

7 DEC. 1971

KONINKLIJK NEDERLANDS  
METEOROLOGISCH INSTITUUT

De Bilt

Verslagen

V - 238

W.A. Oost

Interim-rapport inzake de ontwikkeling  
van een persluchtanemometer (afgekort: "PLAN")

De Bilt, 1971

Kon. Ned. Meteor. Inst.  
De Bilt

Publikationsnummer: K.N.M.I. V-238 (IV).

Interim-rapport inzake de ontwikkeling  
van een persluchtanemometer (afgekort: "PLAN")

1. Voorgeschiedenis:

Op de vergadering van 8 maart 1971 werd door de projectgroep maritieme grenslaag besloten de bouw ter hand te nemen van een anemometer die speciaal ontworpen was voor het meten op zee. Het ontwerp hiervoor stond in de op die vergadering behandelde nota: "Specifieke projecten projectgroep maritieme grenslaag".

Gezien de eerste ervaringen met een prototype en de hieruit gevolgde wijzigingen lijkt het nuttig thans iets nader op deze anemometer in te gaan.

2. Principe:

(zie fig. 1) Bij A wordt perslucht van  $\pm 2$  atm. (1 atm. overdruk) aangesloten, die ontsnapt via openingen in de plaatjes Ia en Ib, welke openingen zo goed mogelijk gelijk gemaakt zijn. Doordat de stroomsnelheid van de lucht in deze openingen ten hoogste gelijk aan de geluidssnelheid kan zijn, kan de stroomsnelheid van de lucht in het gehele systeem constant gehouden worden door de druk van de perslucht groter te kiezen dan die waarbij in de openingen van de plaatjes de geluidssnelheid bereikt wordt. Hiervoor moet (zie fig. 4)

$$\frac{P_0}{P_2} > \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{-\kappa/\kappa-1} = 1.89$$

zijn, waarbij  $\kappa = c_p/c_v = 1.4$  voor twee-atomige gassen.

Door de druk van de perslucht constant te houden, is ook de dichtheid van de uitstromende lucht onmiddellijk achter de plaatjes constant.

Wanneer verder geen wind aanwezig is, zal de druk in de in fig. 1 getekende aanboringen van de uitstroombuis, die zich op gelijke afstanden van de plaatjes bevinden, gelijk zijn door de symmetrie van het geheel:  $P_A = P_B$ .

Komt er bijv. van links wind, dan zal de luchtstroom in de linkerbuis stagneren tot de druk daar zover is opgelopen dat deze de stuwdruk van de wind kan overwinnen. (Dit stagneren komt in feite niet voor, doordat de lucht in de buis zo snel aangevoerd wordt en de drukfluctuaties t.g.v. de wind zo klein zijn dat de luchtstroom in de buis nauwelijks vertraagd wordt; dit doet voor het principe echter niet ter zake.) Dus is  $P_A$  groter geworden; op soortgelijke wijze is  $P_B$  kleiner geworden. Het drukverschil tussen  $P_A$  en  $P_B$ , dat met een differentiaalanemometer kan worden gemeten, is een maat voor de windsnelheid.

Uitgaande van een responsie die evenredig is met de stuwdruk  $\frac{1}{2}\rho U^2$ , waarbij  $\rho$  de dichtheid van de lucht en  $U$  de windsnelheid is, zal het drukverschil evenredig zijn met het kwadraat van de snelheid; dit zou dus betekenen dat deze anemometer een kwadratische karakteristiek heeft:

$$\begin{aligned} P_A &= P_{atm} + C_1 U^2 \\ P_B &= P_{atm} - C_2 U^2 \\ \hline P_A - P_B &= (C_1 + C_2) U^2 \end{aligned}$$

waar  $C_1$  en  $C_2$  constanten, evenredig met de luchtdruk, zijn (de invloed van luchtdrukvariaties op de dichtheid kan hier verwaarloosd worden).

Over de richtingsgevoeligheid van het geheel is momenteel nog weinig te zeggen; aan het prototype kunnen aan de uiteinden vlakke schijven, zgn. Serseschijven, bevestigd worden, die een richtingsgevoeligheid veroorzaken, al is niet bekend of in dit geval een cos-afhankelijkheid optreedt. Door de richtingsgevoeligheid is het mogelijk met drie onderling loodrechte systemen de windrichting te bepalen uit de verhouding van de signalen.

Voordelen van dit systeem (PLAN 1) zijn:

1. De perslucht kan tevoren worden gefilterd, zodat de detectieapparatuur niet met de corrosieve zeelucht in aanraking komt, maar alleen met schone zout-, stof- en olievrije lucht.
2. Druppels spray en regendruppels worden, voor zover ze nog kans zien in de buis te komen, direct weer er uit geblazen.
3. Het systeem is snel; volgens berekening zou het op peil brengen van de druk geschieden met een relaxatietijd in de orde van 0.1 msec. Dit is echter niet reëel, omdat de leiding van de aanboring naar de differentiaalmanometer een eigen frequentie-responsie heeft voor het overbrengen van drukfluctuaties in de buis naar de manometer. Een berekening hiervan volgens een artikel van Iberall toonde aan dat met leidingen van ongeveer 10 cm lengte en 3 mm inwendige diameter 100Hz goed gemeten kan worden.

Nadelen:

1. Er moet perslucht met een constante druk gebruikt worden; dit is echter technisch goed op te lossen.
2. Wanneer één opening van de buis afgesloten wordt, bijv. doordat bij metingen vlak boven zee een golf water tegen de anemometer slaat, zal de druk in dat been van de buis t.g.v. de doorgaande luchttoevoer snel stij-

gen, naar aangenomen mag worden tot boven de voor de manometer -die erg gevoelig moet zijn!- toegestane waarde. Dit betekent per golf een kapotte manometer; deze manometers kunnen niet in eigen beheer worden hersteld omdat het opspannen van een membraan van de gewenste gevoeligheid zonder een niet te accepteren hysteresis specialistenwerk is. Gevolg: dure reparaties en veel verloren meettijd.

Om de voordelen van het systeem te bewaren, zonder het nogal dreigende tweede nadeel, is in het tweede ontwerp (PLAN 2) (fig. 2) de drukmeting vervangen door een snelheidsmeting met hot-wires, zodat de druk in de buis ongelimiteerd kan stijgen zonder dat dit de sensoren schaadt.

Het snelheidsverschil in de beide buizen is nu de maat voor de windsnelheid. De hot-wires worden hier op andere wijze gebruikt dan gewoonlijk: het verschil in elektrische eigenschappen (weerstand) van de twee draden is de maat voor de windsnelheid; de draden bevinden zich elk in een luchtstroom met voortdurend ongeveer dezelfde snelheid. Dit maakt het mogelijk de hot-wires in de constante stroom configuratie te gebruiken in plaats van in de dure en gecompliceerde constante temperatuur opstelling (open loop versus closed loop). Van belang is niet de weerstandsverandering van de draad, maar het verschil in weerstandsverandering van de beide draden.

