^*} \frac{\partial p^*}{\partial t} - K_3 \dot{\sigma}_m = 0 \quad (3.1.23)$$

Schrijf (3.1.19) als:

$$\frac{\partial W'}{\partial t} = - (K_1 \mathbf{V}_0 + K_2 \overline{\mathbf{V}}) \cdot \nabla W - W (K_1 \nabla \cdot \mathbf{V}_0 + K_2 \nabla \cdot \overline{\mathbf{V}})$$

en substitueer uit (3.1.23):

$$\frac{\partial W'}{\partial t} = - \left( K_1 \psi_0 + K_2 \bar{\psi} \right) \cdot \nabla W$$

$$+ W \left[ K_1 \psi_0 \cdot \frac{\nabla p^*}{p^*} + K_1 \frac{\partial p^*}{\partial t} - K_3 \dot{\sigma}_m - K_2 \nabla \cdot \bar{\psi} \right]$$

Met behulp van (3.1.18) en (3.1.21) kan hiervoor worden geschreven:

$$\frac{\partial W'}{\partial t} = - \left( K_1 \psi_0 + K_2 \bar{\psi} \right) \cdot \nabla W - W K_3 \dot{\sigma}_m +$$

$$+ \frac{W}{p^*} \frac{\partial p^*}{\partial t} + \left[ W \left( K_1 \psi_0 + K_2 \bar{\psi} \right) \cdot \frac{\nabla p^*}{p^*} \right]$$

Deze betrekking, behoudens het gedeelte [...], dient in [1] als uitgangspunt. In hoeverre het weglaten van

$$W \left( K_1 \psi_0 + K_2 \bar{\psi} \right) \cdot \frac{\nabla p^*}{p^*}$$

gerechtvaardigd is zal onbesproken blijven. Er blijft dus de betrekking:

$$\frac{\partial W'}{\partial t} = - \left( K_1 \psi_0 + K_2 \bar{\psi} \right) \cdot \nabla W - W K_3 \dot{\sigma}_m + \frac{W}{p^*} \frac{\partial p^*}{\partial t}$$

Hierin... wordt  $\dot{\sigma}_m$  vervangen door  $\omega_m$  als volgt:

$$\dot{\sigma}_m = \frac{d}{dt} \frac{p_m}{p^*} = \frac{\omega_m - \sigma_m \left( \frac{\partial p^*}{\partial t} + \bar{\psi} \cdot \nabla p^* \right)}{p^*}$$

(op het niveau van  $\dot{\sigma}_m$  is  $\psi = \bar{\psi}$ ) ;

$$\frac{\partial W'}{\partial t} = - \left( K_1 \psi_0 + K_2 \bar{\psi} \right) \cdot \nabla W - \frac{W K_3 \omega_m}{p^*} + \frac{W K_3 \sigma_m \bar{\psi} \cdot \nabla p^*}{p^*}$$

$$+ \frac{W}{p^*} \left( 1 + \sigma_m K_3 \right) \frac{\partial p^*}{\partial t}$$

Deze formule wordt terwille van operationeel gebruik vereenvoudigd tot

$$\frac{\partial W'}{\partial t} = - \frac{\bar{\psi} \cdot \nabla W}{\bar{\psi}} - \frac{W K_3 \omega_m}{1000} + \frac{W K_3 \sigma_m \bar{\psi} \cdot \nabla p^*}{1000} \quad (3.1.24)$$

Hierin is  $\nabla_{\bar{x}} = K_1 \nabla_{10} + K_2 \nabla_5$  met  $\nabla_{10}$  en  $\nabla_5$  als resp. de wind op 1000 en op 500 mbar. Nu wordt ingevoerd een verband tussen  $W$  en  $h_s$ ; de laatste, de zgn. "saturation thickness" wordt gedefinieerd als de dikte van de laag tussen 1000 en 500 mbar, die bij een verzadigd adiabatische temperatuurgradiënt en overall 70% relatieve vochtigheid als mogelijke neerslag  $W$  bevat (Table 2 uit [1]). Dit verband geeft  $W$  als functie van  $h_s$  en dus ook  $\frac{dW}{dh_s}$ . (3.1.2.4) kan worden geschreven als

$$\frac{\partial h_s}{\partial t} = - \nabla_{\bar{x}} \cdot \nabla h_s - K_4 \omega_m + \nabla_5 \cdot \nabla P(p^{\bar{x}}) \quad (3.1.25)$$

waarin

$$K_4 = \frac{K_3}{1000} \left( W' \frac{dh_s}{dW} \right)$$

en

$$P(p^{\bar{x}}) = \frac{p^{\bar{x}} K_3 \sigma_m}{1000} \left( W \frac{dh_s}{dW} \right)$$

Voor  $W \frac{dh_s}{dW}$  en  $\sigma_m$  worden constanten genomen.

Indien de dikte van de laag tussen 1000 en 500 mbar  $h_5$  wordt genoemd en het verschil  $h_d = h_5 - h_s$  als het vochtigheidsdeficit wordt gedefinieerd, kan met behulp van een voorspelvergelijking voor  $h_d$  de hoeveelheid neerslag ter plaatse voor een bepaald tijdsverloop worden verwacht. Zodra immers  $h_d$  negatief dreigt te worden, wordt verondersteld dat het teveel aan waterdamp, dat zou ontstaan, condenseert en uitregent. Een voorspelvergelijking voor  $h_d$  is gevonden, zodra naast de voorspelvergelijking voor  $h_s$  (3.1.25) een voorspelvergelijking voor  $h_5$  bekend is. Zo'n vergelijking hangt nauw samen met het model dat gebezigd wordt voor de prognoses van de atmosferische circulatie. In [1] dienen de afgeleide formules tenslotte als basis voor een grafische methode, waarbij de verwachtingen voor  $h_s$  en  $h_5$  worden gecombineerd in een voorspelvergelijking voor  $h_d$ . Hoewel de methode ingenieus mag worden genoemd, lijkt het zinnvoller een volledig numerieke behandeling met behulp van een computer na te streven en grafische procedures verder te laten rusten.



## 3.2 Canada

### 3.2.1 Overzicht

De principes van deze methode zijn door DAVIES [4] beschreven. De atmosfeer wordt verdeeld in lagen, begrensd door vlakken van constante druk. In de praktijk zullen dat de lagen zijn tussen de vlakken van 925, 775, 625 en 375 mbar. Indien zo'n laag verzadigd is en dan omhoog beweegt, zal condensatie optreden. Verondersteld wordt, dat het gecondenseerde water als neerslag de grond bereikt.

De hoeveelheid waterdamp, die condenseert, hangt af van de drukwaarden van de begrenzende vlakken en van de temperaturen in de laag. Als aangenomen wordt, dat de verticale temperatuurgradiënt verzadigd-adiabatisch is, kunnen tabellen worden geconstrueerd, die per eenheid opwaartse beweging en per eenheid horizontale doorsnede de hoeveelheid zodanig gecondenseerd water bevatten voor gegeven waarden van de gemiddelde temperatuur van de laag en de drukken van de begrenzende vlakken. Dergelijke schema's zijn vele jaren geleden al door FULKS [5] opgesteld. De verticale snelheden worden uiteraard geleverd door een barokliene prognose.

De methode werd aanzienlijk verfijnd door DANARD [6,7], die een factor invoerde, zodat de neerslagvorming niet beperkt bleef tot verzadigde lagen, maar dat ook bij zekere mate van onderverzadiging neerslag mogelijk was. Verder wordt onderscheiden tussen neerslag, die wordt veroorzaakt door opwaartse bewegingen op grote schaal, frontale neerslag, buiige neerslag en buien in frontale neerslag.

Sinds februari 1968 is de methode operationeel.

### 3.2.2 Grondslagen van de berekening

Voor het opstellen van dit overzicht werd vooral gebruikgemaakt van DAVIES en OLSON [3] en KWIZAK en DAVIES [9], publicaties die geacht worden aan te sluiten bij de huidige praktijk.

