

KONINKLIJK NEDERLANDS
METEOROLOGISCH INSTITUUT
De Bilt

Verslagen

V - 252

P.J. Rijkboort

Schatting van de kans op dwarswindcomponenten boven
een gegeven grenswaarde zowel van de gemiddelde
windsnelheid als van windstoten i.v.m. de
bruikbaarheid van vliegvelden

De Bilt, 1973

Publikatienummer: KNMI V - 252 (S.B.)

U.D.C.: 519.2 :
551.553.6

Schatting van de kans op dwarswindcomponenten boven een gegeven grenswaarde zowel van de gemiddelde windsnelheid als van windstoten i.v.m. de bruikbaarheid van vliegvelden.

door

P.J. Rijkoort

Inleiding

De landing van vliegtuigen wordt riskant indien dwarswindcomponenten boven een zekere grens (b.v. 15 of 20 knts) voorkomen. Bij de aanleg van een vliegveld is het dus wenselijk de plaats van vestiging en de oriëntatie van de banen zodanig te kiezen dat de kans op dwarswindcomponenten boven de gekozen grens voldoende klein is b.v. niet meer dan 5%. Het percentage van de tijd dat de dwarswindcomponenten beneden de gekozen grens blijven wordt het bruikbaarheidspercentage genoemd (dus $\geq 95\%$ in bovengenoemd geval).

In verband met de plannen voor de vestiging van een 2e nationale luchthaven zijn door de Klimatologische Dienst voor een aantal stations in ons land bruikbaarheidspercentages berekend voor verschillende baanoriëntaties. Dit bruikbaarheidspercentage geldend voor een niveau van 10 m is een door de luchtvaart aanvaard criterium voor praktisch gebruik. Het is duidelijk dat, wetenschappelijk gezien, dit geen waterdicht criterium is; ten eerste omdat de kritieke zone van de daling zich over enkele tientallen meters uitstrekt en de windshear dus van belang is en ten tweede omdat het tijdsverloop van de daling veel korter is dan 10 min en turbulentie dus een rol speelt.

Nu is het echter zo dat de luchtvaart ook een aktueel "gebruikspercentage" kent. Dit is het percentage van de tijd dat een vliegveld in de praktijk inderdaad gebruikt blijkt te kunnen worden. Dit percentage blijkt nu hoger te zijn dan het "theoretische" bruikbaarheidspercentage m.a.w. als men het "bruikbaarheidspercentage" als criterium gebruikt, wordt in de praktijk aan de gestelde veiligheidseisen voldaan.

Voor de praktische toepassing i.v.m. de vestiging van de 2e nationale luchthaven zijn de ~~door~~ de Klimatol. Dienst berekende bruikbaarheidspercentages voldoende. Het is echter toch wel interessant om te weten hoe het resultaat is op het bruikbaarheidspercentage van bovengenoemde effecten, m.a.w. hoe verandert het bruikbaarheidspercentage als men uitgaat van de windsnelheid op grotere hoogten dan 10 m en hoe groot is de kans op dwarswindcomponenten van wind "gusts" boven de aangenomen kritieke grenzen.

Aangezien we thans nog niet beschikken over een statistiek van windstoten is het niet mogelijk de gezochte kansen rechtstreeks uit waarnemingen te bepalen. We kunnen alleen proberen een berekening uit te voeren met een eenvoudig mathematisch model voor de spreiding van de momentane windvector rond de gemiddelde vector.

Als we nu toch met een mathematisch model werken is er iets voor te zeggen ook voor de verdeling van de gemiddelde vector met een model te werken. Nu zijn er van de waarnemingen aan de 80 m mast te Vlaardingen (april 1967-april 1968) gegevens beschikbaar van de aanpassing van de Weibull verdeling aan windsnelheidswaarnemingen (zie WR 72-4). Hiervan kan gebruik gemaakt worden, waarbij dan tevens gelegenheid is na te gaan of het Weibull-model voor verdere berekeningen bruikbaar is, door bruikbaarheidspercentages te berekenen voor gemiddelden en deze te vergelijken met de uit synoptische gegevens verkregen resultaten. Het is nog wel nodig ook voor de windrichtingsfrekwenties een analytische vorm te vinden.

