

**KONINKLIJK NEDERLANDS
METEOROLOGISCH INSTITUUT**

VERSLAGEN

V - 340

R. Dorrestein

Inleiding theorie menglaag in zee

De Bilt 1980

Publikatienummer: K. N. M. I. V-340 (O. O.)

Koninklijk Nederlands Meteorologisch Instituut,
Oceanografisch Onderzoek,
Postbus 201,
3730 AE De Bilt,
Nederland.

U. D. C. : 551.465.41 :
551.465.73 :
551.526.63

Inleiding theorie menglaag in zee (eerste versie)

Indeling

1. Verticale warmtefluxen boven een wateroppervlak	p. 1
2. Stralingsfluxen door een wateroppervlak	3
3. Eenvoudig model voor de thermische responsie van een meer of een zee	6
4. Menglaag in zee, algemeen kwalitatief	9
5. De vergelijkingen voor de veranderingen van temperatuur, saliniteit en dichtheid in een menglaag met de tijd	11
6. De balansvergelijkingen voor de turbulentie-energie in de menglaag	13
7. De turbulente verticale massaflux in de menglaag	14
8. Over de snelheid waarmee de menglaag dieper wordt (de snelheid van "entrainment" of erosie)	17
9. Enkele menglaagmodellen	20
10. Literatuur	27

Toelichting

Een gastcollege van Dr. G. Prangma (K.N.M.I.) in de Uithof op 1 juni 1979 was de aanleiding tot het ontstaan van dit geschrift, dat als een uitwerking en uitbreiding van dat college kan worden opgevat. Ik zou het in wezen als de afsluiting van de studiestof van het onderwerp "dynamische oceanografie" willen zien.

De paragrafen 1, 2 en 3 geven een overzicht van de (lokale) thermische wisselwerking tussen een meer of zee en de atmosfeer. De eigenlijke theorie van de menglaag begint met par. 4.

Ik hoop dat deze inleiding, behalve voor studenten, ook van nut kan zijn voor medewerkers op het K.N.M.I. Kritiek en suggesties tot verbetering van de tekst zijn welkom.

In de tekst is vele malen verwezen naar het boek van O.M. Phillips, "Dynamics of the Upper Ocean", (2e editie 1977), waarvan ik heb aangenomen dat de lezer het bij de hand heeft.

R. Dorrestein

oktober 1979

1. Verticale warmtefluxen boven een wateroppervlak

Notatie:

T_s = absolute temperatuur wateroppervlak (s = surface)
 T_a = absolute temperatuur lucht op standaardhoogte, zeg 10 m (a = air)
 T_w = absolute natteboltemp. lucht op standaardhoogte, zeg 10 m (w = wet)
 T_d = absolute dauwpuntstemp. lucht op standaardhoogte, zeg 10 m
 e = partiële waterdampspanning op standaardhoogte
 e_{sat} = verzadigingswaarde hiervan bij zekere temperatuur } in Pa = 10^{-2} mbar
 ρ_v = dichtheid van de waterdamp in de lucht op standaardhoogte in kg m^{-3}
 w' = verticale snelheidsfluctuatie

accent: fluctuatie t.o.v. gemiddelde waarde

index v: waterdamp (v = vapour)

index s: aan het wateroppervlak

Verder conventioneel en/of ter plaatse aangeduid.

Opwaartse fluxen zijn positief gerekend, tenzij anders aangeduid.

Onderstelling: de "standaardhoogte" is binnen de "constant-flux layer".

1.1 Flux van voelbare warmte, H, in W m^{-2} . *)

Moleculair transport: $H = -a\rho c_p \nabla T$, met a = thermische diffusiviteit, in $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$.

We hebben echter (vrijwel) uitsluitend turbulent transport: $H = \rho c_p \overline{T'w'}$
 (Termen met ρ' en c_p' zijn hier verwaarloosbaar).

Te schrijven als ("bulk formula"):

$$(1.1) \quad H = f_H \cdot \rho c_p (T_s - T_a), \text{ waarin de coëfficiënt } f_H \text{ (in } \text{m s}^{-1}\text{) niet of weinig van } T_s - T_a \text{ afhangt, maar wel met de windsnelheid toeneemt (zie par. 1.4).}$$

*) Eigenlijk behoren we te spreken van fluxdichtheden, nl. fluxen per eenheid van oppervlak; internationaal wordt voor de warmtefluxdichtheid het symbool \overline{q} (of φ) aanbevolen. We sluiten ons echter zo goed mogelijk aan bij in de meteorologie en oceanografie gangbare conventies (die overigens verre van uniform zijn). Wel zullen we consequent S.I.-² eenheden gebruiken, zodat b.v. alle energieflexen worden uitgedrukt in W m^{-2} .

1.2 Flux van latente warmte, LE, in W m^{-2}

E = waterdampflux = verdamping minus condensatie (maar geen neerslag!)
 in $\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$;

L = verdampingswarmte $\approx 2,5 \cdot 10^6 \text{ J kg}^{-1}$.

Waterdampflux, moleculair: $E = -D \cdot \nabla \rho_v$, met D = diffusiecoëfficiënt.

Maar we hebben (vrijwel) uitsluitend turbulent transport: $E = \rho_v' w'$.

Te schrijven als $E = f_v \cdot (\rho_{vs} - \rho_v)$.

Dus flux van latente warmte (= warmteverlies van het water):

$$(1.2) \quad LE = f_v L (\rho_{vs} - \rho_v), \text{ waarin de coëfficiënt } f_v \text{ (in } \text{m s}^{-1}\text{) niet of weinig van } \rho_{vs} - \rho_v \text{ afhangt, en in benadering gelijk is aan } f_H \text{ (zie par. 1.4).}$$

(1.3) Met behulp van de toestandsvergelijking (Boyle - Gay Lussac) maken we hiervan

$$LE \approx (L f_v / R_v T) \cdot \{ e_{sat}(T_s) - e \},$$

met $R_v = \text{gasconstante per kg waterdamp} = \frac{8314}{18,02} = 461 \text{ m}^2 \text{s}^{-2} \text{ K}^{-1}$.

Opm. 1. Overal waar grootheden als ρ, c_p, β, L, T enz., als factor voorkomen kunnen ze vaak als constanten worden beschouwd (het beschouwde temperatuurgebied is meestal maar enkele K) en laten we de index weg.

Opm. 2. Voor zeewater is e_{sat} circa 2% lager dan voor zoetwater bij dezelfde temperatuur.

1.3 Totale warmteflux, H + LE

De som van H en LE volgens (1.1) en (1.2) blijkt te kunnen worden benaderd door een van de temperatuur en dampdrukverschillen onafhankelijke factor maal het verschil $T_s - T_w$. Dit kan worden aangetoond door H + LE te schrijven als de som van vier termen:

$$(1.4) \quad H + LE \approx \underbrace{f_H \rho c_p (T_s - T_w)}_{(1)} + \underbrace{f_H \rho c_p (T_w - T_a)}_{(2)} + \underbrace{\frac{L f_v}{R_v T} \{e_{sat}(T_s) - e_{sat}(T_w)\}}_{(3)} + \underbrace{\frac{L f_v}{R_v T} \{e_{sat}(T_w) - e\}}_{(4)}$$

We denken ons een "natte-bol-thermometer" in het meetpunt boven het wateroppervlak. In zo'n instrument is in het ideale geval de stroom van latente warmte uit de natte bol precies even groot als de stroom van voelbare warmte naar de natte bol. De eerste kan dan worden geschreven als $LE^* \approx \frac{L f_v^*}{R_v T} \{e_{sat}(T_w) - e\}$,

de tweede als $H^* = f_H^* \rho c_p (T_a - T_w)$,

waarin f_v^* en f_H^* weer - ongeveer gelijke - coëfficiënten zijn.

Dus als we aannemen dat de verhoudingen $f_H/f_v = f_H^*/f_v^*$ (beide ongeveer 1) wordt de som van de termen (2) en (4) in (1.4) nul.

De verhouding $\frac{\rho c_p R_v T}{L}$ heet de (theoretische) psychrometercoëfficiënt, γ , (ook wel met A aangeduid).

We hebben dan $H + LE \approx f_H \rho c_p (T_s - T_w) + \frac{L f_v}{R_v T} \{e_{sat}(T_s) - e_{sat}(T_w)\}$,

hetgeen, indien $|T_s - T_w|$ klein genoeg is, kan worden benaderd door

$$H + LE \approx f_H \rho c_p (T_s - T_w) + \frac{L f_v}{R_v T} \cdot \frac{de_{sat}}{dT} (T_s - T_w),$$

of

$$(1.5) \quad H + LE \approx \frac{L f_v}{R_v T} \left(\gamma + \frac{de_{sat}}{dT} \right) \cdot (T_s - T_w).$$

Getalwaarden: $\gamma \approx 65 \text{ Pa/K}$.

	e_{sat}	$\frac{de_{sat}}{dT}$
0°C	$6,1 \cdot 10^2 \text{ Pa}$	46 Pa/K
10°C	12,2	82
20°C	23,3	144
30°C	42,3	244

Opm. 1 De op het eerste gezicht wat verrassende relatie (1.5) is wel lang geleden gepubliceerd, maar komt in de meeste hand- en leerboeken niet voor, zodat ze tamelijk onbekend is. Soms is die relatie wel van nut (zie verder par. 3).

Opm. 2 De totale turbulente flux van voelbare en latente warmte - dus zonder straling! - wordt nul volgens (1.5) bij $T_s = T_w$: het wateroppervlak werkt dan net zo als een "natte bol".

Opm. 3 De verhouding $\frac{H}{LE}$ heet Bowen's ratio, B. In (1.4) is die de som van de eerste twee termen gedeeld door de som van de laatste twee termen. Omdat de tweede term in (1.4) altijd negatief of nul is (en de vierde term altijd positief of nul), is deze B in het algemeen kleiner dan de verhouding tussen de eerste en de derde term, $\gamma / \frac{de_{sat}}{dT}$, of even groot als de lucht op standaardhoogte verzadigd is ($T_a = T_w = T_d$), maar nooit groter. Boven een groot wateroppervlak schijnt |B| meestal beneden 0,3 te zijn, behalve op zeer hoge breedten (met lage temperaturen en dus lage dampspanningen. In het geval $T_s = T_w$ zou B = -1 zijn.

2.4. NATTE-BOLTEMPERATUUR (t_w)

t_w wordt gedefinieerd als de temperatuur waartoe de natte bol (bij gelijkblijvende druk) kan worden afgekoeld door water te laten verdampen, waarbij de voor de verdamping benodigde warmte wordt geleverd door de langsstromende lucht.

Is echter de lucht reeds verzadigd van waterdamp dan kan er geen verdamping plaats vinden en treedt er dus ook geen afkoeling op. In dit geval is $t = t_w = t_d$.

Is de lucht niet verzadigd dan zal er wel water in verdampen. Wordt de lucht dan verzadigd, dan zal uiteraard de dampdruk groter geworden zijn dan oorspronkelijk het geval was. Het resultaat is dus dat de lucht is afgekoeld en de dampspanning toegenomen.

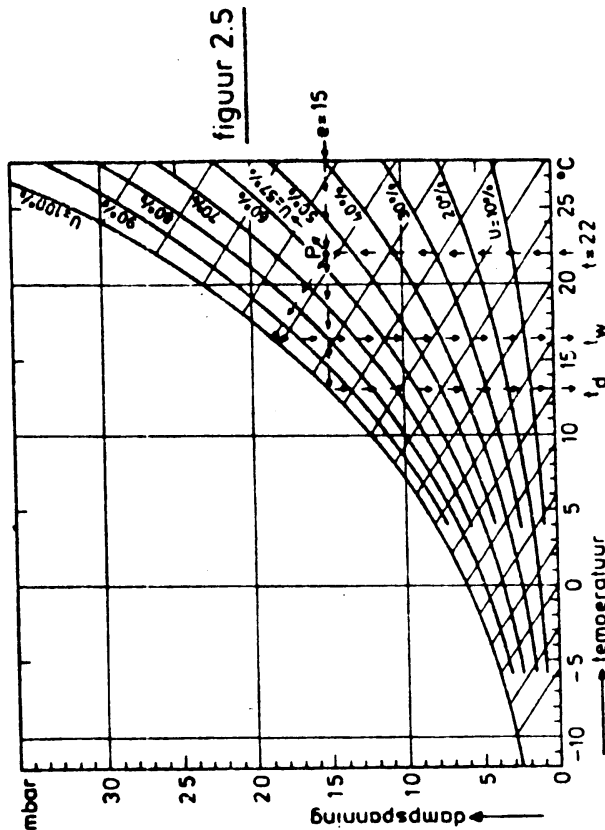
Uit dit laatste blijkt dat in zo'n geval t_w hoger zal zijn dan t_d van dezelfde lucht, want voor t_d mag de dampspanning niet toenemen (zie par. 2.3.).