Een voordeel van deze opstelling is verder dat de leidingen naar de manometer niet meer nodig zijn, waardoor de responsietijd korter wordt; de orde van grootte zou nu inderdaad 0.1 msec zijn.

Tenslotte levert de afwezigheid van de manometer een kleinere storing van de wind. Het is hierbij noodzakelijk een minder hoge druk bij A te gebruiken. In de oorspronkelijke opzet is de uitstroomsnelheid praktisch constant doordat de per seconde uitstromende massa constant is; er ontstaan alleen variaties in het drukniveau. Willen we snelheids- i.p.v. drukfluctuaties meten, dan moeten deze uiteraard aanwezig zijn, zodat een subsone uitstroming gevraagd wordt.

Daarvoor moet  $P_A$  dalen, hetgeen het risico meebrengt dat een golf met zoveel druk de buis in slaat, dat hij de lucht terugduwt en de hete draad bereikt. Dit kan gedeeltelijk opgevangen worden door de lucht in twee stappen te decomprimeren (bij II en bij Ia en Ib in fig. 2a); wanneer nu één van de openingen dichtslaat, loopt de druk er achter op, waarbij het water weer weggeduwd wordt.

Bezwaar van de tweede opstelling is de geringe gevoeligheid bij lage windsnelheden. Dit zou opgevangen kunnen worden met de opstelling van fig. 3 (PLAN 3).

Hierbij spuit een jet uit een opening; de jet wordt in twee gelijke delen verdeeld door het (verstelbare) mes dat de buis niet geheel afsluit. Zonder wind zijn de stroomsnelheden links en rechts gelijk; het verschil in stroomsnelheid wordt met hot-wires gedetecteerd. Is er wel wind, bijv. van rechts, dan wordt niet alleen door het drukverschil links en rechts de stroomsnelheid ongelijk, maar ook doordat de jet naar links afgebogen wordt en dus de hoeveelheden lucht die naar links of rechts stromen niet gelijk zijn. Deze opstelling is te vergelijken met de fluidic anemometer; er zijn geen berekeningen aan uitgevoerd. Wel kunnen uiteraard de berekeningen voor hot-wires (§ 6) hier ook gebruikt worden.

Nadeel van deze aanpak is dat de beveiliging tegen golven door de -zij het kleine- doorlaatopening beduidend verminderd is. Hiertegen kunnen maatregelen genomen worden, doch deze zijn vrij gecompliceerd.

### 3. Aanduidingen en afmetingen.

In fig. 4 zijn een aantal aanduidingen aangegeven, waarbij de letters, voorzover dit niet uit de figuur duidelijk is, de volgende betekenis hebben:

- $\rho_i$  : dichtheid
- $F_i$  : oppervlak
- $w_i$  : snelheid binnen de anemometer
- $p_i$  : druk

Tevens is in fig. 4 het plaatje geschetst dat voor de openingen van Ia en Ib is aangebracht om de daaruit komende jet te verstoren.

In de berekeningen zullen voortdurend dezelfde waarden voor de afmetingen van de PLAN gebruikt worden; aan de hand van de formules is na te gaan wat de invloed van dimensie-veranderingen is. De meest essentiële waarde is de grootte van  $r_1$ ; deze is op 0.02 cm bepaald omdat ze enerzijds zo klein mogelijk moet zijn, zonder dat  $w_1$  gelijk aan de geluidssnelheid wordt, anderzijds de twee openingen Ia en Ib in fig. 1 en 2 goed gelijk gemaakt moeten kunnen worden.

De gebruikte afmetingen zijn:

$$r_0 = 0.25 \text{ cm}; r_1 = 0.02 \text{ cm}; r_2 = 0.15 \text{ cm}; l = 2.6 \text{ cm}.$$

Gewerkt wordt in het c.g.s. stelsel; het gerationaliseerde MKS stelsel gaf nóg meer exponenten van 10, terwijl het wat vreemd aandoet een opening van 0.4 mm doorsnede in meters te geven.

In c.g.s. eenheden is een luchtdruk van 1 atm.  $1.013 \times 10^6$  dyne/cm<sup>2</sup> of  $1.013 \times 10^6$  μbar; de dichtheid van lucht onder normale omstandigheden is  $1.25 \times 10^{-3}$  gm/cm<sup>3</sup>; de dynamische viscositeit  $\mu = 2 \times 10^{-4}$  poise bij kamertemperatuur; de kinematische viscositeit is 0.17 stokes.

Voor de te gebruiken hot-wires is uitgegaan van de Disa 55F21 sensor. Deze heeft een draad met een lengte van 1.5 mm en een doorsnede van 5 μ. Voor de weerstandwaarden is uitgegaan van door anderen gevonden experimentele waarden:  $R_g$ , de weerstand bij kamertemperatuur is 3.57 Ω,  $R_w$ , de weerstand bij werkt temperatuur, hier 208°C, is 6.78 Ω, zodat, uitgaande van een lineair verband tussen temperatuur en weerstand de temperatuurafhankelijkheid  $0.004 \Omega/^\circ\text{C}$  is.

Verdere waarden worden ter plaatse gegeven.

De berekeningen zijn gebaseerd op de PLAN 2.

#### 4. Stroming.

4.1. Voor de stroming door de opening  $\dagger$  geldt<sup>2)</sup>

$$p_0 - p_2 = \frac{\rho_0 w_0^2}{2} \left( \frac{F_0}{\alpha F_1} - 1 \right)^2 \quad (1)$$

$$\text{met } \alpha = 0.598 + 0.4 \left( \frac{F_1}{F_0} \right)^2$$

Voor onze afmetingen is  $\alpha = 0.598$ .

4.2. Voor de stroming in de buis wordt Poiseuille-stroming aangenomen. De stroom in molen/sec vlg. Poiseuille is

$$\phi = \frac{\pi r^4}{16\mu l} \times \frac{p_a^2 - p_b^2}{RT} \quad (\text{compressibel}) \quad (2a)$$

of

$$\phi = \frac{\pi r^4}{8\mu l} \times \frac{\rho}{M} (p_a - p_b) \quad (\text{incompressibel}) \quad (2b)$$

Hierbij zijn twee punten van belang:

a. Inloopeffecten. Het parabolische Poiseuille-profiel ontstaat geleidelijk door wrijving langs de wand uit een oorspronkelijk homogene snelheidsverdeling. Vlg. Schiller<sup>3)</sup> beslaat het inlooptraject een lengte

$$l_1 = 0.06 r \times Re$$

waarbij Re het Reynoldsgetal van de betreffende stroming is. Voor een

stroomsnelheid van 4 m/sec in de buis komt dit neer op  $l_1 = 6.5$  cm, hetgeen zou betekenen dat in de buis ( $l = 2.6$  cm) alleen een overgangszone aanwezig is. Echter: voor de instroomopening bevindt zich een plaatje (aangegeven in fig. 4) waar de instromende lucht omheen moet. Daardoor wordt de effectieve straal verkleind, hetgeen vlg. de formule  $l_1$  kleiner maakt; de resterende spleet is slechts 0.1 cm breed, wat overeen zou komen met  $l_1 = 0.72$  cm. Voorlopig lijkt het dus niet onredelijk van een Poiseuille-stroming uit te gaan.