1. Beschrijving van het mathematisch model

1.0 De beschikbare gegevens van de Vlaardingen 80 m mast over de periode 4 april 1967 - 3 april 1968 bestaan uit de waarden van de parameters k en v van de Weibull-verdeling:

$$W(u) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{u}{v}\right)^k\right) \quad (1)$$

waarin u de gemiddelde windsnelheid voorstelt en $W(u)$ de kans op snelheden kleiner dan of gelijk aan u .

Het materiaal bestond uit 6 uurwaarden per dag nl. van 1, 5, 9, 13, 17 en 21 uur MET en was verdeeld in 32 groepen nl. naar

1. de vier seizoenen
2. vier windrichtingssectoren van 90° (N.O., Z.W.)
3. dag of nacht

Voor de indeling in dag of nacht werd 2, 1 en 5 uur tot de nacht gerekend en 9, 13, 17 tot de dag.

Gemeten is op drie niveau's nl. 10, 40 en 80 m.

Voor de berekening van de dwarswindcomponenten is de indeling in 4 windrichtingsgroepen veel te grof. We onderstellen daarom dat v en k als functie van de windrichting θ variëren als

$$C + A \sin(\theta - \varphi) \quad (2)$$

waarin C , A en φ konstanten zijn, die nog voor seizoen en dag of nacht verschillend kunnen zijn. Zowel voor v als voor k krijgen we dus per seizoen-dag of -nacht één stel konstanten.

$$C_v, A_v \text{ en } \varphi_v \text{ resp. } C_k, A_k \text{ en } \varphi_k$$

in totaal 8 stellen van 6 konstanten.

In fig.1 zijn de resultaten van de kleinst kwadratische aanpassing van (2) aan de beschikbare k en v waarden (zie ook fig.4 in WR 72-4) van het niveau 10 m, in beeld gebracht.

Verder is voor de kansverdeling van de windrichting de z.g. cardiale verdeling (zie Mardia: Statistics of Directional Data) gebruikt.

Deze luidt als volgt:

$$P(A) = \frac{1}{360} \{ 1 + d \cos(\theta - \theta_0) \} \quad (3)$$

ook hier weer 8 stellen van konstanten d en θ_0 voor de diverse seizoen-dag en -nacht groepen. De konstanten d en θ_0 zijn bepaald door kleinste kwadratische aanpassing aan de vier frequenties van de windrichtingssectoren. Formule (3) is daartoe geïntegreerd over 90° (van $\theta = -45^\circ$ tot $+45^\circ$; $+45^\circ$ tot $+135^\circ$ enz.).

Tenslotte is voor de berekening van de gust-dwarswindkomponent een zeer vereenvoudigende onderstelling aangenomen nl. dat de momentane windvector rond de 10 min gemiddelde windvector spreidt volgens een binormale verdeling met onafhankelijke componenten en wel zo dat er één parameter is nl. de standaarddeviatie σ . We onderstellen verder dat gemiddelde waarde van de z.g. "maximale stoot" (u_m) in een 10 min interval verminderd met het 10 min gemiddelde (\bar{u}) overeenkomt met de 3σ -grens. Als nu verder de z.g. gustfaktor $\frac{u_m}{\bar{u}}$ op $1\frac{1}{2}$ wordt gesteld, dan betekent dit dat we kunnen schrijven:

$$\sigma = \frac{1}{6} \bar{u} \quad (4)$$

Bovengenoemde faktor 3 is gebaseerd op een onderzoek van Markee (zie lit.3), waarbij zowel voor de windsnelheid als voor de windrichting een lineair verband is gevonden tussen range en standaarddeviatie van 15 min gemiddelden. De richtingscoëfficiënt van dit lineaire verband is 0.13 à 0.18. Nu is de verdeling van u waarschijnlijk wel nagenoeg symmetrisch t.o.v. \bar{u} en dan is $u_{\max} - \bar{u} = \bar{u} - u_{\min}$ dus is de range = $2(u_{\max} - \bar{u})$; dit geeft met $\frac{u_m}{\bar{u}} = 1\frac{1}{2}$ formule (3).