Het verschil tussen t en t_w (dus $t - t_w$) wordt het psychrometer-verschil genoemd.

Bij gelijke luchttemperaturen duidt een groter psychrometerverschil op drogere lucht.

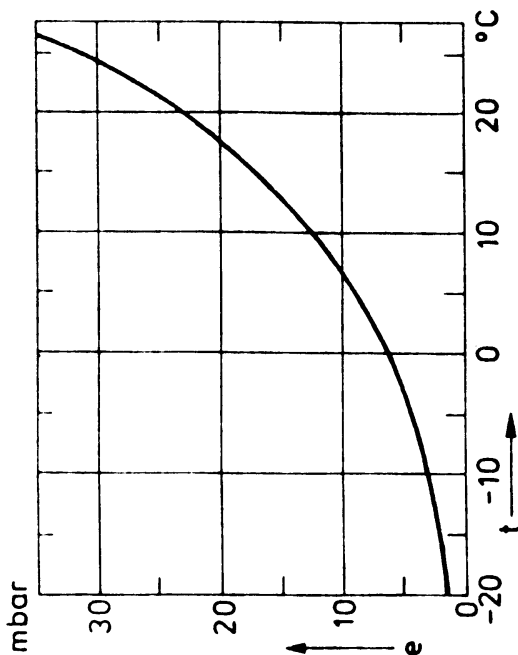
2.5. SAMENHANG VAN DE INDICATOREN GRAFISCH VOORGESTELD

In de hieronder opgenomen grafiek is die van figuur 2.1. nader uitgeverkt.



figuur 2.5

De kromme geeft dus de maximale dampspanning aan t.c.v. water. Elk punt op deze kromme is het snijpunt van een temperatuurwaarde en de bijbehorende maximale dampspanning.



figuur 2.1

Weet men de temperatuur dan kan e_w worden afgelezen; weet men e , dan kan worden vastgesteld bij welke temperatuur $e = e_w$ wordt.

Voorbeeld: Bij $t = 20$ behoort een e_w van (ruwweg) 23 mbar.

Als $e = 12$ mbar; dan is $e = e_w$ bij $t = 10$.

2.2. RELATIEVE VOCHTIGHEID (U)

De relatieve vochtigheid is het quotiënt van e/e_w , uitgedrukt in procenten,

$$U = \frac{e}{e_w} \cdot 100\%$$

2.3. DAUWPOINTSTEMPERATUUR (t_d)

De dauwpuntstemperatuur, ook wel dauwpunt genoemd, is de temperatuur waartoe lucht moet worden afgekoeld om die lucht juist te verzadigen van waterdamp, met dien verstande dat gedurende het afkoelingsproces de druk en de dampspanning niet veranderen.

Ter illustratie: Als 's nachts door de uitstraling de aarde afkoelt, kan de temperatuur van voorwerpen en gewassen de waarde van t_d bereiken. Gaat de afkoeling door, dan zal er waterdamp condenseren welke zich als dauw afzet op bv. gras en andere lage gewassen.

1.4 De coëfficiënten f_H en f_V

Deze bepalen de grootte van de verticale turbulente transporten. We hebben de z.g. "Reynolds-analogie", d.w.z. de uitgangsgedachte dat de gelijktijdige transporten van warmte, vocht en ook van horizontale impuls worden veroorzaakt door dezelfde turbulente luchtbeweging.

(1.6) Voor impuls is de verticale turbulente flux $\tau = \rho \overline{uw}$. In analogie met (1.1) en (1.2) schrijven we dit als

$$\tau = f_M \rho (U_a - U_s), \quad (\text{index } M = \text{momentum})$$

waarin $U_a = U$ de windsnelheid op de standaardhoogte, U_s de (gemiddelde) water - (en lucht-) snelheid aan het oppervlak en ρU_a de impulsdichtheid op standaardhoogte voorstellen. We onderstellen $U_s \ll U_a$.

Met invoering van een dimensieloze "drag coëfficiënt" C_M is het ook gebruikelijk te schrijven $\tau = C_M \rho U_a^2$, waarin C_M vrij weinig met U_a verandert (iets met U_a toeneemt). We zien dus dat we in (1.6) $f_M = C_M U$ kunnen stellen. Analogoos kunnen we dan stellen

$$f_H = C_H U \quad \text{en} \quad f_V = C_V U.$$

Als de "Reynolds - analogie" opgaat geldt $C_H = C_V = C_M$.

Volgens de gepubliceerde waarnemingen boven zee (zie b.v. Friehe en Schmitt, 1976) is dit bij benadering wel waar in niet-extreme omstandigheden (als de Monin - Obukhovlengte $\frac{\rho U_a^2}{\kappa g \rho' w}$ flink groter is dan de standaardhoogte, maar niet bij storm), met $C_H \approx C_V \approx C_M \approx 1,3 \cdot 10^{-3}$.

Opgave. Bereken de fluxen H en LE en de vier termen van (1.4) als $T_s = 20^\circ\text{C}$, $T_a = 18^\circ\text{C}$, $e = 15 \text{ mbar}$, $U = 10 \text{ m s}^{-1}$.

2. Stralingsfluxen door een wateroppervlak

Notatie (alle fluxen uit de drukken in W m^{-2}):

Kortgolvlige straling: golflengte-gebied $0,3 - 2,5 \mu\text{m}$; hierbinnen valt praktisch alle zonstraling die het zeeniveau bereikt.

Langgolvlige straling: golflengten boven $2,5 \mu\text{m}$; hierin valt praktisch alle thermische straling bij temperaturen beneden 50°C .

Q_s (nul of positief) *) = neerwaartse flux (irradiance) van kortgolvlige straling vlak boven het wateroppervlak, zowel direct van de zon als door de atmosfeer verstrooid. (s = short, sun).

R = de "albedo" van het wateroppervlak, d.i. de fractie van Q_s die door het wateroppervlak wordt teruggekaatst of na verstrooiing in het water naar boven het water verlaat.

$Q_{\uparrow 1}$ (positief) = flux van door het water naar de atmosfeer uitgezonden thermische langgolvlige (infrarode) straling (l = long).

$Q_{\downarrow 1}$ (positief) = flux van uit de atmosfeer komende en door het water geabsorbeerde langgolvlige straling.

Q = flux van netto in het water geabsorbeerde straling.

Dan geldt:

$$(2.1) \quad Q = Q_s(1-R) - Q_{\uparrow 1} + Q_{\downarrow 1}.$$

Des nachts ($Q_s = 0$) is Q meestal negatief,
overdag ($Q_s > 0$) meestentijds positief.

*) zie voetnoot op p 1. International wordt voor een stralingsfluxdichtheid het symbool E aanbevolen, maar E is gangbaar voor de vochtflux in de lucht.

2.1 Kortgolvlige straling

De flux Q_s kan variëren van nul ('s nachts) tot boven 1000 W m^{-2} (hoge zon en heldere hemel). Gemiddeld over de gehele aarde en over de tijd is deze flux ongeveer 50% van de aan de buitenzijde van de atmosfeer gemiddeld invallende flux, dus ca. $0,50 \cdot (\pi R_e^2 / 4\pi R_e^2) \cdot 1360 \approx \text{ca } 170 \text{ W m}^{-2}$ ($R_e = \text{aardstraal}; 1360 \text{ W m}^{-2}$ is de in de laatste tijd gangbare waarde van de "zonneconstante").

De "albedo" R voor een wateroppervlak is minimaal ca 0,02 bij hoge zon, heldere hemel en helder diep water en is het hoogst bij lage zon of diffuus invallende straling en/of troebel water, maar meestal beneden 0,10 en zelden boven 0,20. (Voor b.v. melk, sneeuw en ijs is R veel hoger!)

2.2 Langgolvlige straling

De langgolvlige stralingsflux $Q_{\uparrow 1}$ van het wateroppervlak wordt binnen 1% gegeven door $0,97\sigma T_s^4$, waarin 0,97 de emissiecoëfficiënt is en σ de Stefanconstante $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$.

Voor $T_s = 0^\circ\text{C}$	$Q_{\uparrow 1} = 304 \text{ W m}^{-2}$
10°C	352
20°C	404
30°C	462

Over de flux $Q_{\downarrow 1}$ van atmosferische langgolvlige straling die in het water wordt geabsorbeerd is weinig exacts te zeggen, omdat deze op een ingewikkelde manier van de atmosferische toestand afhangt, vooral van de vochtverdeling en de bewolkingstoestand en daarnaast van de temperatuurverdeling. Via de temperaturen van water en lucht zijn $Q_{\downarrow 1}$ en $Q_{\uparrow 1}$ positief gecorreleerd. Er zijn verscheidene empirische formules*) die $Q_{\downarrow 1}$ of de verhouding $Q_{\downarrow 1}/Q_{\uparrow 1}$ geven als functie van de dampdruk e op standaardhoogte en de bewolgingsgraad N , soms ook gespecificeerd naar soort en hoogte van de wolken.

Om een idee te geven van waarden van $1 - Q_{\downarrow 1}/Q_{\uparrow 1}$:

	dampdruk e , in mbar = hPa	
	5 (poolgebieden)	30 (tropen)
onbewolkt	ca 0,25	ca 0,11
totaal bewolkt	ca 0,04	ca 0,02

$Q_{\downarrow 1}$ is dus meestal maar weinig kleiner dan $Q_{\uparrow 1}$. In geval van relatief warme lucht met lage bewolking of mist zal $Q_{\downarrow 1}$ groter kunnen zijn dan $Q_{\uparrow 1}$.

*) Zoals

$$\begin{aligned}
 1 - Q_{\downarrow e}/Q_{\uparrow e} &= (a - b\sqrt{e})(1 - cN) && \text{(Brunt 1932),} \\
 \text{id} &= \{a' - b' \exp(-de)\} (1 - c'N) && \text{(Angström),} \\
 \text{id} &= (a'' - b''e)(1 - c''N) && \text{(Anderson 1954),} \\
 Q_{\downarrow e}/Q_{\uparrow e} &= (a''' + b''' \sqrt{e})(1 + c'''N) && \text{(Geiger 1961), enz.}
 \end{aligned}$$

waarbij de coëfficiënten a, b, c, d enz. bij verschillende auteurs nog verschillen. Zulke formules hebben uitsluitend waarde t.b.v. praktische schattingen.

2.3 Totale stralingsflux, totale energieflex

De in totaal door het water netto gewonnen stralingsenergie Q wordt gegeven door formule (2.1).

De beneden 1 m^2 van het wateroppervlak in totaal per tijdseenheid gewonnen stralings- en thermische energie wordt gegeven door $Q - H - LE$. Dit is dan tevens de toename van de warmte-inhoud van de waterkolom, als we afzien van de kleine bijdragen van (bio-) chemische omzettingen (incl. fotosynthese) in het water ($\ll 1\%$ van de geabsorbeerde straling), van de geothermische stroom uit de bodem (orde $0,1 \text{ W m}^{-2}$) en van de warmteproductie uit mechanische energie (meestal $< 10 \text{ W m}^{-2}$).

De volgende tabel geeft enige schattingen van jaargemiddelde waarden (in W m^{-2}).

Kolom \rightarrow	(A)	(B ₁)	(B ₂)	(B ₃)	(C)
$Q_s(1 - R)$	+147				+164
$-Q_{\uparrow}$	} - 62				-398
$+Q_{\downarrow}$					+335
Q	+ 85	+110	+153	+ 68	+101
$-H$	- 10	- 11	- 6	- 18	- 17
$-LE$	- 75	- 99	-122	- 70	- 84
$Q - H - LE$	0	0	+ 25	- 20	0

(A) : Alle zeeën, P. Groen: The Waters of the Sea (1967), pp 277 - 278

(B₁) : Alle zeeën, Budyko (1967), cit. in Dietrich e.a.: Allgemeine Meereskunde (1975), p. 178

(B₂) : Zeeën tussen 20°S en 20°N , zelfde bron

(B₃) : Zeeën tussen 40°N en 50°N , zelfde bron

(C) : Gehele aarde, Schneider & Dennett, Ambio 4 (1975)

N.B. Een verdamping van 1 m per jaar op zee komt overeen met een gemiddelde waarde voor LE van 78 W m^{-2} .