- b. Compressie. Gezien de comprimeerbaarheid van de lucht moet in feite de compressibele vorm van de Poiseuille-formulering gebruikt worden. Het verband tussen (2a) en (2b) is, bij gebruik van de ideale gaswet

$$\phi_{\text{compr}} = \frac{1}{2} (p_a + p_b) \frac{1}{\bar{p}} \phi_{\text{incompr}}$$

waarbij  $\bar{p}$  de gemiddelde waarde van de druk in de buis is.

Het verschil tussen compressibele en incompressibele stroming uit zich dus in een verandering van de gemiddelde waarde van de druk over de hele buis t.o.v. het gemiddelde van de eindwaardes, doordat de druk in de buis niet meer lineair met de plaats verloopt. Noemen we de verhouding tussen de drukken aan de beide uiteinden  $k$  (hier is dus  $k = p_2/p_3$ ) dan is het verschil in waarde voor de twee gemiddeldes als volgt:

TABEL 1

$k (= p_2/p_3)$	1.05	1.1	1.2	1.5	2.0
afwijking (% van het gemiddelde)	0.02	0.08	0.27	1.3	3.6 %

Dit betekent, aangezien voor ons geval  $k$  altijd kleiner is dan 1.1 (alléén voor de uitstroombuis!), dat praktisch de incompressibele vorm kan worden gebruikt. Ofschoon ook de afwijkingen in de snelheidsafgeleide minimaal zijn, is hiervoor toch soms de compressibele vorm gebruikt om in enkele twijfelgevallen zeker te zijn van een zo zuiver mogelijke benadering.

- 4.3. De massastroom is ten allen tijde gelijk aan  $\rho \cdot w \cdot F$  gm/sec of  $\frac{\rho}{M} \cdot w \cdot F$  mol/sec. Behoud van massa betekent dus



$$\rho_0 w_0 F_0 = \rho_1 w_1 F_1 = \rho_2 w_2 F_2 = \rho_3 w_3 F_2 \quad (3)$$

Combinatie van (1), (2b) en (3) levert

$$p_0 - p_3 = p_0 - p_2 + p_2 - p_3 = \frac{1}{2} \rho_0 w_0^2 \left( \frac{F_0}{\alpha F_1} - 1 \right)^2 + \frac{\rho_3 w_3^2 F_2}{\rho} \frac{8\mu l}{\pi r_2^4} \quad (4)$$

$\rho_3 = \rho$  bij incompressibele stroming; tevens kan, zolang de dynamische druk niet groot is -deze is alleen bij de stroom door Ia en Ib aanzienlijk- gesteld worden dat, zolang de temperatuur overal hetzelfde is

$$\frac{p_a}{p_b} = \frac{\rho_a}{\rho_b} \quad (5)$$

waardoor, met  $F_2 = \pi r_2^2$

$$p_0 - p_3 = \frac{\rho_3 \rho_3 w_3^2 F_2^2}{2 \rho_0 F_0^2} \left( \frac{F_0}{\alpha F_1} - 1 \right)^2 + w_3 \frac{8\mu l}{r_2^2}$$

$$\text{of } p_0 = \frac{1}{2} \left\{ p_3 + w_3 \frac{8\mu l}{r_2^2} + \sqrt{\left( p_3 + w_3 \frac{8\mu l}{r_2^2} \right)^2 + 2 \frac{\rho_3 \rho_3 w_3^2 F_2^2}{F_0^2} \left( \frac{F_0}{\alpha F_1} - 1 \right)^2} \right\}$$

Berekening leert dat voor onze afmetingen het Poiseuille deel verwaarloosbaar is tegen de drukval bij  $F_1$ , zoals te verwachten viel. De volgende tabel geeft het verband tussen de waarde van  $w_3$  en de voor die waarde noodzakelijke primaire overdruk ( $k = p_0/p_3$ ).

TABEL II

$w_3$	50	100	150	200	250	300	350	400	cm/sec
$k (= p_0/p_3)$	1.012	1.050	1.105	1.177	1.26	1.35	1.44	1.53	

Aangezien de veranderingen in  $w_3$  bij een bepaalde verandering in  $u$ , de uitwendige stroomsnelheid van de lucht, klein zijn, kan de gevoeligheid van het instrument gevonden worden door  $dw_3/dF_3$  te berekenen en deze te vermenigvuldigen met de (stuw)drukvariatie, aannemend dat de stuwdrukvariatie zonder meer doorwerkt in  $p_3$ .

Voor de berekening van  $dw_3/dp_3$  is weer uitgegaan van (4); vervangen we hierin  $\bar{\rho}$  door  $\rho_3$  en  $\rho_3$  door  $p_3/p_0 \times \rho_0$  (vlg. (5)), dan wordt

$$w_3 = \frac{8\mu l}{\pi r_2^4} \times \frac{1}{\rho_0} \times \frac{p_0^2 F_0^2}{p_3^2 F_2^2} \left(\frac{F_0}{\alpha F_1} - 1\right)^{-2} \left\{-1 + \sqrt{1 + 2\left(\frac{\rho_0 \pi r_2^4}{p_0 8\mu l} \times p_3\right)^2 \frac{p_0 - p_3}{\rho_0 F_0^2} \left(\frac{F_0}{\alpha F_1} - 1\right)^2}\right\} \quad (6)$$

waaruit, na enig rekenen, volgt

$$\frac{dw_3}{dp_3} = -\frac{2w_3}{p_3} + \frac{(2p_0/p_3) - 3}{(8\mu l/r_2^4) + (w_3 \rho_3 F_2^2 / k F_0^2) \left\{ (F_0/\alpha F_1) - 1 \right\}^2}$$

In tabel III is het verband tussen  $w_3$  (en daarmee met de bijbehorende waarde van  $k = p_0/p_3$ , vlg. tabel II) en  $dw_3/dp_3$  voor een aantal waarden van  $w_3$  gegeven:

TABEL III

$w_3$	50	100	150	200	250	300	350	400	cm/sec
$dw_3/dp_3$	1.895	1.057	0.825	0.740	0.714	0.715	0.736	$0.789 \times 10^{-3}$	$\frac{\text{cm/sec}}{\text{dyne/cm}^2}$

Tabel IV geeft de relatie tussen  $U$ , de stuwdruk  $\Delta p = \frac{1}{2} \rho U^2$  en de stuwdrukvariatie  $d\Delta p/dU (= \rho \cdot U)$ .

