

KONINKLIJK NEDERLANDS
METEOROLOGISCH INSTITUUT

D e B i l t

Verslagen
V - 288

S. Kruizinga

Statistische analyse van de uurtotalen neerslag
geregistreerd op de stations De Bilt, Den Helder,
Vlissingen, Eelde en Beek in de periode
1961 t/m 1970

De Bilt, 1977

Publikationsnummer: K.N.M.I. V-288(S.B.)

U.D.C.: 551.577.21 :
519.2

1. Inleiding

Op het gebied van neerslagstatistiek zijn reeds vele K.N.M.I. publicaties verschenen. Voor het overgrote deel echter zijn dit statistische studies met betrekking tot één- of meerdaagse sommen. Uitzonderingen zijn bijvoorbeeld de statistieken van Levert [1,2] voor De Pilt en de klimaatbeschrijving van Braak [3]. Braak heeft in zijn klimaatbeschrijving de neerslaggegevens, waar dan ook gemeten in Nederland, bijeen gevoegd om zodoende genoeg materiaal te krijgen voor een statistische studie. Omtrent de mogelijke regionale verschillen in de statistische eigenschappen van de neerslag over tijdvakken korter dan een dag is weinig bekend.

Tegen het einde van de 50er jaren is de Klimatologische Dienst begonnen met het uittrekken van de pluviograafstroken naar uurtotalen van de neerslaghoeveelheid en de neerslagduur op meerdere stations. In dit rapport zullen een aantal statistische aspecten van de uurtotalen van de neerslag worden behandeld ten einde een indruk te verkrijgen van de mogelijke verschillen binnen Nederland. Als basismateriaal dienen de uurtotalen geregistreerd op de stations De Bilt, Den Helder, Vlissingen, Eelde en Beek over het tijdvak 1961 t/m 1970. Een tienjarige periode wordt in het algemeen ervaren als zijnde tekort voor een statistische studie van de neerslag.

In tabel 1.1 zijn de verhoudingen van de gemiddelde seizoensommen over 1961 - 1970 ten opzichte van de gemiddelde seizoensommen over 1931 - 1960 gegeven. Men kan niet zondermeer concluderen of deze verschillen een gevolg zijn van het toeval of van klimaatsveranderingen. Wel volgt hieruit duidelijk dat een willekeurige tienjaar periode niet zondermeer als maatgevend voor andere tienjaar perioden mag worden beschouwd.

Tabel 1.1: De verhouding van de gemiddelde seizoensommen over 1961-1970 t.o.v. van de gemiddelde seizoensommen over 1931-1960.

	De Bilt	Den Helder	Vlissingen	Eelde	Beek
Lente	1.25	1.27	1.19	1.24	1.31
Zomer	1.20	1.22	1.24	1.03	1.16
Herfst	1.08	1.06	0.94	1.03	1.21
Winter	1.13	1.08	1.15	1.05	1.34

N.B. Met de seizoenen worden in dit rapport de klimatologische seizoenen bedoeld.

2. Kansverdeling van m-uurlijkse neerslaghoeveelheden.

In overeenstemming met de uurvakanalyse van Dr. C. Levert [1] worden kansverdelingen vervaardigd van de neerslagsommen in m-uurlijkse tijdvakken met $m = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 36$ en 48 . Het materiaal werd hierbij opgesplitst naar de seizoenen echter niet naar dagvakken (zie Levert [1]). Het m-uurlijkse vak werd toegekend aan het seizoen waarin het begon. Met deze verdelingen kan men alleen direct de volgende vraag beantwoorden:

"Hoe groot is de kans dat in een willekeurig gekozen m-uurvak beginnend in een gegeven seizoen meer dan h mm. neerslag wordt afgetapt".

Deze vraag is echter van weinig praktisch belang. Tevens is deze kans nog afhankelijk van de ligging in het seizoen van dit m-uurwerk. Om deze redenen werd besloten, mede gezien de grote omvang van het materiaal, deze kansverdelingen niet te publiceren. Wel wordt hier een gedeelte van het materiaal gebruikt om de vijf hoofdstations onderling te vergelijken.

In tabel 2.1 is voor ieder der seizoenen het aantal malen gegeven dat op ieder der hoofdstations een klokuursom groter of gelijk $0,3$ mm, 1 mm, 2 mm enz. werd geregistreerd. Met klokuursom wordt bedoeld de neerslagsom over het voorgaande uur geregistreerd op de hele uren. (De laatste twee dagen van 1970 zijn gebruikt als uitloop voor de 48-uursomverdelingen, deze twee dagen zijn in geen van de hiervoor vermelde frequentie verdelingen gebruikt)

Uit de tabel 2.1 kunnen we globaal de volgende conclusies trekken. In de lente zijn Den Helder en Vlissingen relatief droog wat aantal uren neerslag betreft, Beek is dan relatief nat. Den Helder heeft in de lente relatief weinig hoge neerslagsommen. In de zomer geldt hetzelfde alleen is nu Beek niet meer zo nat. In herfst en winter blijft Vlissingen een der droge stations, Den Helder wordt natter. Beek is in de herfst vrij droog. Door het hele jaar heen hoort De Bilt bij de stations met relatief veel hoge neerslagsommen. Dit geeft aan dat ontwerpnormen voor rioleringen afgeleid uit waarnemingen te De Bilt door het hele land bruikbaar zijn. De gegevens in tabel 2.1 zijn niet erg bruikbaar voor een exacte toetsing of er wel significante verschillen tussen de stations zijn bij de kleine neerslagsommen, daar de gegevens dan teveel gecorreleerd zijn. Bij hoge neerslagsommen is deze correlatie veel minder zodat we daar wel kunnen toetsen. In tabel 2.2 is een aantal toetsingsresultaten gegeven. Hierbij is met behulp van de χ^2 toets nagegaan of de actuele aantallen groter of gelijk dan de gegevens grens significant van elkaar afwijken.

Op grond van deze tabel is niet te concluderen dat er beslist verschillen zijn tussen de stations.

In de tabellen 2.3 en 2.4 zijn nog wat andere gegevens samengevat. Tabel 2.3 geeft per seizoen en per station de kans in procenten dat een willekeurig gekozen m-uurvak nat is. Onder een nat m-uurvak wordt verstaan een m-uurvak met een neerslagsom groter of gelijk $0,1$ mm. Tabel 2.4 geeft eveneens per seizoen en per station de gemiddelde neerslagsom van de natte m-uurvakken. Deze grootte verdient de voorkeur boven het gewone gemiddelde daar dit laatste gemiddelde zowel door de droog/nat kans als door de neerslagintensiteit wordt bepaald. Het gemiddelde van de natte m-uurvakken wordt bepaald door de duur en de intensiteit binnen het m-uurvak maar niet meer door de kans nat/droog van het m-uurvak. De gegevens in de tabellen 2.3 en 2.4 leiden tot dezelfde conclusies als tabel 2.1.

Tabel 2.1: Aantal malen dat een klokuursom groter of gelijk aan resp. 0.3 mm, 1.0 mm, 2.0 mm enz. werd geregistreerd in het tijdvak 1961 t/m 1970.

	Lente Ntot=22080					Zomer Ntot=22080				
	dB	dH	Vl	Ee	Be	dB	dH	Vl	Ee	Be
.3	1623	1385	1376	1649	1704	1602	1337	1315	1630	1435
1.0	578	506	468	539	549	758	613	669	688	682
2.0	183	137	145	162	165	367	289	345	295	321
3.0	77	41	57	54	56	201	153	202	165	167
4.0	30	14	24	27	29	134	98	122	100	105
5.0	19	4	11	16	15	87	59	75	65	69
6.0	10	3	9	10	10	68	43	45	48	51
7.0	3	1	3	5	7	46	29	32	35	35
8.0	2	0	1	4	4	29	24	26	26	25
9.0	0	0	1	3	4	25	19	22	17	23
10.0	0	0	0	1	1	20	14	13	12	18

	Herfst Ntot=21840					Winter Ntot=21600				
	dB	dH	Vl	Ee	Be	dB	dH	Vl	Ee	Be
.3	1790	1972	1604	1806	1604	1898	1908	1783	1867	2028
1.0	739	853	663	724	652	687	609	597	559	647
2.0	281	356	269	257	246	219	142	197	135	160
3.0	125	158	119	125	101	63	44	62	40	38
4.0	56	71	60	64	52	18	12	17	18	11
5.0	30	33	36	30	29	5	3	7	7	4
6.0	18	18	16	13	13	1	2	2	5	1
7.0	10	11	12	11	10	1	0	1	2	1
8.0	7	7	8	10	8	1	0	1	1	0
9.0	7	7	5	8	5	0	0	0	0	0
10.0	4	7	2	6	5	0	0	0	0	0

Tabel 2.2: Resultaten van χ^2 -toetsen toegepast op de gegevens uit tabel 2.1.

Seizoen	Grens (mm)	χ^2	Significant op 5% niveau
Lente	3.0	11.6	Ja
"	5.0	10.3	Ja
"	6.0	4.4	Nee
Zomer	5.0	6.4	Nee
"	10.0	3.0	Nee
Herfst	4.0	3.5	Nee
"	7.0	.2	Nee
Winter	3.0	11.9	Ja
"	4.0	3.0	Nee

Tabel 2.3: Kans (%) op een neerslagsom groter of gelijk 0.1 mm in een willekeurig gekozen m-uurvak.

