

**KONINKLIJK NEDERLANDS  
METEOROLOGISCH INSTITUUT**

**WETENSCHAPPELIJK RAPPORT  
SCIENTIFIC REPORT**

W.R. 78-12

J. D. Opsteegh

Over de nauwkeurigheid van verticale  
bewegingen berekend met een baroklien  
3-parameter model



---

De Bilt, 1978

Publikationsnummer: K. N. M. I. W. R. 78-12 (MO)

U. D. C. : 551.509.313:  
551.558.29

## Inhoud

	pag.
I Inleiding	1
II Berekening van $\omega$ met het barokliene 3-parameter model	4
III Resultaten van met het 3-parameter model berekende vertikale bewegingen	6
3.1 Vergelijking van $\omega_{500}$ met wolkenfoto's en grondkaarten	6
3.2 Vertikale profielen en orde-grootte van $\omega$	7
3.3 Neerslagvoorspellingen m.b.v. door het 3-parameter model voorspelde vertikale <b>bewegingen</b>	14
3.4 Berekening van vertikale transporten van impuls en temperatuur m.b.v. door het 3-parameter model berekende vertikale bewegingen	14
IV Afschatting van de effecten van de vereenvoudigingen die in het model zijn aangebracht, op de berekende vertikale bewegingen	18
4.1 Gering vertikaal oplossend vermogen	18
4.2 Invloed van grondwrijving en orografie op de vertikale bewegingen	21
4.3 Invloed van vrijkomende condensatiewarmte op de vertikale bewegingen	23
4.4 Effect van constante statische stabiliteit op de vertikale bewegingen	26
4.5 Het effect van eindige differenties op de inten- siteit van de vertikale circulatie	29
4.6 Effect van de quasi-geostrofische aanname op de vertikale bewegingen	33
V Conclusies	39
Referenties	41

## SUMMARY

In this report the accuracy of the large scale vertical circulation, computed with a three parameter quasi-geostrophic numerical model, is examined.

First the method of computation of the vertical circulation with the three parameter model is described.

For a few synoptic situations with well defined frontal disturbances the vertical circulation is computed and results are compared with IR satellite cloud pictures.

It is examined whether the computed vertical velocities can be used for rainfall predictions and for the computation of time averaged vertical transports of momentum and temperature.

Via a short description of the results of other investigations dealing with the effects of certain physical or numerical simplifications on the accuracy of computed large scale vertical velocities, it is tried to get a qualitative impression of the accuracy of the computed vertical velocities from the three parameter model.

Examined are the effects of:

- a rather coarse grid in the horizontal as well as in the vertical.
- neglecting surface friction, orography and release of latent heat.
- a constant static stability parameter.
- the quasi-geostrophic assumption.

I Inleiding

Vertikale bewegingen van luchtdeeltjes in de atmosfeer spelen een belangrijke rol bij de ontwikkeling van weersystemen en de energieomzettingen die hiermee gepaard gaan. Het is dus van zeer groot belang om deze bewegingen te kennen voor een goed begrip van deze circulatiesystemen. Tabel 1. geeft een overzicht van de orde van grootte van de verticale bewegingen in weersystemen met een verschillende tijdschaal.

In de atmosfeer hebben circulatie systemen met een korte levensduur ook geringe horizontale afmetingen, terwijl systemen met een lange levensduur grote afmetingen hebben. Zo heeft een buiencomplex met een levensduur van 1 tot enkele uren, horizontale afmetingen van 10 tot 100 km en een depressie, met een levensduur van een week, enkele duizenden kilometers.

System	Velocity (cm s <sup>-1</sup> )	Time scale
Thunderstorm	10 <sup>3</sup>	1 hour
Tropical storm; subsynoptic (frontal zone)	10 <sup>2</sup> - 5 x 10 <sup>2</sup>	6 hours
Intense depression	10	6-12 hours
Average depression	5	1-2 days
Planetary wave	1	1 week

TABEL 1. De orde van grootte van verticale bewegingen als functie van de tijdschaal van de circulatiesystemen.