TABEL IV

$U$	1	2	3	4	5	10	20	50	m/sec
$\Delta p$	6.3	25	56	100	156	625	2500	16500	dyne/cm <sup>2</sup>
$d\Delta p/dU$	12.5	25	37.5	50	62.5	125	250	625	$\frac{\text{dyne/cm}^2}{\text{m/sec}}$

Van belang is verder nog de gevoeligheid van de stroming en speciaal het snelheidsverschil in beide buizen voor fluctuaties in de primaire druk. (6) kan m.b.v. (5) omgevormd worden tot

$$w_3 = \left\{ \frac{p_0}{p_3 \rho_3} \frac{F_0^2}{F_2^2} \left(\frac{F_0}{\alpha F_1} - 1\right)^{-2} \right\} \left\{ -F_2 \frac{3\mu l}{\pi r_2^4} + \sqrt{\left(F_2 \frac{8\mu l}{\pi r_2^4}\right)^2 + 2(p_0 - p_3) \frac{p_3}{p_0} \frac{\rho_3 F_2^2}{F_0^2} \left(\frac{F_0}{\alpha F_1} - 1\right)^2} \right\}$$

waaruit volgt ( $k = p_0/p_3$ )

$$\frac{dw_3}{dp_0} = \frac{w_3}{p_0} + \frac{1}{w_3 \rho_3 F_2^2 \left\{ (F_0/\alpha F_1) - 1 \right\}^2 / F_0^2 + (8\mu l / \pi r_2^4) \times k \cdot F_2}$$

In tabelvorm:

TABEL V										
$w_3$	=	50	100	150	200	250	300	350	400	
$dw_3/dp_0$	=	18.8	10.0	7.41	6.23	5.60	5.22	5.00	$4.86 \times 10^{-4}$	$\frac{\text{cm/sec}}{\text{dyne/cm}^2}$

### 5. Responsietijd.

Voor de berekening hiervan gaan we uit van een drukvariatie (stijging)  $\Delta p$  die instantaan plaats heeft en berekenen we de responsie hierop van het systeem.

In de buis geldt voor de hoeveelheid lucht  $Q$  die er doorstroomt

$$Q = \frac{\pi r^4}{8 \nu l} \times \delta p \quad \text{gm/sec}$$

waarbij  $\delta p$  de drukval over de lengte van de buis is.  $Q$  wordt vrijwel geheel bepaald door  $r_1$  en  $p_0$  (fig. 4) en, bij benadering, niet door  $\delta p$  (dit wordt hierna nog gecontroleerd).

Is de aanvankelijke buitenluchtdruk (inclusief stuwdruk)  $p_4$ , dan is deze na de druksprong  $p_4 + \Delta p$ . Het drukverschil in de buis is dan nog  $\delta p - \Delta p$ ; dit wordt weer aangevuld tot  $\delta p$  doordat de lucht langzamer de buis uitstroomt ( $\delta p - \Delta p$  i.p.v.  $\delta p$ ). Het momentane drukverschil zij  $\delta'p$ . De momentane stroom uit de buis zij  $Q'$ :  $Q' = \frac{\pi r^4}{8 \nu l} \times \delta'p = C \times \delta'p$ ; het overschot is  $\delta'Q$ ;  $Q' + \delta'Q = Q$  en  $Q$  is constant.

$\delta'Q$  wordt gebruikt voor het herstel van het drukverschil  $\delta p$ . Om het verband tussen  $\delta'Q$  en  $\delta'p$  te vinden, gaan we er in eerste instantie van uit dat het drukverloop binnen de buis voortdurend lineair is:

$$p(\alpha) = p_4 + \frac{\alpha}{l} \times \delta'p$$

(eigenlijk  $p_4 + \Delta p$  i.p.v.  $p_4$ ; aangezien  $\Delta p$  een vaste waarde is, kan hier net zo goed weer  $p_4$  geschreven worden). Afgezien van dynamische effecten (hier onbelangrijk i.v.m. de lage snelheden) is

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\Delta p}{p} \quad \text{of} \quad \Delta \rho = \frac{\rho}{p} \times \Delta p$$

waarbij  $\rho/p$  constant verondersteld mag worden zolang de temperatuur niet verandert.

$\delta'Q$  veroorzaakt overal in de buis een drukverandering; deze is het grootst bij  $r_1$  en wel  $d(\delta'p)/dt$ , aangezien bij het open uiteinde geen drukverandering meer plaats heeft na de "step"  $\Delta p$ .

De gemiddelde drukverandering in de buis is

$$\frac{1}{l} \int_0^l \frac{dp(\alpha)}{dt} d\alpha$$

waarvoor een dichtheidsverandering

$$\frac{\rho}{pl} \int_0^l \frac{dp(\alpha)}{dt} d\alpha$$

nodig is, die geleverd wordt door de stroom  $\delta'Q$ , zodat

$$\frac{\delta'Q}{\pi r_2^2 l} = \frac{\rho}{pl} \int_0^l \frac{dp(\alpha)}{dt} d\alpha = \frac{\rho}{pl} \frac{d}{dt} \int_0^l p(\alpha) d\alpha =$$

$$\frac{\rho}{pl} \frac{d}{dt} (p_1 l + \frac{1}{2} l \delta'p) = \frac{\rho}{2p} \frac{d}{dt} (\delta'p)$$

Verder is  $\delta'Q = Q - Q' = Q - C\delta'p$ , zodat

$$Q - C\delta'p = \frac{V\rho}{2p} \frac{d}{dt} (\delta'p) \quad (7)$$

waarin  $V = \pi r_2^2 l$ . Oplossing van deze differentiaalvergelijking kan door verandering van variabele ( $Q - C\delta'p$  i.p.v.  $\delta'p$ ) en rechtstreekse integratie gebeuren en levert

$$Q - C\delta'p = A \cdot \exp\left(-\frac{2pC}{V\rho} \times t\right)$$

waarin A de integratieconstante is, die we bepalen door te bedenken dat voor  $t = 0$

$$\delta'p = \delta p - \Delta p = \frac{Q}{C} - \Delta p$$

waaruit volgt  $A = C \cdot \Delta p$

zodat, na invullen van  $C = \frac{\pi r_2^4}{8vl}$

$$\delta p - \delta'p = \Delta p \exp\left(-\frac{\pi r_2^2}{4vl} \times t\right) \quad (8)$$

Het verschil tussen  $\delta p$  en  $\delta'p$  neemt dus af met een relaxatie-tijd

$$\frac{4\mu l^2}{\pi r_2^2} = 2.4 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

wanneer de standaardwaarden (zie § 3) ingevuld worden.