3. Eenvoudig model voor de thermische responsie van een meer of een zee

We beschouwen een verticale waterkolom met uniforme temperatuur T , die met de tijd t kan veranderen, met uniforme saliniteit, met diepte h , en aan de onderkant begrensd hetzij door de bodem, hetzij door een scherpe thermocline. Als we verwaarlozen a) de invloed van horizontale advectie, b) de warmteflux door de onderkant, moet gelden:

$$(3.1) \quad C \frac{dT}{dt} = Q_s(1-R) + Q_{\downarrow} - Q_{\uparrow} - H - LE,$$

waarin C de warmtecapaciteit van de waterkolom is.

$$C \text{ (in } \text{J m}^{-2} \text{K}^{-1}) \approx 4,2 \cdot 10^6 h \text{ (zoet water) e.g. } \approx 4,1 \cdot 10^6 h \text{ (zeewater).}$$

Opm. Neerslag kan invloed op de warmtehuishouding van zo'n waterkolom hebben; die negeren we.

We willen nu kijken naar de responsie van de watertemperatuur op de zon en de atmosfeer. D.w.z. de zon en de atmosferische parameters ten tijde t worden gegeven (gemeten) ondersteld en we vragen naar $\frac{dT}{dt}$.

In het volgende verwaarlozen we het kleine verschil tussen de "skin-laagtemperatuur" T_s en de "bulktemperatuur" T . Volgens (1.5) is dan $H + LE$ recht evenredig met het verschil $T - T_w$ tussen watertemperatuur en natteboltemperatuur van de lucht, waarbij de coëfficiënt een functie van atmosferische parameters is (aan te duiden als "atmosferische functie").

Ook $Q_{\uparrow} \approx 0,97 \sigma T^4$ kan bij kleine temperatuurvariëaties worden benaderd door een lineaire functie van $T - T_w$ omdat $T^4 \approx T_w^4 + 4T_w^3(T - T_w)$.

Dan kunnen we (3.1) schrijven in de vorm

$$(3.2) \quad C \frac{dT}{dt} = B - A(T - T_w),$$

waarin A en B "atmosferische functies" zijn:

$$(3.2A) \quad A = 3,88 \sigma T_w^3 + \frac{L f_v}{R_v T} \left(\gamma + \frac{de_{sat}}{dT} \right),$$

$$(3.2B) \quad B = Q_s(1-R) + Q_{\downarrow} - 0,97 \sigma T_w^4.$$

Weliswaar in de albedo R geen "atmosferische functie", maar R is meestal $\ll 1$.

Getallen in (3.2A), als $f_v = 1,3 \cdot 10^{-3} U$, windsnelheid U in m s^{-1} :

$T_w = 0^\circ\text{C}$	$A = 4,5 + 2,9 U$	(in $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$)
10°C	$5,0 + 3,6 U$	
20°C	$5,6 + 4,9 U$	

De differentiaalvergelijking (3.2) kan nog iets doorzichtiger worden gemaakt door in te voeren:

$$(3.3) \quad T_e \stackrel{\text{def}}{=} T_w + \frac{B}{A}, \quad \text{een "evenwichtstemperatuur", en}$$

$$(3.4) \quad \tau \stackrel{\text{def}}{=} \frac{C}{A}, \quad \text{een "relaxatietijd".}$$

Dan gaat (3.2) over in

$$(3.5) \quad \frac{dT}{dt} = -\frac{T - T_e}{\tau}.$$

We zien hieraan dat, als τ en T_e constant worden gehouden, de watertemperatuur T exponentieel zal naderen tot T_e , met een tijdconstante τ .

In het algemeen variëren de atmosferische parameters T_w , A en B, dus volgens (3.3) en (3.4) ook T_e en τ , met de tijd. Als de variaties in T_w slechts enkele graden zijn, zijn de variaties in A relatief gering (zie het tabelletje na (3.2B)) en kan men τ nog vrijwel constant rekenen. De oplossing van (3.5) is dan

$$(3.6) \quad T(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t dt' T_e(t') \cdot e^{-\frac{t-t'}{\tau}} + T(t_0) \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau}},$$

als $T(t_0)$ een gegeven waarde op het begintijdstip t_0 is; als t_0 ver in het verleden ligt ($t_0 \rightarrow -\infty$) kan de tweede term rechts vervallen.

De vergelijking (3.5), met (3.3), (3.4), (3.2A) en (3.2B), is gebruikt en met behoorlijk succes getoetst door Keijman, K.N.M.I. (Boundary-Layer Meteor. 7, 1974, pp 399 - 407) bij de beschrijving van de waargenomen temperatuurveranderingen en fluxen in het voormalige Flevomeer in de nazomer van 1967.

Hier was de waterdiepte 3 m. Bij een gemiddelde windsnelheid $U = 5 \text{ m s}^{-1}$ en temperaturen omstreeks 15°C is de berekende relaxatietijd τ volgens (3.4) en (3.2A) ongeveer $3 \times 4,2 \cdot 10^6 / 26 \approx 4,8 \cdot 10^5 \text{ s}$ of ca 6 dagen. Keijman gebruikte tijdstappen van één dag en gebruikte daggemiddelden van de meteorologische parameters om per dag waarden van T_e en τ te bepalen; daaruit werd met (3.5) (in differentievorm) het verloop van de watertemperatuur T berekend en vergeleken met de waarnemingen.

De zelfde theorie kunnen we eens toepassen op de goed gemengde bovenste laag in de oceaan (de menglaag); b.v. - om de gedachten te bepalen en getallen te kunnen invullen - op ca 55°N , 15°W in de Atlantische Oceaan.

In de zomer, na een periode van sterke instraling, vindt men daar een vrij ondiepe thermocline die op misschien 10 m diepte ligt. Bij een "lichte koelte" $U = 5 \text{ m s}^{-1}$ (3 Beaufort) en $T_w = 15^\circ\text{C}$ wordt de theoretische tijdconstante τ dan $4,1 \cdot 10^7 / 26 \approx 1,6 \text{ Ms}$ of ca 19 dagen.

In de winter is echter de gemengde bovenlaag veel dikker, misschien wel 300 m. Bij een "frisse bries", $U = 10 \text{ m s}^{-1}$ (5 Beaufort) en $T_w = 6^\circ\text{C}$ wordt dan de theoretische tijdparameter $\tau: 12,3 \cdot 10^8 / 37 \approx 33 \text{ Ms}$ of ruim 1 jaar; bij een "harde wind", $U = 15 \text{ m s}^{-1}$ (7 Beaufort) en $T_w = 6^\circ\text{C}$ wordt $\tau: 12,3 \cdot 10^8 / 54 \approx 23 \text{ Ms}$ of ca 9 maanden.

In feite is T_e , die de stralingsparameter B (zie (3.2B)) bevat, een snel variërende functie van de tijd: er is onder andere een sterke variatie tussen dag en nacht. Aan (3.6) zien we dat men zonder veel bezwaar zou kunnen rekenen met gemiddelde waarden van T_e , d.w.z. van T_w en van B/A, over tijden die niet groter zijn dan bv. $\frac{1}{4}\tau$. Maar in feite is (3.6) niet geldig omdat daarin ook $\tau (= C/A)$ niet constant is: τ neemt af met afnemende menglaagdiepte (via C) en toenemende windsnelheid (via A). Wel zou men praktisch (3.6) kunnen gebruiken over tijdvakken waarbinnen een gemiddelde waarde voor $A/C = \tau^{-1}$ redelijk kan worden geschat.

Hier volgt een schatting van de gemiddelde "evenwichtstemperatuur" T_e in februari en augustus voor hetzelfde zeegebied, 55°N , 15°W . In klimatologische atlanten vindt men de volgende gemiddelde temperaturen ($^\circ\text{C}$).

	februari	augustus
T_a = luchttemperatuur	8	14
T_w = natteboltemperatuur lucht	6	11½
T = opp. temp. zeewater	9½	14

De Budyko-atlas (1963) geeft een jaargemiddelde netto - warmtewinst van ca 45 W m^{-2} , in februari ca 0 en in augustus ca 90 W m^{-2} . Deze waarden nemen we voor B.

De schatting wordt dan als volgt:

	februari	augustus	
B = gemiddelde van (3.2B)	0	90	W m ⁻²
U = gemiddelde windsnelheid (uit atlassen)	12	8	m s ⁻¹
A = gemiddelde van (3.2A)	45	35	W m ⁻² K ⁻¹
$\frac{B}{A} = T_e - T_w$	0	2,6	K
$T_e = \text{"evenwichtstemperatuur"}$	6	14	K

Hiermee wordt in februari de "evenwichtstemperatuur" T_e duidelijk lager dan de watertemperatuur T. Aanwijsbare oorzaken:

1. diepe menglaag en dus grote tijdconstante τ ,
2. invloed van advectie (Noordatlantische Drift).

In augustus wordt T_e ongeveer gelijk aan T: de menglaag is ondiep, de tijdconstante dus kleiner en de advectie van warmer water speelt een geringere rol dan in februari.

4. Menglaag in zee, algemeen kwalitatief

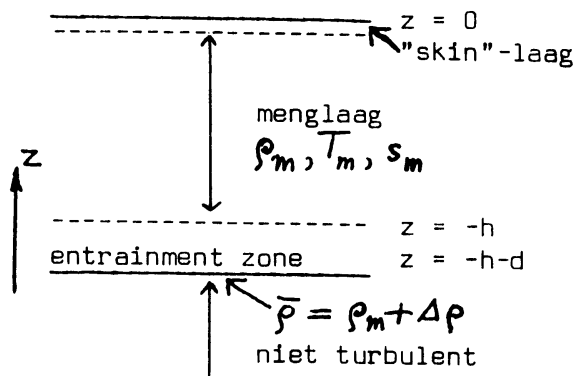
Ref: Phillips (1977) par. 6.7.

Zeer veel waarnemingen laten zien dat zich onder het zeeoppervlak een, blijkbaar goed dooreengeroerde, bij benadering homogene laag van een zekere dikte (zeg van 1 tot 300 meter) bevindt als 1^o er voldoende wind staat en/of 2^o er voldoende warmteverlies van het zeeoppervlak naar de atmosfeer is (in hoofdzaak door verdamping en uitstraling). Beide factoren betekenen: voldoende toevoer van turbulentie-energie. Maar de aard van beide processen en van de optredende turbulentie is in beide gevallen duidelijk verschillend: "gedwongen convectie", resp. "vrije convectie". (Ref. Phillips, 1977, pp. 284-287).

In het eerste geval wordt de turbulentie-energie toegevoerd aan het zeeoppervlak - vermoedelijk vooral door het breken van golven - en mogelijk ook in de menglaag door de schering van de door de wind opgewekte stroming (zie par. 6). In het tweede geval treedt een benedenwaartse turbulente massaflux vanaf het oppervlak op (meer hierover in par. 7) en moet de menglaag in geringe mate verticaal instabiel gelaagd zijn. In het eerste geval hoeft dat niet.

In een goed ontwikkelde menglaag, met een flinke mate van turbulentie, neemt de laagdikte geleidelijk met de tijd toe, door "entrainment" of erosie van de onderliggende, minder turbulente, waterlaag. Dit proces vindt plaats in een turbulente overgangszone, de z.g. "entrainment zone", onder de eigenlijke menglaag. Die zone is vaak gekenmerkt door grote gemiddelde verticale gradiënten in dichtheid en in horizontale stroming. Deze stroomschering kan worden veroorzaakt zowel door de stroom die de wind in de hele menglaag opwekt (met het karakter van inertiaalbeweging, vgl. Phillips, 1977, pp. 301-303) als door inwendige golven. Op microschaal is sprake van een sterk geplooid, zeer grillig bewegend frontvlak (of stukken frontvlak) waarlangs de turbulentie zich "vreet" in minder turbulent water. De dikte van deze zone is volgens sommige bronnen van de orde 10% van de menglaagdikte. In modelbeschouwingen wordt deze dikte meestal verwaarloosd.

Boven de eigenlijke homogene menglaag is een dunne "skin"-laag (dunner dan 1 cm), het duidelijkst in het geval van vrije convectie.



Binnen de menglaag zelf zal de schering van de horizontale snelheid in het algemeen niet groot zijn, maar die is, met wind, zeker niet nul.

Een menglaag zal verdwijnen of dunner worden als de toevoer van turbulente energie door de wind en door afkoeling van het zeeoppervlak vermindert d.w.z. als de wind wegvalt en daarbij het oppervlak niet meer afkoelt, en eerder nog als de bovenste lagen warmer worden, met name door instraling. De menglaag gaat dan over in een stabiele stratificatie, met sterk verminderde verticale uitwisseling. Onder bepaalde omstandigheden kan een nieuwe ondiepe menglaag ontstaan (zie par. 9). Pycnoclines aan de onderzijde van vroegere diepe menglagen kunnen zich nog lang handhaven.