Het barokliene model, waarvan men uitgaat, berust op:

Vorticiteitsvergelijking:

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi + \nabla \cdot \nabla (\nabla^2 \psi + f) = f_0 \frac{\partial \omega}{\partial p}$$

Thermodynamische vergelijking:

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \Psi}{\partial p} + \nabla \cdot \nabla \frac{\partial \Psi}{\partial p} + \frac{\sigma \omega}{f} = 0 \quad (3.2.1)$$

Indien er waterdamp condenseert, komt er warmte vrij. Wil men deze warmte in rekening brengen, dan moet men het rechterlid van (3.2.1) niet gelijk aan nul, maar gelijk aan  $H \omega/f$  stellen, waarbij  $H$  is:

$$H = \frac{R g L U_p}{C_p p \Delta p} \left\{ \frac{T_{\text{sat}} - (T - T_d)}{T_{\text{sat}}} \right\}$$

Hierin is  $U_p$  de hoeveelheid waterdamp, die condenseert als een kolom verzadigde lucht van eenheidsdoorsnede met de eenheid van verticale beweging opstijgt. Voor  $p$  zal een gemiddelde moeten worden genomen voor de laag in kwestie.  $\Delta p$  is het drukverschil tussen de begrenzende isobarische vlakken.

$\left\{ \frac{T_{\text{sat}} - (T - T_d)}{T_{\text{sat}}} \right\}$  tenslotte is de factor, die door DANARD werd ingevoerd en waarvan de betekenis straks bij (3.2.3) duidelijk zal worden.

Het stromingsveld nu wordt berekend met behulp van (3.2.1) (met rechterlid gelijk aan 0). De verticale snelheid is de zgn. "droge"  $\omega$ ,  $\omega_d$  genoemd. De grootte hiervan wordt bepaald door:

$$\omega_d = - \frac{D \frac{\partial \Psi}{\partial p}}{D_t} \bigg/ \frac{\sigma}{f}$$

Voor de neerslagberekening wordt verder een  $\omega$  gebruikt, die volgt uit (3.2.1) met rechterlid  $H \omega/f$ , dus:

$$\omega = \frac{\sigma \omega_d}{\sigma - H} \quad (3.2.2)$$

mits  $\omega < 0$  en tevens  $T_{\text{sat}} > (T - T_d)$ . Anders is  $\omega = \omega_d$ .

Deze methode: baroklien model tot het einde doorrekenen zonder latente warmte, neerslagprognose met latente warmte, wordt door de Canadezen "sequential" genoemd. Het gelijktijdig inbrengen van de latente warmte in het barokliene model heet dan "parallel mode".

Voor zover bekend, is deze nog in het studiestadium.

Speciale voorzieningen zijn getroffen in de gevallen dat in (3.2.2)  $\sigma$ -H ongeveer gelijk aan 0 is.

De voorspelvergelijkingen voor temperatuur en voor het verschil tussen temperatuur en dauwpunt luiden:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = - J(\psi, T) + \frac{\omega}{N(T)} \left( \frac{dT}{dp} - \frac{\partial T}{\partial p} \right) + \mu \nabla^2 T$$

$$\frac{\partial (T - T_d)}{\partial t} = - J(\psi, T - T_d) + \frac{\omega}{N(T - T_d)} \left( \frac{d(T - T_d)}{dp} - \frac{\partial (T - T_d)}{\partial p} \right) + \mu \nabla^2 (T - T_d)$$

N dient om de vertikale bewegingen te dempen.  $\mu \nabla^2$  bepaalt de "eddy diffusion".  $\frac{d}{dp}$  worden bepaald naargelang de vochtigheid van de atmosfeer [9].

$\omega$ , T en  $T_d$  worden berekend voor de drukvlakken van 850, 700 en 500 mbar, zijnde de centrale vlakken van de drie lagen.

Zoals in 2.5 en in de voorlaatste alinea van 3.2.1 werd gesteld, moet het verwachten van neerslag niet beperkt blijven tot situaties, waarbij de atmosfeer geheel verzadigd is. De formule voor de hoeveelheid neerslag per tijdseenheid  $\gamma_1$  luidt dan ook:

$$\gamma_1 = - \omega U_p \left\{ \frac{T_{sat} - (T - T_d)}{T_{sat}} \right\} \quad (3.2.3)$$

als  $\omega < 0$  en  $\frac{T_{sat} - (T - T_d)}{T_{sat}} > 0$ . Anders is  $\gamma_1 = 0$ .

In deze formule is de term tussen  $\{ \}$  de door DANARD ingevoerde correctiefactor.  $T_{sat}$  is een constante, die proefondervindelijk werd bepaald. De correctiefactor loopt van 0 tot 1 naarmate  $T_d$  nadert tot T.

De op deze wijze berekende neerslag wordt de "neerslag op grote schaal" genoemd. Verder worden er nog drie andere vormen van neerslagvorming onderscheiden, waarvan de hoeveelheden als volgt worden berekend:

#### Frontale neerslag:

Deze wordt uitsluitend verwacht als de onderstaande vier ongelijkheden alle gelden:

$$|\nabla T|^2 > G_T$$

$$\omega < \omega_f$$

$$T - T_d < T_f$$

$$\nabla^2 \psi > 0$$

$G_T$ ,  $\omega_f$  en  $T_f$  zijn constanten

In dat geval is de hoeveelheid frontale neerslag  $\Upsilon_f$ :

$$\Upsilon_f = \alpha U_p \left( |\nabla T|^2 - G_T \right) \left\{ \omega - \omega_f \right\} \left\{ (T - T_d) - T_f \right\}$$

$\alpha$  is een constante.

De fysische betekenis van de vier ongelijkheden ligt voor de hand; zij hebben achtereenvolgens betrekking op de voor een front karakteristieke ruimtelijke temperatuurtegenstellingen, op de vochtigheid, op de verticale beweging en op de vorticititeit van de stroomlijnen.

Luchtmassa-buien:

Deze worden alleen verwacht als de volgende vier voorwaarden alle zijn vervuld:

$$s < S$$

$$\omega < \omega_a$$

$$T - T_d < T_a$$

$S$  en  $T_a$  zijn constanten,

$\omega_a$  hangt nog af van  $|\nabla T|^2$ .

Het tijdstip is tussen 12 en 24 uur lokale tijd.

$s$  is de bekende SHOWALTER-index.

In dat geval is de hoeveelheid neerslag door luchtmassa-buien

$\Upsilon_a$ :

$$\Upsilon_a = \beta U_p (s - S)^2 (\omega - \omega_a) \left\{ (T - T_d) - T_a \right\} \quad a(12-a)$$

$\beta$  is een constante,  $a + 12$  is de lokale tijd van de dag.

De fysische betekenis van de voorwaarden behoeft geen toelichting. Opgemerkt kan worden, dat bij de laatste versie bovendien onderscheid is gemaakt met betrekking tot de breedtegraad en tijd van het jaar.

Buiige neerslag in gebieden van continue neerslag  $\Upsilon_i$ :

Indien

$$s < S$$

en  $\Upsilon_i + \Upsilon_f > 0$

bedraagt deze

$$\gamma_i = \gamma_{U_p} (s-S)^2 (\gamma_1 + \gamma_f)$$

$\gamma$  is een constante.

De totale hoeveelheid neerslag wordt verkregen door de vier genoemde hoeveelheden op te tellen:

$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_f + \gamma_a + \gamma_i$$

Door TYNER [10] werden de resultaten van dit model kritisch onderzocht.