De onderstelling van gelijke standaarddeviaties voor beide componenten is stellig ook een simplificatie die afwijkt van de werkelijkheid, maar die in eerste benadering om een schatting van de grootte-orde te verkrijgen wel aanvaardbaar is. Aan de onderstelling van normaal verdeelde en dus symmetrische componenten is voorzover bekend, althans bij de hoge windsnelheden, wel redelijk voldaan.

1.1 Het bruikbaarheidspercentage

We voeren eerst de volgende notatie in:

- X : grens voor de toelaatbare grootte van de dwarswindkomponent (15 of 20 kn = 7.6 of 10.2 m/s).
- θ : baanoriëntatie (variërend van $0-180^\circ$, dus 2 mogelijkheden voor aanvliegen).
- P_1 : bruikbaarheidspercentage (i kans op dwarswindcomponenten $< x$ bij gegeven θ).
- P_2 : kans op gust dwarswindcomponenten $> x$ als de dwarswindkomponent van de gemiddelde snelheid $< x$ is.
- \bar{u} : windvector.
- u : gemiddelde (10 min windsnelheid).
- u_i : momentane windsnelheid.

- θ : gemiddelde windrichting ¹⁾ ($A = 0^\circ$: noord; 90° : oost enz.).
 θ_i : momentane windrichting.
 u_d : dwarswindkomponent.

Daar $\theta - \vartheta$ de hoek van de windsnelheidsvector t.o.v. de baanoriëntatie is, geldt

$$u_d = u \left| \sin(\theta - \vartheta) \right| \quad (5)$$

Het bruikbaarheidspercentage is dan het percentage van de gevallen waarvoor geldt $u_d < X$ of wel met (5):

$$u < \frac{X}{\left| \sin(\theta - \vartheta) \right|}$$

Voor gegeven windrichting θ is de kans hierop volgens (1):

$$1 - e^{-\left(\frac{X}{u \left| \sin(\theta - \vartheta) \right|}\right)^k}$$

Met de kans op de gegeven windrichting ϑ volgens (2) is dan te schrijven

$$P_{1,j} = \frac{1}{360} \int_0^{360} (1+d_j \sin \vartheta - \theta_{0j}) \left(1 - \exp\left(-\left(\frac{X}{u_j \left| \sin(\theta - \vartheta) \right|}\right)^{k_j}\right)\right) dA \quad (6)$$

hierin slaat j op de seizoen-dag of -nachtgroep ($j = 1, \dots, 8$).

De definitieve P_1 wordt dan

$$\sum_{j=1}^8 P_{1,j}$$

Voor de berekening is (6) benaderd door:

$$P_{1,j} \approx \frac{1}{36} \sum_{i=1}^{36} (1+d_j \sin(10i - \theta_{0j})) \left(1 - \exp\left(-\left(\frac{X}{u_j \left| \sin(\theta - \vartheta) \right|}\right)^{k_j}\right)\right) \quad (7)$$

