KONINKLIJK NEDERLANDS
METEOROLOGISCH INSTITUUT

Verslagen V-26
(R III-216-1958)

Over een eenvoudig instrument om straling tussen het gewas te meten

door

551.508.25

Dr. H.J. de Boer

I. Inleiding

In landbouwmeteorologische kringen deed zich het probleem voor of en in hoeverre een bepaalde ziekte in een gewas beïnvloed werd door een verminderde hoeveelheid ontvangen zonnestraling tengevolge van een grotere bestandsdichtheid van het gewas. Hiervoor is door Drs. S. Schoen een eenvoudige stralingsmeter ontworpen. Deze is als volgt uitgevoerd. Twee koperen bollen, elk met een straal van 1 cm, zijn op een afstand tussen de middelpunten der bollen van 3 cm bevestigd. Het oppervlak van de bovenste bol is zwart gemaakt met Parsons Optical Black Lacquer, terwijl de onderste bol bedekt is met een glad gepolijst chroom huidje. De bedoeling hiervan is, dat de "zwarte" bol alle ontvangen straling in warmte omzet, waardoor de temperatuur van deze bol stijgt en dat de "witte" bol de ontvangen straling praktisch geheel(op ± 30 % van de langgolvige straling na) terugkaatst, terwijl deze bol door warmte-uitwisseling met de omgeving ten naastebij de temperatuur hiervan aanneemt.

Het temperatuurverschil tussen beide bollen wordt gemeten door een thermokoppel, dat uit constantaan-koper bestaat. Het ene laspunt is los bevestigd in het middelpunt van de bovenste bol en het andere laspunt in het middelpunt van de onderste bol. De door het temperatuurverschil ontstane thermokracht brengt een Brown-recorder in beweging. De optekening van deze recorder geeft dus een beeld van de straling, welke op de zwarte bol is gevallen.

De ervaring met deze apparatuur bracht aan het licht, dat de stralingsmeter zeer gevoelig is voor wind en dat deze een vrij grote traagheid vertoont; d.w.z. dat de optekening een tijdje achter het verschijnsel aanloopt.

II. Beschouwingen

1. De lassen van het thermokoppel, dat uit koper-constantaan bestaat, bevinden zich in de middelpunten der bollen. Daar de bollen ook uit koper bestaan, zal het aanbeveling verdienen elk der beide laspunten in het middelpunt van elk der bollen te bevestigen met goed thermisch contact om de overbrengingstijd van de warmte van het boloppervlak tot in het laspunt van het thermokoppel zo klein mogelijk te maken en om de temperatuur van de bol zo nauwkeurig mogelijk te meten door de overgangsweerstand voor de warmte zo klein mogelijk te maken.

2. In de hier volgende beschouwing wordt aangenomen, dat de omzettingstijd van licht in warmte verwaarloosbaar klein is; dat de voortplantingstijd van de warmte van het oppervlak van de zwarte bol tot aan het middelpunt ook verwaarloosbaar klein is en dat hetzelfde geldt voor de overgangstijd van de warmte van de bol naar het laspunt van het thermokoppel.

Verder wordt aangenomen dat de specifieke warmtecapaciteit van koper c is, dat de specifieke warmte-uitwisselingscoëfficiënt van de bol met zijn omgeving u is en dat vanaf een tijd t = o een constante hoeveelheid zonnestraling loodrecht op de voortplantingsrichting gelijk aan I in cal cm^{-2} min^{-1} op de bol valt. Het temperatuurverschil van de bol met de omgeving als functie van de tijd wordt bepaald door de differentiaal vergelijking:

$$4/3\,\pi r^3 c \frac{d\vartheta}{dt} + 4\pi r^2 u \vartheta = \pi r^2 I \quad - - - \qquad (1)$$

$$\text{of} \quad \frac{rc}{3u}\frac{d\vartheta}{dt} + \vartheta = \frac{1}{4u} I, \qquad (1a)$$

waarbij r de straal van de zwarte bol is.