(uit: Barry en Perry, 1973).

Duidelijk blijkt uit tabel 1. dat de verticale bewegingen in kleine schalen tot aanzienlijke waarden kunnen oplopen, terwijl voor synoptische en planetaire schalen de beweging van luchtdeeltjes bijna horizontaal is. Het op routinebasis meten van verticale bewegingen die gekoppeld zijn aan grote schaalbewegingen is dan ook buitengewoon moeilijk.

Een schatting van de verticale bewegingen, behorend bij grote schaal bewegingen, kan echter wel op een indirecte manier gemaakt worden. De verticale bewegingen worden dan afgeleid uit grootheden die makkelijker meetbaar zijn, zoals horizontale winden, temperatuur of druk. Er zijn een groot aantal indirecte methoden ontwikkeld (Barry en Perry, 1973).

Eén van deze methoden is gebaseerd op het feit dat voor synoptische circulatiesystemen de driedimensionale snelheidsvector in goede benadering in de drukverdeling kan worden uitgedrukt. De horizontale component kan worden benaderd met de geostrofische wind, terwijl de verticale component kan worden berekend met de  $\omega$  vergelijking.  $\omega$  is de verticale snelheid in het (x,y,p) coördinatenstelsel ( $\omega = \frac{dp}{dt}$ ). Deze vergelijking wordt afgeleid uit de quasi-geostrofische vorticitetsvergelijking en de thermodynamische energievergelijking. Dit is een stelsel van 2 vergelijkingen in de onbekenden  $\omega$  en  $\frac{\partial \phi}{\partial t}$ . ( $\phi$  = geopotential).

Eliminatie van de tendensterm  $\frac{\partial \phi}{\partial t}$  levert de  $\omega$  vergelijking (Haltiner, 1971). De opstijgende bewegingen die met deze vergelijking worden bepaald, vertonen redelijke overeenkomst met de aanwezigheid van bewolking op satellietfoto's en met de waargenomen neerslag (Haltiner, 1963, Knighting 1960, Seaman, 1969).

Op het K.N.M.I. is er op 3 fronten interesse in betrouwbare verticale bewegingen:

- voor het maken van neerslagverwachtingen
- voor de berekening van trajectoriën van luchtdeeltjes
- voor de berekening van verticale transporten van impuls en warmte.

Voor de eerste twee toepassingen zijn we geïnteresseerd in verticale bewegingen gedurende een bepaalde periode in de toekomst (bijv. 1 dag). Dit betekent dat we eerst een prognose moeten maken van de circulatie voor die periode. Hiervoor wordt op het K.N.M.I. een baroklien 3-parameter model gebruikt (BK3). Dit model is gebaseerd op dezelfde quasi-geostrofische vergelijkingen als de  $\omega$  vergelijking. Echter bij de  $\omega$  vergelijking wordt  $\frac{\partial \phi}{\partial t}$  geelimineerd, terwijl bij de

afleiding van de modelvergelijkingen van het 3-parameter model,  $\omega$  geëlimineerd wordt. Dit levert een stelsel van 3 vergelijkingen in de onbekenden

$(\frac{\partial\Phi}{\partial t})_{300}$ ,  $(\frac{\partial\Phi}{\partial t})_{500}$ ,  $(\frac{\partial\Phi}{\partial t})_{850}$ , d.w.z. de verandering van de circulatie wordt op 300, 500 en 850 mbar berekend.