Wanneer we een kwadratisch verloop van de druk aannemen (2a i.p.v. 2b) wordt (7)

$$Q - C\delta'p = \frac{2}{3} \frac{V\rho_3}{p_3} \left\{ 1 - \frac{p_4^2}{(2p_4 + \delta'p)^2} \right\} \frac{d}{dt} (\delta'p)$$

waaruit  $\delta'p$  niet op eenvoudige wijze is op te lossen. Passen we de verwaarlozing  $\delta'p \ll 2p_3$  toe, dan vinden we (7) weer terug.

De invloed van de verandering in  $Q$  t.g.v.  $\Delta p$  kan geheel berekend worden. Deze verandering  $dQ$  kan geschreven worden als

$$dQ = \pi r_2^2 d(\rho w) = \pi r_2^2 (\rho_3 dw_3 + w_3 d\rho_3) = \pi r_2^2 \left( \rho_3 \frac{dw_3}{dp_3} + w_3 \frac{d\rho_3}{dp_3} \right) dp_3;$$

hierbij is gebruik gemaakt van het feit dat  $\rho w$  in de buis constant is (ruimtelijk; niet in de tijd!). Verder nemen we aan dat  $p_3 = p_4$  en dat de temperatuur niet verandert, zodat

$$dQ = \pi r_2^2 \rho_3 \left( \frac{dw_3}{dp_3} + \frac{w_3}{p_3} \right) (\delta p - \delta'p) = C_2 \times (\delta p - \delta'p)$$

waarbij  $C_2$  constant verondersteld wordt (weer niet geheel juist, maar in betere benadering dan  $Q$ ).

Noemen we de oorspronkelijke  $Q$   $Q_0$ , dan wordt (7)

$$Q_0 + C_2(\delta p - \delta'p) + C\delta'p = \frac{V\rho}{2p} \frac{d}{dt} (\delta'p)$$

Op dezelfde manier oplossend als bij (7) vinden we met  $Q_0 = C \times \delta p$

$$\delta p - \delta'p = \Delta p \exp \left( - \frac{2p(C+C_2)}{\rho V} \times t \right)$$

met  $C = \frac{\pi r_2^4}{8vl}$  en  $C_2 = \pi r_2^2 \rho_3 \left( \frac{dw_3}{dp_3} + \frac{w_3}{p_3} \right)$

ofwel

$$\delta p - \delta' p = \Delta p \exp \left\{ - \frac{2\tau}{l} \left( \frac{r^2}{8\mu l} + \frac{dw_3}{dp_3} + \frac{w_3}{p_3} \right) \times t \right\}$$

Aangezien  $\frac{r^2}{8\mu l} = 5.40$  terwijl  $\left| \frac{dw_3}{dp_3} \right| < 2 \times 10^{-3}$  en  $\frac{w_3}{p_3} < 4 \times 10^{-4}$  voor  $w_3 = 50$  tot  $w_3 = 400$  cm/sec, kunnen we stellen dat onze verwaarlozing gerechtvaardigd was.

We mogen dus concluderen dat met de onderstelde geldigheid van de Poiseuille-verdeling de relaxatie-tijd  $2.4 \times 10^{-7}$  sec is voor alle windsnelheden. Echter hebben we hier een mathematische beschouwing waar een fysische beperking aan ontbreekt, nl. het feit dat een drukvariatie zich met de geluidssnelheid voortplant. Dit betekent dat een drukvariatie er ongeveer  $2.6/3.4 \times 10^4 = 7.6 \times 10^{-5}$  sec (de lengte van de buis is 2.6 cm; de geluidssnelheid is 340 m/sec =  $3.4 \times 10^4$  cm/sec) over doet om zich door de gehele buis voort te planten. Het lijkt reëler om deze tijd als responsietijd aan te houden. Ook deze tijd is echter onafhankelijk van de windsnelheid, zodat het berekenen van een aanspreek lengte weinig zin heeft, daar deze afhankelijk zou zijn van de windsnelheid. De aanspreek lengte is immers het product van aanspreek tijd en windsnelheid, zodat de aanspreek lengte evenredig met de windsnelheid is.

De beperkende factor voor het gebruik van de PLAN's zal in verband met de korte aanspreektijden liggen in de afmetingen van het apparaat. Vlg. b.v. Silverman<sup>4)</sup> zal een verzwakking tot ongeveer 70% van de waarde optreden i.v.m. ruimtelijke middeling wanneer de golflengte van de beschouwde component in het spectrum ongeveer 3 x de afstand is waarover gemiddeld wordt; deze 70% waarde kan als redelijke grens worden aangenomen. Dit betekent dat de kortst redelijk meetbare golflengte bij een lengte van het instrument van 8 cm (de huidige afmetingen) 24 cm is. De laagste toelaatbare opstelhoogte voor spectraalmetingen wordt meestal aangenomen als 2 x dit bedrag, dus ongeveer 50 cm. Vermindering van de lengte van het apparaat tot 5 cm lijkt redelijk mogelijk, waarmee de minimale meetbare golflengte 15 cm en de minimale opstelhoogte 30 cm wordt.

De optimale bemonsterings-frequentie wordt weer bepaald door de responsietijd; deze frequentie zou vlg. Sabinin<sup>5)</sup>  $\frac{1}{3\tau} = 4400$  Hz bedragen.

## 6. Hot-wires.

De basisformule voor de hot-wire ("Wet van King") is <sup>8)</sup>

$$\frac{I^2 R_w}{R_w - R_g} = A + B W^n \quad (9)$$

waarin I stroomsterkte  
 $R_w$  weerstand van de koude (stroomloze) draad  
 $R_g$  weerstand van de draad op bedrijfstemperatuur  
 W snelheid van de luchtstroom  
 A, B, n coëfficiënten

zijn.

Voor de coëfficiënten zullen we de door Collis & Williams <sup>6)</sup> empirisch bepaalde formule voor het Nusselt-getal (warmteoverdrachtscoëfficiënt) van hot-wires gebruiken, waardoor A, B en n de volgende vorm resp. waarde krijgen:

$$A = 0.24 \cdot \frac{\pi \lambda_f l}{C} \times \frac{R_w - R_g}{R_g} \times \left(\frac{T_f}{T_g}\right)^{0.17}$$

$$B = 0.56 \cdot \frac{\pi \lambda_f l}{C} \times \frac{R_w - R_g}{R_g} \times \left(\frac{T_f}{T_g}\right)^{0.17} \times \left(\frac{d}{v}\right)^{0.45} \quad (10)$$

$$n = 0.45$$

Hierin is  $\lambda$  de warmtegeleidingscoëfficiënt van de lucht  
 l de lengte van de draad  
 C de temperatuurcoëfficiënt van de weerstand van de draad  
 d de diameter van de draad  
 v de kinematische viscositeit  
 T de absolute temperatuur  
 f index die aangeeft dat de waarde bij  $T_f = \frac{1}{2} (T_w + T_g)$  genomen moet worden

De formules voor A en B zijn geldig voor waarden van het Reynolds getal  $0.02 < Re < 44$ , hetgeen in onze situatie steeds het geval is.