### 3.3 Groot-Brittannië

#### 3.3.1 Overzicht

Door BUSHBY en TIMPSON [11] is een methode ontworpen, waarbij wordt uitgegaan van een verdeling van de atmosfeer in 9 lagen, elk 100 mbar dik. Genomen worden de lagen tussen 1000 en 900, tussen 900 en 800, ... en tussen 200 en 100 mbar met bovendien de mengverhoudingen op 950, 850, ... en 350 mbar. De atmosfeer boven 300 mbar wordt droog verondersteld. Er wordt een prognose gemaakt van het toekomstige verloop van de geopotential van het 1000 mbar-vlak, van de diktes van bovengenoemde lagen en van de desbetreffende mengverhoudingen. Zodra de maximale mengverhouding in een laag wordt overschreden, treedt condensatie op; aangenomen wordt dat het aldus ontstane vloeibare water volledig naar beneden wordt afgevoerd. Omgekeerd neemt de mengverhouding in een laag toe, o.a. door toevoer van vloeibaar water van boven. Dit water verdampt als de mengverhouding in de onderliggende laag nog niet maximaal is; anders valt het verder en bereikt eventueel als neerslag de grond. In tegenstelling tot het gestelde in 2.1 is hier dus de verdamping impliciet in het model verwerkt.

#### 3.3.2 Grondslagen van de berekening

De horizontale bewegingen worden gegeven door

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + m \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \frac{\partial z}{\partial x} \right) + \omega \frac{\partial u}{\partial p} - f v &= 0 \\ \frac{\partial v}{\partial t} + m \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + g \frac{\partial z}{\partial y} \right) + \omega \frac{\partial v}{\partial p} + f u &= 0 \end{aligned} \quad (3.3.1)$$

De verticale beweging wordt verkregen met behulp van de continuïteitsvergelijking

$$\frac{\partial \omega}{\partial p} + m \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad (3.3.2)$$

De maximale mengverhouding  $r_s$  van een laag, waarvoor volgens (3.3.1) de waarde halverwege wordt genomen, wordt gegeven door een polynoom van de vierde graad in de dikte  $h$  van die laag.

Dus

$$r_s = \sum_{i=0}^4 a_i h^i$$

Definieer  $M_A$  als de hoeveelheid vloeibaar water, die een laag van boven bereikt en  $M_B$  als de hoeveelheid vloeibaar water, die deze laag aan de onderzijde verlaat.  $M_A$  en  $M_B$  worden berekend per s, per  $\text{cm}^2$  en per g droge lucht van de desbetreffende laag.

$$M = M_B - M_A$$

geeft dan de mate van condensatie of, als  $M < 0$  is, van verdamping in de desbetreffende laag aan.

Als  $r < r_s$ , geldt

$$\left( \frac{\partial r}{\partial t} \right)_d = -m \left( u \frac{\partial r}{\partial x} + v \frac{\partial r}{\partial y} \right) - \omega \frac{\partial r}{\partial p} + M_A \quad (3.3.3)$$

$M_B = 0$ .

Als  $r \geq r_s$ , geldt

$$\frac{\partial r_s}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial t} \cdot \frac{dr_s}{dh} \quad (3.3.4)$$

$$M_B = \left( \frac{\partial r}{\partial t} \right)_d - \frac{\partial r_s}{\partial t} \quad (3.3.5)$$

tenzij (3.3.5) een negatieve  $M_B$  oplevert, in welk geval  $M_B = 0$  genomen wordt.

De thermodynamische vergelijking wordt geschreven als differentiaalvergelijking van  $h$  in de volgende vorm:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + m \left( u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \omega \frac{\partial h}{\partial p} + \frac{\omega h}{\gamma p} - \frac{100(\gamma - 1) ML}{g \gamma p} = 0 \quad (3.3.6)$$

Indien aangenomen wordt, dat op 1000 mbar geldt  $w = \frac{dz}{dt} = 0$ , kan de voorspelvergelijking voor het 1000 mbar-vlak de volgende

gedaante worden gegeven:

$$\frac{\partial z_{10}}{\partial t} = \frac{\omega_G}{g\rho} - m \left( u_G \frac{\partial z_{10}}{\partial x} + v_G \frac{\partial z_{10}}{\partial y} \right), \quad (3.3.7)$$

G slaat op MSL.

De beginwaarden zijn de geopotentialen van de drukvlakken van 1000 t/m 100 mbar en de mengverhoudingen op 950 t/m 350 mbar zoals ze uit waarnemingen worden verkregen. De beginwaarden van de wind worden uit de beginwaarden van de geopotentialen bepaald met behulp van een balansvergelijking in de volgende eenvoudige gedaante:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \psi &= \frac{mg}{f} \nabla^2 z \\ \vec{\nabla} &= k \times \nabla \psi \end{aligned}$$

$$(k \equiv (0, 0, 1))$$

De vergelijkingen (3.3.1), (3.3.3), (3.3.4), (3.3.6) en (3.3.7) zijn de voorspelvergelijkingen voor respectievelijk de wind, de al dan niet maximale mengverhouding, de diktes van de diverse lagen en de hoogte van het 1000 mbar-vlak. De waarde van  $M_B$  voor de laag tussen 1000 en 900 mbar, gesommeerd over de gewenste periode, levert tenslotte de neerslag.

Met betrekking tot de thermodynamische vergelijking (3.3.6) moet worden gezegd dat deze in de geciteerde gedaante wel enige toelichting behoeft. Stel dat uitgegaan is van de vergelijkingen:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + m \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \omega \left( \frac{\partial T}{\partial p} - \frac{1}{\rho c_p} \right) - \frac{ML}{c_p} = 0 \quad (3.3.8)$$

$$T = \frac{-pg}{R} \frac{\partial z}{\partial p} \quad (3.3.9)$$

Opgemerkt kan worden, dat in (3.3.8) de vrijkomende condensatiewarmte gebruikt wordt om alleen de droge lucht te verwarmen en niet de eventueel aanwezige waterdamp. Deze verwaarlozing is zeer gering en blijft verder buiten beschouwing. Substitutie uit (3.3.9) in (3.3.8) geeft:

$$\begin{aligned} - \frac{pg}{R} \left[ \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial z}{\partial p} + m \left( u \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial p} + v \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial z}{\partial p} \right) \right] - \omega \left[ \frac{pg}{R} \frac{\partial}{\partial p} \frac{\partial z}{\partial p} + \frac{g}{R} \frac{\partial z}{\partial p} - \frac{1}{\rho c_p} \right] \\ - \frac{ML}{c_p} = 0 \end{aligned}$$

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial z}{\partial p} + m \left( u \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial p} + v \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial z}{\partial p} \right) + \omega \frac{\partial}{\partial p} \frac{\partial z}{\partial p} \right] + \frac{\omega}{p} \left[ \frac{\partial z}{\partial p} - \frac{R}{g p C_p} \right] + \frac{RML}{p g C_p} [1]$$

Indien de termen tussen  $\left[ \right]$  over  $p$  van  $p$  tot  $p + 100$  worden geïntegreerd, terwijl voor  $\omega$  en de  $p$  buiten  $\left[ \right]$  constanten worden genomen en terwijl  $-\int_p^{p+100} \frac{\partial}{\partial p} \frac{\partial z}{\partial p} dp \frac{\partial h}{\partial p}$  wordt genoemd, volgt inderdaad (3.3.6).

Rekentechnisch vereist het bepalen van  $\frac{\partial h}{\partial p}$  zekere voorzieningen in de top van de atmosfeer, hetgeen duidelijk zal zijn als bedacht wordt, dat de dikte van een 100 mbar-laag boven 100 mbar oneindig wordt.

De methode wordt verder behandeld in BUSHBY [12] en BENWELL en TIMPSON [13].

#### 4. Ontwerp van een schema voor neerslagverwachtingen, gekoppeld aan een baroklien 3-parameter model

##### 4.1 Algemeen

Het betreffende barokliene model wordt besproken in [14], hoofdstuk 6. Het is door VAN GALEN voor gebruik op het KNMI ontwikkeld; in het vervolg zal het worden aangeduid met BK3.