Uit het berekende tendensveld voor de geopotentialaals ( $\frac{\partial\Phi}{\partial t}$ ), kan m.b.v. de vorticitateitsvergelijking de horizontale divergentie op deze 3 vlakken worden berekend. Integratie van het divergentieprofiel in de vertikaal levert dan de verticale snelheid  $\omega$ . De op deze manier berekende verticale bewegingen zijn volkomen gelijkwaardig met de verticale bewegingen die direct uit de  $\omega$  vergelijking worden bepaald. Uiteraard geldt dit alleen wanneer het oplossend vermogen in de vertikaal hetzelfde is

Binnen de werkgroep meerdaagse verwachtingen wordt momenteel de mogelijkheid bestudeerd om de verandering van de tijdsgemiddelde circulatie te voorspellen, waarbij de invloed van de depressies op een statistische manier zal worden meegenomen. Om de invloed van depressies op tijdsgemiddelde stromingen te kunnen bestuderen is het van belang om de verticale transporten van impuls en temperatuur te kennen. Palmèn en Newton (1969) geven een schatting van de bijdrage van de kleine schalen en van de grote schalen tot het totale verticale warmtetransport. Op grond van kwalitatieve argumenten komen zij tot de conclusie dat in de onderste 200 mbar het verticale warmtetransport wordt gedomineerd door de kleine schalen, terwijl in het midden van de troposfeer het transport wordt verzorgd door de grote schaal eddies (depressies en planetaire golven) en de Ferrel cel (zie Fig. 1).

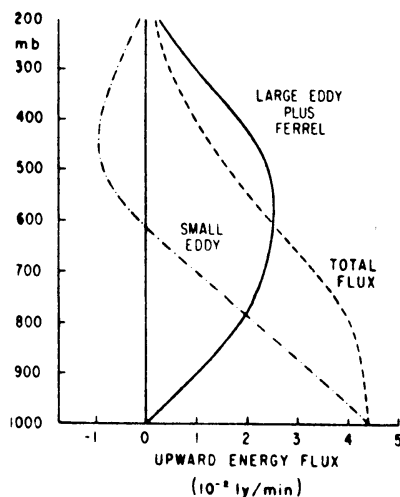


Fig. 1 De gemiddelde verticale warmteflux van kleine en grote schaal eddies in de winter voor het gebied ten noorden van  $32^{\circ}\text{N}$ . (uit : Palmèn en Newton, 1969).

De verticale transporten van impuls en temperatuur voor het midden van de troposfeer kunnen dus waarschijnlijk worden bepaald m.b.v. de verticale bewegingen van de grote schalen. Deze verticale bewegingen kunnen worden berekend uit analyses van de geopotential m.b.v. de  $\omega$  vergelijking. Op het K.N.M.I. is er een bestand van analyses van de geopotential op 3 niveau's n.l. het 300, 500 en 850 mbar vlak. Dit betekent dat we bij de oplossing van de  $\omega$  vergelijking slechts 3 niveau's in de vertikaal hebben. De op deze manier berekende verticale bewegingen zijn gelijkwaardig met verticale bewegingen die met het 3-parameter model kunnen worden berekend. Het heeft dan ook geen zin om bij het huidige gegevensbestand programmatuur te ontwikkelen, waarmee de  $\omega$  vergelijking numeriek kan worden opgelost.

Naast een gering vertikaal oplossend vermogen is het 3-parameter model ook in andere opzichten een eenvoudig model. Het effect van grondwrijving en orografie wordt niet meegenomen, terwijl het effect van vrijkomende condensatiewarmte zeer gebrekkig wordt meegenomen, de statische stabiliteit wordt constant gehouden en het rekenrooster is grof (horizontale roosterafstand is 375 km), waardoor grote afbreekfouten worden geïntroduceerd. Verder is er de aanname omtrent quasi-geostrofie, die ook bij de  $\omega$  vergelijking wordt gemaakt.

Het is interessant om, in het kader van de 3 mogelijke toepassingen van met het 3-parameter model berekende verticale bewegingen, na te gaan wat het effect van al deze vereenvoudigingen is op de berekende verticale circulatie. Kunnen met een eenvoudig quasi-geostrofisch 3-parameter model bruikbare verticale bewegingen worden verkregen? Zo ja, voor welke van de 3 mogelijke toepassingen zijn ze dan bruikbaar? Kunnen binnen het raamwerk van het huidige model eenvoudige veranderingen worden aangebracht, waardoor betere verticale bewegingen worden verkregen?