	Lente					Zomer				
	dB	dH	V1	Ee	Be	dB	dH	V1	Ee	Be
1	12.7	10.6	11.0	14.1	13.6	11.6	9.4	9.2	12.5	10.1
2	17.5	14.7	15.1	19.6	18.8	15.9	13.1	12.7	17.4	14.2
3	21.4	18.0	18.6	23.9	22.9	19.3	16.0	15.6	21.2	17.5
4	24.8	20.9	21.6	27.6	26.3	22.3	18.6	18.1	24.4	20.4
6	30.7	25.9	26.8	33.8	32.1	27.5	23.1	22.4	29.6	25.3
8	35.7	30.3	31.2	38.8	36.8	31.9	26.9	26.2	34.1	29.5
12	44.0	37.7	38.7	47.0	44.4	39.4	33.4	32.5	41.4	36.6
16	50.7	43.8	44.7	53.4	50.4	45.3	39.0	37.9	47.3	42.6
24	61.1	53.7	54.5	63.1	59.6	54.2	47.8	46.5	56.1	51.9
36	71.5	64.6	64.8	72.3	68.8	63.9	57.4	56.5	65.4	62.2
48	78.2	72.1	71.8	78.3	75.2	71.5	64.5	64.1	72.2	69.8
	Herfst					Winter				
	dB	dH	V1	Ee	Be	dB	dH	V1	Ee	Be
1	14.5	14.5	12.4	15.2	12.7	16.2	15.6	14.9	17.5	17.3
2	20.0	19.9	17.0	21.5	17.3	21.7	21.6	20.4	24.2	23.3
3	24.4	24.2	20.7	26.3	21.1	26.3	26.2	24.7	29.4	27.8
4	28.1	27.7	23.8	30.5	24.5	30.2	30.1	28.4	38.3	31.8
6	34.6	33.5	29.2	37.3	30.1	36.8	36.6	34.7	40.8	38.4
8	40.0	38.2	33.7	43.0	34.9	42.3	41.7	40.1	46.3	43.9
12	49.1	45.8	41.5	52.1	43.1	51.2	49.9	49.0	55.2	52.8
16	56.6	52.0	48.0	59.1	49.9	57.8	56.0	56.0	61.8	59.6
24	67.8	61.2	57.8	69.3	60.3	67.1	64.9	66.1	70.7	69.4
36	77.8	70.3	67.6	78.2	70.2	75.4	73.6	75.3	78.6	77.6
48	84.1	76.3	74.7	84.3	77.4	80.9	79.1	81.7	84.0	82.7

Tabel 2.4: Gemiddelde neerslagsom (mm) per nat m-uurvak ($h \geq 0.1$).

	Lente					Zomer				
	dB	dH	V1	Ee	Be	dB	dH	V1	Ee	Be
1	.65	.64	.61	.57	.60	1.05	1.01	1.13	.87	1.05
2	.94	.92	.89	.81	.87	1.53	1.46	1.63	1.25	1.49
3	1.15	1.13	1.09	1.00	1.07	1.89	1.79	1.99	1.54	1.81
4	1.33	1.29	1.25	1.16	1.24	2.18	2.06	2.29	1.78	2.08
6	1.61	1.56	1.51	1.42	1.52	2.65	2.49	2.78	2.20	2.50
8	1.84	1.78	1.73	1.65	1.77	3.05	2.85	3.17	2.54	2.86
12	2.25	2.15	2.09	2.06	2.20	3.70	3.45	3.83	3.14	3.46
16	2.60	2.46	2.41	2.41	2.59	4.29	3.93	4.39	3.67	3.96
24	3.23	3.00	2.98	3.06	3.30	5.38	4.82	5.37	4.64	4.88
36	4.15	3.74	3.76	4.01	4.28	6.86	6.04	6.63	5.96	6.09
48	5.06	4.47	4.52	4.94	5.22	8.18	7.19	7.80	7.20	7.24
	Herfst					Winter				
	dB	dH	V1	Ee	Be	dB	dH	V1	Ee	Be
1	.73	.83	.76	.68	.73	.59	.56	.59	.50	.54
2	1.06	1.20	1.10	.96	1.07	.88	.81	.86	.72	.80
3	1.30	1.49	1.36	1.18	1.32	1.09	1.00	1.07	.89	1.00
4	1.50	1.73	1.58	1.36	1.51	1.27	1.16	1.23	.91	1.17
6	1.84	2.15	1.93	1.67	1.85	1.56	1.43	1.52	1.28	1.45
8	2.12	2.51	2.23	1.93	2.13	1.81	1.67	1.75	1.51	1.69
12	2.59	3.13	2.71	2.39	2.59	2.24	2.10	2.15	1.90	2.11
16	2.99	3.69	3.13	2.80	2.98	2.64	2.49	2.50	2.26	2.49
24	3.76	4.70	3.90	3.60	3.69	3.40	3.22	3.18	2.96	3.21
36	4.93	6.15	5.01	4.78	4.76	4.53	4.24	4.17	3.99	4.30
48	6.08	7.55	6.04	5.92	5.76	5.61	5.24	5.11	4.96	5.38

3. Dagelijkse gang in de neerslag

In verband met een mogelijke dagelijkse gang in de neerslagintensiteiten en de neerslagkansen zijn de kansverdelingen voor $m = 1$ ook opgemaakt per uurvak van de dag voor ieder der seizoenen. In de figuren 3.1 t/m 3.10 is een aantal resultaten samengevat. In de eerste vijf figuren is het aantal malen gegeven dat per uurvak van de dag de neerslagsom groter of gelijk 0.3 mm resp. 1.0 mm was voor ieder der seizoenen en ieder der stations. Uit deze figuren volgt dat in het algemeen de variatie in de kans op regen over de dag niet erg groot is. Alleen voor de lente en de zomer van Beek is er mogelijk sprake van een verhoogde kans in de namiddag. De effecten zijn echter niet sterk genoeg om van significante effecten te kunnen spreken.

In de figuren 3.6 t/m 3.10 is het verloop van de gemiddelde uursom gemiddeld over de uurvakken met een neerslagsom groter of gelijk 0,3 mm gegeven. Voor ieder der seizoenen en ieder der stations. In de lente, herfst en winter is het verloop van deze gemiddelden erg gering. Alleen in de zomer is er kennelijk een piek in de avond en vroeg in de nacht. Ook hier zijn de effecten niet sterk significant zoals uit een voorlopige analyse blijkt. Nadere analyse van deze dagelijkse gang kan met meer vrucht worden uitgevoerd als nog een tienjarige periode ter beschikking komt (1971 t/m 1980).

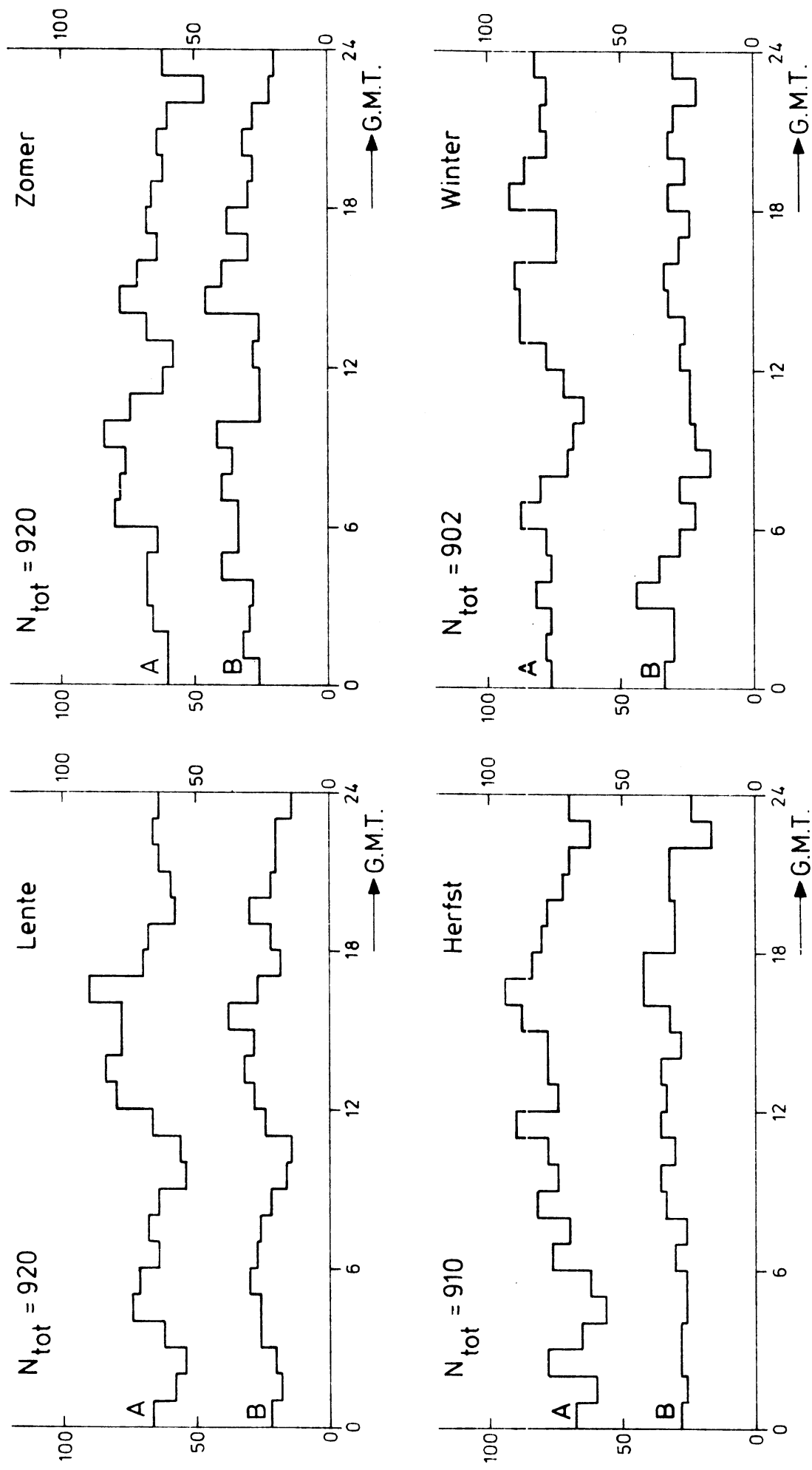


Fig. 3.1 : Dagelijkse gang in de regenkans te de Bilt. Aangegeven is het aantal malen dat de neerslagsom in het betreffende uurvak groter was dan 0,3 mm (A) of 1,0 mm (B).