Een menglaag kan kwantitatief worden beschreven - als we de stroomverdeling $U_{\alpha}(z)$ ($\alpha = 1, 2$) buiten beschouwing laten - door drie onafhankelijke parameters: de diepte h , de temperatuur T of T_m en de saliniteit s of s_m , die alle drie als functie van de tijd t worden beschouwd.

De diepte h moet worden gedacht te zijn gemiddeld over een geschikt tijdsinterval wegens het meestal optreden van zowel oppervlaktegolven als (veel tragere) inwendige golven. Als inwendige getijden optreden zal dit tijdsinterval wel ca. 12 of ca. 24 uur moeten zijn. P.M.: zulke inwendige golven kunnen enorme variaties in de diepte van een pycnocline veroorzaken (zie b.v. Phillips, 1977, fig. 5.1). Grootschalige verticale bewegingen worden verwaarloosd; dan is de snelheid van "entrainment" w_e identiek met dh/dt . (afgezien van het (kleine) effect van neerslag en verdamping op h).

Het probleem dat in het bijzonder zal worden bekeken is dat van de evolutie van de zich verdiepende menglaag: wij gaan uit van een ten tijde t plaatselijk aanwezige menglaag met gegeven h , T en s , stellen verder dat de relevante atmosferische parameters en de zeevatereigenschappen onder de menglaag ten tijde t gegeven zijn en vragen naar de veranderingen in de tijd $\frac{dh}{dt}$, $\frac{dT}{dt}$ en $\frac{ds}{dt}$.

De belangrijkste vereenvoudiging die meestal, en ook in het volgende, wordt gemaakt is het negeren van plaatselijke veranderingen die veroorzaakt worden door horizontale advectie*. De zeebodem wordt zo diep gedacht dat de menglaag de bodem nooit bereikt.

Opm. Men kan de veranderingen in de bovenste lagen van de zee ook op andere manieren beschrijven, b.v. met de Reynoldsflux-vergelijkingen met een "parameterisatie" van de derde-orde-termen, of met de van ouds bekende "K-theorie". In dit laatste geval worden de turbulente uitwisselingscoëfficiënten K ingevoerd als de verhouding tusseneen verticale turbulente flux en een verticale gradiënt; dit zijn dan lokale factoren die moeten worden uitgedrukt in lokale parameters. (Fysisch is dit niet juist omdat de transporterende wervels vaak grote afmetingen hebben). Bij flinke turbulentie en in instabiele situaties zijn de K 's dan groot, zodat de verticale gradiënten klein worden en men van een "menglaag" kan spreken.

Het voordeel van de in dit geschrift besproken theorie is wel de betrekkelijke eenvoud ervan. In feite komt die er op neer dat K oneindig groot wordt gesteld bij "voldoende" turbulentie en zodra bij eindige K een instabiele situatie zou optreden. Dit laatste geval wordt aangeduid met "convective adjustment".

* Hiervoor wordt ook de term horizontale convectie gebruikt.

5. De vergelijkingen voor de veranderingen van temperatuur, saliniteit en dichtheid in een menglaag met de tijd.

Eén onderstelling is dat ten allen tijde en op alle plaatsen in de zee de toestandsvergelijking geldt: $\rho = \rho(T, s)$. De variaties van ρ , T en s in de menglaag en vlak daaronder zijn relatief klein, zodat we een lineair verband tussen kleine fluctuaties in ρ , T en s onderstellen:

$$(5.1) \quad \delta\rho = -\alpha\rho\delta T + \beta\rho\delta s,$$

met $\alpha = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_{s \text{ const}}$ = thermische (volume-)uitzettingscoëfficiënt en

$$\beta = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial s}\right)_{T \text{ const}}.$$

De invloed van de druk p op ρ , α en β zal geheel worden genegeerd. (Een benadering $\rho = (\rho \text{ bij } 1 \text{ atm.}) + \text{const.} \cdot p$ zou overigens slechts een geringe complicatie zijn).

Uitdrukkingen voor $\frac{dT}{dt}$ en $\frac{ds}{dt}$ in de menglaag kunnen eenvoudig worden afgeleid uit balansvergelijkingen voor totale massa, enthalpie en opgelost zout. De volgende afleiding lijkt mij beter en nauwkeuriger dan hetgeen men normaliter kan lezen. (Maar volledige exactheid komt in de natuurkunde nooit voor).

In een balansvergelijking is het beter de enthalpie of warmtefunctie, r^* in J per kg zeewater, te gebruiken dan de temperatuur, omdat r een specifieke extensieve parameter^{**} is (evenals de saliniteit s). Deze r is gedefinieerd door $\delta r = c \delta T$ bij constante druk^{xxx}, met c = soortelijke warmte bij constante druk.

We beschouwen een verticale kolom zeewater met als bovenzijde het zeeoppervlak zelf en als onderzijde een horizontaal vlak juist boven de "erosielaag" en zodanig dat de verticale advectiesnelheid \bar{w} ten opzichte van dat vlak nul is. De hoogte van deze kolom zij $h_x(t)$. Niet te verwarren met de gehele menglaagdikte $h(t)$; wèl is ondersteld $h - h_x \ll h$.

Als in de "erosielaag" de toename van de gemiddelde dichtheid met de diepte, dus van de onderzijde van de menglaag gaande naar het niet turbulente water er onder, $\Delta\rho$ bedraagt, wordt er per tijdseenheid netto een massa $w_e \cdot \Delta\rho$ van onderen in de menglaag ingevoerd. Door de turbulentie in de menglaag wordt deze massa naar boven afgevoerd en over de menglaag verspreid. Analoog is de turbulente invoer van zout en enthalpie door de onderkant van de menglaag resp. $w_e \cdot \Delta(\rho s)$ en $w_e \cdot \Delta(\rho r)$.

We hebben dan de volgende budgetposten:

^x Het gebruikelijke symbool is H , maar die letter is al gebruikt (flux van voelbare warmte).
^{xx} In de thermodynamica is een "extensieve" parameter voor een fase recht evenredig met de massa van de fase; "specifiek" betekent dan: betrokken op de eenheid van massa.
^{xxx} De kleine bijdrage $+\mu_s \delta s$ (μ_s = chemische potentiaal) wordt verwaarloosd.

	verlies aan bovenzijde	winst aan onderzijde	winst binnen de kolom
totale massa	E-P	$w_e \cdot \Delta \rho$	0
zout	0	$w_e \cdot \Delta(\rho s)$	0
enthalpie	$Y+r(E-P)$	$w_e \cdot \Delta(\rho r)$	$\int_{-h_x}^0 A dz$

Hierin:

P = neerslagintensiteit in $\text{kg m}^{-2}\text{s}^{-1}$ (temperatuurverschil tussen neerslag en menglaag is verwaarloosd);

Y = som van de van het oppervlak naar boven gaande fluxen van voelbare warmte H, latente warmte LE en netto langgolvlige straling $Q_{1\uparrow} - Q_{1\downarrow}$;

$w_e \cdot \Delta \rho$ enz.: zie boven;

A(z) = de per volume-eenheid geabsorbeerde kortgolvlige stralingsenergie van de zon, zover deze in warmte wordt omgezet.

Bij afwezigheid van (bio-)chemische processen zal gelden $\int_{-h_x}^0 A dz = Q_s(1-R)$, met Q_s = neerwaartse flux van kortgolvlige zonstraling vlak boven zee, R = "albedo".

P.M. De warmteproductie door dissipatie van turbulentie-energie is relatief zeer klein.

De balansvergelijkingen zijn dan kennelijk:

$$(5.2) \quad \frac{d}{dt}(h_x \rho) = -(E-P) + w_e \cdot \Delta \rho,$$

$$(5.3) \quad \frac{d}{dt}(h_x \rho s) = + w_e \cdot \Delta(\rho s),$$

$$(5.4) \quad \frac{d}{dt}(h_x \rho r) = -r(E-P) - Y + \int_{-h_x}^0 A dz + w_e \cdot \Delta(\rho r).$$

Door te nemen (5.4) minus r maal (5.2), resp. (5.3) minus s maal (5.2), verschijnen de gezochte uitdrukkingen voor $\frac{dT}{dt}$ en $\frac{ds}{dt}$ (met $\delta r = c \delta T$):

$$(5.5) \quad h_x c \rho \frac{dT}{dt} = -Y + \int_{-h_x}^0 A dz + w_e c \rho \Delta T,$$

$$(5.6) \quad h_x \rho \frac{ds}{dt} = s(E-P) + w_e \rho \Delta s.$$

In deze vergelijkingen mogen we h_x wel vervangen door de menglaagdiepte h, omdat $h-h_x \ll h$.

Vergelijking (5.5) met $w_e = 0$ komt overeen met (3.1).

Als we nu (5.5) maal $-\frac{\alpha}{c}$ en (5.6) maal β bij elkaar optellen krijgen we, wgens (5.1), een uitdrukking voor $\frac{d\rho}{dt}$:

$$(5.7) \quad h_x \frac{d\rho}{dt} = \frac{\alpha}{c} \left(Y - \int_{-h_x}^0 A dz \right) + \beta s (E-P) + w_e \Delta \rho.$$

(Tussen haken: (5.2) minus (5.7) levert nog $\frac{dh_x}{dt}$, maar die is minder interessant).

Op (5.7) komen we nog terug in par. 7.

Uit 5.5 en (5.6) kan de verandering met de tijd van de temperatuur en saliniteit in de menglaag worden berekend als de andere parameters bekend zijn. De grote onbekende is echter nog de erosiesnelheid $w_e = dh/dt$. Het moeilijke probleem in de theorie van de menglaag, waaraan in de laatste 12 jaren tientallen artikelen gewijd zijn, is het uitdrukken van w_e in de uitwendige bekende parameters. Daarbij komt o.m. een beschouwing van de balansvergelijking voor de turbulentie-energie te pas.

6. De balansvergelijkingen voor de turbulentie-energie in de menglaag.

De balansvergelijking voor de turbulente (kinetische) energie per massa-eenheid in een horizontaal homogene laag is volgens Phillips (1977), p. 259 (in de zg. Boussinesq-benadering):

$$(6.1) \quad \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \overline{q^2} \right) = - \frac{\partial F}{\partial z} + \overline{bw} - \overline{u_\alpha w} \frac{\partial u_\alpha}{\partial z} - \epsilon,$$

(A) (B) (C) (D) (E)

waarin $F = \overline{w \left(\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} q^2 \right)}$.

Term (A) is de toename met de tijd van de kinetische energie per massa-eenheid van de fluctuerende beweging ($q^2 \equiv u_1^2 + u_2^2 + w^2$ is het kwadraat van het fluctuerende "hoogfrequente" deel van de snelheid). Term (B) is de convergentie van de turbulente flux van "hoogfrequente" energie (p is het fluctuerende deel van de druk, ρ is de referentiedichtheid). Term (C) is de "buoyancy"-term (~~b~~ $-\rho'/\rho q$ met ρ' het fluctuerende deel van de dichtheid ter plaatse). Term (D), die altijd positief is (inclusief het minteken), is de scheringsterm (te sommeren over $\alpha = 1, 2$; u_α is de gemiddelde horizontale snelheid ter plaatse). Term (E) stelt de dissipatie voor.

Daar ϵ in een turbulent medium altijd en overal positief is moet de som van (B), (C) en (D) overal in een menglaag positief zijn om de turbulentie op een zeker peil te houden.

Het is ook nuttig de balans van de turbulentie-energie voor de hele menglaag te beschouwen. Integratie van (6.1) over z tussende bodem van de menglaag $z = -h$ en het oppervlak $z \approx 0$, index s, geeft:

$$(6.2) \quad \int_{-h}^0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \overline{q^2} \right) dz = -F_s + F(-h) + \int_{-h}^0 \overline{bw} dz - \int_{-h}^0 \overline{u_\alpha w} \frac{\partial u_\alpha}{\partial z} dz - \int_{-h}^0 \epsilon dz.$$

(A) (B) (B') (C) (D) (E)

N.B. Alle termen in (6.2) hebben de dimensie (snelheid)³, dus zijn uit te drukken in $m^3 s^{-3}$. Om hieruit energieën per m^2 en per s te krijgen, dus uitgedrukt in $W m^{-2}$, moet (6.2) vermenigvuldigd worden met de (constant gedachte) referentiedichtheid ρ ($kg m^{-3}$).

De flux F_s in (6.2) zal meestal negatief zijn. $|F_s| = -F_s$ kan worden geïnterpreteerd als een toevoer van turbulentie- (en golf-) energie uit de wind naar de zee. Als we onderstellen dat het water onder de erosielaag niet turbulent is, is daar $F = 0$.