1.2 De kans op "gust" dwarswindcomponenten $> X$.

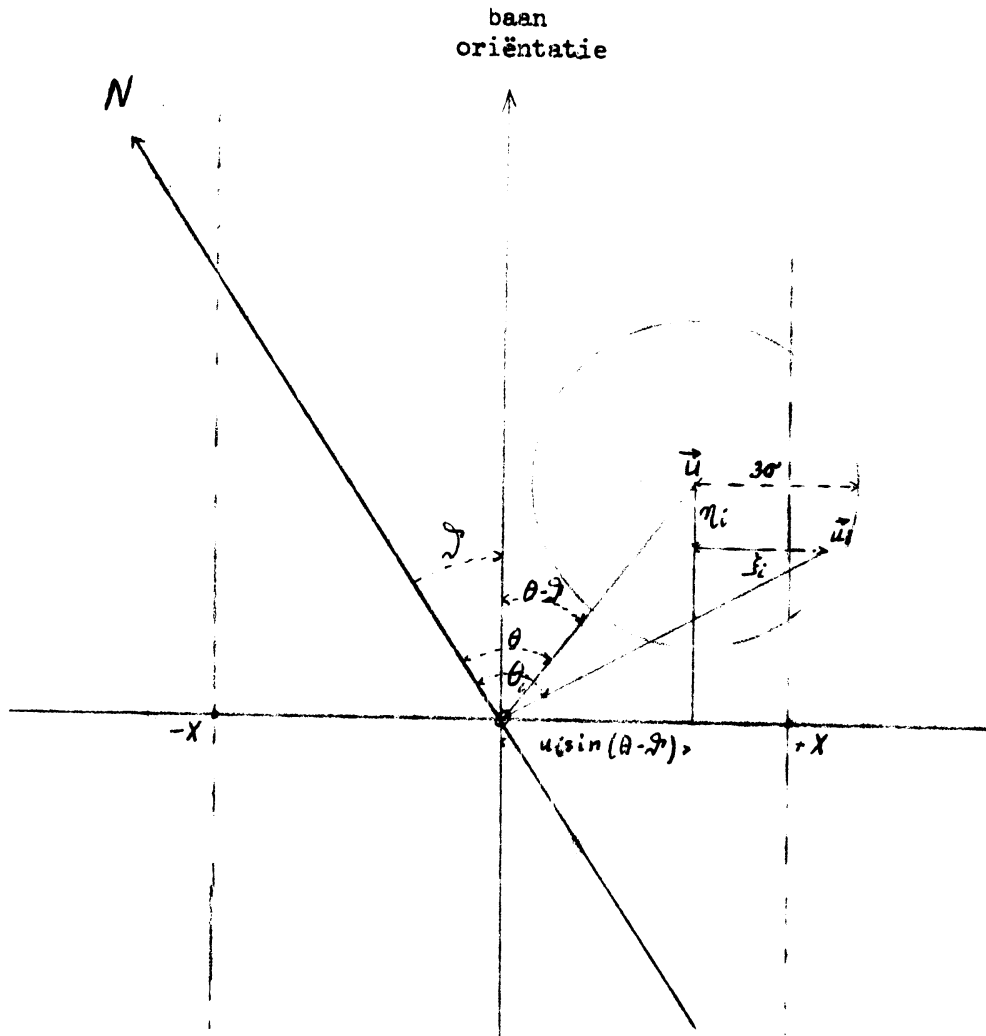
Ter verduidelijking bijgaand schetsje. De momentane windvector wordt aangeduidt met \vec{u}_i en de gemiddelde windvector met \vec{u} . De componenten van het vectorverschil $\vec{u}_i - \vec{u}$ zijn ξ_i en η_i , deze voldoen volgens de onderstelling aan:

$$f(\xi, \eta) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\xi}{\sigma}\right)^2 + \left(\frac{\eta}{\sigma}\right)^2\right]\right\} \quad (8)$$

met

$$\overline{\xi} = \overline{\eta} = 0 \quad \text{en} \quad \sigma = \frac{1}{6} u$$

1) NB Het verschil tussen een "echt" vector gemiddelde en de vector die bestaat uit gemiddelde richting en gemiddelde snelheid, is verwaarloosd.



De kans op gustdwaarswindcomponenten $> x$ is nu de kans dat $\xi_i + u \sin(\theta - \varphi) > x$ of $\xi_i + \sin(\theta - \varphi) < -x$.

Deze kans is met behulp van (8) te schrijven als

$$1 - \frac{18}{\pi u^2} \int_{-x-u \sin(\theta-\varphi)}^{+x-u \sin(\theta-\varphi)} \int \exp -\frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{6\xi}{u} \right)^2 + \left(\frac{6\eta}{u} \right)^2 \right\} d\eta d\xi$$

$$= 1 - \frac{6}{u\sqrt{2\pi}} \int_{-x-u \sin(\theta-\varphi)}^{x-u \sin(\theta-\varphi)} \exp - \frac{18\xi^2}{u^2} d\xi$$

$$= 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{6(\frac{x}{u} - \sin(\theta - \beta))}^{6(\frac{x}{u} - \sin(\theta - \beta))} \exp(-\frac{1}{2}x^2) dx$$