## II Berekening van $\omega$ met het barokliene 3-parameter model

Het model is gebaseerd op de quasi-geostrofische vorticitateitsvergelijking:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla^2 \psi) + J(\psi, \nabla^2 \psi + f) - f \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (1)$$



en de thermodynamische vergelijking, waarin het effect van de diabatische verwarming is verwaarloosd:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \psi}{\partial p} \right) + J(\psi, \frac{\partial \psi}{\partial p}) + \frac{\sigma}{f} \omega = 0 \quad (2)$$

$\psi$  = stroomfunctie

$\omega$  = verticale beweging

$\sigma$  = statistische stabiliteit

$f$  = coriolisparameter

$J$  = jacobiaan

$\psi$  wordt berekend uit de geopotentiële hoogte met de lineaire balansvergelijking. In de thermodynamische vergelijking is de geopotential  $\phi$  vervangen door  $f \cdot \psi$ .

Deze vergelijkingen vormen een volledige set in de onbekenden  $\frac{\partial \psi}{\partial t}$  en  $\omega$ . Heyboer (1977) beschrijft uitvoerig het 3-parameter model dat van (1) en (2) werd afgeleid door eliminatie van  $\omega$ . Het model rekent op 3 niveau's (300, 500 en 850 mbar) het tendensveld  $\frac{\partial \psi}{\partial t}$  uit als functie van de stroomfunctieverdeling in de uitgangstoestand. Deze berekende tendensen worden vervolgens gebruikt om m.b.v. de quasi-geostrofische vorticitetsvergelijking de horizontale divergenties te berekenen:

$$D = - \frac{1}{f} (\nabla^2 \left( \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) + J(\psi, \nabla^2 \psi + f)) \quad (3)$$

Door integratie van de continuïteitsvergelijking met als randvoorwaarde  $\omega_{1000} = 0$  kunnen vervolgens de verticale bewegingen worden bepaald:

$$\omega(p) = \int_p^{1000} D dp. \quad (\text{Nm}^{-2} \text{s}^{-1}) \quad (4)$$

In dit rapport wordt  $\omega$  uitgedrukt in mbar/sec vermenigvuldigd met een factor om een hanteerbare orde van grootte te krijgen. De vermenigvuldigingsfactor is soms  $10^3$  maar in de meeste gevallen  $10^4$ .

De integratie kan worden uitgevoerd met de trapeziumregel:

$$\begin{aligned} \omega_{850} &= \frac{1.5 \cdot 10^4}{2} (D_{850} + D_{1000}) \\ \omega_{500} &= \frac{3.5 \cdot 10^4}{2} (D_{500} + D_{850}) + \omega_{850} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\omega_{300} = 10^4 (D_{300} + D_{500}) + \omega_{500}$$

Doordat het model alleen de horizontale divergenties op 300, 500 en 850 mbar berekend, moet de divergentie op 1000 mbar worden geschat. Hiervoor werd de helft van de divergentie op 850 mbar genomen.

$$D_{1000} = \frac{1}{2} D_{850} \quad (6)$$

Overigens bleek de verticale snelheid op 500 mbar weinig gevoelig te zijn voor de keuze van de parameterizatie van  $D_{1000}$ .

Wanneer voor  $D_{1000}$  nul werd genomen werden afwijkingen in  $\omega_{500}$  van ongeveer 10% berekend. De door deze parameterisatie geïntroduceerde afwijkingen in  $\omega_{850}$  kunnen echter aanzienlijk groter zijn. Door het gebruik van een 4-parameter model met een laag op 1000 mbar kunnen deze fouten echter worden vermeden.