Voor de erosielag tussen $z = -h-d$ en $z = -h$ wordt de balans van turbulentie-energie:

$$(6.3) \quad \int_{-h-d}^{-h} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{2} \overline{q^2} \right) dz = -F(-h) + \int_{-h-d}^{-h} \overline{bw} dz - \int_{-h-d}^{-h} \overline{u_x w} \frac{\partial u_x}{\partial z} dz - \int_{-h-d}^{-h} \varepsilon dz - J,$$

(A_2)
 (B_2)
 (C_2)
 (D_2)
 (E_2)

waarin rechts een term $(-J)$ is toegevoegd, voorstellend de uitstraling naar beneden door (Korte) inwendige golven als het water onder de erosielag verticaal stabiel gelaagd is.

In (6.3) zullen de termen (C_2) (die hier slecht gedefinieerd is) en (E_2) vermoedelijk klein zijn t.o.v. de overeenkomstige termen van (6.2). Term (A_2) is hier in wezen positief. De som van (B_2) en (D_2) zal daarom positief moeten zijn. Zonder stroomschering is term (D_2) nul, dus zal alleen een naar beneden gerichte flux $|F(-h)|$ erosie kunnen veroorzaken. Met stroomschering zou term (D_2) veel groter kunnen zijn dan (A_2) ; dan zou $F(-h)$ positief zijn en dus bijdragen tot de turbulentie in de menglaag.

Als er wind is (en daarmee een zekere stroming met schering $\partial u_x / \partial z$) zijn in (6.2) de termen (B_1) , (D_1) en misschien (B_1') de belangrijkste brontermen voor de turbulentie in de menglaag. De term (B) van (6.1) zal in het algemeen positief zijn: de turbulentie-intensiteit neemt van het oppervlak naar beneden af (behalve mogelijk onder in de menglaag).

De "buoyancy"-termen (C) en (C_1) kunnen positief en negatief zijn. Als er geen wind en geen stroomschering is, zodat (B_1) en (D_1) nul zijn, kan een menglaag alleen bestaan als (C_1) positief is. Voor een goed begrip van wat zich in een menglaag afspeelt is het gewenst deze "buoyancy"-termen nader te beschouwen. Dat gebeurt in de volgende paragraaf.

7. De turbulente verticale massaflux in de menglaag.

De term \overline{bw} in (6.1) is per definitie

$$(7.1) \quad \overline{bw} = -\frac{g}{\rho} \overline{\rho' w'} = -\frac{g}{\rho} M(z),$$

waarin $M(z)$ is de turbulente verticale massaflux (positief indien opwaarts).

In gebieden waar M negatief is, daalt er via de turbulentie gemiddeld meer massa door een horizontaal vlakje dan er opstijgt, zodat er door de zwaartekracht energie vrij komt, ten bate van de turbulentie. In dat geval zal in beginsel de tijdgemiddelde dichtheid $\overline{\rho}(z)$ iets met de diepte afnemen, maar blijkbaar gaat de turbulente uitwisseling dan zo snel dat een verticale dichtheidsgradiënt niet waarneembaar is. Als \overline{bw} het grootste deel van de turbulente energie levert hebben we "vrije convectie".

Vraag: schat die dichtheidsgradiënt m.b.v. Phillips 1977 formule (6.6.13), met de coëfficiënt ≈ 1 en een ondergrens van $(-z)$ b.v. 0,1 m en voor een redelijke waarde van $|M_0|$ (zie (7.2) hieronder).

In gebieden in een menglaag waar $M(z)$ positief is moet turbulentie-energie worden gebruikt om arbeid tegen de zwaartekracht te verrichten en zal de menglaag zich alleen kunnen handhaven als er voldoende energie wordt toegevoerd uit de termen (D) en/of (B) van (6.1).

Van weten we het volgende:

Aan het oppervlak is hij praktisch gegeven door

$$(7.2) \quad M(0) = M_0 = -\frac{\alpha}{c} \gamma + \beta s (P - E);$$

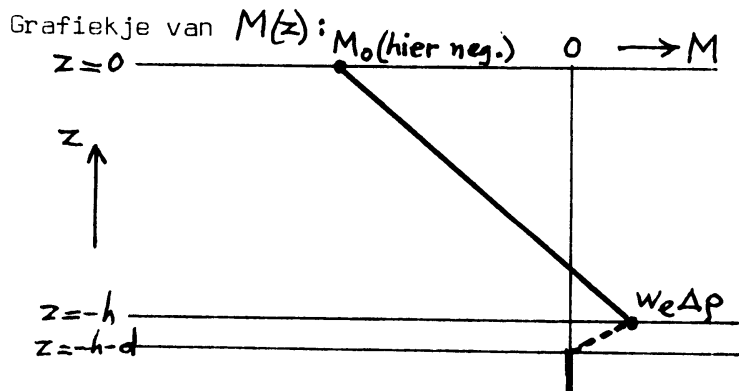
vergelijk par. 5 en formule (5.7), Phillips 1977 eq. (6.6.1) (mèt factor β) en R.D. artikel J.P.O., jan. 1979. De kortgolvlige stralingsterm doet hier niet mee omdat deze straling wordt geacht onder het oppervlak in te dringen.

In par. 5 is al gesteld dat een "entrainment" met een gemiddelde snelheid $w_e = \frac{dh}{dt}$ een turbulente verticale massaflux aan de onderkant van de menglaag ter grootte $w_e \Delta \rho$ met zich meebrengt. Dus:

$$(7.3) \quad M(-h) = w_e \Delta \rho.$$

De situatie is verder het eenvoudigst als er geen kortgolvlige instraling Q_s van boven is, dus des nachts. In dat geval geldt, als er geen netto verticale snelheden zijn, op elk niveau z de continuïteitsvergelijking $\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial M}{\partial z}$. Postuleren we het bestaan van een blijvende menglaag dan moet in die menglaag (tussen $z = -h$ en het oppervlak) $\frac{\partial M}{\partial z}$ dus onafhankelijk van z zijn en de term (C_1) en (6.2) wordt:

$$(7.4) \quad \int_{-h}^0 \rho w dz = -\frac{g}{\rho} \int_{-h}^0 M dz = -\frac{g}{\rho} \cdot \frac{h}{2} \cdot (M_0 + w_e \Delta \rho).$$



Als er voldoende wind is, zodat de termen (B_1) en (D_1) in (6.2) groot genoeg zijn, zal er een menglaag met erosie zijn ongeacht de waarde van M_0 . Dan kan $\frac{\partial \rho_m}{\partial t} = -\frac{\partial M}{\partial z}$ zowel positief als negatief zijn.

Als er geen wind is en de termen (B_1) en (D_1) in (6.2) weg vallen is er alleen een menglaag met erosie als de term (C_1) volgens (7.4) positief is, dus als M_0 negatief is en ρ met de tijd toeneemt, in het algemeen koelt de menglaag dan af. Dit is het geval van (vrije) "penetrenderende" convection; $w_e \Delta \rho$ is slechts een kleine fractie van $|M_0|$. Zie verder par. 8.3.

Als er wèl kortgolvlige straling in het water geabsorbeerd wordt verandert er niet zo veel aan de situatie. Stralingsabsorptie geeft een bijdrage tot $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ die ter plaatse z gegeven is door $-\frac{\alpha}{c} A(z)$, waarin $A(z)$ is de per volume-eenheid geabsorbeerde en in warmte omgezette stralingsenergie ($W m^{-3}$) (vgl. par. 5, vgl. (5.7)). Er is dan een continu over de diepte verdeeld dichtheidsdeficit en we hebben

$$(7.5) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\alpha}{c} A(z) - \frac{\partial M}{\partial z}.$$

Postuleren we wederom dat $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ tussen $z=0$ en $z = h$ = 0 onafhankelijk van z zal zijn, dan moet gelden

$$(7.6) \quad \frac{d\rho_m}{dt} = -\frac{\alpha}{c} A(z) - \frac{\partial M}{\partial z}, \quad \text{onafhankelijk van } z.$$

Met de randvoorwaarden (7.2) en (7.3) vinden we door integratie van (7.6) over de menglaag:

$$(7.7) \quad h \frac{d\rho_m}{dt} = -M_0 + w_e \Delta \rho - \frac{\alpha}{c} \int_{-h}^0 A(z) dz,$$

in overeenstemming met vgl. (5.7), en verder:

$$(7.8) \quad M(z) = \left(1 + \frac{z}{h}\right) M_0 - \frac{z}{h} w_e \Delta \rho + \frac{\alpha}{c} \left\{ \int_z^0 A(z) dz + \frac{z}{h} \int_{-h}^0 A(z) dz \right\}$$

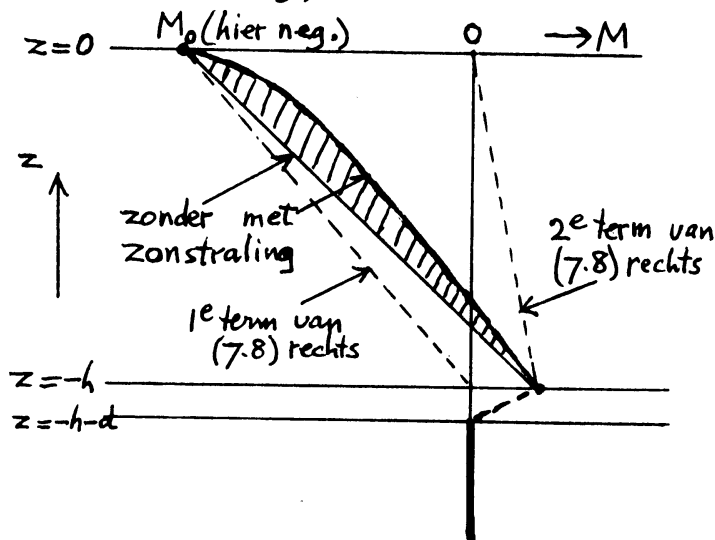
en

$$(7.9) \quad \int_{-h}^0 M(z) dz = \frac{1}{2} h M_0 + \frac{1}{2} h w_e \Delta \rho + \frac{\alpha}{c} \lambda \int_{-h}^0 A dz,$$

waarin ter afkorting de lengte λ is ingevoerd, die ligt tussen 0 en $\frac{1}{2} h$. Als de absorptie bijna gelijkmatig over de hele menglaag zou zijn ($A \approx \text{const.}$) geldt $\lambda \rightarrow 0$; als de absorptie vrijwel geheel boven in de menglaag plaats vindt geldt $\lambda \rightarrow \frac{1}{2} h$.

Door de stralingsabsorptie wordt $M(z)$ dus verhoogd en de geïntegreerde bronterm (C_1) van (6.2) wordt kleiner.

Grafiek van $M(z)$:



Het gearceerde gedeelte geeft de invloed van de stralingsabsorptie: de voor de turbulentie beschikbare energie wordt door de straling kleiner.

Als op elk moment de toestandsvergelijking $\rho = \rho(T, s)$ geldt, en wel in gelineariseerde vorm, is via de relatie (5.1) elke turbulente massaflex in zeewater een lineaire combinatie van een turbulente warmteflux en een turbulente zoutflux. We kunnen dan in (7.7) $h \frac{\partial \rho_m}{\partial t}$, $-M_0$ en $w_e \Delta \rho$ volgens (5.1) en (7.2) schrijven als sommen van een "warmte-deel" en een "zout-deel" en krijgen dan uit (7.7) de twee vergelijkingen (5.5) en (5.6) terug.

8. Over de snelheid waarmee de menglaag dieper wordt
(de snelheid van "entrainment" of erosie)

8.1 Algemeen

Het is niet geheel duidelijk op welke wijze de snelheid van "entrainment" w_e in een gegeven menglaag afhangt van de omstandigheden. Wel is het duidelijk dat de "entrainment" een aanslag doet op het budget van turbulentie-energie onder in de menglaag. Er is op twee manieren turbulentie-energie nodig. In de eerste plaats wordt er meer zeewater in turbulente beweging gebracht; dat vereist, per tijdseenheid en per oppervlakte-eenheid een energie van $w_e \cdot \frac{1}{2} \rho q^2$. In de tweede plaats hebben we in de vorige paragraaf laten zien dat de uitspreiding van het van onderen gekomen opgewerkte, iets zwaardere, water over de gehele menglaag een energie eist gegeven door $\frac{1}{2} gh w_e \Delta \rho$ (zie vgl. 7.4). Een schatting, met $\overline{q^2}$ van de orde $10^{-4} m^2 s^{-2}$, leert dat de tweede bijdrage, zelfs bij kleine h (1m) en kleine $\Delta \rho$ ($10^{-2} kg m^{-3}$), nog van de orde 1000 maal groter is, zodat de eerste bijdrage verwaarloosbaar is.