De oplossing van deze vergelijking luidt:

$$\vartheta = \frac{1}{4u} I \left(1 - e^{-\frac{3u}{rc}t}\right) \qquad (2)$$

Deze uitdrukking verklaart reeds de feiten, welke door ondervinding waren verkregen en in de inleiding vermeld staan. De belangrijkste factor is de warmte-uitwisselingscoëfficiënt u. Is deze klein, dan zal ϑ groot worden, maar het zal lang duren, voordat de evenwichtstoestand is bereikt; dit laatste verklaart dus de traagheid van het instrument.

De windgevoeligheid is ook uit formule (2) af te leiden. Laten we hierbij voor de eenvoudigheid aannemen, dat de evenwichtstoestand is bereikt (ϑ = I / 4u). De warmte-afgifte van de zwarte bol aan de omgeving kan geschieden op drie wijzen; 1° door straling, 2° door conductie en 3° door convectie. De factor onder 2° genoemd is gewoonlijk zeer klein vergeleken met de beide andere factoren. Komt op een zeker moment een flinke windstoot voor, dan zal de convectie vele malen zo groot zijn als bij windstilte. De u zal veel groter worden, waardoor ϑ kleiner zal worden. ϑ zal dus een functie worden van windsterkte en van stralingsintensiteit.

Teneinde de afhankelijkheid van windsterkte uit te sluiten, moet men de zwarte bol omgeven door een tweede bol bijv. van lupolen H, een stof, welke niet alleen zichtbare straling maar ook warmtestralen doorlaat. Van de straling $\lambda > 3\,\mu$ wordt 85% doorgelaten. In het gebied $0{,}3 \leq \lambda \leq 3\,\mu$ wordt evenveel doorgelaten als door glas, d.w.z. van 88% tot 92%. In dat geval geschiedt de warmte-uitwisseling van de bol met de omgeving alleen door straling. In het geval, dat er een warmte-evenwicht is bereikt, is de instraling gelijk aan de uitstraling. De instraling = $\pi r^2 I$ en de uitstraling = $\left\{\sigma (T+\vartheta)^4 - \sigma T^4\right\} 4 \pi r^2$. Hierin is T de absolute temperatuur van de omgeving en σ is de constante van Stefan-Boltzmann = $1{,}37 \times 60 \times 10^{-12}$ cal cm^{-2} min^{-1} graad^{-4}. Hoewel de warmte-uitwisseling alleen door straling plaats vindt nemen we aan dat $\vartheta \leq \frac{1}{10}$ T is, zodat

$$\pi r^2 I = 4 \pi r^2 (4 \sigma \vartheta T^3) \qquad (3)$$

Daar ϑ = I / 4 u vindt men voor de warmte-uitwisselingscoëfficiënt

$$u = 4 \sigma T^3. \qquad (3a)$$

Ruwweg is, als T = 300 wordt gesteld, u $\sim$ 0,009 cal cm^{-2} min^{-1} graad^{-1}. Dit geeft voor ϑ een waarde van ongeveer 30°C, als I = 1 cal min^{-1} cm^{-2}. Als men glas in plaats van lupolen H als omhulling van de zwarte bol wil gebruiken, dan moet men op het volgende bedacht zijn. Glas laat geen warmestraling ($\lambda > 3\,\mu$) door (T $\sim$ 300°C), maar absorbeert deze, waardoor de glasbol zelf een hogere temperatuur aanneemt en begint uit te stralen. Daardoor is de glasbol ook windgevoelig geworden, hoewel in mindere mate dan de zwarte bol.

De Bellani pyranometer heeft wel een glazen omhulsel, omdat warmte-uitwisseling met de omgeving niet nodig is; immers de warmte van de zwarte bol wordt gebruikt om alcohol te verdampen. Er is een mogelijkheid om u vrij constant te houden door de zwarte bol in een constante ventilatiestroom te zetten. Deze mogelijkheid is moeilijk uitvoerbaar, als de stralingsmeter in het gewas onder natuurlijke omstandigheden moet werken.