Als vochtigheidsindicator is de specifieke vochtigheid  $q$  gekozen. Deze grootte kan bijvoorbeeld worden vastgelegd voor de drukvlakken, waarvan de geopotentialen worden berekend, terwijl dan voor het verloop langs de vertikaal tussen die drukvlakken zekere veronderstellingen moeten worden gemaakt. In principe zouden de vochtigheidsgegevens door waarnemingen moeten worden verschaft; het is dan ook de bedoeling procedures te ontwikkelen, zodanig dat deze gegevens bij de Automatische Data Extractie worden betrokken. Misschien zal het noodzakelijk blijken de met behulp van radiosondeopstijgingen verkregen informatie aan te vullen met gegevens van andere waarnemingen, zoals gesteld in 2.4.

Er zal echter worden begonnen met een poging een neerslagverwachting op te stellen, uitgaande van de veronderstelling dat op het aanvangstijdstip de relatieve vochtigheid overal (bijvoorbeeld)



80% bedraagt. Vermoed wordt namelijk dat deze ongetwijfeld grove generalisatie toch een bruikbaar resultaat oplevert in die zin, dat althans een redelijke benadering van neerslaghoeveelheden wordt verkregen.

Bij BK3 is het mogelijk een keuze te doen uit verschillende drietallen standaarddrukvlakken. Het 500 mbar-vlak is steeds het middelste; daarboven kan men kiezen tussen 300 en 200 mbar, daaronder tussen 850 en 1000 mbar. Voor het onderhavige project zal het verloop van de vochtigheid worden nagegaan tussen 500 en 850 mbar, daarbuiten wordt de relatieve vochtigheid gelijk aan 0 gesteld. De berekende hoeveelheden zullen daarom in het algemeen te laag uitvallen. Aangezien de atmosfeer boven 500 mbar minder dan 10% van de totale hoeveelheid waterdamp kan bevatten, is het wellicht voldoende de uitkomst met enkele procenten te verhogen. Beneden 850 mbar bevat de atmosfeer weliswaar naar verhouding veel waterdamp maar aangenomen wordt dat de vorming van regendruppels daar pas goed op gang komt als het 0° C-niveau lager ligt dan dat drukvlak. Verdere correcties van de uitkomst kunnen overwogen worden indien dit in voldoende mate het geval is. Vermeld moet worden, dat het in principe mogelijk is voor het onderste drukvlak een andere keuze te doen dan 850 of 1000 mbar, alleen zullen dan bepaalde constanten (zie [14], blz. 87) moeten worden berekend. De keuze is gevallen op 850 mbar mede omdat BK3, althans voorlopig, met de combinatie 300-500-850 mbar zal worden uitgevoerd.

De mogelijke neerslag W wordt bepaald volgens (3.1.1):

$$W = \frac{1}{g} \int_{50}^{85} q \, dp$$

(MTS-stelsel, druk in cbar)

Als er geen condensatie of verdamping optreedt, is  $\frac{dq}{dt} = 0$  en dus

$$\frac{\partial W'}{\partial t} = \frac{1}{g} \int_{50}^{85} \frac{\partial q}{\partial t} \, dp = \frac{-1}{g} \int_{50}^{85} \left( \nabla \cdot \nabla q + \omega \frac{\partial q}{\partial p} \right) dp \quad (4.1)$$

Het ' bij  $\frac{\partial W'}{\partial t}$  betekent dat hier de mogelijke neerslag W' wordt bedoeld, die aanwezig zou zijn als er geen condensatie of verdamping optrad.

Aangezien in het volgende voortdurend formules uit [14], hoofdstuk 6, worden gebruikt, zullen deze voortaan worden aangeduid met de aldaar gebruikte nummering tussen { } .

Volgens {6.4} kan  $\nabla$  worden benaderd door:

$$\nabla = \nabla_m + A_o \nabla_o' \quad (4.2)$$

waarbij  $\nabla_m$  de wind op 500 mbar is,  $\nabla_o'$  de relatieve wind tussen 500 en 850 mbar en  $A_o$  de volgende gedaante heeft:

$$A_o = \frac{50^K - p^K}{85^K - 50^K} \quad (\text{op blz. 86 van [14]}) \quad \{6.4\}$$

Voor  $q$  wordt geschreven

$$q = g(ap + b) W \quad (4.3)$$

waarin  $a$  en  $b$  constanten zijn. Een rechtvaardiging van deze benadering wordt gegeven in 4.2.

Substitutie van (4.2) en (4.3) in (4.1) leidt tot:

$$\frac{\partial W'}{\partial t} = - \left( \int_{50}^{85} (\nabla_m + A_o \nabla_o') (ap + b) dp \right) \cdot \nabla W - W a \int_{50}^{85} \omega dp \quad (4.4)$$

Uit (3.1.1) en (4.3) volgt:

$$\int_{50}^{85} (ap + b) dp = 1$$

Indien de constante  $N$  wordt gedefinieerd als

$$N = \int_{50}^{85} A_o (ap + b) dp \quad (4.5)$$

kan (4.4) in de volgende gedaante worden geschreven:

$$\frac{\partial W'}{\partial t} = - (\nabla_m + N \nabla_o') \cdot \nabla W - W a \int_{50}^{85} \omega dp \quad (4.6)$$

Deze voorspelveergelijking zal, gecombineerd met BK3, gebruikt worden om neerslaghoeveelheden te bepalen, nadat zij in overeenstemming met de principes van BK3 in een andere gedaante geschreven zal zijn. BK3 levert met  $\psi_o'$  de dikte van de laag tussen 500 en 850 mbar.

Uit  $\psi'_0$  kan de maximale hoeveelheid mogelijke neerslag  $W_s$  in de betreffende luchtkolom worden bepaald volgens het gestelde in 2.3. Indien  $W'$  groter wordt dan  $W_s$  of een zeker percentage daarvan, bijv. 80%, wordt het surplus geacht als neerslag de grond te bereiken. Met BK3 worden ook de winden  $V_m$  en  $V'_0$  bekend. Tenslotte zal BK3 moeten dienen om  $\int_{50}^{85} \omega dp$  te bepalen; de manier waarop zal in 4.3 worden behandeld.

Indien in overeenstemming met BK3 de luchtbewegingen geostrofisch worden verondersteld, kan voor (4.6) worden geschreven:

$$\frac{\partial W'}{\partial t} = - \int (\psi_m + N \psi'_0, W) - W a \int_{50}^{85} \omega dp \quad (4.7)$$

In het bovenstaande is

$$\psi_m = \frac{g z_{50}}{f_0}$$

en

$$\psi'_0 = \frac{g (z_{50} - z_{85})}{f_0}$$

waarbij  $z_{50}$  en  $z_{85}$  de hoogten van respectievelijk het 500 en het 850 mbar-vlak in gpm zijn.

Als, zoals in het begin van deze paragraaf werd voorgesteld, proeven worden gedaan met als uitgangstoestand overal een relatieve vochtigheid van 80%, worden de desbetreffende waarden van  $W$  op het tijdstip  $t = 0$  gelijkgesteld aan  $0,80 W_s$ .  $W_s$  wordt afgeleid uit  $\psi'_0$  op een wijze, die in 4.4 wordt beschreven.