Het bovenstaande maakt plausibel dat, hoewel de "entrainment" zelf een lokaal proces is, toch het product van de totale menglaagdiepte h en het dichtheidsverschil $\Delta \rho$ maatgevend zal zijn voor de grootte van w_e . Anderzijds zal w_e groter zijn naarmate er meer turbulentie-energie in de erosie-laag beschikbaar is. We kunnen dus tentatief voor w_e een dimensioneel correcte vergelijking opstellen die er ongeveer als volgt uitziet.

(8.1)
$$\frac{1}{2} gh w_e \Delta \rho = k \cdot \rho \overline{q^3},$$

met een dimensieloze factor k en een turbulente snelheidsmaat q te nemen in de erosielaag. Iets algemeen gesteld, en in dimensieloze vorm:

(8.2)
$$\frac{w_e}{q_1} = \text{functie van } \frac{q_2^2}{g h},$$

waarin rechts een "inwendig getal van Froude", Fr , identiek met het omgekeerde van een "getal van Richardson", staat met $g' \frac{d}{\rho} g$ en q_1 en q_2 zijn zekere lokale turbulente schaalsnelheden. De vraag hoe w_e zal afhangen van de uitwendige bekende parameters (windsnelheid, warmtefluxen enz.) komt dus neer op de vraag het functionele verband (8.2) te bepalen en q_1 en q_2 in die bekende parameters uit te drukken.

Uitstraling van energie door inwendige gravitatie-golven naar beneden als het water onder de erosielaag stabiel gelaagd is gaat ten koste van de "entrainment". Dit kan worden verdisconteerd door rechts in (8.2) of (8.1) een factor toe te voegen die afneemt met toenemende dichtheidsgradiënt

onder de erosielaag.

We bekijken achtereenvolgens de beide in het begin van par. 4 beschouwde grensgevallen.

8.2 Menglaag met alleen de wind als (primaire) bron van turbulentie-energie.

We nemen $M_0 = 0$ en $A(z) = 0$, zodat de term (C_1) in (6.2), volgens (7.4), wordt $-\frac{1}{2} \rho h w_e \cdot \Delta p$. Als we kijken naar de som van (6.2) en (6.3) en daarin de termen (A_1) , (A_2) en het verschil tussen (C_2) en (C_1) verwaarlozen, wordt de erosiesnelheid w_e dus evenredig met de som van de termen (B_1) , (D_1) , (D_2) , (E_1) , (E_2) en $-I$.

Van de experimenten die uitgevoerd zijn om een verband als (8.2) te bepalen zijn die van Kato en Phillips (1969) en van Kantha, Phillips en Azad (1977) de bekendste (zie Phillips (1977), pp. 299 - 301). Ook de wat anders uitgevoerde experimenten van Lofquist (1960) zijn welbekend. Bij Kato e.a. en Kantha e.a. werd wel een bekende constante schuifspanning aan het oppervlak opgelegd, maar daar waren geen verticale snelheidsfluctuaties, zodat F_s in (6.2) nul was. Zij gebruikten de bekende schuifspanningssnelheid direct onder het oppervlak, u_{*s} , als snelheidsmaat in (8.2), maar de turbulentie aan de onderzijde van de menglaag is niet gemeten en het verband tussen deze en u_{*s} moet afhankelijk van $\frac{u_{*s}^2}{g'h}$ zijn geweest omdat de menglaag in versnelde beweging was en dus een stroomschering had die zeker afhing van $\frac{u_{*s}^2}{g'h}$. Vermoedelijk zijn de resultaten dus niet algemeen geldig. Overigens gebruiken verschillende auteurs verschillende schaalsnelheden (ook "bulk"-snelheden) en schaallengten (ook micro-lengten) in (8.2). Ze vinden dan altijd wel een zeker verband, omdat in elk experiment de verschillende schalen wel ruwweg evenredig met elkaar variëren.

Kraus en Turner (1967) en een aantal latere auteurs stelden voor hun modelering simpelweg

(8.3)
$$w_e \approx \frac{u_{*s}^3}{g'h}$$

Daarbij is u_{*s} evenredig met de windsnelheid U_{10} (op 10 meter hoogte) volgens $\frac{u_{*s}}{U_{10}} = \left(\frac{\rho_a}{\rho_w} C_D\right)^{1/2} \approx 1,2 \cdot 10^{-3}$, met ρ_a = dichtheid lucht, ρ_w = dichtheid zeewater en C_D = "drag coefficient". Hiermee werden redelijke resultaten bereikt. Formule (8.3) houdt in dat de som van de in de eerste alinea van deze paragraaf genoemde zes termen van (6.2) en (6.3) gesteld worden op $\frac{1}{2} u_{*s}^3$.

Pollard, Rhines en Thomson (1973) hadden een ander idee (ref. Phillips (1977) pp. 301 - 303). Zij stelden dat niet u_{*s} , maar de sprong van de gemiddelde snelheid boven en onder de erosielaag, te noemen ΔU , de voor de "entrainment" maatgevende snelheid is. Dit idee komt overeen met de gissing dat de scheringsterm (D_2) van (6.3) het belangrijkste is voor de creatie van

turbulentie-energie in de erosielaag. Zij verwaarloosden de stroomschering binnen de menglaag en gebruikten een impulsbalans. Hun stelling dat de menglaagdiepte h bepaald zou worden door de relatie

$$(8.4) \quad Fr(\Delta U) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{(\Delta U)^2}{g'h} = \text{een constante}$$

komt feitelijk overeen met de vorm (8.2), met $q_2 = \Delta U$, als het rechterlid zeer steil afvalt van positief tot nul bij $Fr \approx$ die constante.

De moeilijkheid bij dit model is dat ΔU veelal niet bekend is. De impulsbalans wordt sterk beïnvloed door onbekende geringe horizontale drukgradiënten in zee. Price e.a. (1978) kwamen echter in een serie modelberekeningen in vergelijking met waarnemingen van stormsituaties tot aanwijzingen dat wellicht ΔU inderdaad een betere maat is dan u_{*s} . De beste waarde voor de constante in (8.4) was ca. 1,5. Een her-analyse van de proefresultaten van Kato e.a. en Kantha e.a. kan volgens Price (1979) met deze opvatting in overeenstemming worden gebracht (ΔU is dan de uit die proeven te berekenen gemiddelde snelheid van de gemengde bovenlaag).

8.3 Menglaag met alleen vrije convectie

We onderstellen geen wind en geen stroomschering, dus in (6.2) en (6.3) zijn de termen (B_1) , (D_1) en (D_2) nul. De belangrijkste parameter is dan de turbulente verticale massaflux vlak onder het oppervlak M_0 , gegeven door (7.2), die volgens (7.4) bepalend is voor de term (C_1) ; bovendien kan de absorptie van kortgolvlige straling een rol spelen; maar deze laten we eerst buiten beschouwing.

In (7.2) is Y , de som van de netto opwaartse fluxen van warmte en langgolvlige straling (zie par.5) meestal positief (vgl. ook de tabel in par. 2.3). Bij geen of geringe neerslag (P) is M_0 dus normaliter negatief.

Als M_0 negatief is zal een menglaag aanwezig zijn met "entrainment" via "penetrerende convectie". De productieterm (C_1) in (6.2) tengevolge van M_0 is dan volgens (7.4) gegeven door $-\frac{g}{2\rho} M_0 h$ (in $m^3 s^{-3}$). Het ligt dan voor de hand als snelheid in (8.2) in te voeren de z.g. convectie snelheidsschaal, gegeven door

$$(8.5) \quad w_*^3 = -\frac{g}{2\rho} M_0 h = \frac{1}{2} h (\overline{tw})_0.$$

Als we nu in (8.1) voor $\overline{q^3}$ nemen w_*^3 , geeft (8.5) de relatie

$$(8.6) \quad -\frac{w_* \Delta \rho}{M_0} = k,$$

waarin de coëfficiënt k natuurlijk niet constant hoeft te zijn. Volgens experimenten ligt k in de buurt van 0,2; als direct beneden de menglaag

stabiele gelaagdheid optreedt wordt k verlaagd (vgl. par. 8.1).
 Met absorptie van kortgolvlige straling wordt de productieterm (C_1) van (6.2) verlaagd (zie par. 7). Dus ook w_*^3 en $-\frac{w_*^4 \rho}{M_0}$ worden lager dan zonder absorptie van kortgolvlige straling bij dezelfde waarde van M_0 ; de "entrainment" kan ook ophouden. Dit laatste geval bekijken we nog in par. 9.3.

8.4 Wind en afkoeling gelijktijdig

Men kan dan de snelheidsschalen u_{*s} en w_*^* combineren (hoe precies is niet duidelijk: men kan òf de kwadraten òf de derde machten bij elkaar optellen) en krijgt dan een gecombineerde snelheidsschaal.

Er zijn in de laatste tien jaar door vele onderzoekers meer verfijnde modelleringen voor de "entrainment" geprobeerd. Duidelijke, enigszins algemeen geldige conclusies zijn echter niet bereikt.

9. Enkele menglaagmodellen

Hieronder zijn de voornaamste gepubliceerde menglaagmodellen genoemd en kort aangeduid. Voor een korte discussie van de opzet volgens Pollard e.a. (1973) verwijzen we in par. 9.2 naar Phillips (1977) p. 301. Iets meer aandacht is gegeven aan modellen voor het geval van alleen vrije convectie, par. 9.3.

9.1 Modellen gebaseerd op een schematisatie van de vergelijking voor de turbulente energie

Kraus en Turner (1967): simulering van de jaarlijkse cyclus met ontstaan en evolutie van de seizoensthermocline; constante wind, saliniteit constant.
 Denman (1973): uitbreiding met variabele meteo-parameters incl. zonstraling voor perioden van de orde van 10 dagen.

Miller (1976): idem, met saliniteitsvariaties en neerslag.

In deze "turbulent erosion models" worden twee vergelijkingen gebruikt die de evolutie van de dikte h en de dichtheid ρ_h van de menglaag uitdrukken in de ten tijde t gegeven waarden van de dikte h , de dichtheid ρ_m , de turbulente massaflux bij het oppervlak M_0 , de windsnelheid U_{10} , de dichtheids-sprong aan de onderkant van de menglaag $\Delta\rho = \rho_s - \rho_m$ en de stralingsabsorptie.

De eerste vergelijking is de balansvergelijking (5.7), die we kunnen schrijven in de vorm

$$(9.1) \quad h \frac{d\rho_m}{dt} = -M_0 + (\rho_s - \rho_m) \frac{dh}{dt} - \frac{\alpha}{c} \int_{-h}^0 A dz,$$

met M_0 gegeven door (7.2); de tweede term rechts wordt echter nul gesteld als uit de berekening zou volgen dat $\frac{dh}{dt}$ negatief is.

De tweede vergelijking volgt uit een schematisatie van de som van (6.2) en (6.3). Hierin worden de linkerleden verwaarloosd en de som van alle termen rechts behalve (C_1) en (C_2) wordt genoemd G - D ("generation minus dissipation") en die wordt gesteld $m u_{*s}^3$ (m is een dimensieloze coëfficiënt van de orde $\frac{1}{2}$; vergelijk het gestelde na (8.3)). Dit levert dan:

$$0 = -\frac{g}{\rho} \int_{-h}^0 M dz + m u_{*s}^3 .$$

Gebruik makend van (7.9) krijgen we

$$(9.2) \quad 0 = -\frac{1}{2} h M_0 - \frac{1}{2} h (\rho_b - \rho_m) \frac{dh}{dt} - \frac{\alpha}{c} \lambda \int_{-h}^0 A dz + \frac{\rho}{g} m u_{*s}^3 .$$

Ook in deze vergelijking wordt $(\rho_b - \rho_m) \frac{dh}{dt}$ geacht positief te zijn of, als dit niet kan, nul gesteld.

De vergelijkingen (9.1) en (9.2) geven tezamen $\frac{d\rho_m}{dt}$ en $\frac{dh}{dt}$, maar het is aardiger om, in plaats van met (9.1), te werken met een vergelijking die men kan krijgen door $\frac{1}{2}h$ maal (9.1) te nemen en daarbij (9.2) op te tellen:

$$(9.3) \quad \frac{1}{2} h^2 \frac{d\rho_m}{dt} = -h M_0 - \frac{\alpha}{c} \left(\frac{h}{2} + \lambda\right) \int_{-h}^0 A dz + \frac{\rho}{g} m u_{*s}^3 ,$$

waarin $\frac{dh}{dt}$ niet meer voorkomt.

De vergelijkingen worden nog iets simpeler als we stellen $\lambda \approx \frac{1}{2} h$, hetgeen geoorloofd is als de menglaag niet al te ondiep

is (zeg meer dan 30 m). In dat geval wordt de bijdrage van de geabsorbeerde zonstraling gewoon opgesteld bij M_0 ; stel $M_0 + \frac{\alpha}{c} \int_{-h}^0 A dz = M'_0$.