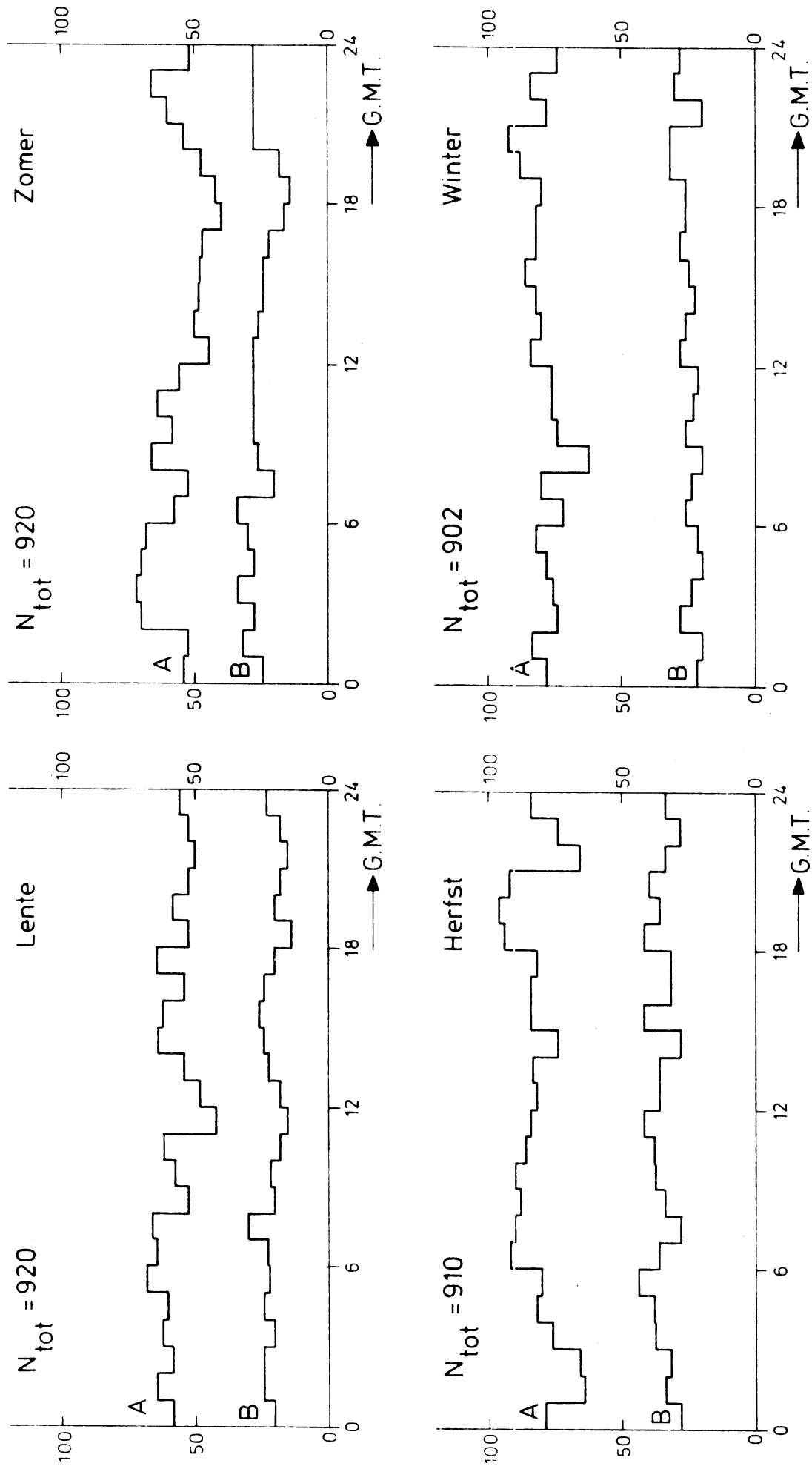


Fig. 3.2: Dagelijkse gang in de regenkans te Den Helder (zie Fig. 3.1).

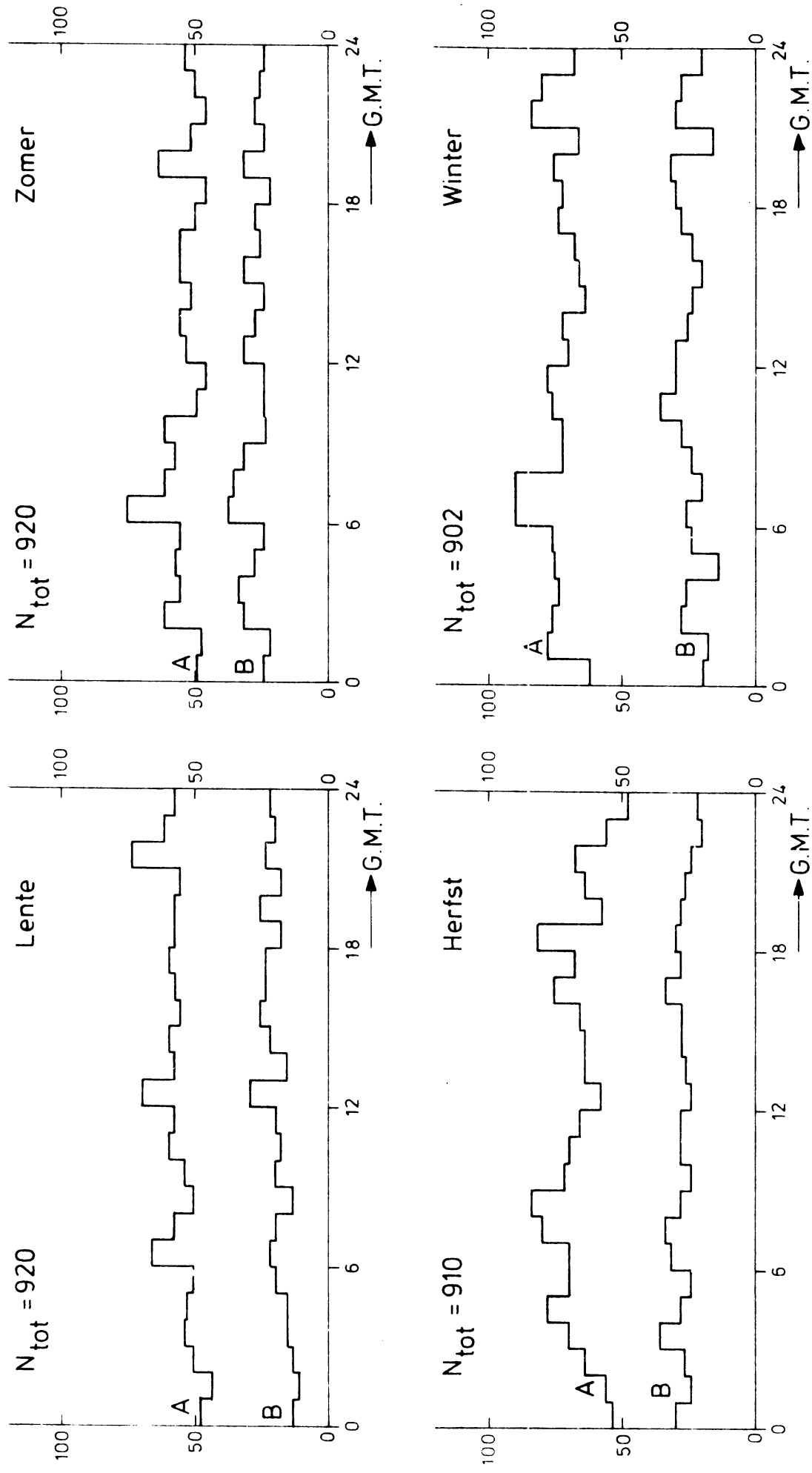


Fig. 3.3: Dagelijkse gang in de regenkans te Vlissingen (zie Fig. 3.1).

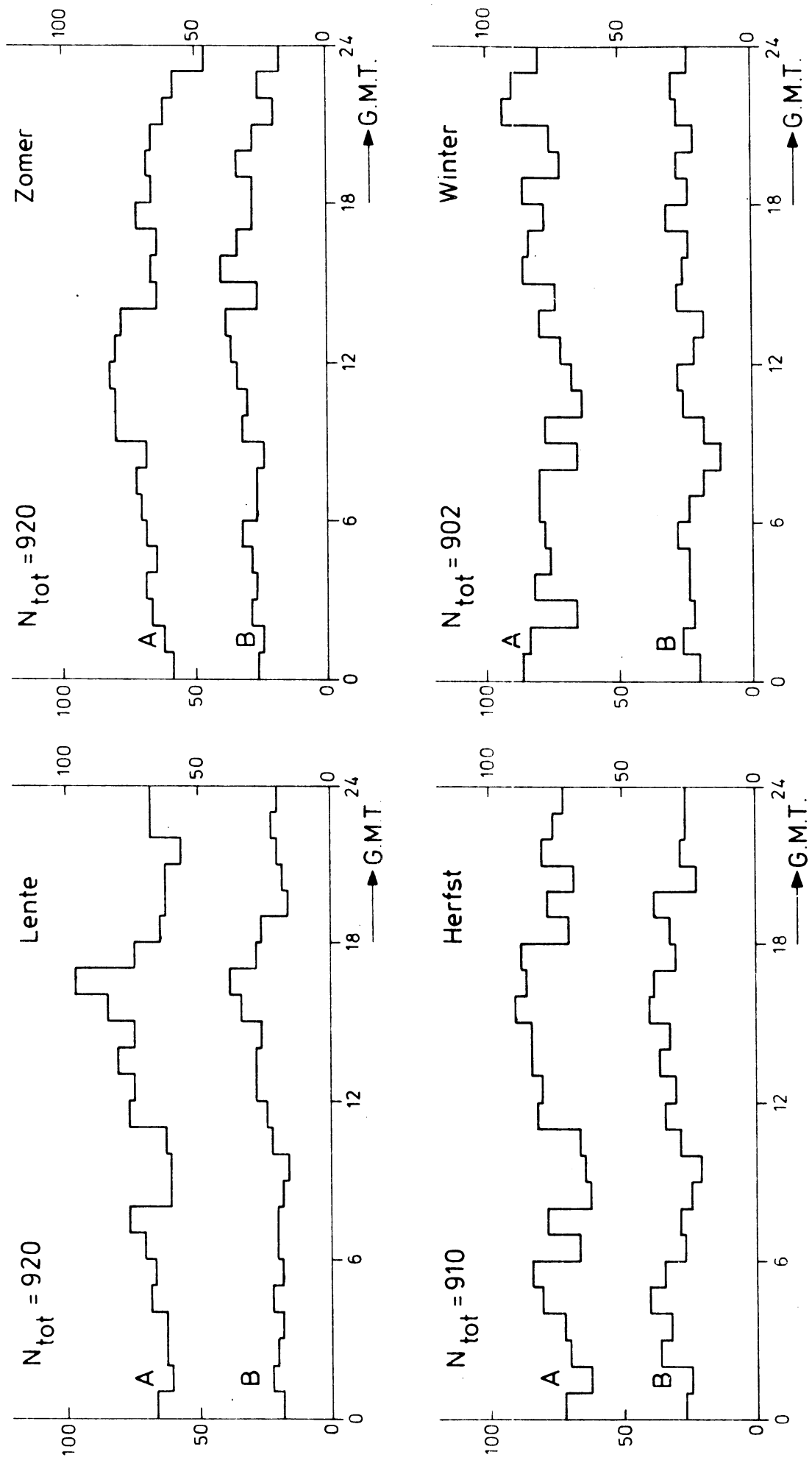


Fig. 3.4: Dagelijkse gang in de regenkans te Eelde (zie Fig. 3.1).