#### 4.2 Het verloop van de vochtigheid met de hoogte

Het is experimenteel gebleken, dat langs een zekere verzadigd-adiabaat  $\theta_s$  de maximale specifieke vochtigheid  $q_s$  voldoende wordt weergegeven door een lineaire betrekking in  $p$ , waarin de coëfficiënten van  $\theta_s$  afhangen:

$$q_s = c(\theta_s) p + d(\theta_s) \quad (4.8)$$

In overeenstemming met (3.1.1) volgt:

$$W_s(\theta_s) = \frac{1}{g} \int_{50}^{85} (c(\theta_s) p + d(\theta_s)) dp = \frac{1}{g} (2362,5 c(\theta_s) + 35 d(\theta_s)) \quad (4.9)$$

Uit (4.3) volgt in combinatie met (4.8):

$$g a W_s = c(\theta_s) \quad , \quad g b W_s = d(\theta_s)$$

Samen met (4.9) geeft dat onder verzadigde omstandigheden:

$$a = \frac{1}{2362,5 + 35 \frac{d(\theta_s)}{c(\theta_s)}} \quad \text{en} \quad b = \frac{d(\theta_s)}{c(\theta_s)} \cdot a$$

Nadat waarden voor  $c(\theta_s)$  en  $d(\theta_s)$  grafisch werden vastgesteld, werden voor  $a$  en  $b$  de volgende waarden gevonden:

tabel 1

| $\theta_s$ °C | a.                 | b<br>MTS eenh.      |
|---------------|--------------------|---------------------|
| 0             | $15 \cdot 10^{-4}$ | $-72 \cdot 10^{-3}$ |
| +5            | $14 \cdot 10^{-4}$ | $-66 \cdot 10^{-3}$ |
| +10           | $13 \cdot 10^{-4}$ | $-59 \cdot 10^{-3}$ |
| +15           | $11 \cdot 10^{-4}$ | $-45 \cdot 10^{-3}$ |

Het blijkt dat de afhankelijkheid van  $\theta_s$  betrekkelijk gering is. Voor  $a$  en  $b$  worden daarom constanten genomen, welke desnoods kunnen verschillen naargelang de tijd van het jaar.

In het voorgaande werd de atmosfeer verzadigd verondersteld. Aangenomen wordt nu, dat de voor  $a$  en  $b$  gekozen constanten ook in (4.4) gebruikt mogen worden in het geval van een onverzadigde atmosfeer. Dit is een nogal gewaagde veronderstelling, waarvan de praktisch de houdbaarheid zal moeten aantonen. Het komt erop neer, dat voor elke  $p$  tussen 850 en 500 mbar de relatieve vochtigheid circa  $W/W_s$  gesteld wordt.

#### 4.3 Bepaling van $\int_{50}^{85} \omega dp$

Uit de vorticitetsvergelijking

$$\dot{\zeta} + \nabla \cdot \nabla \eta + f_0 \cdot D = 0 \quad \{6.1\}$$

en de continuïteits vergelijking

$$D + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad \{6.3\}$$

volgt:

$$f_0 \omega(p') = - \int_{p'}^{85} (\dot{\xi} + \nabla \cdot \nabla \eta) dp + f_0 \omega(85) \quad (4.10)$$

$$(50 \leq p' \leq 85)$$

Met de geostrofische benadering wordt:

$$\dot{\xi} = \nabla^2 \dot{\psi} \quad , \quad \nabla \cdot \nabla \eta = J(\psi, \eta) \quad (4.11)$$

Met (4.2) en (4.11) wordt (4.10):

$$\begin{aligned} f_0 \omega(p') &= - \int_{p'}^{85} (\nabla^2 \dot{\psi}_m + A_0 \nabla^2 \dot{\psi}'_0 + J(\psi_m - A_0 \psi'_0, f + \nabla^2 \psi_m + A_0 \nabla^2 \psi'_0)) dp \\ &\quad + f_0 \omega(85) \\ &= - (\nabla^2 \dot{\psi}_m + J(\psi_m, f + \nabla^2 \psi_m)) \int_{p'}^{85} dp \\ &\quad - (\nabla^2 \dot{\psi}'_0 + J(\psi_m, \nabla^2 \psi'_0) + J(\psi'_0, f + \nabla^2 \psi_m)) \int_{p'}^{85} A_0 dp \\ &\quad - J(\psi'_0, \nabla^2 \psi'_0) \int_{p'}^{85} A_0^2 dp + f_0 \omega(85) \end{aligned}$$

Stel

$$\frac{1}{f_0} \int_{50}^{85} \left[ \int_{p'}^{85} dp \right] dp' = B_0$$

$$\frac{1}{f_0} \int_{50}^{85} \left[ \int_{p'}^{85} A_0 dp \right] dp' = B_1$$

$$\frac{1}{f_0} \int_{50}^{85} \left[ \int_{p'}^{85} A_0^2 dp \right] dp' = B_2$$

dan wordt

$$\begin{aligned}
 \int_{50}^{85} \omega_{dp} = & - \left( \nabla^2 \dot{\Psi}_m + \int (\Psi_m, f + \nabla^2 \Psi_m) \right)_{B_0} \\
 & - \left( \nabla^2 \dot{\Psi}'_0 + \int (\Psi_m, \nabla^2 \Psi'_0) + \int (\Psi'_0, f + \nabla^2 \Psi_m) \right)_{B_1} \\
 & - \int (\Psi'_0, \nabla^2 \Psi'_0)_{B_2} + 35 \omega(85)
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

Deze vergelijking kan gewijzigd worden door substitutie door middel van de voorspelvergelijkingen van BK3. Deze luiden, als  $\hat{\omega} = 0$  wordt gesteld:

$$\begin{aligned}
 (\nabla^2 - a_{00}) \dot{\Psi}'_0 = & - \int (\Psi_m, \nabla^2 \Psi'_0 - a_{00} \Psi'_0 + a_{01} \Psi'_1) \\
 & - \int (\Psi'_0, f + \nabla^2 \Psi_m - a_{02} \nabla^2 \Psi'_0) - a_{01} \dot{\Psi}'_1
 \end{aligned} \tag{6.1G}$$

$$\begin{aligned}
 (\nabla^2 - a_{10}) \dot{\Psi}'_1 = & - \int (\Psi_m, \nabla^2 \Psi'_1 - a_{10} \Psi'_1 + a_{11} \Psi'_0) \\
 & - \int (\Psi'_1, f + \nabla^2 \Psi_m + a_{12} \nabla^2 \Psi'_1) - a_{11} \dot{\Psi}'_0
 \end{aligned} \tag{6.1H}$$

$$\begin{aligned}
 \nabla^2 \dot{\Psi}_m = & - \int (\Psi_m, f + \nabla^2 \Psi_m - a_0 \Psi'_0 + a_1 \Psi'_1) \\
 & + a_0 \dot{\Psi}'_0 - a_1 \dot{\Psi}'_1
 \end{aligned} \tag{6.1K}$$

(4.12) wordt, als  $\omega(85) = 0$  wordt gesteld:

$$\begin{aligned}
 \int_{50}^{85} \omega_{dp} = & - \int (\Psi_m, (B_0 a_0 + B_1 a_{00}) \Psi'_0 - (B_0 a_1 + B_1 a_{01}) \Psi'_1) \\
 & - \int (\Psi'_0, (B_1 a_{02} + B_2) \nabla^2 \Psi'_0) \\
 & - (B_0 a_0 + B_1 a_{00}) \dot{\Psi}'_0 + (B_0 a_1 + B_1 a_{01}) \dot{\Psi}'_1
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

Hierin is  $\Psi'_1 = g(z_{30} - z_{50})/f_0$ , analoog aan  $\Psi'_0$ . De a's zijn constanten.

Noem

$$\begin{aligned} B_0 a_{00} + B_1 a_{00} &= N_0 \\ - (B_0 a_{01} + B_1 a_{01}) &= N_1 \\ B_1 a_{02} + B_2 &= N_2 \end{aligned} \quad (4.14)$$

dan wordt (4.13):

$$\int_{50}^{85} \omega dp = - \int (\psi_m, N_0 \psi'_0 + N_1 \psi'_1) - \int (\psi'_0, N_2 \nabla^2 \psi'_0) - N_0 \dot{\psi}'_0 - N_1 \dot{\psi}'_1 \quad (4.15)$$

#### 4.4 Verband tussen $W_s$ en $\psi'_0$

Voor het bepalen van dit verband is gebruik gemaakt van de tabellen 2 en 6 van [157]. Het resultaat is weergegeven in grafiek 1 (blz. 34), waarin het verloop van  $W_s$  in cm vloeibaar water met het hoogteverschil  $h$  tussen 850 en 500 mbar in gpm is getekend. Deze grafiek kan voldoende nauwkeurig worden weergegeven door de volgende kwadratische functie van  $h$ :

$$W_s = 12(h-4150)^2 \cdot 10^{-6} + 67(h-4150) \cdot 10^{-4} + 1,50 \quad ,$$

een betrekking, die met behulp van de relatie  $\psi'_0 = gh/f_0$  eenvoudig kan worden omgezet in:

$$W_s = 12469 \cdot 10^{-19} \cdot \psi'^2_0 - 94699 \cdot 10^{-11} \cdot \psi'_0 + 18037 \cdot 10^{-2} \quad (4.16)$$

Bij deze betrekking is  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  en  $f_0 = 10^{-4}$  gesteld.