De vergelijkingen (9.2) en (9.3) worden dan

$$(9.2^1) \quad (\rho_b - \rho_m) \frac{dh}{dt} = -M'_0 + \frac{2\rho}{gh} m u_{*s}^3 \quad (\text{mits } \geq 0),$$

$$(9.3^1) \quad h \frac{d\rho_m}{dt} = -2M'_0 + \frac{2\rho}{gh} m u_{*s}^3 .$$

Uitgaande van een gegeven situatie kan men dus $\frac{dh}{dt}$ en $\frac{d\rho_m}{dt}$ berekenen. De keuze van de tijdstap hangt van de probleemstelling af. Zou blijken dat $\frac{dh}{dt}$ negatief zou worden, dan dient een nieuwe (lagere) waarde van h te worden gevonden door h op te lossen uit (9.2¹) met linkerlid nul:

$$(9.4) \quad h = \frac{g}{\rho} \cdot \frac{2 m u_{*s}^3}{M'_0} ;$$

in dit geval wordt de menglaagdikte h vergelijkbaar met de Monin-Obukhov-lengte (gedefinieerd als $u_{*s}^3 / K (\overline{\partial w})_s$, $K = \text{Kármán-constante}$, zie Phillips 1977 p. 283).

Ook voor ρ_b , de dichtheid juist onder de menglaag is een vergelijking nodig. Deze is:

$$(9.5) \quad \text{als } \frac{dh}{dt} > 0 : \frac{d\rho_b(t,z)}{dt} \text{ in } z = -h(t) - \delta \underset{(\delta \text{ klein})}{=} \frac{\partial \rho_b}{\partial t} - \frac{dh}{dt} \left(\frac{\partial \rho_b}{\partial z}\right)_{z=-h} = -\frac{\alpha}{c} A(-h) - \frac{dh}{dt} \left(\frac{\partial \rho_b}{\partial z}\right)_{z=-h} .$$

als h naar een lagere waarde h_1 springt: $\rho_b(t,z)$ in $z = -h_1 - \delta \underset{(\delta \text{ klein})}{=} \rho_m(t)$.

Figuur 6.5 uit het boek van E. Kraus (1972) pag. 21A geeft twee typische voorbeelden van

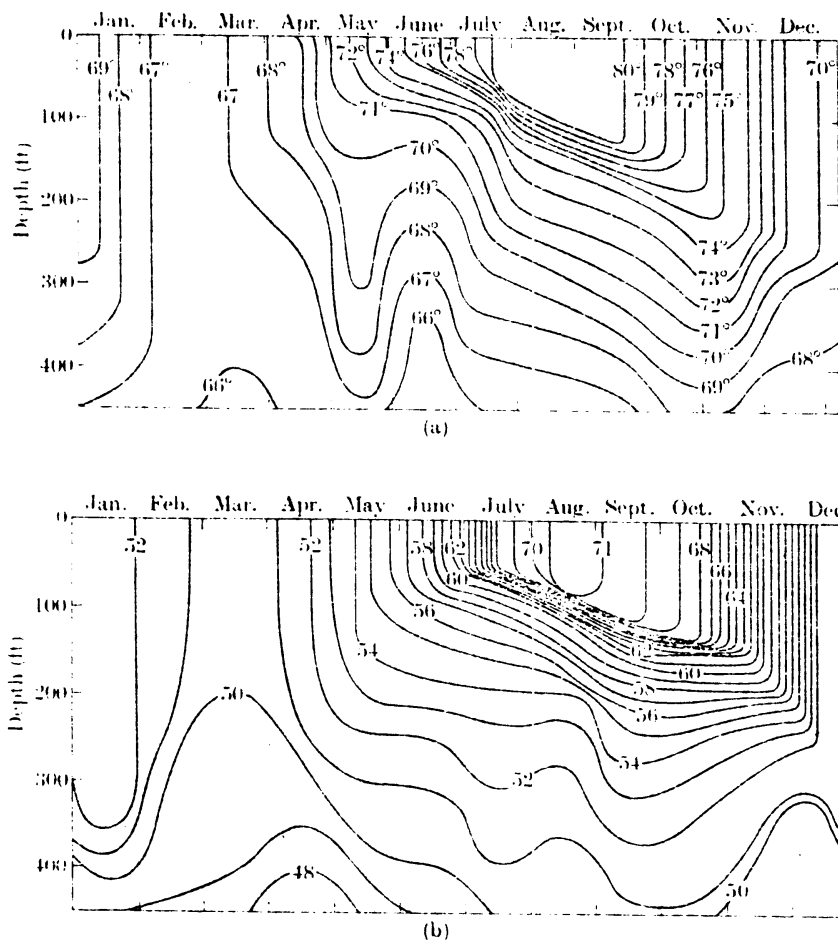


FIG. 6.5. The seasonal temperature ($^{\circ}\text{F}$) cycle of the upper ocean (a) in the Bermuda area, (b) in the central North Pacific (from *Technical Report No. 6*, N.D.R.C., Washington, 1946).

The seasonal thermocline is absent or very weak in the tropical oceans. The main thermocline there can be found often immediately below the mixed layer at a shallow depth. On the other hand, lakes or enclosed water bodies like the Mediterranean may have only seasonal thermoclines.

One-dimensional models of the mixed layer were considered first by Kitaigorodskii (1960) and Kraus and Rooth (1961). Kitaigorodskii computed the depth of the stirred layer from a balance between the

de waargenomen jaarlijkse gang van de temperatuurverdeling in de oceaan op een gematigde breedte. Aan de hand van (9.2¹) en (9.3¹) kan dit gedrag globaal worden verklaard (saliniteit genegeerd).

dec. - feb.: thermocline heel diep, M_0^1 negatief, rechterleden van (9.2¹) en (9.3¹) groot, ρ_m toenemend.

maart: M_0^1 weer positief, ρ_m maximaal.

april - juni: M_0^1 neemt verder toe, u_{*s} neemt af, (9.4) geldt in plaats van (9.2¹), h en ρ_m nemen geleidelijk af.

juli: M_0^1 weer iets afgenomen, u_{*s} iets toegenomen, zodat rechterlid van (9.2¹) weer positief wordt; h is minimaal en gaat weer toenemen; maar ρ_m neemt nog iets af.

aug. - sept.: ook het rechterlid van (9.3¹) wordt weer positief; ρ_m is minimaal, h verder toenemend.

okt. - nov.: M_0^1 afnemend, negatief, u_{*s} toenemend, dus h en ρ_m beide vrij snel toenemend.

9.2 Modellen gebaseerd op de scheringsinstabiliteit aan de onderkant van de menglaag

Pollard, Rhines en Thompson (1973) presenteerden het eerste model van deze aard ("dynamic instability model"), zoals we in par. 8.2 al hebben aangeduid. Zie verder Phillips (1977) p. 301 - 303. De circulaire traagheidsbeweging van de menglaag na het opsteken van een storm is wezenlijk in dit model. Volgens latere onderzoeken beschrijft dit model aardig het dieper worden van de menglaag tijdens stormperiodes van niet langer dan enkele dagen, waarbij de oppervlakteflux M_0 een ondergeschikte rol speelt. Het model is minder geschikt voor het verklaren van de veranderingen op wat langere termijn.

9.3 Modellen met alleen vrije convectie

Het kan voorkomen dat er gedurende een zekere periode vrijwel geen wind is. Dan zijn de in de vorige twee paragrafen beschreven modellen kennelijk onbruikbaar.

We zouden in (9.2) de laatste term ($\frac{\rho}{g} m u_{*s}^3$) moeten vervangen door een negatieve term die de dissipatie voorstelt. De toevoer van turbulentie-energie door een negatieve M_0 zou dan gecompenseerd worden door drie verliestermen: de dissipatie, een eventuele "entrainment" en een eventuele term van de stralingsabsorptie. In par. 8.3 is hierover al iets gezegd.

Bij verwaarloosbare wind en stroomschering houden we als maatgevende uitwendige parameters alleen over: de turbulente verticale massaflux vlak onder het oppervlak M_0 , gegeven door (7.2), en de flux van geabsorbeerde zonstraling $Q_g(1 - R) = Q_0$, met het verloop van de stralingsabsorptie in het water

$$A(z); \int_{-\infty}^0 A(z) dz \text{ is dan } = Q_0.$$

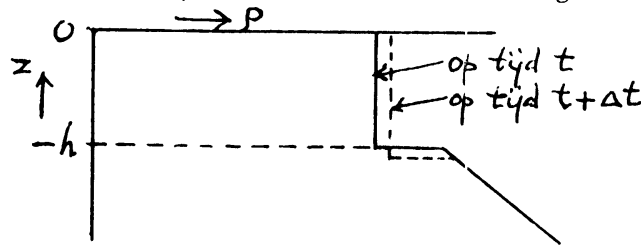
In het geval (I): Q_0 en $A(z)$ positief, dus overdag, en daarbij M_0 positief of $|M_0|$ relatief klein, treedt stabilisatie van de bovenste lagen op. Bij afwezigheid van storende factoren (zoals stroomschering) sterft de eventueel aanvankelijk aanwezige turbulente uitwisseling uit, dus de menglaag verdwijnt en de temperatuur -, resp. dichtheidsverandering op elk niveau z worden eenvoudig gegeven door

$$(9.6) \quad \frac{\partial T(z,t)}{\partial t} = \frac{1}{c_p} A(z,t) \quad \text{en} \quad \frac{\partial \rho(z,t)}{\partial t} = -\frac{\alpha}{c} A(z,t).$$

De temperatuur neemt toe evenredig met de stralingsabsorptie.

Maar M_0 is meestal negatief (zie par. 8.3). Dat betekent generatie van turbulentie-energie door convectie, in elk geval dicht onder het oppervlak. Als er aanvankelijk geen menglaag was zal er dus een menglaag ontstaan die in diepte toeneemt ("convective adjustment", vgl. eind van par. 4).

In het geval (II): Q_0 en $A(z) = 0$, dus des nachts, kan de evolutie van deze menglaag worden berekend uit (5.5) en (5.7) of (7.7) (met $A = 0$), (5.6) en (8.6) met $w_e = \frac{dh}{dt}$. De factor k in (8.6) is weliswaar slecht bekend, maar hij is klein t.o.v. 1, zodat $\frac{d\rho_m}{dt}$ in (7.7) aardig wordt benaderd zonder de term met w_e . De menglaagdichtheid ρ_m neemt toe door afkoeling naar de atmosfeer. Onder de menglaag geldt weer (9.6) maar $A=0$: de dichtheid verandert niet met de tijd. (Maar $\partial\rho/\partial z$ is daar meestal negatief). Kwalitatief dus als volgt:



Voor het iets algemenere geval (III) dat er gelijktijdig een negatieve M_0 en een positieve Q_0 is (overdag) kunnen we twee subgevallen onderscheiden.

Eerste subgeval (IIIa): $|M_0| \geq \frac{\alpha}{c} Q_0$. De aanvankelijk aanwezige menglaag (met welke diepte dan ook) handhaaft zich en verdiept zich daarbij. Dat kunnen we aannemelijk maken door het verloop van de turbulente massaflux $M(z)$ en $\partial M/\partial z$ te beschouwen (vgl. par. 7). P.M.: de lokale productie van turbulentie-energie door de term \overline{bw} (term (C) in (6.1)) is immers evenredig met de netto neerwaartse turbulente massaflux $-M(z)$.

Uit (7.6) en (7.7) volgt:

$$(9.7) \quad \frac{\partial M}{\partial z} = \frac{M_0 - w_e \Delta p}{h} + \frac{\alpha}{ch} \int_{-h}^0 A dz - \frac{\alpha}{c} A(z).$$

In dit subgeval (M_0 negatief en $|M_0| \geq \frac{\alpha}{c} \int_{-\infty}^0 A dz$) is de uitdrukking (9.7)

altijd negatief, ongeacht h. $M(z)$ heeft dan het karakter geschetst in de laatste figuur van par. 7, niet wezenlijk verschillend van het geval zonder straling, zodat $M(z)$ overal in de laag negatief is, behalve in een klein gebiedje onderin (als $w_e \Delta \rho \ll |M_0|$), m.a.w. over vrijwel de gehele menglaag wordt turbulentie opgewekt.

Evenals in het zojuist behandelde geval (II) met $A(z) = 0$ neemt de menglaagdichtheid ρ_m toe en de evolutie kan weer worden berekend uit (5.5), (5.6), (5.7) en (8.6). De factor $k = w_e \Delta \rho / |M_0|$ uit (8.6) is nog kleiner dan in het geval zonder stralingsabsorptie bij dezelfde h, doordat de productie van turbulentie-energie door de straling afneemt (zie par. 7), zodat de menglaag langzamer zal uitdiepen.