Nemen we $\frac{1}{2} \int_{-\infty}^x \exp(-\frac{1}{2}x^2) dx$ nu $F(x)$ dan is de kans op gustdwarswindcomponenten bij gegeven A en u :

$$q_u(\theta) = 1 + F(6(\frac{x}{u} - \sin(\theta - \beta))) - F(6(\frac{x}{u} - \sin(\theta - \beta))) \tag{9}$$

De totale kans op gustdwarswindcomponenten is dan

$$P_{2,j} = \int_0^{360} \int_0^L P(\theta) W(u) q_u(\theta) d\theta du$$

waarin $P(\theta)$ door (3) is gegeven, $W(u)$ door (1) terwijl $L = \frac{x}{|\sin(\theta - \beta)|}$

De integraal wordt voor de berekening weer met een som benaderd nl.:

$$P_{2,j} = \sum_{i=1}^{36} p_i \sum_{u=1}^L W_j(u) q_u(\theta)$$

waarin $p_i = \frac{1}{36} (1 + d \sin(10i - \theta_0))$

en

$$W_j(u) = \exp(-(\frac{u-1}{v_j})^{k_j}) - \exp(-(\frac{u}{v_j})^{k_j})$$

Tenslotte is

$$P_2 = \sum_{j=1}^S P_{2,j}$$

2. De resultaten

De berekeningsresultaten zijn in de volgende tabel samengevat:

Tabel 1

$x = 7.6 \text{ m/s} (= 15 \text{ kn})$

	0	30	60	90	120	150
P_1	0.9350	0.9455	0.9474	0.9390	0.9297	0.9277
P_2	0.0213	0.0214	0.0226	0.0235	0.0235	0.0226

$x = 10.2 \text{ m/s} (= 20 \text{ kn})$

P_1	0.9850	0.9886	0.9911	0.9898	0.9860	0.9837
P_2	0.0097	0.0082	0.0081	0.0095	0.0108	0.0108

Deze resultaten zijn in fig.3 in beeld gebracht. Ter vergelijking is in de figuur ook aangebracht het verloop van het bruikbaarheidspercentage dat men ter plaatse zou verwachten op grond van de berekeningen die door MBW zijn uitgevoerd met de gegevens van een aantal synoptische stations over het tijdvak 1961-1970. Uit de isolijnenkaartjes die met deze berekeningen zijn samengesteld is een schatting voor het gebied van Vlaardingen verkregen.

Bij de vergelijking van de resultaten van de 80 m mast met die van de synoptische stations moeten we wel bedenken dat deze laatste op de 10 jaar periode 1961-1970 slaan en de eerste alleen op april 1967- april 1968. Om na te gaan of deze gegevens vergelijkbaar zijn is een klein onderzoekje uitgevoerd. Strikt genomen zou men om te beoordelen of 1967-1968 zich geheel anders gedraagt dan de overige jaren van het tijdvak 1961-1970 de volledige frekwentieverdelingen moeten vergelijken. We hebben ons echter beperkt tot een vergelijking van de maandgemiddelden en dan blijkt dat voor vier hoofdstations de maandgemiddelden van april 1967-april 1968 niet significant afwijken van de gemiddelden per maand over de andere jaren uit de periode 1961-1970. Alleen in De Bilt komt 1967-1968 gemiddeld iets lager uit dan het gemiddelde van de overige jaren, maar dit is vermoedelijk een gevolg van het feit dat vanaf 1-1-1969 in De Bilt met een andere windmeter is gewerkt, die ongeveer 15% gevoeliger is.

We kunnen dus konkluderen dat de periode april 1967-april 1968 t.o.v. de gehele periode 1961-1970 als een vrij normaal jaar is te beschouwen.