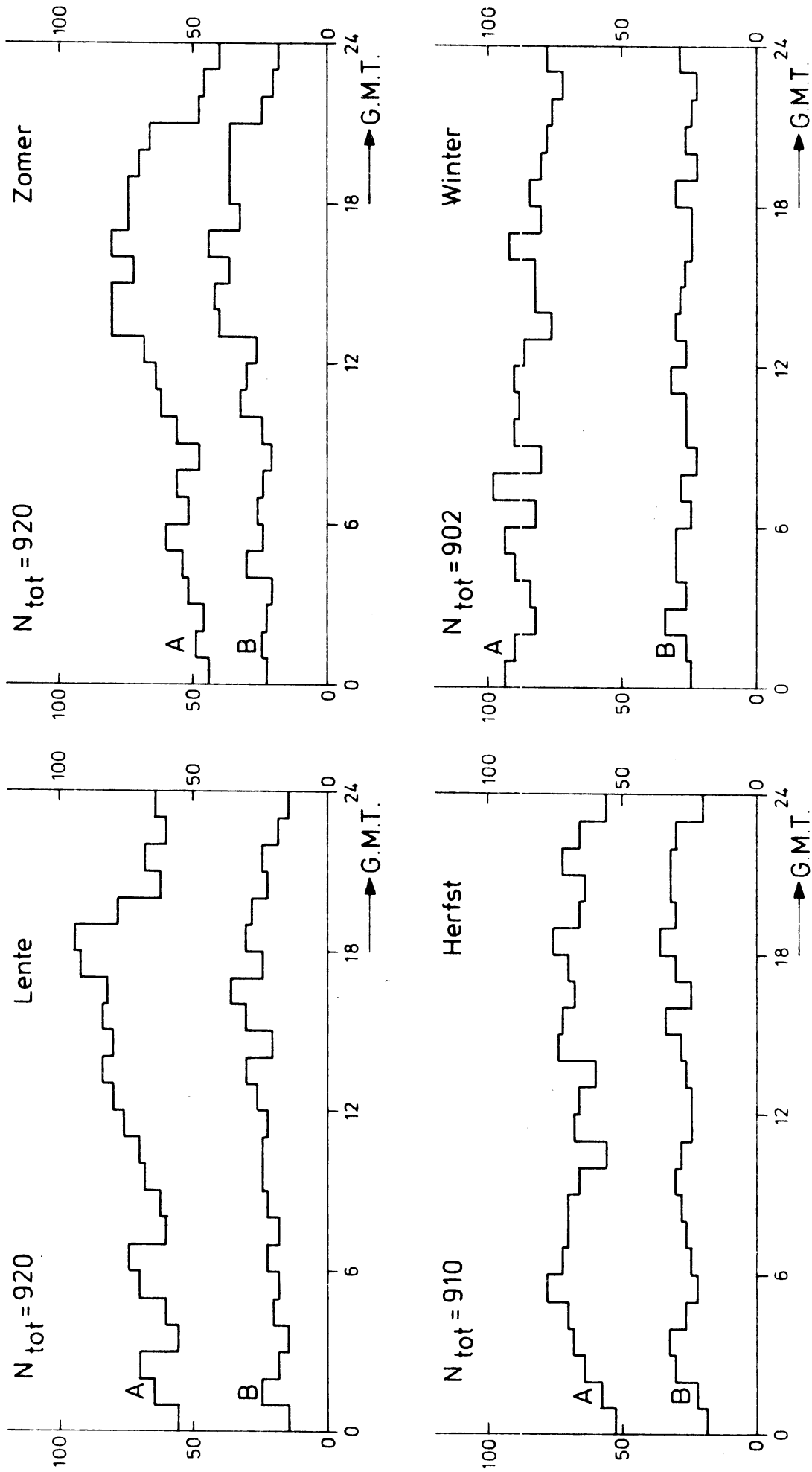
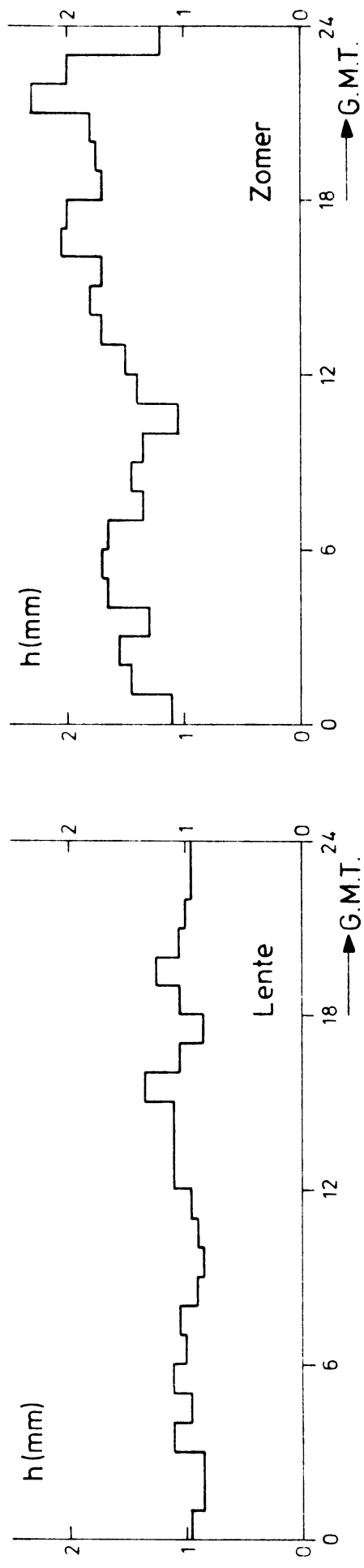


Fig. 3.5: Dagelijkse gang in de regenkans te Beek (zie Fig. 3.1).



De Bilt

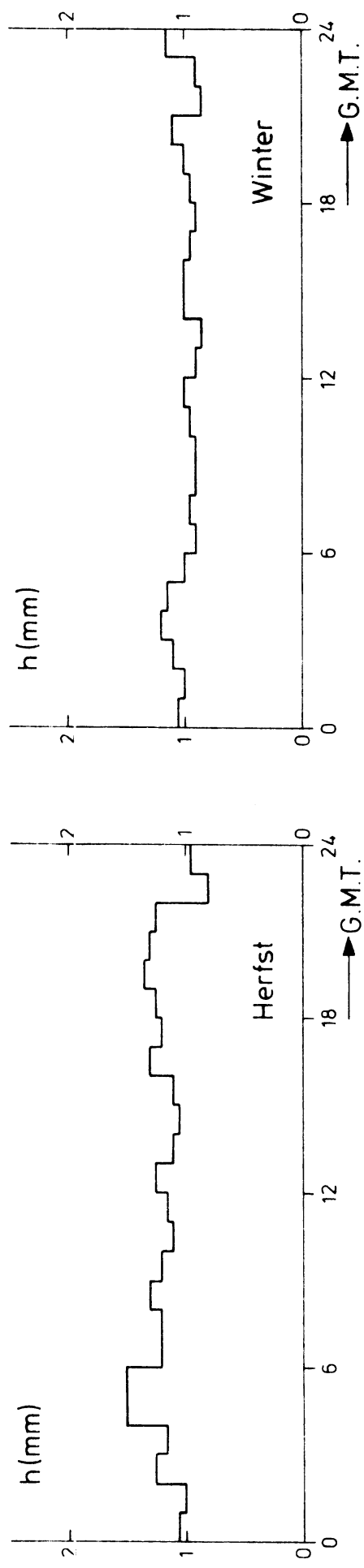
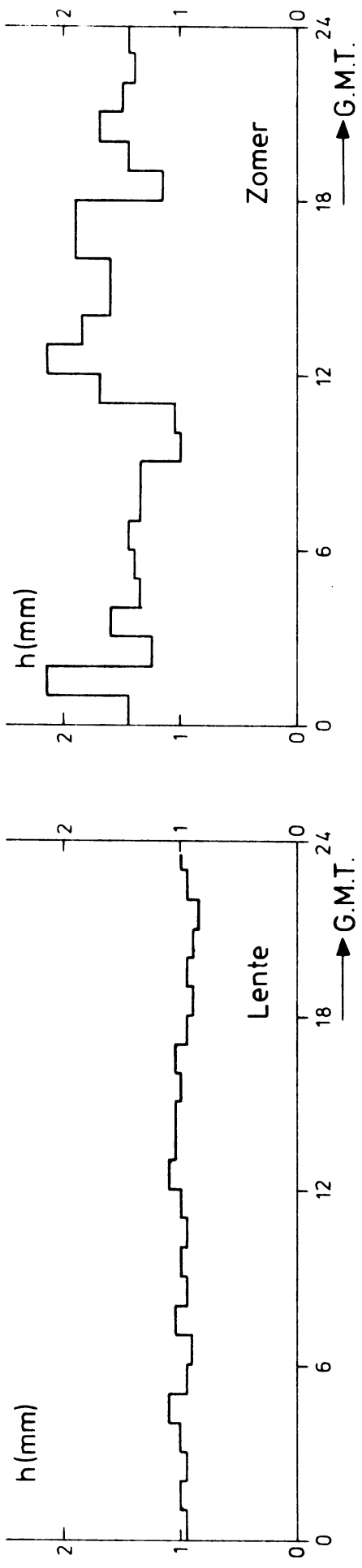


Fig. 3.6 : Dagelijkse gang in de gemiddelde neerslag h per nat uurvak ($h \geq 0,3$ mm).