3. De invloed op elkaar van de zwarte bol en de witte bol moet nu worden nagegaan. We nemen hierbij aan, dat de witte bol niet alleen alle zichtbare straling reflecteert, maar ook het grootste deel (± 70%) van de warmte-straling. Laat verder de afstand tussen de middelpunten van beide bollen R genoemd worden. Dan wordt per tijdseenheid door de witte bol aan straling ontvangen van de zwarte, als de temperatuur van de zwarte bol gelijk is aan T + ϑ en die van de witte bol gelijk aan T, terwijl beide bollen met lupolen H omgeven zijn:

$$2\sigma \frac{a_w}{a_b}\left(1-\sqrt{1-\frac{r^2}{R^2}}\right)\left\{(T+\vartheta)^4-T^4\right\} \tag{4}$$

waarin a_w het absorptievermogen van de witte bol voor warmtestraling is en waarvoor, als e_b het emissievermogen van de zwarte bol voor warmtestraling is en e_w het emissievermogen van de witte bol voor warmtestraling, geldt, dat $e_w / a_w = e_b/a_b$. Per definatie is $a_b = 1$.

In uitdrukking (4) is ϑ gegeven door formule (2). Zo wordt de vegelijking van de warmtebeweging in de witte bol

$$\frac{1}{\alpha}\frac{d\vartheta'}{dt}+\vartheta' = \frac{\sigma a_w}{2u' a_b}\left(1-\sqrt{1-\frac{r^2}{R^2}}\right)\left[\left\{T+\frac{1}{4u}J\left(1-e^{-\alpha t}\right)\right\}^4-T^4\right] \tag{5}$$

In formule (5) is $\alpha = \frac{3u}{rc}$, $\alpha' = \frac{3u'}{rc}$ en ϑ' de temperatuur van de witte bol boven die van de omgeving, terwijl verder wordt aangenomen, dat $\frac{I}{4u} \leq 0{,}1$ T.

Zo wordt de oplossing gevonden:

$$\vartheta' = \frac{\sigma T^3 J a_w}{2uu'a_b}\left(1-\sqrt{1-\frac{r^2}{R^2}}\right)\left\{1-\frac{\alpha'}{\alpha'-\alpha}e^{-\alpha t}+\frac{\alpha}{\alpha'-\alpha}e^{-\alpha' t}\right\} \tag{6}$$

Men moet nu bedenken, dat de witte bol ook naar de zwarte terugstraalt, zodat formule (1a) had moeten luiden:

$$\frac{1}{\alpha}\frac{d\vartheta}{dt}+\vartheta = \frac{\sigma e_w}{2ue_b}\left(1-\sqrt{1-\frac{r^2}{R^2}}\right)\left\{(T+\vartheta')^4-T^4\right\}+\frac{1}{4u}J, \tag{7}$$

waarbij ϑ' is gegeven door (6) en $\vartheta \ll$ T.

Differentiaalvergelijking (7) heeft de oplossing:

$$\vartheta = \frac{J}{4u}\left[1 - e^{-\alpha t} + \frac{4\sigma^2 T^6 a_w e_w}{u u' a_b e_b}\left(1-\sqrt{1-\frac{r^2}{R^2}}\right)\left\{1 - \frac{\alpha^2}{(\alpha'-\alpha)^2}e^{-\alpha' t} - \frac{\alpha'(\alpha'-2\alpha)}{(\alpha'-\alpha)^2}e^{-\alpha t} - \frac{\alpha\alpha'}{\alpha'-\alpha}\,t\,e^{-\alpha t}\right\}\right] \qquad (8)$$

Door het registratieapparaat, dat achter het stralingsinstrument is geschakeld, wordt de grootheid $\vartheta - \vartheta'$ opgetekend. De termen met e - machten in deze grootheid laten duidelijk zien, dat als α' en α klein zijn, de evenwichtstoestand niet spoedig is bereikt, zodat men kan zeggen, dat het instrument dan een vrij grote traagheid bezit. Daar $u \sim 0{,}009$, $r = 1$ cm en $c = 0{,}81$ voor koper, is $\alpha \sim 0{,}033$; u^1 zal ongeveer de waarde 0,0027 hebben, zodat $\alpha^1 \sim 0{,}01$. Is de evenwichtstoestand bereikt, dan kan voor de geregistreerde grootheid worden geschreven met behulp van (6) en (8):

$$\vartheta - \vartheta' = \frac{J}{4u}\left[1 - \frac{2\sigma a_w T^3}{u' a_b}\left(1-\sqrt{1-\frac{r^2}{R^2}}\right) + \frac{4\sigma^2 a_w e_w T^6}{u u' a_b e_b}\left(1-\sqrt{1-\frac{r^2}{R^2}}\right)^2\right] \qquad (9)$$