### III Resultaten van met het 3-parameter model berekende verticale bewegingen

#### 3.1 Vergelijking van $\omega_{500}$ met wolkenfoto's en grondkaarten.

Voor een 4 tal situaties zijn verticale bewegingen op 500 mbar uitgerekend en vergeleken met satellietfoto's en analyses van de gronddruk. Gebruikt werden I.R. foto's. De tijd waarop de foto's werden gemaakt ligt tussen 10 en 11 uur G.M.T.. De foto's werden vergeleken met verticale bewegingen die voor de synoptische situatie van 12 uur G.M.T. werden berekend. Er is dus een faseverschuiving van 1 tot 2 uur tussen wolkenfoto's en berekende verticale bewegingen.

De 4 gevallen werden geselecteerd op de wolkenfoto's. Uitgekozen werden situaties waarin sprake was van zowel zeer duidelijk aanwezige frontale bewolking als grote wolkenvrije zones.

Aangezien op I.R. foto's de wolken witter zijn naarmate de temperatuur aan de bovenkant van de wolk lager is, kan slechts onderscheid gemaakt worden tussen hoge en lage bewolking. Een dunne laag cirrus kan daarom niet worden onderscheiden van een dikke laag nimbostratus. Dit maakt de vergelijking tussen wolkenfoto's en berekende verticale bewegingen extra moeilijk. Daarom zijn de berekende verticale bewegingen tevens vergeleken met de geanalyseerde grondkaarten waarop eenvoudige plotjes met informatie over bewolking en neerslag zijn aangebracht.

In de figuren 2 t/m 5 zijn de resultaten weergegeven. De figuren tonen een redelijke overeenkomst tussen berekende verticale bewegingen met de gebieden waar bewolking voorkomt en met de positie van de synoptische verstoringen.

Echter de kleinschalige structuur die aanwezig is in de bewolking is in de berekende verticale bewegingen niet terug te vinden. In alle 4 de gevallen bevindt zich een depressie boven de Britse eilanden. De bewolking die samenhangt met deze depressies vertoont een goede overeenkomst met de door het 3-parameter model berekende verticale bewegingen ter plaatse (indien we afzien van kleinschalige structuur in de bewolking). De samenhang tussen bewolking en berekende verticale bewegingen in de verstoringen die zich op de Atlantische Oceaan bevinden is aanzienlijk minder goed. Dit kan het gevolg zijn van fouten in de analyse van de geopotentiële hoogte boven de oceaan, die door een veel te dun waarnemingsnetwerk worden veroorzaakt.

De berekende verticale circulatie die samenhangt met de depressies boven de Britse eilanden vertoont in alle 4 de gevallen grote overeenkomst. Opstijgende bewegingen aan de voorkant van de depressiekern waar de wind een zuidcomponent heeft en overwegend dalende bewegingen aan de achterkant van de depressiekern waar de wind een noord component heeft.

### 3.2 Vertikale profielen en orde-grootte van $\omega$

Om een indruk te geven van de verticale profielen van de horizontale divergentie  $D$  en de verticale snelheid  $\omega$ , zijn deze profielen voor de synoptische situatie van 21 november 1977 00.00 uur G.M.T. uitgezet voor een 15 tal punten. Deze punten vallen samen met de ligging van aerologische stations. Fig. 6 geeft een overzicht van de profielen. De geografische positie van de profielen wordt aangegeven met de stationsnummers. In Fig. 7 zijn de berekende waarden van  $\omega$  op 500 mbar opgenomen in een analyse van de gronddruk.

Uit de figuren blijkt dat er een redelijke overeenkomst is tussen berekende verticale bewegingen en neerslaggegevens. Ook voor de depressie boven Bretagne geldt weer dat er sterke opstijgende bewegingen zijn aan de voorkant van de depressiekern en zwak stijgende