#### 4.5 Bepaling van constanten

Het eenhedenstelsel is MTS.

Volgens (4.5) kan voor  $N$  geschreven worden:

$$N = a \int_{50}^{85} p A_0 dp + b \int_{50}^{85} A_0 dp$$

Berekening na substitutie volgens {6.4} geeft:

$$N = -1357a - 18,59b$$

In overeenstemming met de waarden uit tabel 1 van 4.2 wordt  $N$ :

tabel 2

| $\theta_{s1}$ °C | N     |
|------------------|-------|
| 0                | -0,70 |
| + 5              | -0,67 |
| +10              | -0,67 |
| +15              | -0,66 |

Voor  $N_0$ ,  $N_1$  en  $N_2$  uit (4.14) wordt gevonden:

$$\begin{aligned} N_0 &= -382233 \cdot 10^{-10} \\ N_1 &= 12806 \cdot 10^{-10} \\ N_2 &= 509500 \end{aligned}$$

#### 4.6 Voorspelvergelijking voor $W'$

Met (4.15) en de constanten uit 4.5, waarbij voor N de waarde -0,67 wordt gekozen, kan voor (4.7) worden geschreven:

$$\begin{aligned} \frac{\partial W'}{\partial t} = & -J(\psi_m - 0,67 \psi'_0, W) \quad (4.17) \\ & + 13W \cdot 10^{-4} \left\{ \left[ J(\psi_m, -382233 \psi'_0 + 12806 \psi'_1) - 382233 \dot{\psi}_0 \right. \right. \\ & \left. \left. + 12806 \dot{\psi}_1 \right] \cdot 10^{-10} + 509500 J(\psi'_0, \nabla^2 \psi'_0) \right\} \end{aligned}$$

In overeenstemming met 4.2, tabel 1, is bij  $N = -0,67$   $a = 13 \cdot 10^{-4}$  gekozen.

In deze vergelijking heeft de eerste term van het rechterlid betrekking op de advectie van W. Het kleiner dan -0,50 zijn van N geeft aan dat deze advectie feitelijk plaatsvindt met een wind zoals die in de onderste helft van de laag aanwezig is. Dit is in overeenstemming met de omstandigheid dat daar ook de meeste waterdamp is. De term  $[ ]$  doet denken aan

$$N_0 \frac{D}{Dt} \psi'_0 + N_1 \frac{D}{Dt} \psi'_1$$

Vermoed wordt, dat deze term klein is ten opzichte van  $N_2 J(\psi'_0, \nabla^2 \psi'_0)$ . In elk geval is  $N_1 \ll |N_0|$ ; mogelijk kan  $\psi'_1$  verwaarloosd worden tesamen met  $\dot{\psi}_1$ .



Men kan zich afvragen in hoeverre de diverse veronderstellingen van BK3, waarbij de werkelijke atmosfeer uiteraard enigszins wordt vervormd en waarvan de redelijkheid wordt beoordeeld met betrekking tot een prognose van het stromingsveld en niet van waterdamptransport en neerslag, (4.17) te weinig realistisch doen zijn. Waarschijnlijk valt dit erg mee en ligt het probleem veeleer bij de beschrijving van het verloop van  $q$  met  $p$ . De wijze waarop bij BK3 de parameterisering is uitgevoerd werkt in elk geval niet nadelig ten opzichte van de berekening van  $\int_{p_0}^{p_s} \omega dp$ . Immers, de fout  $e_1$  in (6.1) voldoet aan de voorwaarde  $\int_{p_0}^{p_s} e_1 dp = 0$  ([14], blz. 77); (4.10) is exact voor  $p' = 50$  en 85. Met betrekking tot de verticale verdeling van de vochtigheid kan worden gezegd, dat door de veronderstellingen van 4.2 de werkelijkheid beter wordt benaderd naarmate de relatieve vochtigheid hoger is. En in geval van lage vochtigheden doet een onjuiste beschrijving van de waterdampverdeling er weinig toe zolang er maar geen condensatie optreedt.

In het voorgaande is de vrijkomende condensatiewarmte verwaarloosd. Het inbrengen van deze warmte in de barokliene prognose vereist een nieuwe aanpak van BK3. Eerder is te overwegen of een correctie op  $\omega$  in (4.15) mogelijk is in de zin van (3.2.2). Het gaat hier echter minder eenvoudig als bij het Canadese model, omdat hier de vrijkomende warmte niet onmiddellijk geschreven kan worden als een product met  $\omega$  als factor en dus een formule als  $\omega = \frac{\sigma}{\sigma - H} \omega_d$  (blz. 16, (3.2.2)) of iets dergelijks niet zonder meer voorhanden is. Misschien kan de oplossing alleen gevonden worden met een geheel nieuwe methode, bijvoorbeeld met primitieve vergelijkingen.

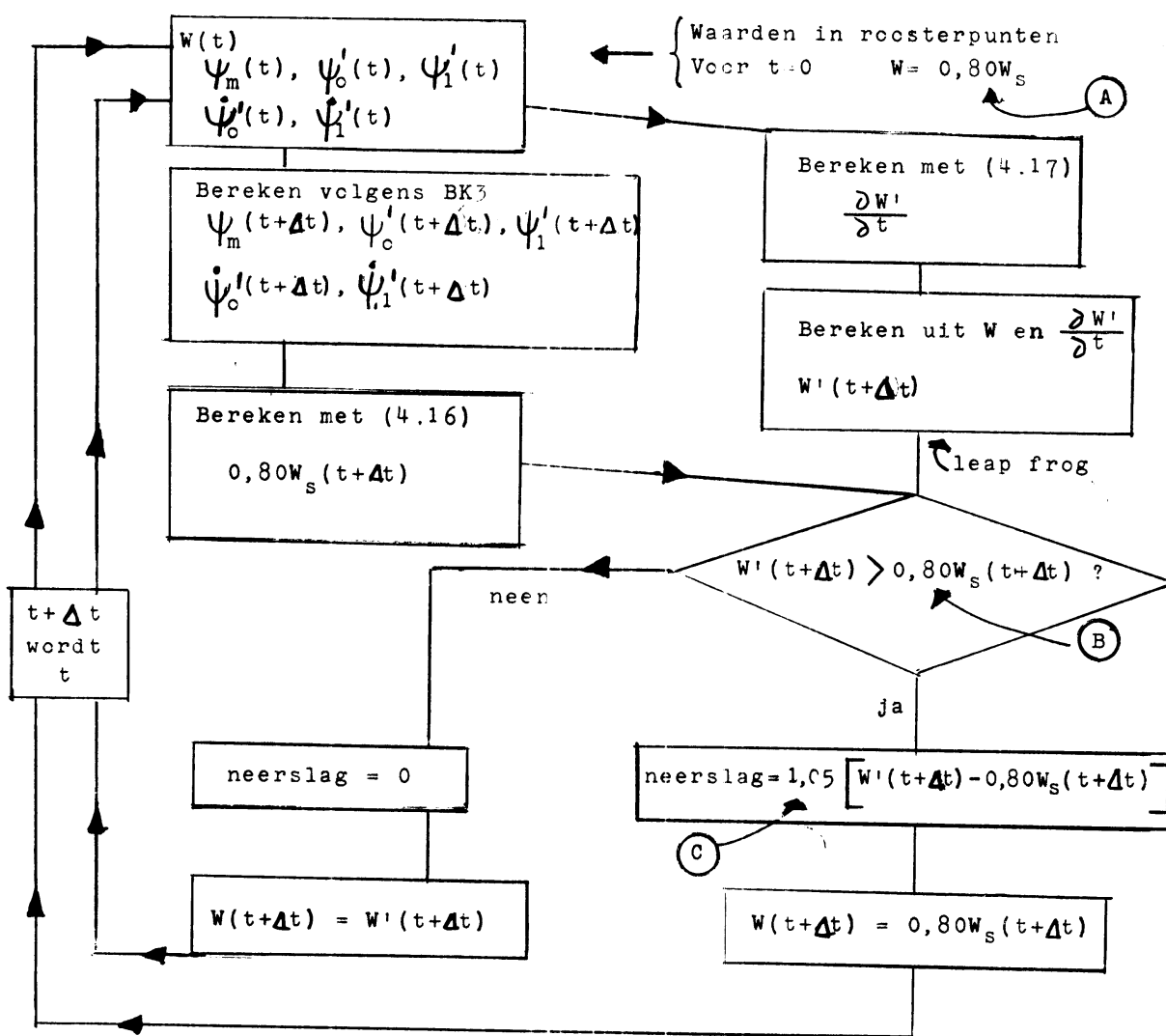
#### 4.7 Stroomdiagram (blz. 32)