Voor de temperatuurafhankelijkheid van  $\lambda$  gebruiken we een formule, gevonden door Kannuluik & Carman <sup>7)</sup>

$$\lambda = 2.41 \times 10^{-4} (1 + 0.00317t + 0.0000021t^2) \text{ W/cm K}$$

met t = temperatuur in C.

Hot-wires kunnen op 2 manieren bedreven worden, nl. met constante stroom en met constante temperatuur. In het laatste geval wordt een weerstandsfluctuatie t.g.v. een windfluctuatie opgevangen doordat de resulterende spanningsvariatie over de draad via een terugkoppeling weer teniet gedaan wordt; dit vergt een vrij gecompliceerde en dus kostbare electronica. Dit constante temperatuursysteem heeft voor ons geen voordelen; deze zitten nl. onder meer in het feit dat dit systeem goed gecompenseerd kan worden, waardoor zeer hoge frequenties gedetecteerd kunnen worden.

Bij het constante stroomsysteem is deze compensatie minder goed mogelijk doordat ze steeds aangepast moet worden aan de veranderde weerstand behorend bij een andere windsnelheid. Echter: in ons systeem zijn de "wind"fluctuaties in de buis minimaal, zodat wél een vaste compensatie mogelijk is; derhalve kan met het constante stroomsysteem worden volstaan.

Zelfs zal het mogelijk zijn een systeem met constante spanning te gebruiken, mits dit over de twee hot-wires in serie staat; een weerstandsverhoging van de ene hot-wire zal immers gepaard gaan met een weerstandsverlaging van de andere, waardoor de totale weerstand (niet exact) gelijk blijft.

Uit (9) volgt, bij constante stroom, dat

$$\frac{d}{dW} \left[ \frac{R_w - R_g}{R_w} (A + BW^n) \right] = 0; \quad (11)$$

deze formule stelt ons in staat de gevoeligheid (spanningsvariatie behorend bij een luchtstroomfluctuatie) te berekenen; uit (11) volgt de weerstandsvariatie, die dan met de (constante) stroom vermenigvuldigd kan worden.

Om de afgeleiden van A en B naar W te berekenen, voeren we in  $R_0$ , de weerstand van de draad die we vinden door lineaire extrapolatie m.b.v. C naar 0 K. Voor een temperatuur x is dan  $R_x = R_0 + x.C$ , zodat

$$\frac{T_f}{T_g} = \frac{1}{2} \frac{T_w + T_g}{T_g} = \frac{R_w + R_g - 2R_0}{2(R_g - R_0)} = \frac{R_w - R_0^1}{2(R_g - R_0)}$$

als  $R_0^1 = 2R_0 - R_g$ . Hiermee zijn de factoren uit (10)

$$A = 0.24 \frac{\pi \lambda_f l}{C} \times \frac{R_w - R_g}{R_g} \times \left\{ \frac{R_w - R_0^1}{2(R_g - R_0)} \right\}^{0.17}$$

$$= Q_1 \times \frac{R_w - R_g}{R_g} \times \left\{ \frac{R_w - R_0^1}{2(R_g - R_0)} \right\}^{0.17}$$



en  $B = Q_2 \times \frac{R_w - R_g}{R_g} \times \left\{ \frac{R_w - R_0^1}{2(R_w - R_0)} \right\}^{0.17}$

met  $Q_2 = 0.56 \times \frac{\pi \lambda_f^1}{C} \times \left( \frac{d}{v} \right)_f^{0.45}$

waardoor (12) geschreven kan worden als

$$\frac{d}{dW} \left[ \frac{(R_w - R_g)^2}{R_w R_g} \left( \frac{R_w - R_0^1}{2(R_w - R_0)} \right)^{0.17} \times (Q_1 + Q_2 W^n) \right] = 0$$

hetgeen na enig rekenen oplevert

$$\frac{dR_w}{dW} = \frac{-nQ_2 W^{n-1}}{Q_1 + Q_2 W^n} \left[ \frac{R_w + R_g}{R_w (R_w - R_g)} + \frac{0.17}{R_w - R_0^1} \right]^{-1} \quad (12)$$

ofwel  $\frac{dE}{dW} = I \frac{dR_w}{dW} = \left[ \frac{R_w - R_g}{R_w} (A + B W^n) \right]^{\frac{1}{2}} \frac{-nW^{n-1}}{(0.24/0.56(d/v)_f^{0.45}) + W^n} \times$

$$\left[ \frac{R_w + R_g}{R_w (R_w - R_g)} + \frac{0.17}{R_w - R_0^1} \right]^{-1}$$

In tabelvorm:

TABEL V

W =	50	100	150	200	250	300	350	400	cm/sec
$\frac{dE}{dW} =$	0.408	0.306	0.252	0.218	0.194	0.178	0.164	0.153	mV/cm/sec

Voor de berekening van de invloed van fluctuaties in de druk van de perslucht op het signaal is nog van belang de tweede afgeleide van de spanning, die, in verband met de constante stroom, geschreven kan worden als

$$\frac{d^2 E}{dW^2} = I \cdot \frac{d^2 R_w}{dW^2}$$

Differentiëren van (12) geeft

$$\frac{d^2 R_w}{dW^2} = \left[ \frac{n-1}{W} - \frac{n \cdot W^{n-1}}{(Q_1/Q_2) + W^n} - \frac{(Q_1/Q_2) + W^n}{nW^{n-1}} \left\{ \frac{R_w^2 + 2R_w R_g - R_g^2}{R_w^2 (R_w - R_g)^2} - \frac{0.17}{(R_w - R_0^1)^2} \right\} \left( \frac{dR_w}{dW} \right)^2 \right] \frac{dR_w}{dW}$$

hetgeen de volgende tabel oplevert voor  $\frac{d^2 R_w}{dW^2} / \frac{dR_w}{dW}$ :

TABEL VI

$w$	= 50	100	150	200	250	300	350	400	cm/sec
$\frac{d^2R}{dw^2} / \frac{dR}{dw}$	= 76.8	23.7	19.6	14.4	10.8	8.5	7.0	$5.8 \times 10^{-4}$	sec/cm

### 7. Resultaten.

Combinatie van tabel III en tabel V geeft de spanningsvariatie behorend bij een (stuw)drukvariatie; het resultaat staat in tabel VII.