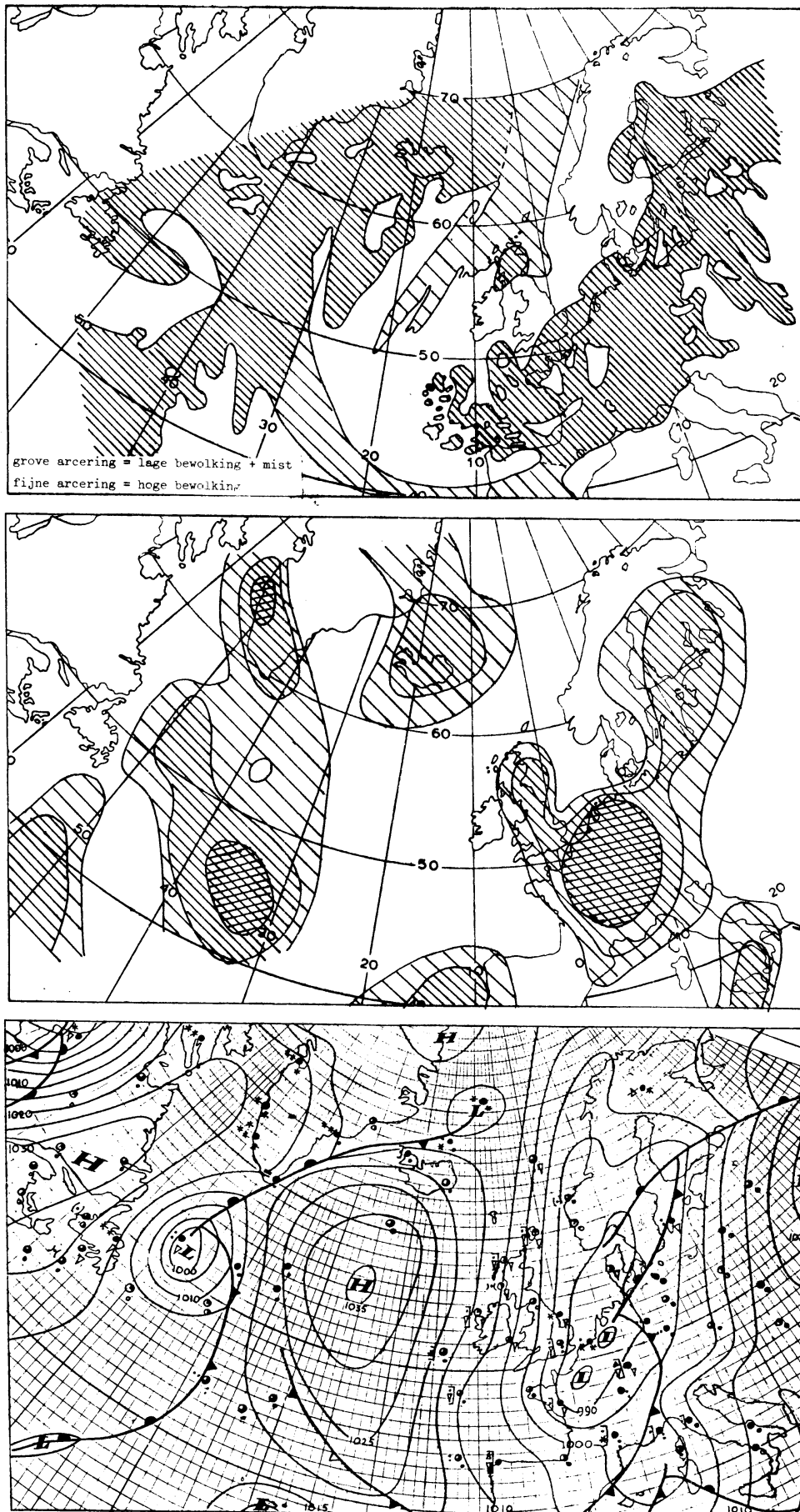


Fig. 2 Synoptische situatie van 21 november 1977 12.00 G.M.T..  
De bovenste figuur is de I.R. satellietfoto, de middelste  
figuur geeft de door het 3-parameter model berekende verticale  
beweging en de onderste figuur is de analyse van de gronddruk.  
De tijd waarop de I.R. foto werd genomen was 10.16 G.M.T..