Den Helder

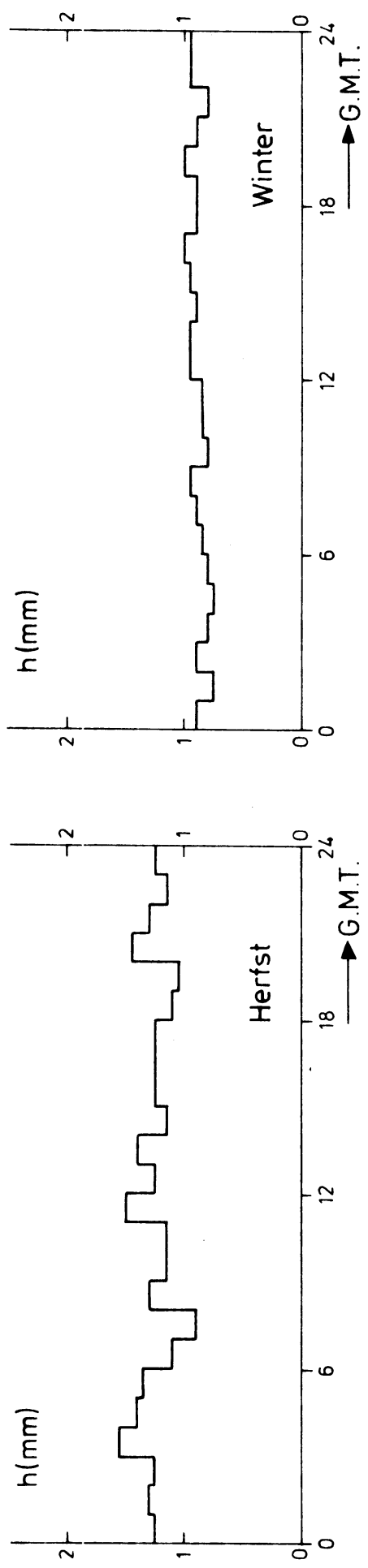
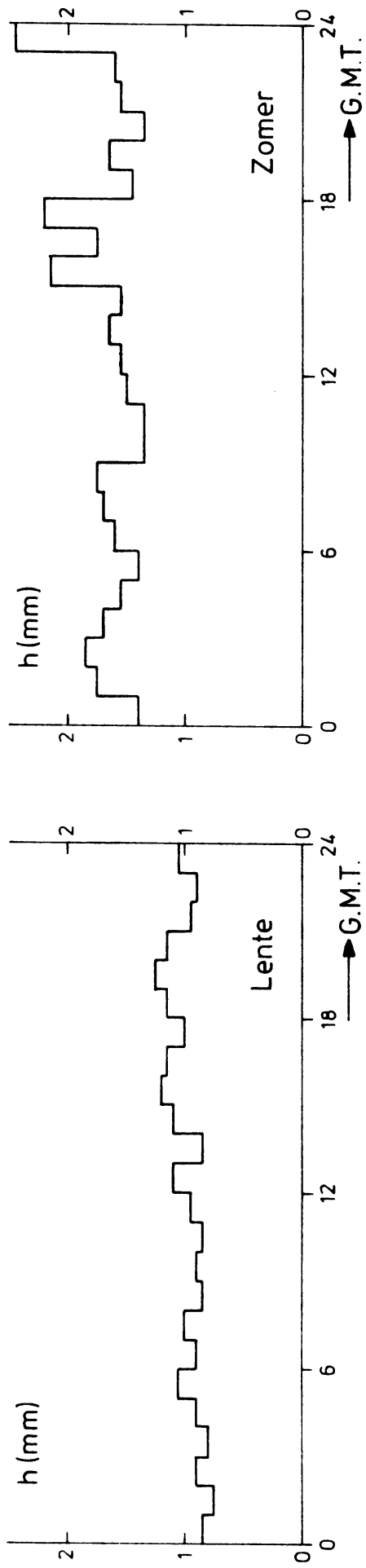


Fig. 3.7 : Dagelijkse gang in de gemiddelde neerslag h per nat uurvak ($h \geq 0.3$ mm).



Vlissingen

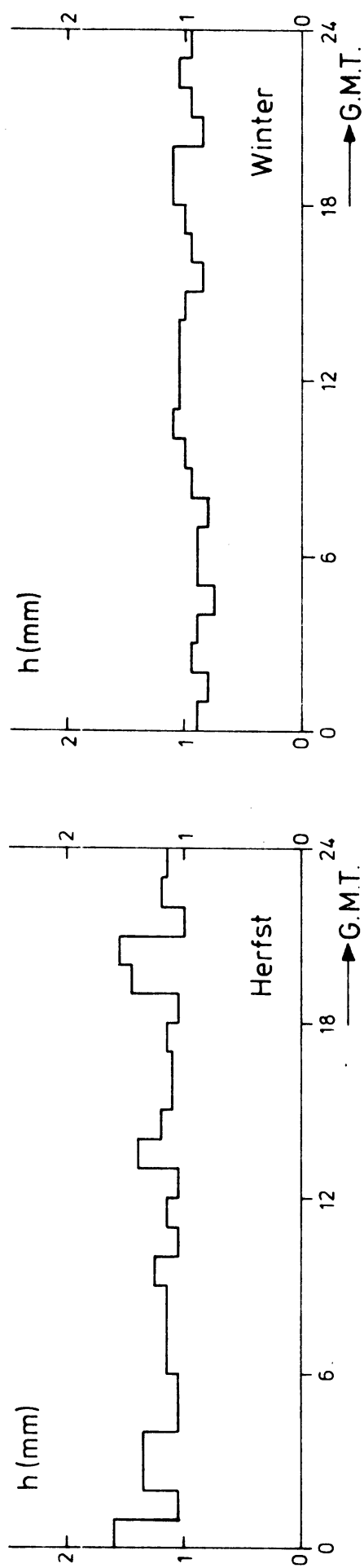
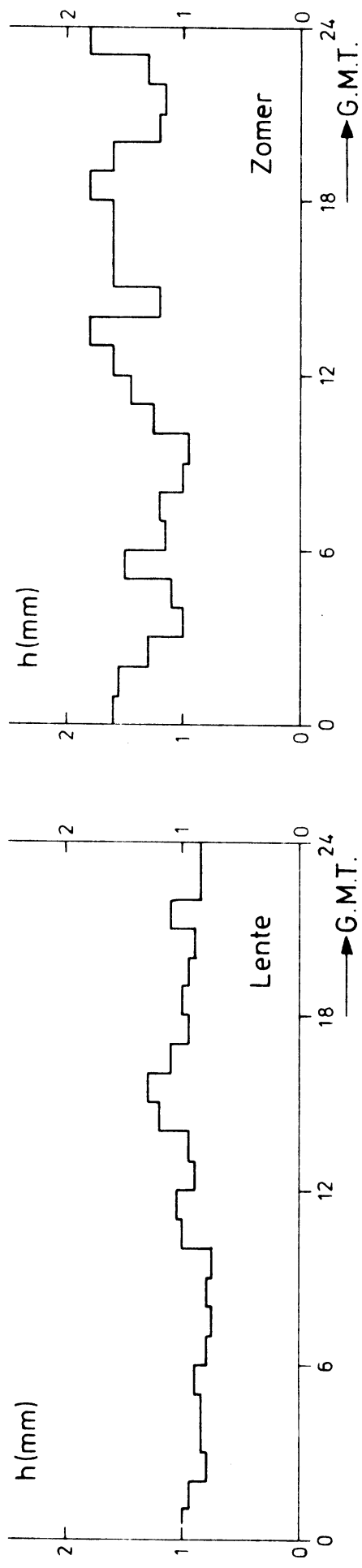


Fig. 3.8: Dagelijkse gang in de gemiddelde neerslag h per nat uurvak ($h \geq 0.3$ mm).



Eelde

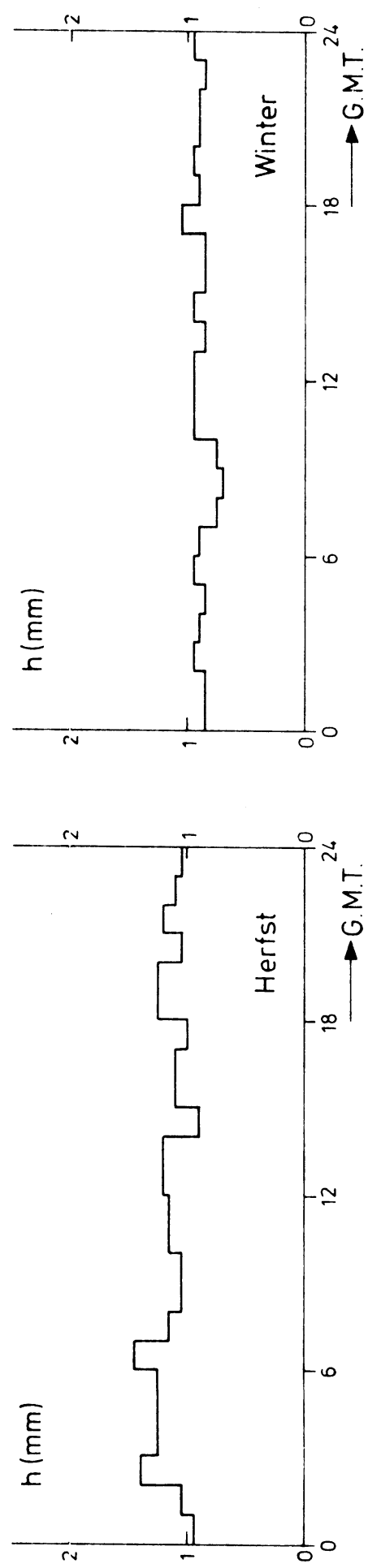
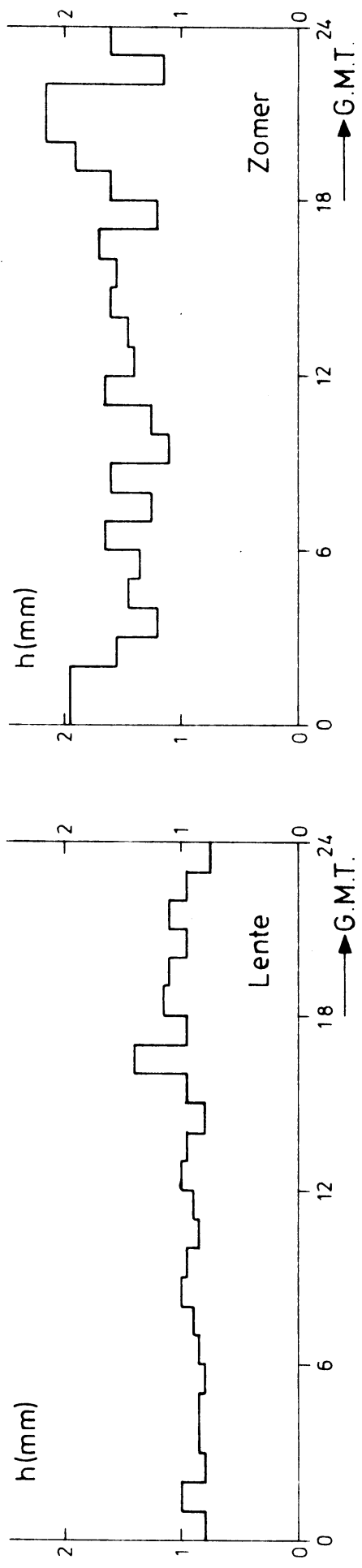


Fig. 3.9 : Dageijkse gang in de gemiddelde neerslag per nat uurvak ($h \geq 0.3$ mm).