TABEL VII

$w_3$	= 50	100	150	200	250	300	350	400	cm/sec
$\frac{dE}{dp_3}$	= 0.774	0.324	0.210	0.161	0.138	0.127	0.121	0.118	$\mu V \text{cm}^2 / \text{dyne}$

Hieruit volgt dus dat bij  $w_3 = 2$  m/sec een windsnelheid van 1 m/sec, die een stuwdruk van  $6.3 \text{ dyne/cm}^2$  veroorzaakt (tabel IV) een signaal van  $6.3 \times 0.161 = 1.01 \mu V$  levert; aan beide zijden ontstaat een dergelijk signaal, zodat een spanning van  $\approx 2 \mu V$  geleverd wordt. Bij  $w_3 = 50$  cm/sec wordt dit  $2 \times 0.774 \times 6.3 = 9.7 \mu V$ . Het is dus voordelig de uitstroomsnelheid zo laag mogelijk te kiezen. Dit betekent echter

- een kleinere overdruk en dus minder beveiliging tegen golven
- een hogere eis aan de constantheid van de overdruk.

Dit laatste is na te rekenen; hiervoor gaan we uit van een symmetrische snelheidsverandering in de beide uitstroombuizen, bijv. als we de buizen aanduiden met I en II:

$$w_I = w_0 + \Delta w; \quad w_{II} = w_0 - \Delta w.$$

Het signaal  $\Delta E$  is nu

$$\Delta E = 2 \left( \frac{dE}{dw} \right)_{w=w_0} \times \Delta w$$

Bij een gemiddelde stroom  $w_0 + \delta w$  i.p.v.  $w_0$  wordt dit

$$\Delta E^1 = 2 \left( \frac{dE}{dw} \right)_{w=w_0 + \delta w} \times \Delta w \approx$$

$$\approx 2 \left\{ \left( \frac{dE}{dw} \right)_{w=w_0} + \left( \frac{d^2E}{dw^2} \right)_{w=w_0} \times \delta w \right\} \Delta w$$

$$\text{zodat } \Delta E^1 - \Delta E = 2 \left( \frac{d^2E}{dw^2} \right)_{w=w_0} \times \delta w \times \Delta w$$

en de relatieve verandering in het signaal is

$$\frac{\Delta E^1 - \Delta E}{\Delta E} = \frac{\left( \frac{d^2E}{dw^2} \right)_{w=w_0} \times \delta w}{\left( \frac{dE}{dw} \right)_{w=w_0}} = \frac{\left( \frac{d^2Rw}{dw^2} \right)_{w=w_0} \times \delta w}{\left( \frac{dRw}{dw} \right)_{w=w_0}}$$

wanneer I constant is, en deze grootheid is gegeven in tabel VI.

Hebben we nu een stroomsnelheid van 2 m/sec, dan zal een drukvariatie van 1 mb (= 1000 dyne/cm<sup>2</sup>) vlg. tabel V een snelheidsfluctuatie van 0.623 cm/sec veroorzaken, waardoor een signaalvariatie van 0.623 x 14.4x10<sup>-4</sup> = 0.09% ontstaat; bij 50 cm/sec i.p.v. 2 m/sec wordt dit 1.5%. Of een drukvariatie van 1 mb zal voorkomen, hangt uiteraard van de gebruikte regelapparatuur af.

Bij een wat hogere gemiddelde windsnelheid neemt de gevoeligheid door het kwadratische verband tussen windsnelheid en stuwdruk snel toe. Bij een windsnelheid van 3 m/sec zal het signaal, bij een stroomsnelheid in de buis van 2 m/sec vlg. tabel VII en IV op 18 µV liggen, terwijl een snelheidsfluctuatie van ≈ 80 cm/sec dan een signaalvariatie van 10 µV oplevert. Bij 50 cm/sec in de buis wordt dit resp. 87 µV en 17 cm/sec.

Een moeilijkheid waar nog niet op ingegaar is, is de ongelijkheid van de twee stromen t.g.v. ongelijke uitstroomopeningen en ongelijke hot-wires. Ofschoon het in principe mogelijk is elke uitstroombuis af te ijken, is dit natuurlijk praktisch niet te doen. Dit betekent dat de uitstroomopeningen goed gelijk zullen moeten zijn, hetgeen moeilijker wordt naarmate de openingen kleiner worden. De gekozen opening met diameter 0.4 mm lijkt hier een redelijk compromis te vormen tussen de harteerbaarheid van de druk (deze wordt bij een grotere opening lager en dus worden dan hogere eisen aan de constantheid gesteld) en vereiste precisie van de opening.

De ongelijkheid van de hot-wires kan opgevangen worden door parallel aan de hot-wire met de grootste weerstand een potentiometer te plaatsen; de schakeling is gegeven in fig. 5. Wanneer nu gewerkt wordt bij bijv. w<sub>3</sub> = 2 m/sec, dan zal in een windvrije omgeving bij w<sub>3</sub> = 1.90 m/sec potentiometer I afge-regeld moeten worden tot de brug 0 V aanwijst (potentiometer II uitgescha-

keld), daarna wordt de stroomsnelheid opgevoerd tot  $\approx 2.10$  m/sec, waarna de brug met de nu ingeschakelde potentiometer II weer op 0 afgeregeld wordt; daarna wordt  $w_3$  weer teruggebracht onder de 2 m/sec en met potentiometer I de brug op 0 gezet etc. tot geen correcties meer nodig zijn. In principe wordt zo door potentiometer I de brugbalans, door II de gevoeligheid geregeld.

De stroomsterkte, uit te rekenen met (9), blijkt, afhankelijk van de  $w_3$  te variëren tussen 100 en 160 mA ( $w_3 = 50-400$  cm/sec) bij een spanning van 1.4 tot 2.2 V.

Een mogelijkheid om de gevoeligheid op te voeren, is behalve PLAN 3, het aanbrengen van dubbele hot-wires aan beide kanten en het vervangen van de vaste weerstanden in fig. 5 door de extra hot-wires, zo geschakeld dat de twee hot-wires in dezelfde buis zich steeds op tegenoverliggende zijden van de brugschakeling bevinden. Nadeel is dat de twee nieuwe hot-wires zich niet in hetzelfde deel van de stroming kunnen bevinden en de twee draden elkaars storing in de stroom kunnen ondervinden.

#### Conclusie:

Het lijkt mogelijk, zonder overtrokken eisen aan de onderdelen te stellen, een anemometer te construeren die

- a. kan werken onder regen- of spray condities,
- b. afmetingen heeft kleiner dan 8 cm,
- c. een responsietijd heeft die in de orde van 0.1 msec ligt.
- d. beveiligd is tegen overslaande golven.
- e. windsnelheden kan aanwijzen vanaf 1 m/sec.