Als nu in fig.3 de Vlaardingen resultaten met die van de synoptische stations worden vergeleken dan blijken het gemiddeld niveau en de phase vrijwel overeen te komen; alleen de amplitudo is voor de gegevens van de 80 m mast veel kleiner vooral voor $y = 7.6 \text{ m/s}$. Het ligt wel voor de hand de oorzaak van de geringere amplitudo te zoeken in het simpele model dat hier toegepast is; in het bijzonder is te verwachten dat de cardioïde verdeling die aan de vier frekwenties voor de windsectoren van 90° is aangepast een te forse afvlakking geeft.

De kansen op dwarswindcomponenten $> x$ voor windstoten blijken vrij klein te zijn nl. rond 1% bij $x = 10.2 \text{ m/s}$ en ruim 2% bij $x = 7.6 \text{ m/s}$. In hoeverre deze schattingen korrekt zijn is niet aan te geven ¹⁾.

Dat het gebruikte simpele model redelijke schattingen van het bruikbaarheidspercen-

1) NB Zodra voldoende gegevens met 1 min waarden van 80 m(of 200 m) mast beschikbaar zijn zou dit nagegaan kunnen worden.

tage geeft, zegt tenslotte nog niets ten aanzien van de waarden van de kans op gust dwarswindcomponenten. Het lijken echter wel plausible waarden.

Men kan zich tenslotte nog afvragen hoe de bruikbaarheidspercentages veranderen bij toenemende hoogte. Daar aan de 80 m mast ook op andere hoogten dan 10 m is gemeten, kan de berekening ook voor deze niveau's worden uitgevoerd. Er is echter volstaan met de gegevens van 40 m en met de baanrichtingen 60° en 150° als meest gunstige resp. ongunstige baanrichting.

De resultaten van deze berekeningen zijn in tabel 2 en fig.3 aangegeven. Daaruit blijkt dat voor $x = 20$ kn en voor de gunstigste baanrichting het bruikbaarheidspercentage van ca 99% naar ca 97% zakt en voor $x = 15$ kn van ca 95% naar ca 88%.

Tabel 2

	60°	150°
$x = 7.6$ m/s (= 15 kn)		
P_1	0.8791	0.8514
P_2	0.0366	0.0334
$x = 10.2$ m/s (= 20 kn)		
P_1	0.9697	0.9515
P_2	0.0188	0.0208

De kans op windstoot dwarswindcomponenten neemt voor $x = 20$ kn toe van 1% naar 2% en voor 15 kn van ca 2% naar ca 3½%. Wel is het hierbij zo dat deze waarden voor 40 m berekend zijn met dezelfde onderstellingen ten aanzien van de verhouding van de spreiding van de windstootcomponenten tot de gemiddelde snelheid als voor 10 m en dat is waarschijnlijk niet geheel korrekt. Mogelijk is de σ op 40 m een 10% kleiner dan op 10 m; dit zal echter op de globale schattingen van 2 resp. 3½% slechts een klein effect hebben.

Konklusie

Het is gebleken dat een mathematisch model bestaande uit Weibull-verdelingen voor de windsnelheid en een cardioïde-verdeling voor de windrichting bruikbaar is om het windregiem op 10 m hoogte te beschrijven en hiermede bruikbaarheidspercentages voor vliegvelden te berekenen. Het lijkt dus plausibel dat ook andere statistische grootheden van het windregiem bepaald kunnen worden.

Zou men de variatie van de Weibull-parameters (en parameters van de cardioïde-verdeling) als functie van de hoogte (zie fig.4 in WR 72-4) in formule kunnen brengen dan zou men een volledig mathematisch model voor een statistische beschrijving van het windregiem voor wat betreft 10 min. of uurgemiddelden in de grenslaag beneden 80 m verkrijgen. Het zou wenselijk zijn voor de verdeling van de windrichtingen een betere formule dan de cardioïde-verdeling te vinden, hoewel deze formule als eerste benadering toch wel geschikt lijkt te zijn.

Literatuur

- (1) P.J.Rijkoort : De variatie van de windsnelheidsverdeling volgens waarnemingen op 10, 40 en 80 m hoogte aan de meteorologische meetmast te Vlaardingen.