Het is volstrekt niet noodzakelijk voor  $t=0$   $W$  gelijk te stellen aan  $0,80 W_s$ . Aan het begin kunnen ook door middel van waarnemingen verkregen waarden van  $W$  worden ingevoerd; zie het in 4.1 gestelde. Ook is het niet nodig bij (A) en (B) dezelfde factor 0,80 te gebruiken. Vanzelfsprekend zullen de factoren van dezelfde grootteorde zijn en tussen 0,70 en 1,00 liggen; het is zinvol dat de factor bij (B) minstens gelijk is aan de factor bij (A).

De factor 1,05 bij (C) is gekozen om de beperking te compenseren, die volgt uit het alleen behandelen van de laag tussen 850 en 500 mbar. De grootte is geschat; verondersteld is dat de waarde moet

liggen tussen 1,00 en 1,15. Bedacht moet worden, dat er weliswaar tijdens de berekening een groot gedeelte van de atmosfeer buiten beschouwing blijft, maar dat dit niet uitsluitend in de richting van een te lage einduitkomst werkt. Het is immers mogelijk dat tussen 850 en 500 mbar ontstane neerslag beneden 850 mbar verdampt.

Stroomdiagram



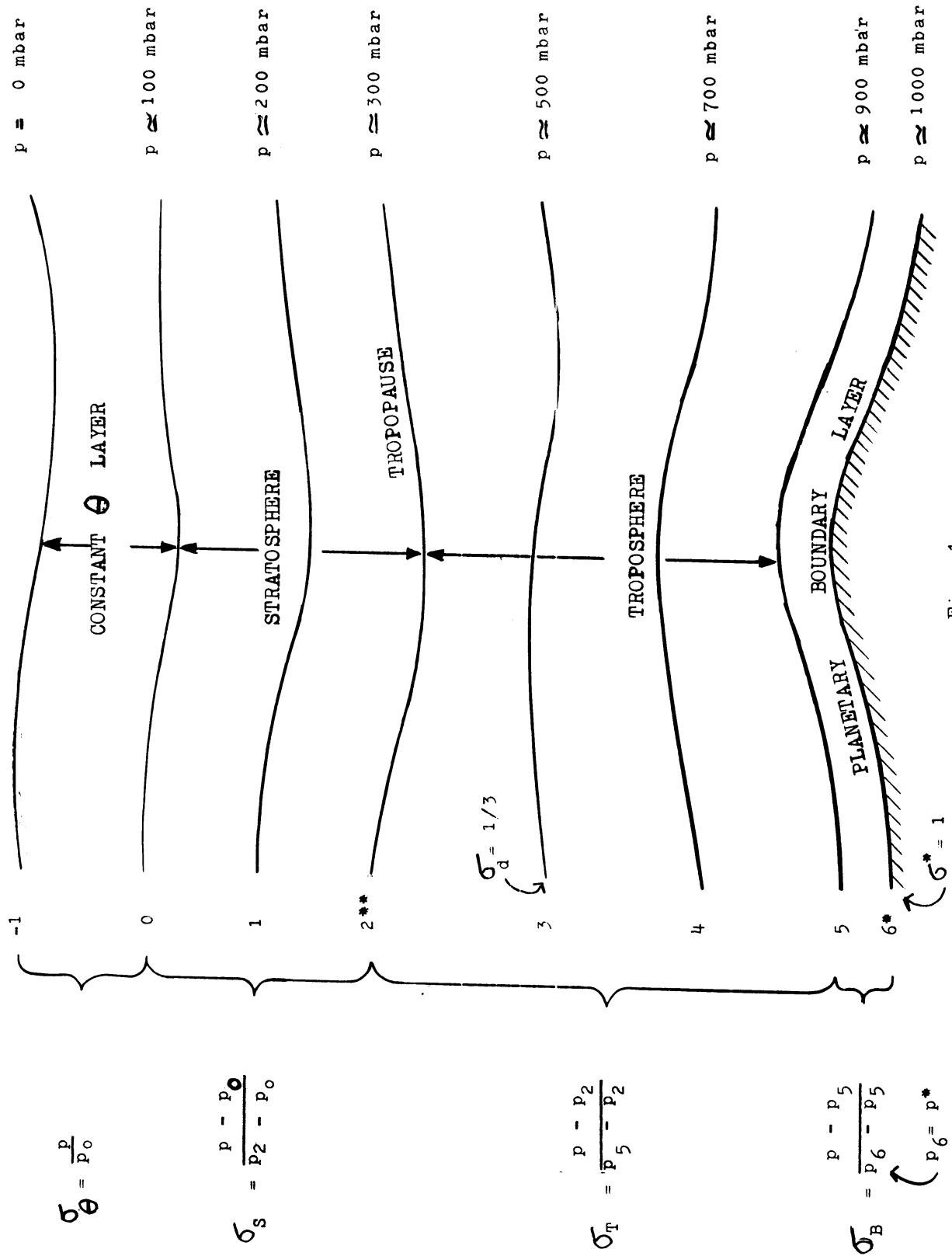
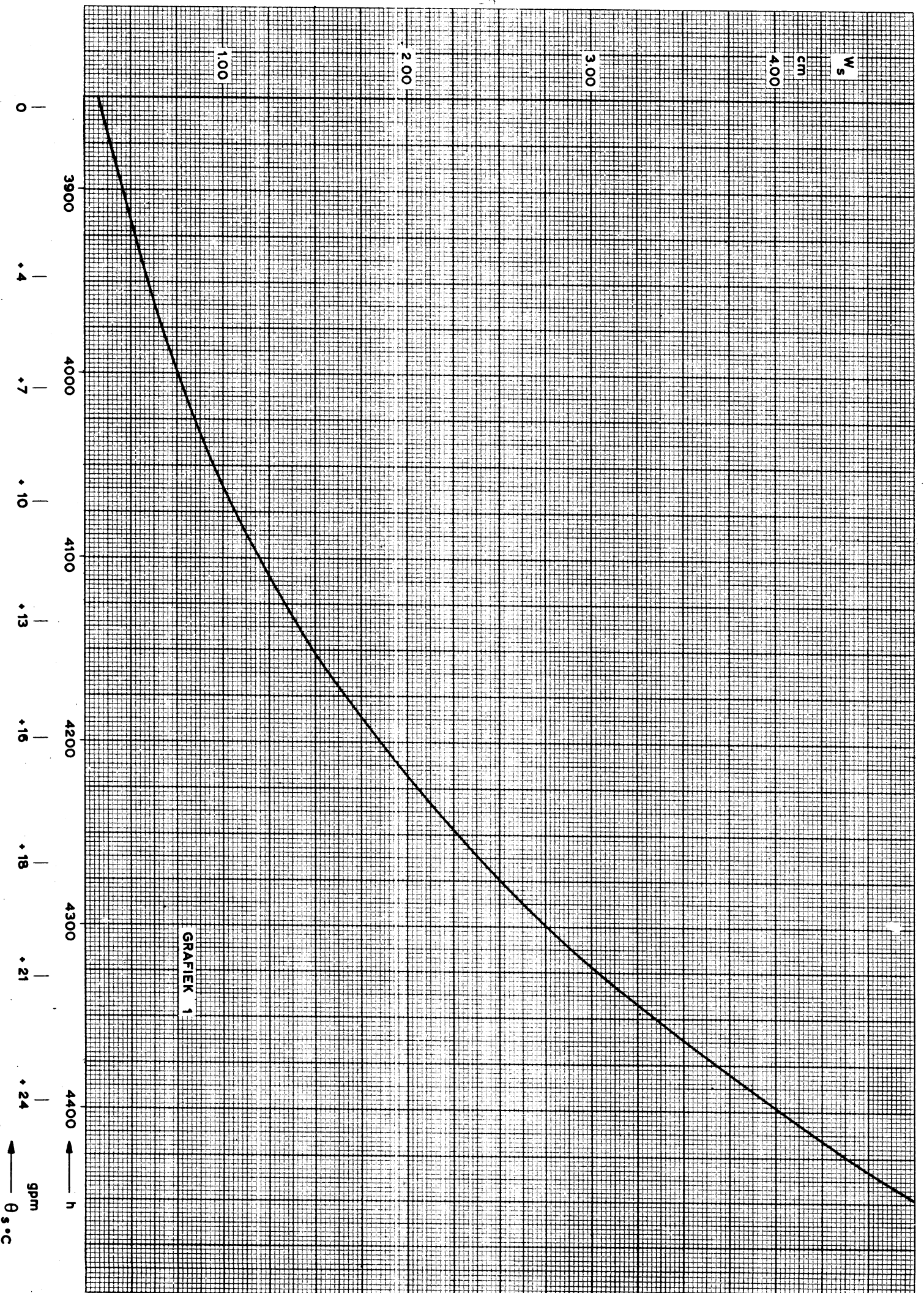