Tweede subgeval (IIIb): $|M_0| < \frac{\alpha}{c} Q_0$. Dit is interessant omdat hierbij theoretisch een menglaag van beperkte diepte ontstaat, door een balans tussen de stabiliserende absorptie van zonstraling en de labiliserende opgaande warmte- en stralingsflux van het zeeoppervlak. Dit subgeval wordt hieronder (misschien relatief t \grave{e}) uitvoerig besproken. Een rekenmodel hiervoor is voorgesteld door Kruseman en Prangma (KNMI).

Een aanvankelijk aanwezige menglaag gedraagt zich op dezelfde wijze als bij (IIIa) zolang de menglaagdiepte zo klein is dat er ook onder in de menglaag nog voldoende aanvoer van turbulentie-energie is (door de flux-term $F(-h)$ in (6.2)) om enige erosie, dus verdieping van de menglaag te kunnen geven. Over het eventueel door gebrek aan turbulentie onder in de menglaag ophouden van de verdieping van de menglaag is op grond van de balansvergelijking voor de turbulentie-energie weinig te zeggen. Daarom bekijken we weer $M(z)$ en $\frac{\partial M}{\partial z}$. Deze laatste gradiënt is, volgens (9.7), weer overal in de menglaag negatief als h voldoende klein is. Maar: voor $h \rightarrow \infty$ gedraagt $\frac{\partial M}{\partial z}$ in $z = -h + \delta$ (δ klein, dus: onder in de menglaag) zich, na weglaten van $w_e \Delta \rho$ en omdat $A(-h)$ ongeveer exponentieel tot 0 nadert, als

$$\left(\frac{\partial M}{\partial z}\right)_{-h+\delta} \approx \frac{1}{h} \left(M_0 + \frac{\alpha}{c} \int_{-\infty}^0 A dz \right),$$

en het rechterlid is in dit tweede subgeval positief. Hoewel is niet exact te rechtvaardigen is, stellen we nu als plausibel criterium voor het niet verder uitdiepen van de menglaag (bij gegeven M_0 en $A(z)$):

$$\left(\frac{\partial M}{\partial z}\right)_{-h} = 0 = \frac{M_0}{h} + \frac{\alpha}{ch} \int_{-h}^0 A dz - \frac{\alpha}{c} A(-h),$$

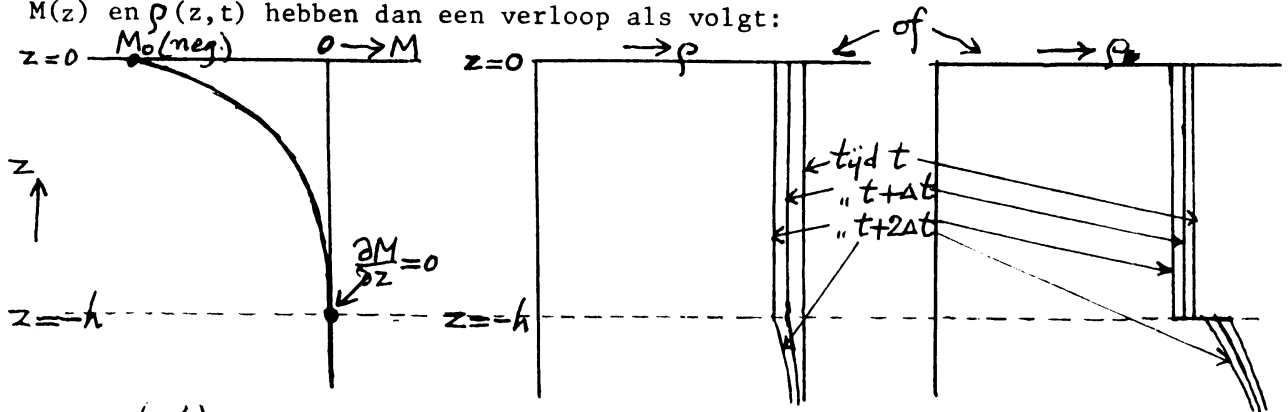
of anders geschreven:

$$-\frac{c}{\alpha} M_0 = \int_{-h}^0 A(z) dz - h A(-h),$$

of als we delen door $Q_s(1-R) = Q_0 = \int_{-\infty}^0 A dz$, zijnde de in het water geabsorbeerde zonstralingflux:

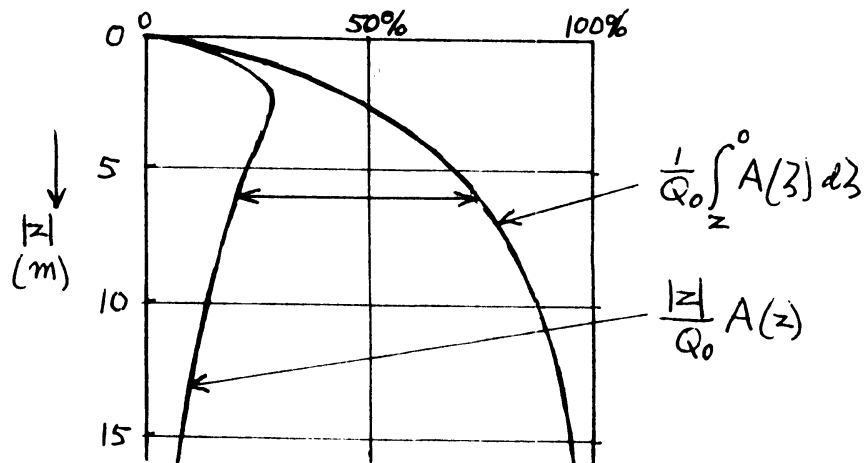
$$(9.8) \quad -\frac{cM_0}{\alpha Q_0} = \frac{1}{Q_0} \left\{ \int_{-h}^0 A(z) dz - hA(-h) \right\}.$$

Hierin is het rechterlid een bekende functie van h als de absorptieverdeling in de zee bekend is. Bij gegeven M_0 en Q_0 kan hieruit h bepaald worden. Als aanvankelijk een diepere menglaag aanwezig was zal een nieuwe menglaag met diepte h volgens (9.8) snel ontstaan zodra de wind is weggevallen. Als er eenmaal zo'n menglaag is zal het verdere verloop van T , s en ρ in de menglaag weer gegeven worden door resp. (5.5), (5.6) en (5.7) of (7.7), met $w_z = 0$. $M(z)$ en $\rho(z,t)$ hebben dan een verloop als volgt:



Voor $\rho(z,t)$ zijn twee mogelijkheden geschetst: met en zonder dichtheids-sprong $\Delta\rho$ onder de menglaag. Met $\frac{\partial M}{\partial z} = 0$ onder in de menglaag en $A(z)$ continu bij $z = -h$ moet $\Delta\rho$ onafhankelijk van de tijd zijn (zie (7.6) en (9.6)).

De volgende grafiek geeft globaal het verloop van de beide termen van het rechterlid van (9.8), maar dan beschouwd als functie van z .



Omdat $A(z)$ altijd met toenemende diepte $-z$ afneemt is het rechterlid van (9.8) altijd positief. Het neemt toe van 0 bij $z = 0$ en nadert asymptotisch tot 1 op grote diepte. Het linkerlid is volgens de onderstelling eveneens tussen 0 en 1 en als dit gegeven is kan de dikte van de menglaag h grafisch bepaald worden. Deze zal, gezien het verloop van $A(z)$, meestal vrij ondiep zijn, van de orde 10 meter.

Als na een windrijke periode de atmosfeer rustiger wordt en de zonstraling

toeneemt, zoals in het voorjaar op gematigde breedten, kan dit subgeval (IIIb) voorkomen. Doordat vlak onder de vrij ondiepe menglaag de stralingsabsorptie nog van belang is en doordat die met de diepte afneemt zullen daar de verticale gradiënten van ρ en T met de tijd toenemen: vorming van een "seizoensthermocline".

Getallenvoorbeeld

Stel $Q_s(1-R) = Q_0 = 300 \text{ W m}^{-2}$. Stel de watertemperatuur ca 25°C (tropen) met een netto langgolvlige uitstraling $Q_l^\uparrow - Q_l^\downarrow = 45 \text{ W m}^{-2}$ (vgl. par. 2) en een latente warmteflux LE van 100 W m^{-2} overeenkomend met een verdamping $E = 40 \cdot 10^{-6} \text{ kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ of 3,5 mm per dag. Als in (6.2) P en H nul zijn wordt $-\frac{c}{\alpha} M_0 = 45 + 100 + s\beta_\alpha^c E$; met $s\beta \approx 0,026$, $c = 4 \cdot 10^3$, $\alpha = 3 \cdot 10^{-4}$ dus $145 + 15 = 160 \text{ W m}^{-2}$, of 53% van Q_0 . Volgens de figuur komt er een nieuwe menglaag met diepte 6 m. De temperatuurstijging $\frac{\partial T_m}{\partial t}$, volgens (5.5) zijnde $(h c \rho)^{-1} (-Y + \int_0^h A dz)$, wordt dan berekend als $(24 \cdot 10^6)^{-1} (-145 + 0,75 \times 300) = 3,3 \cdot 10^{-6} \text{ K s}^{-1}$ of 12 mK h^{-1} of $0,14 \text{ K}$ in 12 uren. In de tropen is bij helder weer de dagelijkse gang in de zeewatertemperatuur van deze orde.

Opmerking bij dit voorbeeld: voor toepassing van het model is "zwakke wind" vereist. Om de aangenomen verdampingssnelheid $E = 40 \cdot 10^{-6} \text{ kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ te bereiken zou volgens formule (1.3), met $e_{\text{sat}}(25) - e = 10 \times 100 \text{ Pa}$, een windsnelheid van ongeveer 4 m s^{-1} (windkracht 2 tot 3) nodig zijn, inderdaad een nog vrij zwakke wind.

Intussen is het in deze paragraaf behandelde geval, met M_0 en Q_0 onafhankelijk van de tijd, wel zeer sterk geschematiseerd. Immers, zodra de verhouding M_0/Q_0 verandert, moet h veranderen. Q_0 bezit in elk geval een sterke dagelijkse gang, met 's nachts $Q_0 = 0$.

Tot op zekere hoogte zal men ook bij (sprongsgewijze) variaties van Q_0 en M_0 nog wel theoretisch de evolutie van $\rho(z)$, al of niet met menglaag, kunnen berekenen.

Veel belangrijker beperkingen van deze paragraaf 9.3 zijn het verwaarlozen van niet alleen horizontale advectie, maar ook van wind en stroomschering. Toch lijkt het mogelijk deze theoretische beschouwingen bevestigd te krijgen aan de hand van waarnemingen op zee in geselecteerde perioden.

10. Enige Literatuur

	genoemd in paragraaf:
K.L. Denman, J.Phys.Oceanogr. 3, 1973, p. 173-184	9.1
R. Dorrestein, J.Phys.Oceanogr. 9(1), 1979, p. 229-231	7
C.A. Friehe, K.F. Schmitt, J.Phys.Oceanogr. 6(5), 1976 p. 801-809	1
L.H. Kantha, O.M. Phillips, R.S. Azad, J.Fluid Mech. 79(4), 1977, p. 753-768	8.2
H. Kato, O.M. Phillips, J.Fluid Mech. 37, 1969, p. 643-655	8.2
J.Q. Keijman, Boundary-Layer Meteor. 7, 1974, p. 399-407	3
E.B. Kraus, J.S. Turner, Tellus 19, 1967, p. 98-106	8.2,9.1
K. Lofquist, Phys.Fluids 3, 1960, p. 158-175	8.2
J.R. Miller, J.Phys.Oceanogr. 6(1), 1976, p. 29-35	9.1
R.T. Pollard, P.B. Rhines, R. Thompson, Geophys.Fluid Dyn. 3, 1973, p. 381-404	8.2,9.2
J.F. Price, C.N.K. Mooers, J.C. van Leer, J.Phys.Oceanogr. 8(4), 1978, p. 582-599	8.2
J.F. Price, J.Fluid Mech. 90(3), 1979, p. 509-529	8.2

Aanbevolen boeken

- E.B. Kraus, Atmosphere-Ocean Interaction, Oxford University Press 1972,
275 pp.
- E.B. Kraus (editor), Modelling and Prediction of the Upper Layers of the
Ocean, Pergamon Press 1977, 325 pp.
- O.M. Phillips, The Dynamics of the Upper Ocean, 2nd edition Cambridge
Univ. Press 1977, 336 pp.
- J.S. Turner, Buoyancy Effects in Fluids, Cambridge Univ. Press 1973, 367 pp.