KNMI WR 72-4

- (2) K.V.Mardia : Statistics of Directional Data

Ac.Press. 1972

- (3) E.H.Markee : On the relationship of range to standard deviation of windfluctuations.

Monthly Weather Review febr.1963

fig 1 Richtingsvariatie van Weibull-parameters

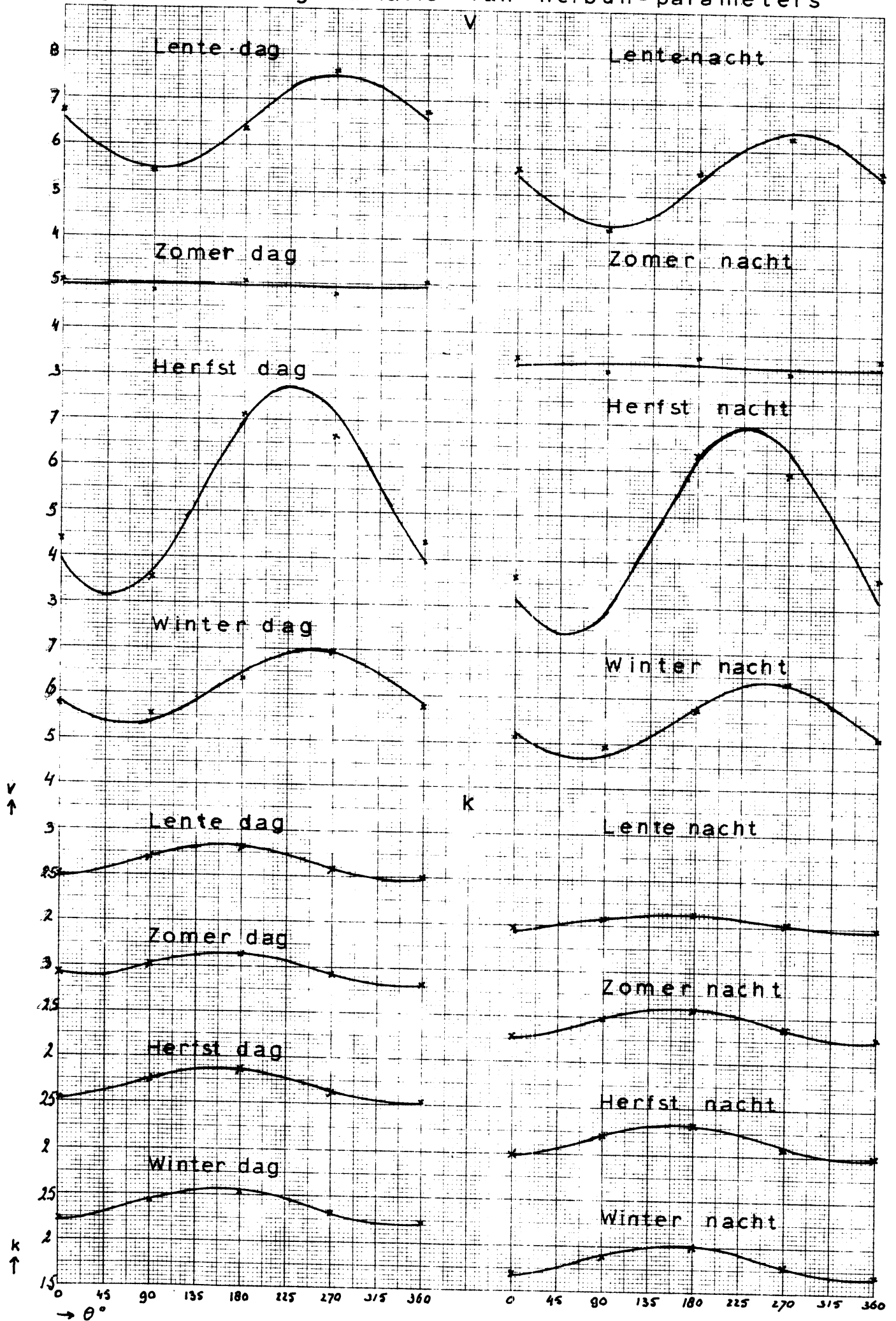


fig 2 Windrichtings kansverdeling (p per 10°)