Beek

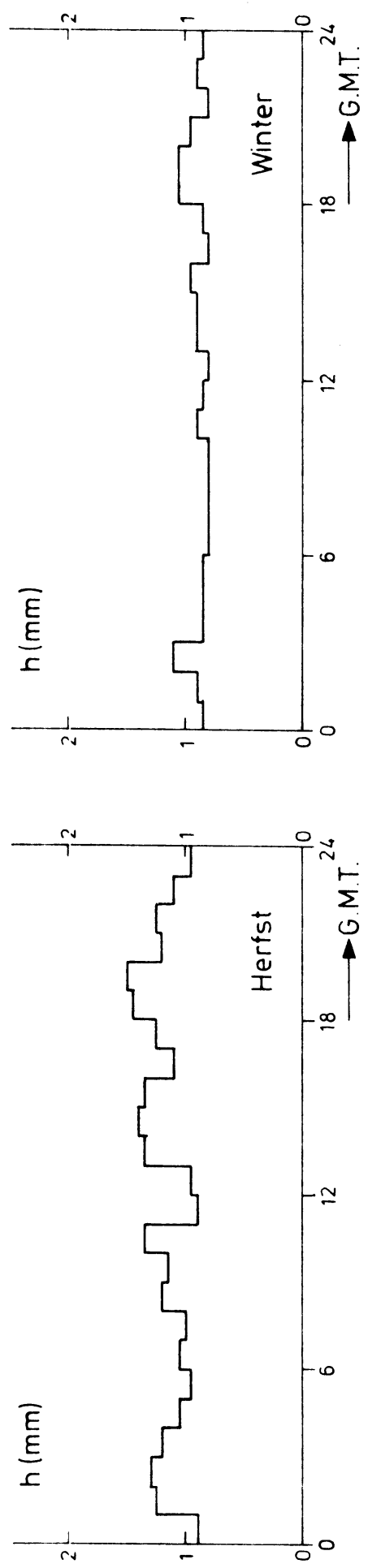


Fig. 3.10: Dagelijkse gang in de gemiddelde neerslag h per nat uurvak ($h \geq 3$).

4. Analyse van de jaarlijkse extremen van de m-uurneerslagsom.

Zoals gesteld in de voorgaande paragraaf zijn de frequentieverdelingen niet rechtstreeks te gebruiken voor de beantwoording van vragen uit de hydrologische praktijk. De praktische vraagstelling kan veelal als volgt worden geformuleerd:

"Hoe groot is de kans dat er in een jaar een tijdvak van m-uur voorkomt met meer dan h millimeter neerslag"

Deze vraag is helaas niet eenvoudig op basis van de frequentieverdelingen te beantwoorden. De gewone wetten van de kansverdeling gaan niet op wegens de sterke onderlinge samenhang van de tijdvakken. Immers, stel we beschouwen een gegeven tijdvak van m-uur beginnend op tijdstip t_0 dan kan de kans op h of meer millimeter afgelezen worden uit de tabellen beschreven in par. 2, even later kan weer een tijdvak van m-uur laten beginnen. Waarin echter ook een overschrijding op kan treden. Het combineren van deze twee kansen is niet eenvoudig daar de twee tijdvakken voor een groot deel samen kunnen vallen en dus sterk gecorreleerd zijn.

De hiervoor geformuleerde vraag kan voor een gedeelte beantwoordt worden met behulp van de analyse van extreme waarden. Bij deze analyse gebruikt men alleen de maximale m-uursom die in een gegeven jaar is geregistreerd. Bij het vervaardigen van de kansverdelingen beschreven in paragraaf 2 zijn tevens deze maxima vastgesteld. Het is belangrijk om op te merken dat op basis van het gegeven materiaal slechts gewerkt kon worden met m-uursommen beginnend op een heel uur. Dit heeft geen invloed op de algemene kansverdelingen echter wel op de geregistreerde maxima. Het is duidelijk dat de maximale m-uursom beginnend op een willekeurig tijdstip groter zal zijn dan de maximale m-uursom beginnend op een heel uur. Voor $m = 3$ en hoger is dat verschil in de praktijk erg klein. Voor $m = 1$ en 2 onderschatten we echter de maxima.

Voor de analyse van de maxima zal gebruik worden gemaakt van de Gumbelverdeling. De verdelingsfunctie hiervan is:

$$F(\underline{h} < h) = \exp(-\exp(\alpha(h-u))) \quad (4.1)$$

waarin α en u twee parameters zijn welke moeten worden geschat op grond van de steekproef. Voor de schatting van de parameters zullen we gebruik maken van de zogenaamde Kimball schatters. Door het kleine aantal maxima waarover we beschikken zal de statistische onzekerheid in de parameters nogal groot zijn; in de volgende paragraaf zullen we trachten deze onzekerheid te verkleinen door vereffening.

De Gumbelverdeling wordt hier verder niet behandeld, voor enige praktische formules verwijzen we naar Kruizinga [4], voor de algemene theorie naar Gumbel [5] voor Kimball schatters naar Gumbel [5] pagina 234 en voor de onzekerheid in de schatters naar Sneijers [6].

In tabellen 4.1 en 4.2 zijn de resultaten van het schatten van α en u samengevat voor $m = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 36$ en 48 voor ieder der stations. Tevens zijn hierin opgenomen de geschatte α en u afgeleid uit de maximale dagsommen (totalen $8u-8u$) uit de jaren 1961 t/m 1970 en de α en u afgeleid uit de maximale dagsommen van 1964 t/m 1974. Deze laatste gegevens zijn ook vermeld in een intern rapport (Kruizinga [7]). De α en u , daar vermeld, wijken iets van de hier vermelde af omdat voor dit rapport Kimball schatters zijn gebruikt en in VSE 75/6 Maximum Likelihood schatters.

De laatste twee rijen van tabellen 4.1 en 4.2 demonstreren duidelijk dat schatters gebaseerd op tien gegevens aanzienlijk af kunnen wijken van schatters gebaseerd op 29 gegevens. Tevens valt in tabel 4.1 op dat de α 's van Vlissingen zich heel anders gedragen als functie van m dan de α 's van de

andere stations. Daar zulke grote klimatologische verschillen binnen Nederland onwaarschijnlijk zijn moet dit geweten worden aan een steekproefeffect. Ook het grote verschil tussen α_{dag} afgeleid uit 10 jaar en de α_{dag} afgeleid uit 29 jaar wijst hierop.

Gewoonlijk worden de resultaten van de Gumbelanalyse samengevat in de vorm van neerslaghoogten met een gegeven zeldzaamheid. Voor zo'n neerslaghoogte H_J behorend bij een gegeven m en een gegeven station geldt dan:

"Gemiddeld zal in $J-1$ van de J -jaren de maximale m -uursom op het gegeven station kleiner zijn dan H_J ".

of

"Gemiddeld in één van de J -jaren is de jaarlijkse maximale m -uursom op dat station groter dan H_J ".

Belangrijk is om op te merken dat dit niet vertaald mag worden in "Gemiddeld eens in de J -jaren komt een m -uursom voor groter dan H_J ". In dat ene jaar waarin namelijk het maximum groter is dan H_J kunnen veel meer m -uursommen groter zijn dan H_J . Wel mag gesteld worden "Gemiddeld in $J-1$ van de J -jaren zijn alle m -uursommen kleiner dan H_J ".

De waarden van H_J kunnen uit de parameters α en u berekend worden met de formules:

$$H_J = u + z/\alpha \quad (4.3)$$

waarin

$$z = -\ln\left(\ln\left(\frac{J}{J-1}\right)\right) \quad (4.4)$$

We zullen uit de hier gegeven parameters geen H_J waarden afleiden gezien hun statistische onbetrouwbaarheid. In de volgende paragraaf zullen we deze parameters onderling vereffenen waardoor een grotere betrouwbaarheid wordt verkregen. Uit deze vereffende parameters zullen we waarden van H_J berekenen.

Tabel 4.1: De schattingen van de parameter α (in mm^{-1}) voor elke m en ieder der stations.

	dB	dH	V1	Ee	Be
1	.189	.243	.328	.289	.224
2	.153	.235	.293	.333	.161
3	.141	.199	.296	.273	.142
4	.132	.203	.350	.224	.137
6	.133	.126	.392	.163	.117
8	.127	.120	.459	.132	.105
12	.116	.112	.312	.100	.099
16	.114	.110	.255	.094	.095
24	.104	.099	.172	.092	.096
36	.105	.091	.138	.091	.087
48	.094	.099	.129	.091	.093
DAG(10)	.135	.101	.274	.117	.096
DAG(29)	.109	.112	.163	.124	.094

Tabel 4.2: De schattingen van de parameter u (in mm) voor elke m en ieder der stations.

	dB	dH	V1	Ee	Be
1	14.7	12.6	12.6	12.3	12.9
2	19.6	14.2	16.5	16.7	17.3
3	22.1	16.2	19.2	19.4	19.7
4	23.6	17.7	20.3	21.2	21.4
6	26.6	21.6	22.4	22.4	22.8
8	28.7	23.7	24.2	24.5	25.3
12	31.1	27.6	27.1	29.7	28.7
16	33.4	30.9	28.5	30.9	30.2
24	36.1	34.2	32.9	34.8	33.1
36	40.6	38.7	36.6	37.8	38.6
48	43.6	43.1	40.7	41.3	40.5
DAG(10)	32.2	31.1	26.2	30.5	29.5
DAG(29)	30.5	28.0	26.9	29.2	29.6

5. Vereffening van de Gumbelparameters.

Doordat de diverse parameters α en u uit de voorgaande paragraaf zijn afgeleid uit steekproeven van 10 elementen is de statistische onzekerheid van iedere parameter afzonderlijk relatief groot. Door de parameters behorend bij verschillende m -waarden en stations te koppelen via een adequaat statistisch model kan men de statistische onzekerheid van iedere parameter afzonderlijk kleiner maken door vereffening. Bovendien biedt zo'n een model dan tevens de mogelijkheid om bij stations waarbij men slechts de parameters bij één m -waarde kent op basis van dit model voor andere m -waarden te schatten.