Hiervoor dient het ontwerp "PLAN 2" (fig. 2) gevolgd te worden, met daaraan gekoppeld een gelijkspanningsversterker die 2  $\mu$ V kan aantonen. Deze grens kan iets hoger gesteld worden wanneer met zeer weinig drukverschil aan weerszijden van de plaatjes Ia en Ib gewerkt wordt. Dit laatste stelt echter weer hogere eisen aan de constantheid van de voedingsdruk. Voor de zeer lage snelheden lijkt "PLAN 3" meer beloften in te houden; hierover zijn echter nog in het geheel geen gegevens bekend.

Literatuur:

1. Iberall, A.S. : J.Res.Nat.B. of Stand. 45 (1950), 85.
2. Prandtl, L. : Führer durch die Strömungslehre, 6. Auflage, Vieweg, 1965, pag. 230.
3. Schiller, L. : Z.angew.Math.Mech. 2 (1922), 96.
4. Silverman, B.A. : J.Appl.Met. 7 (1968), 168.
5. Sabinin, K.D. : Izv.Atm. & Oc.Phys. 5 (1967), 268.
6. Collis, D.C. & Williams, M.J. : J.Fl.Mech. 6<sup>3</sup> (1959), 357.
7. Kannuluik & Carman : Aust.J.Sci.Res. 4 (1951), 305.
8. King, L.V. : Phil.Trans.A. 214 (1914), 373



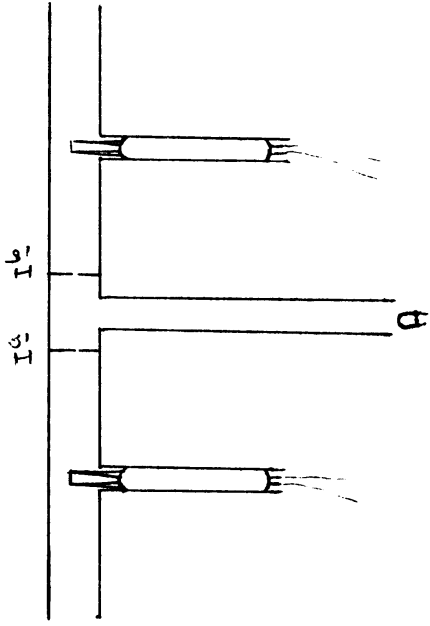


fig. 2. N.B. de lucht-wires zijn  
 terwille van de draad-  
 cijfers loodrecht op  
 hun verkeerde stand  
 getekend.

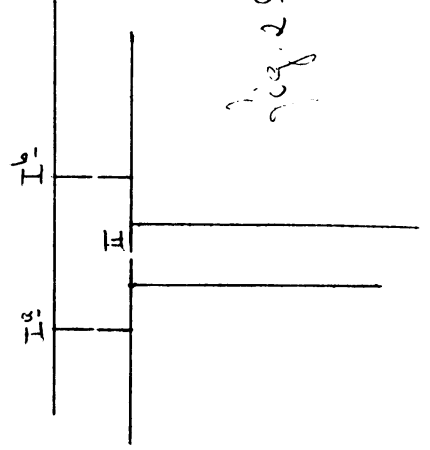


fig. 2 a

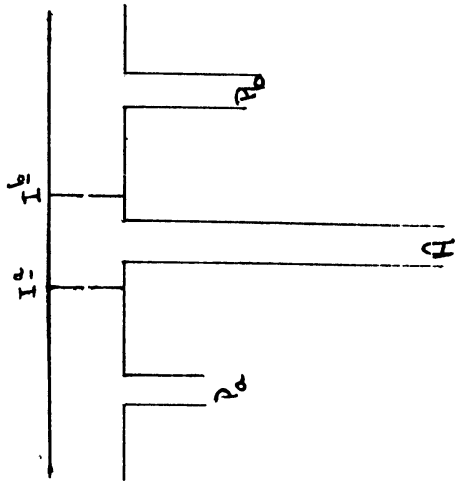


fig. 1

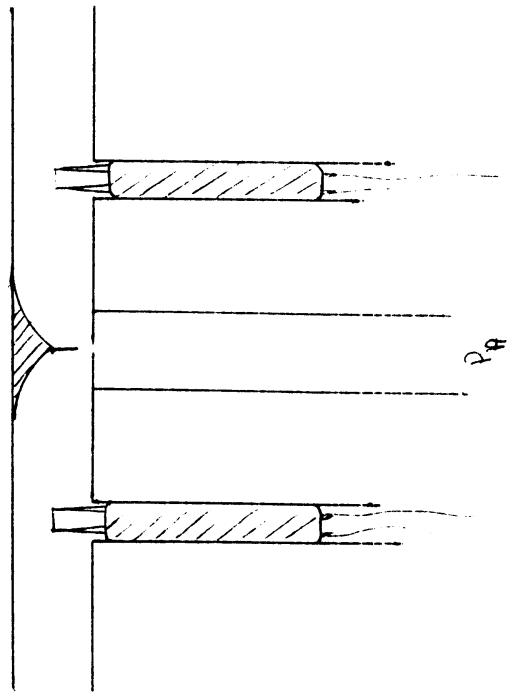
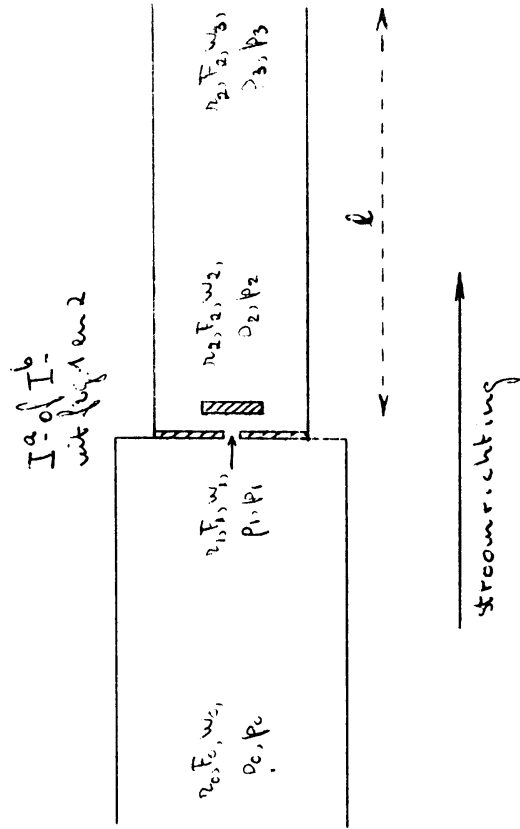


Fig. 3. N.B. de loot-wires  
zijn meer 90° ge-  
draaid getekend



I<sub>a</sub> of I<sub>b</sub>  
uit fig. 1 en 2

Fig. 4