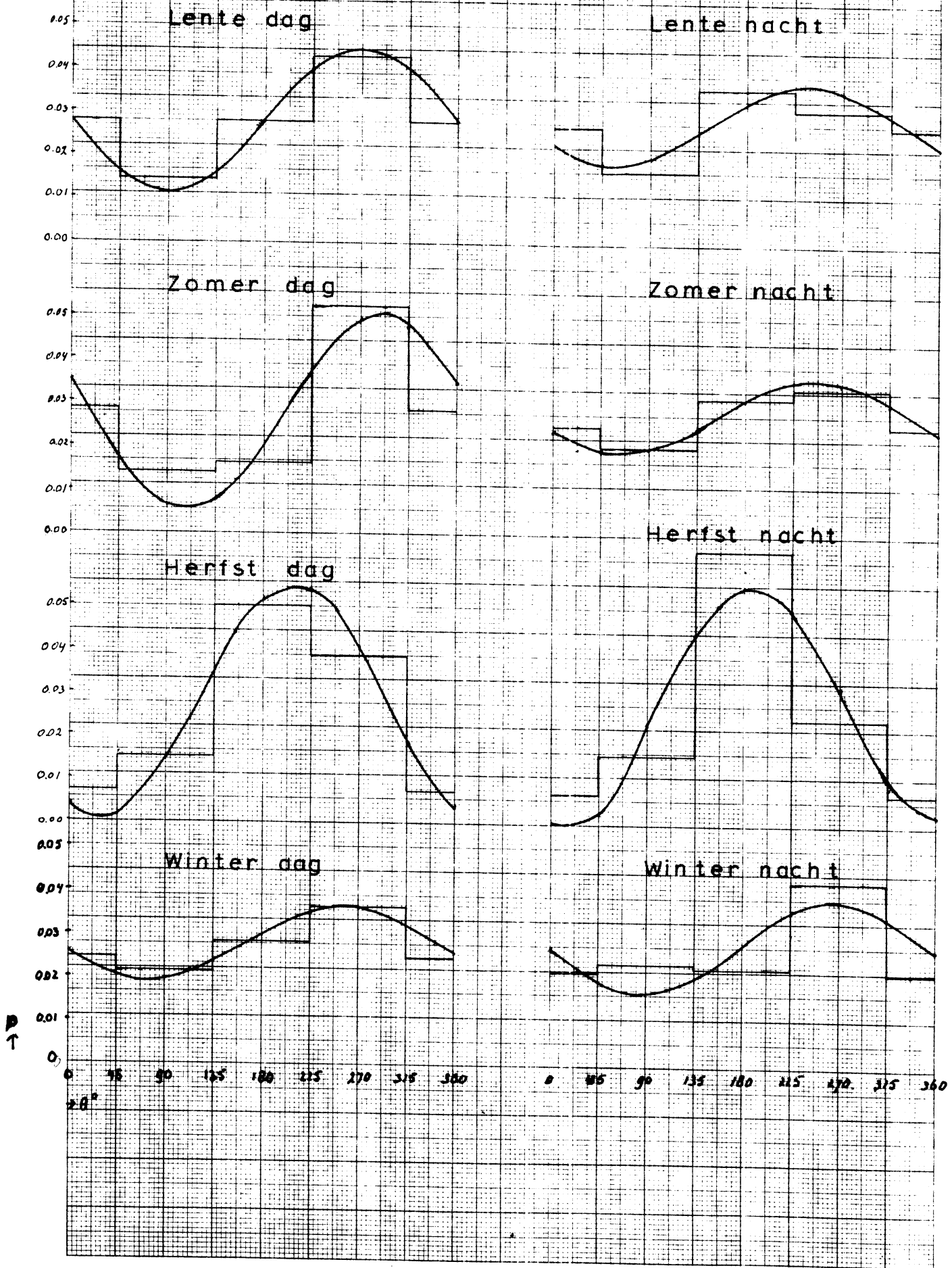


fig 3 Bruikbaarheidspercentages