Er is gegeven $r = 1$ cm, $R = 3$ cm, $u \sim 4\sigma T^3$ en $u' \sim 4\sigma T^3 \frac{e_w}{e_b}$. Dus is $\vartheta - \vartheta' \sim \frac{J}{4u}\left(1 - \frac{1}{2}\cdot 0{,}0572 + \frac{1}{4}\cdot 0{,}0010\right) = \frac{J}{4u}\cdot 0{,}972$

Uit deze numerieke berekening blijkt, dat men, als de zwarte en de witte bol elk met een lupolen H omhulsel omgeven zijn, in eerste benadering de beschouwing onder 2 mag toepassen.

4. De op de zwarte bol vallende straling is bij vorige beschouwingen steeds constant aangenomen. In werkelijkheid is dit meestal niet het geval. Daarom zullen we eerst aannemen, dat de opvallende straling als volgt kan worden beschreven: $I\,(1 + \sin 2\pi\nu t)$. Dan luidt de vergelijking van de warmtebeweging in de zwarte bol als functie van de tijd:

$$\frac{1}{\alpha}\frac{d\vartheta}{dt} + \vartheta = \frac{1}{4u}J\,(1 + \sin 2\pi\nu t) \qquad (10)$$

De oplossing van (10) geeft de temperatuur van de zwarte bol op het tijdstip t:

$$\vartheta = \frac{J}{4u}\left[1 + \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + 4\pi^2\nu^2}\left(\sin 2\pi\nu t - \frac{2\pi\nu}{\alpha}\cos 2\pi\nu t\right) - e^{-\alpha t}\left(1 - \frac{2\pi\nu\alpha}{\alpha^2 + 4\pi^2\nu^2}\right)\right] \qquad (11)$$

Als t zo groot is geworden, dat $e^{-\alpha t}$ verwaarloosbaar klein ten opzichte van 1 is, dan blijft nog over de uitdrukking

$$\vartheta = \frac{J}{4u}\left\{1 + \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + 4\pi^2\nu^2}\left(\sin 2\pi\nu t - \frac{2\pi\nu}{\alpha}\cos 2\pi\nu t\right)\right\} \qquad (12)$$

Bij het bestuderen van (12) moet men bedenken, dat de grootheden u en α een tijddimensie hebben van min^{-1}, zodat de frequentie ν niet de dimensie sec^{-1}, maar ook min^{-1} moet hebben. Formule (12) geeft aan, dat er een vertekening plaats vindt van het beeld van de stralingsintensiteit, welke op de zwarte bol valt. De vertekening hangt sterk af van de frequentie van het op- en neergaan van de lichtintensiteit. Het stralingsinstrument is dus niet geschikt om momentaan een goed beeld te geven van hetgeen gebeurt.

Als formule (12) over een lang tijdsinterval wordt gemiddeld, dan vinden we $\overline{\vartheta} = I / 4u$. Dit betekent, dat het oppervlak tussen de geregistreerde kromme en de nullijn gedurende dat lange tijdsinterval de hoeveelheid ingestraalde energie weergeeft. Stel nu, dat de op de zwarte bol vallende straling een willekeurige functie van de tijd is. Deze willekeurige functie kan ontwikkeld worden in een Fourierreeks. Voor elke sinus- en cosinusterm van deze reeks kan hetzelfde worden opgemerkt als in het voorgaande.

Onze conclusie is dus:

Het stralingsinstrument in de inleiding beschreven, mits elke bol voorzien is van een lupolen H omhulsel, kan als integrator van de opgevangen straling dienen, als de output van de stralingsmeter wordt geregistreerd. De momentane stralingsenergie, welke op de zwarte bol valt, kan niet uit de optekening worden bepaald. Het instrument kan geijkt worden met een Bellani pyranometer.

III. Samenvatting

Door Drs. S. Schoen was een eenvoudig instrument ontworpen om straling tussen het te velde staande gewas te meten. In dit rapport zijn de eigenschappen van dit instrument onderzocht en de mogelijkheden tot gebruik. Het vermoeden is uitgesproken, dat met een kleine verandering van het instrument, de optekening van de output van de stralingsmeter kan dienen om de totale in het beschouwde tijdvak opgevangen straling te bepalen.