De parameters α en u zullen worden beschreven met behulp van de volgende modellen:

$$\alpha_{m, \text{station}} = \alpha_0 \cdot f_{a_m} \cdot f_{b_{\text{station}}} \quad (5.1)$$

$$u_{m, \text{station}} = u_0 \cdot f_{c_m} \cdot f_{d_{\text{station}}} \quad (5.2)$$

Hetgeen dus wil zeggen dat α behorend bij een zekere m (1, 2, 3, ..., 48, DAG) en een zeker station kan worden geschreven als een constante α_0 maal een factor f_a welke alleen van m afhangt maal een factor f_b welke alleen van het station afhangt. Deze multiplicatieve modellen kan men door de logaritmie te nemen transformeren tot de additieve modellen:

$$\log(\alpha_{m, \text{station}}) = \log(\alpha_0) + \log(f_{a_m}) + \log(f_{b_{\text{station}}}) \quad (5.3)$$

$$\log(u_{m, \text{station}}) = \log(u_0) + \log(f_{c_m}) + \log(f_{d_{\text{station}}}) \quad (5.4)$$

waarmee het geheel is teruggebracht tot het klassieke variantie analyse model. De grootte van de effecten $\log(f_{a_m})$, $\log(f_{c_m})$ en $\log(f_{b_{\text{station}}})$ kan men schatten door de logaritmie van de gegevens in de tabellen 4.1 en 4.2 respectievelijk te middelen over de rijen en de kolommen en de gemiddelden te verminderen met het overall gemiddelde. Dit overall gemiddelde geeft een schatting van $\log(\alpha_0)$.

De hiervoor geschetste bewerkingen werden toegepast op het materiaal van tabel 4.1 en 4.2 waarbij echter Vlissingen buiten beschouwing werd gelaten gezien het uiterst afwijkende gedrag. De resultaten vinden we in tabel 5.1. De klassieke variantie analyse levert tal van toetsen om na te gaan in hoeverre het model adequaat is. Deze toetsen zijn hier helaas moeilijk toepasbaar daar aan de voorwaarde dat alle gegevens onafhankelijk zijn niet is voldaan. Het is wel mogelijk om globaal na te gaan in hoeverre het model voldoet. Op grond van het model en de geschatte effecten kan men een nieuwe schatting maken van de α of u behorend bij een gegeven α en u . In tabel 5.2 zijn de nieuwe schattingen van α en u samengevat. Indien de modellen toepasbaar zijn dan zullen de verschillen tussen de nieuwe α 's en u 's en de oude α 's en u 's niet te groot mogen zijn. Onder tabel 5.2 zijn de wortels van de gemiddelde kwadratische verschillen gegeven. Als we deze gemiddelde kwadratische verschillen vergelijken met de verwachte fout in de α 's en de u 's gebaseerd op de Gumbeltheorie (resp. $\sim 0.03 \text{mm}^{-1}$ en $\sim 2.0 \text{mm}$) dan kunnen we stellen dat deze resultaten van de goede grootte orde zijn. In tabel 5.2 zijn tevens de α 's en u 's van de jaarlijkse maximale dag-sommen geschat uit de steekproef van 29 jaar gegeven. Het is duidelijk dat de α 's van het model beter hierbij passen dan de oorspronkelijke α 's (zie tabel 4.1). Voor de u 's is geen zichtbare verbetering opgetreden. Deze resultaten geven aan dat de modellen goed toepasbaar zijn.

Op basis van deze nieuwe parameters zijn H_2 en H_{10} (zie par. 4) neerslag-hoogten berekend. Deze gegevens zijn vermeld in tabel 5.3. Ter voorkoming van

misverstanden hierbij nog het volgende. Bij dezelfde waarden van J vindt men hier voor de Bilt steeds de hoogste H-waarde. Dit suggereert dat de Bilt altijd het hoogste is, dit is niet juist. Bij J-waarden zal Beek gaan overheersen doordat de α 's van Beek het kleinst zijn.

Tabel 5.1: Resultaten voor de factoren van het model.

$$\alpha_0 = 0.131$$

$$u_0 = 25.7$$

Factoren afhankelijk van m.

	1	2	3	4	6	8	12	16	24	36	48	Dag
α	1.78	1.60	1.39	1.29	1.02	0.92	0.81	0.79	0.75	0.71	0.72	0.85
u	0.51	0.65	0.75	0.81	0.90	0.99	1.14	1.22	1.34	1.51	1.64	1.20

Factoren afhankelijk van het station.

	De Bilt	Den Helder	Eelde	Beek
α	0.97	1.04	1.13	0.89
u	1.09	0.94	0.99	0.99

Tabel 5.2: De parameters α en u berekend met behulp van het model. (α in mm^{-1} en u in mm).

	α				u			
	dB	dH	Ee	Be	dB	dH	Ee	Be
1	.225	.242	.263	.207	14.3	12.3	12.9	12.9
2	.202	.217	.236	.186	18.4	15.8	16.6	16.6
3	.175	.188	.205	.161	21.0	18.1	19.0	19.0
4	.164	.175	.191	.150	22.8	19.6	20.6	20.6
6	.129	.139	.151	.119	25.5	21.9	22.9	23.0
8	.116	.125	.136	.107	27.9	23.9	25.1	25.2
12	.103	.110	.120	.094	32.0	27.5	28.8	28.9
16	.099	.107	.116	.091	34.3	29.4	30.9	30.9
24	.094	.101	.110	.087	37.8	32.4	34.0	34.1
36	.090	.097	.105	.083	42.6	36.6	38.4	38.4
48	.091	.098	.106	.084	46.0	39.6	41.5	41.6
DAG	.107	.115	.125	.099	33.7	29.0	30.4	30.4
	.109	.112	.124	.094	30.5	28.0	29.2	29.6

Aanpassingsfouten:

$$\alpha: \sqrt{\frac{1}{M \cdot P - n} \sum_m \sum_{\text{stations}} (\alpha_{\text{model}} - \alpha_{\text{direct}})^2} = 0.03 \text{ mm}^{-1}$$

$$u: \sqrt{\frac{1}{M \cdot P - n} \sum_m \sum_{\text{stations}} (u_{\text{model}} - u_{\text{direct}})^2} = 1.5 \text{ mm.}$$

M is aantal m-waarden (12), P is aantal stations (4),
n is aantal aangepaste factoren (17).

Tabel 5.3: H_j -waarden afgeleid uit de parameters van tabel 5.2

	J=2				J=10			
	dB	dH	Ee	Be	dB	dH	Ee	Be
1	15.9	13.8	14.3	14.7	24.3	21.6	21.5	23.8
2	20.2	17.5	18.2	18.6	29.5	26.2	26.1	28.7
4	23.1	20.0	20.8	21.3	33.9	30.1	30.0	33.0
4	25.0	21.7	22.5	23.0	36.5	32.5	32.4	35.6
6	28.3	24.5	25.3	26.1	42.9	38.1	37.8	41.9
8	31.1	26.8	27.8	28.6	47.3	41.9	41.6	46.2
12	35.6	30.8	31.9	32.8	53.8	48.0	47.6	52.8
16	38.0	32.8	34.1	34.9	57.0	50.4	50.3	55.6
24	41.7	36.0	37.3	38.3	61.7	54.7	54.5	60.0
36	46.7	40.4	41.9	42.8	67.6	59.8	59.8	65.5
48	50.0	43.3	45.0	46.0	70.7	62.6	62.7	68.4
DAG	37.1	32.2	33.3	34.1	54.7	48.5	48.4	53.1

6. De m-uursom welke gemiddeld eens per jaar wordt overschreden

De vraag naar de kans op h millimeter of meer in m-uren in een jaar, zoals reeds genoemd in paragraaf 4, wordt ook wel eens als volgt geformuleerd:

"Voor welke neerslaghoogte h geldt dat gemiddeld eens per jaar een tijdvak van m-uur optreedt waarin meer dan h millimeter wordt geregistreerd".

Het antwoord op deze vraag zou als volgt kunnen worden berekend:

Bereken het aantal opeenvolgende m-uur durende tijdvakken in een jaar (zeg N). Zoek in de kansverdelingen behorend bij m-uur de neerslaghoogte h waarvoor geldt de kans op h millimeter of meer is gelijk aan $\frac{1}{N}$. Voor de nu gevonden grens geldt dan inderdaad dat slechts gemiddeld eens per jaar een overschrijding zal optreden mits we uitsluitend kijken naar de neerslagtotalen van opeenvolgende m-uurvakken. Alle gevallen met meer de h millimeter binnen m-uur doch gedeeltelijk in één vak en gedeeltelijk in het daaropvolgende vak van onze indeling in m-uren van het jaar tellen niet mee. Dus in feite zullen er meer overschrijdingen optreden oftewel we onderschatten de gevraagde neerslaghoogte.

De voorgaande redenering suggereert dat we niet met het aantal opeenvolgende m-uurvakken in een jaar moeten rekenen doch met een hoger aantal, het effectieve aantal m-uurvakken in een jaar. Door Talsma [8] is zo'n effectief aantal ook al geïntroduceerd. Bij zijn berekening van N-effectief maakt Talsma gebruik van de correlaties tussen m-uurvakken welke een gemeenschappelijk tijdvak hebben. Hierbij wordt alleen de overlap in tijd in rekening gebracht en niet de autocorrelatie van het verschijnsel neerslag.