Fig. 1



GRAFLEK 1

$W_s$

cm

400

300

200

100

3900

4000

4100

4200

4300

4400

0

+4

+7

+10

+13

+16

+18

+21

+24

h

gpm

$\theta$  s $^{\circ}$ C

Betekenis van de gebruikte symbolen

|                     |   |
|---------------------|---|
| $x, y, z$           | CARTESISCHE coördinaten in resp. oostelijke, noordelijke en vertikale richting.   |
| $\sigma$            | nog nader te definiëren vertikale coördinaat.<br>Ook: stabiliteitsparameter = $\frac{-1}{\rho\theta} \cdot \frac{\partial\theta}{\partial p}$ .<br>Het dubbele gebruik van $\sigma$ is usance geworden; het geeft nauwelijks aanleiding tot verwarring. |
| $p$                 | luchtdruk   |
| $p^*$               | luchtdruk aan de grond  |
| $t$                 | tijd  |
| $u, v, \omega$      | resp. $\dot{x}$ , $\dot{y}$ en $\dot{p}$  |
| $\nabla$            | windvector $(u, v, 0)$  |
| $\nabla$            | gradiëntoperator $(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, 0)$  |
| $\nabla^2$          | LAPLACE-operator $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  |
| $D$                 | $\nabla \cdot \nabla$   |
| $\frac{D}{DT}$      | $\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y}$   |
| $\zeta$             | vertikale component van de relatieve vorticititeit  |
| $f$                 | CORIOLIS-parameter  |
| $f_0$               | gemiddelde waarde van $f$   |
| $\eta$              | $\zeta + f$   |
| $F_x, F_y$          | wrijvingskrachten per massa-eenheid in resp. x- en y-richting   |
| $m$                 | schaalfactor  |
| $g$                 | versnelling van de zwaartekracht  |
| $\psi$              | stroomfunctie, zodat $\nabla = (-\partial\psi/\partial y, \partial\psi/\partial x, 0)$  |
| $T, T_d$            | resp. temperatuur en dauwpunt   |
| $\theta$            | potentiële temperatuur  |
| $\theta_s$          | verzadigd-potentiële temperatuur  |
| $c_p, c_v$          | specifieke warmte bij constante druk resp. constant volume  |
| $L$                 | latente warmte  |
| $R$                 | gasconstante voor droge lucht   |
| $\chi$              | $R/c_p$   |
| $\gamma$            | $c_p/c_v$   |
| $q$                 | specifieke vochtigheid  |
| $r$                 | mengverhouding  |
| $\rho$              | luchtdichtheid  |
| $J(, \dots, \dots)$ | determinant van JACOBI  |

Andere symbolen worden in de tekst verduidelijkt.

Literatuur

- [1\_] R.J. YOUNKIN, J.A. LA RUE en F. SANDERS (1965):  
The Objective Prediction of Clouds and Precipitation Using  
Vertically Integrated Moisture and Adiabatic Vertical  
Motions. J. of Appl. Met., 4, 3-17.
- [2\_] F.G. SHUMAN en J.B. HOVERMALE (1968): An Operational Six-  
Layer Primitive Equation Model. J. of Appl. Met., 7,  
525-547.
- [3\_] N.A. PHILLIPS (1957): A coordinate system having some  
special advantages for numerical forecasting. J. of Met., 14,  
184-185.
- [4\_] D. DAVIES (1967): Three-layer numerical forecasts of precipi-  
tation amount. Canadian Meteorological Memoirs No. 25.
- [5\_] J.R. FULKS (1935): Rate of precipitation from adiabatically  
ascending air. Mon. Wea. Rev., 63, 291-294 (Ook: Smithsonian  
Meteor. Tables (1958), Washington D.C., Smithsonian Insti-  
tute, 325-326).
- [6\_] M.B. DANARD (1964): On the influence of released latent heat  
on cyclone development. J. of Appl. Met., 3, 27-37.
- [7\_] M.B. DANARD (1966): A quasi-geostrophic numerical model  
incorporating effects of release of latent heat. J. of Appl.  
Met., 5, 85-93.
- [8\_] D. DAVIES en M. OLSON (1968): Operational forecasts of 24-  
hour precipitation amount from the central Analysis Office  
computer. Technical Memorandum, TEC 670, Dep. of Transport,  
Met. Branch Canada.
- [9\_] M. KWIZAK en D. DAVIES (1968): Numerical forecasts of 24-  
hour precipitation amount, WMO/IUGG Symposium on numerical  
weather prediction, Tokyo, 1968, II-13.
- [10\_] R.V. TYNER (1968): Evaluation of the quantitative precipita-  
tion forecasts in the Atlantic provinces. Technical Memorandum,  
TEC 687, Dep. of Transport, Met. Branch Canada.
- [11\_] F.H. BUSHBY en M.S. TIMPSON (1967): A 10-level atmospheric  
model and frontal rain. Q.J. Roy. Meteor. Soc., 93, 1-17.
- [12\_] F.H. BUSHBY (1968): Further developments of a model for  
forecasting rain and weather. WMO/IUGG Symposium on numerical  
weather prediction, Tokyo, 1968, II-75.
- [13\_] G.R.R. BENWELL en M.S. TIMPSON (1968): Further work with the  
BUSHBY-TIMPSON 10-level model. Q.J. Roy. Meteor. Soc. 94,  
12-24.
- [14\_] Speciale Projectgroep Numerieke Voorspelmethode (1969):  
Beschrijving van Programma's. KNMI, W.R. 69-3.
- [15\_] Tables of precipitable water and other factors for a saturated  
pseudo-adiabatic atmosphere (1951). Technical paper no. 14,  
U.S. Dep. of Com., Wea. Bur.