In dit rapport zal een effectief aantal worden geïntroduceerd dat gebaseerd is op de experimentele kansverdelingen van de m-uurlijkse neerslaghoeveelheden en van de gevonden extremen per jaar. Dit effectief aantal wordt afgeleid uit de relatie tussen de verdelingsfunctie van een stochastische variabele h en de verdelingsfunctie van het maximum van N onafhankelijke trekkingen van deze variabelen. Hiervoor geldt namelijk,

$$F(h_{\max, N}) = F^N(h) \quad (6.1)$$

Stel dat van een variabele welke een randomfunctie van de tijd is, zowel de waarden zelf als de maxima over vaste tijdvakken worden waargenomen. Stel nu dat het stochastisch gedrag van de maxima zodanig is dat het lijkt of er N_{eff} onafhankelijke trekkingen zijn gedaan. Door nu de experimentele verdelingen van de variabele en van het maximum onderling te vergelijken kan men via formule (6.1) een effectief aantal definiëren. Met behulp van deze procedure zijn effectieve aantallen van m-uurlijkse vakken in een jaar berekend. Alhoewel men in feite beide verdelingen als geheel onderling moeten vergelijken, is hier in dit geval een andere procedure toegepast. Van de jaarlijkse maxima zijn namelijk slechts tien waarden beschikbaar zodat de experimentele verdeling bijna niet is op te maken. Daarom zijn de verdelingen slechts vergeleken in één punt. Hierbij is gebruik gemaakt van de schattingen van de parameter U (zie paragraaf 4.) van de kansverdeling der extremen. Volgens de Gumbeltheorie hoort bij deze u een onderschrijdingskans van 0,368. Hierna werd in de kansverdelingen zoals besproken in paragraaf 1 de onderschrijdingskans P behorend bij de waarde van u opgezocht. Volgens (6.1) zou nu moeten gelden

$$P^{\text{eff}} = 0,368 \quad (6.2)$$

oftewel

$$N_{\text{eff}} = -1/\ln(P) \quad (6.3)$$

In tabel 6.1 zijn de resultaten van deze bewerkingen gegeven. Gezien het geringe aantal jaarlijkse maxima welke beschikbaar waren mag verwacht worden dat de toevallige fout in N_{eff} groot zal zijn en daar bovendien verwacht mag worden dat de stations onderling niet veel zullen verschillen is het beter om het gemiddelde van de vijf stations te gebruiken. Opgemerkt dient te worden dat deze afleiding voor N_{eff} faalt voor $n = 1$ in dit geval zou men feitelijk N_{eff} gelijk aan het aantal uren in een jaar moeten vinden. Alleen als er werkelijke maximale uursommen bekend zijn gaat deze afleiding voor N_{eff} weer op.

Uitgaande van deze effectieve aantallen is voor De Bilt voor iedere m (behalve $m = 1$) de neerslaghoogte bepaald welke eens per jaar wordt overschreden. Deze resultaten zijn gegeven in figuur 6.1. In deze figuur is tevens de vereffende waarde van de parameter u voor De Bilt uitgezet. Deze twee gegevens zijn nagenoeg gelijk zoals uit de figuur blijkt.

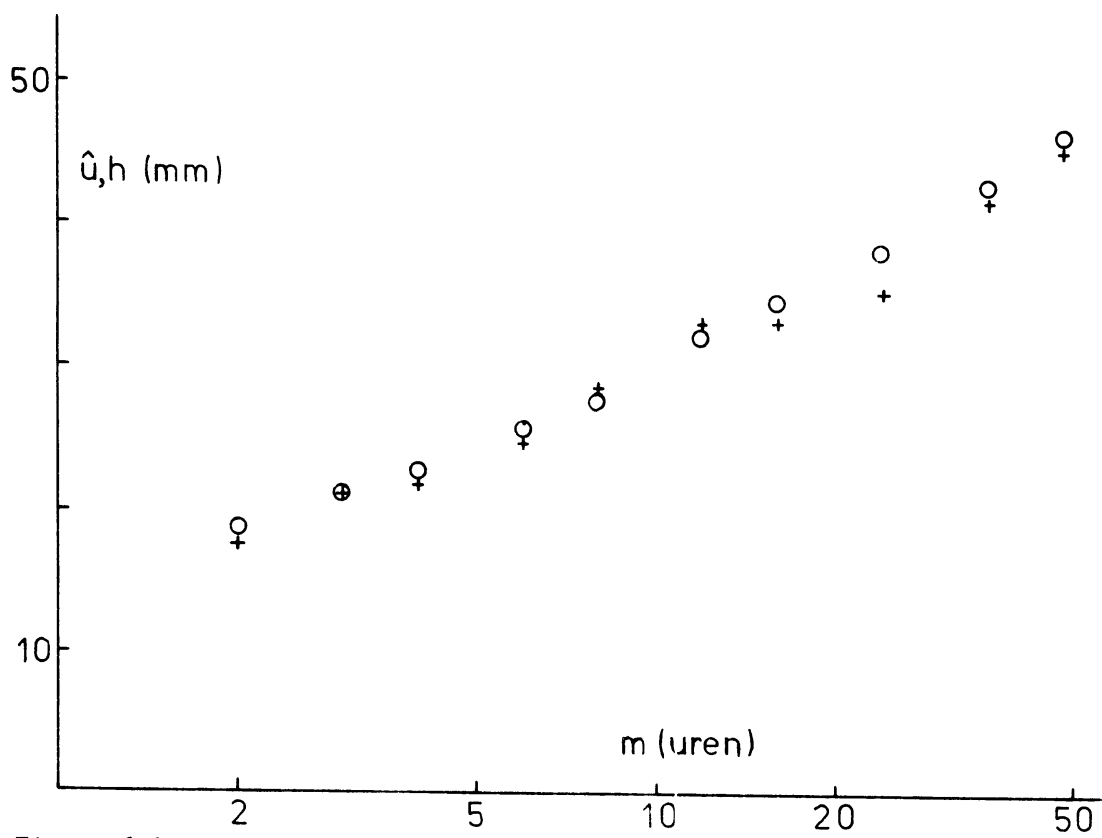
Uit deze figuur leest men dus bijvoorbeeld af dat gemiddeld eens per jaar een drie uur totaal van 21 mm of meer op zal treden.

Men dient bij het hanteren van figuur 6.1 nogal voorzichtig te zijn daar het geheel is gebaseerd op slechts 10 jaar waarnemingen, zodat het steekproef-effect een belangrijke rol kan spelen.

Vergelijkt men deze gegevens met de kromme van Braak [3] dan vindt men over het algemeen iets lagere waarden.

Tabel 6.1: Resultaten van de bepaling van $N_{effectief}$.

	dB	dH	V1	Ee	Be	Gem.	Nopv
1	12500	8760	9700	8760	6750	9294	8760
2	8000	3250	6500	5450	5150	5670	4380
3	9700	2740	5460	5450	4370	5544	2920
4	5160	2500	3650	4160	3810	3856	2190
6	3240	2140	2240	2500	2580	2540	1460
8	2140	1940	2420	2080	2080	2132	1095
12	1460	1370	2440	2190	1440	1780	730
16	1220	1030	1350	1270	1050	1184	547
24	745	606	762	764	625	700	365
36	415	515	535	427	450	468	243
48	302	383	415	298	345	349	183



Figuur 6.1: De neerslaghoogte h (+) welke gemiddeld eens per jaar binnen m uur wordt geregistreerd en de parameter u (o) van de Gumbelverdeling (vereffend) als functie van m voor station de Bilt.

Conclusies

De doelstelling van het onderzoek was om na te gaan in hoeverre er sprake is van verschillen in het statistisch karakter van de neerslag binnen Nederland. Bij dit onderzoek konden geen significante verschillen tussen de vijf stations De Bilt, Den Helder, Vlissingen, Eelde en Beek worden aangetoond. Daarmee is niet gezegd dat deze verschillen niet bestaan doch ze zijn waarschijnlijk zo klein dat de op basis van tien jaar gegevens niet zijn aan te tonen.

Ook bij het onderzoek van de dagelijkse gang kon geen duidelijk effect worden aangetoond. Uiteraard is dit effect wel duidelijk aanwezig onder bepaalde synoptische omstandigheden. Doch men kan niet stellen dat er in het algemeen droge of natte perioden in de dag zijn aan te wijzen.

Daar er slechts betrekkelijk weinig stations zijn waarop over langere tijd uursommen zijn gemeten is in de paragrafen 4 en 5 getracht met behulp van de extreme waarde analyse en een model voor de parameters van de extreme waarden verdelingen een relatie te leggen tussen maximale uursommen en maximale dagsommen. Op basis van deze studie kan men stellen dat het model redelijk voldoet. Het verdient aanbeveling om dit model aan een langere reeks te toetsen daar hiermee de mogelijkheid wordt geboden om op basis van extreme dagsommen uitspraken te doen over extreme uursommen.

Het in paragraaf 6 geïntroduceerde effectieve aantal m-uurvakken per jaar kan van belang zijn voor de meer directe beantwoording van vragen uit hydrologische vakkringen. Toegepast op de gegevens van tien jaar worden redelijke waarden gevonden, zodat het de moeite waard lijkt om de gegeven procedure te toetsen aan langere reeksen.

Literatuur:

1. Levert, C. Frequentieverdelingen van de hoeveelheden en uren van de neerslag in m-uurlijkse tijdvakken ($m = 1-36$) te De Bilt (1931-1960). De Bilt, 1966 K.N.M.I. 146.
2. Levert, C. Detailanalyse van Pluviogrammen. K.N.M.I. 147, De Bilt, 1968.
3. Braak, C. Het klimaat van Nederland. Neerslag. M.V. 34^a, K.N.M.I., De Bilt, 1933.
4. Kruizinga, S. Enkele praktische gegevens voor de Gumbelverdeling. K.N.M.I., V-269, De Bilt, 1975.
5. Gumbel, E.J. Statistics of Extremes. Columbia University Press, New York.
6. Snejders, R. Sur l'ajustement de la loi de repartition de Fisher-Tippett du Type I au moyen des estimateurs de Kimball. Isacker, Revue Belge de Statistique, J. van Vol. 12, No. 1, Mei 1972.
7. Kruizinga, S. Statistische analyse van de jaarlijkse maximale dagtotalen neerslag op de vijf Nederlandse hoofdstations uit de periode 1946 t/m 1975. VSB 75/6, De Bilt, Juni 1975.
8. Talsma, A. Het bepalen van regenduurlijnen voor perioden van 5 tot 90 minuten $H_2O(2)$, 1969, nr. 13 (316).