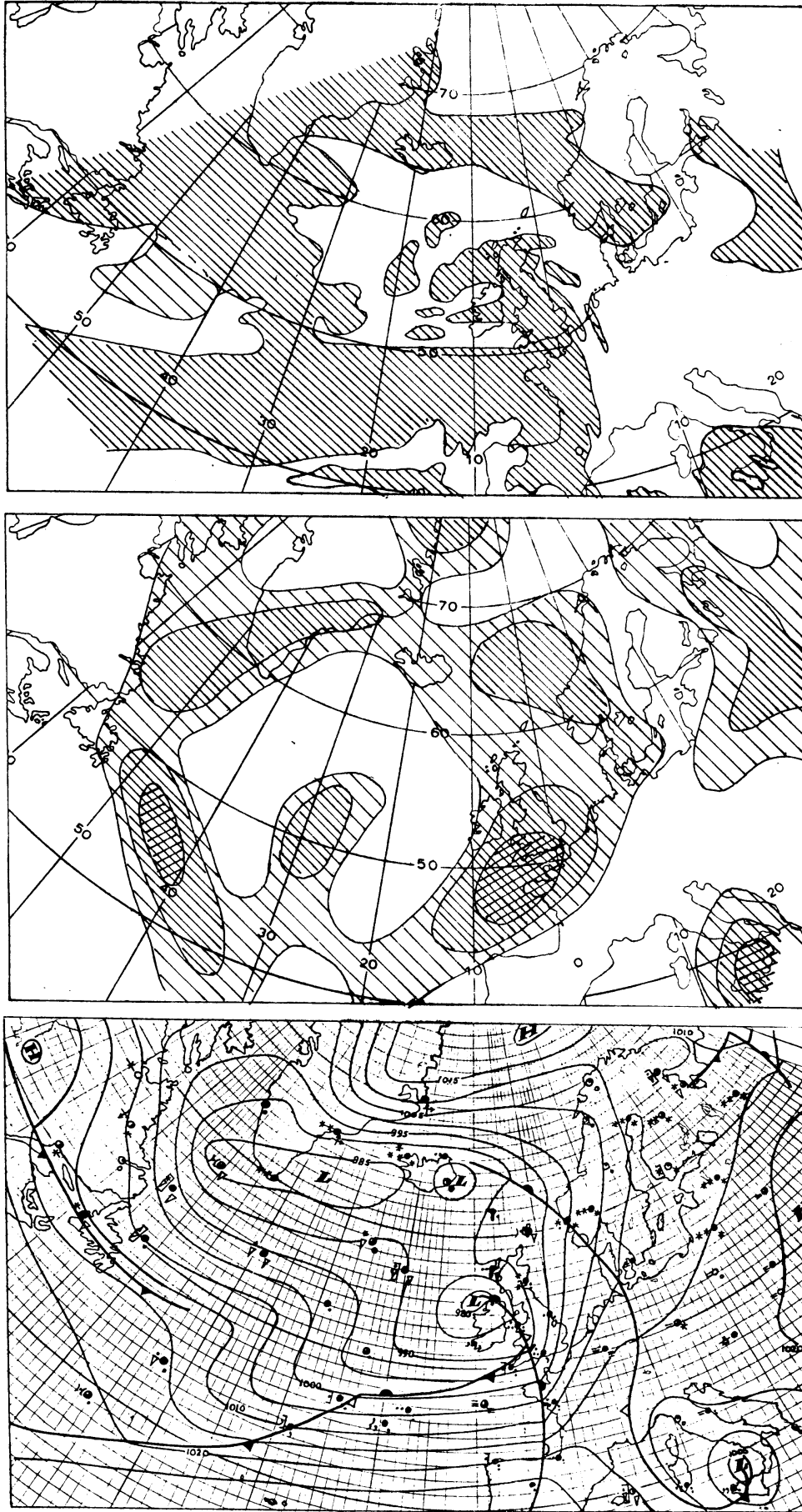


Fig. 3 Synoptische situatie 23 januari 1978 12.00 G.M.T.. Tijd van opname van de I.R. foto is 10.45 G.M.T.. Verder als fig. 2.

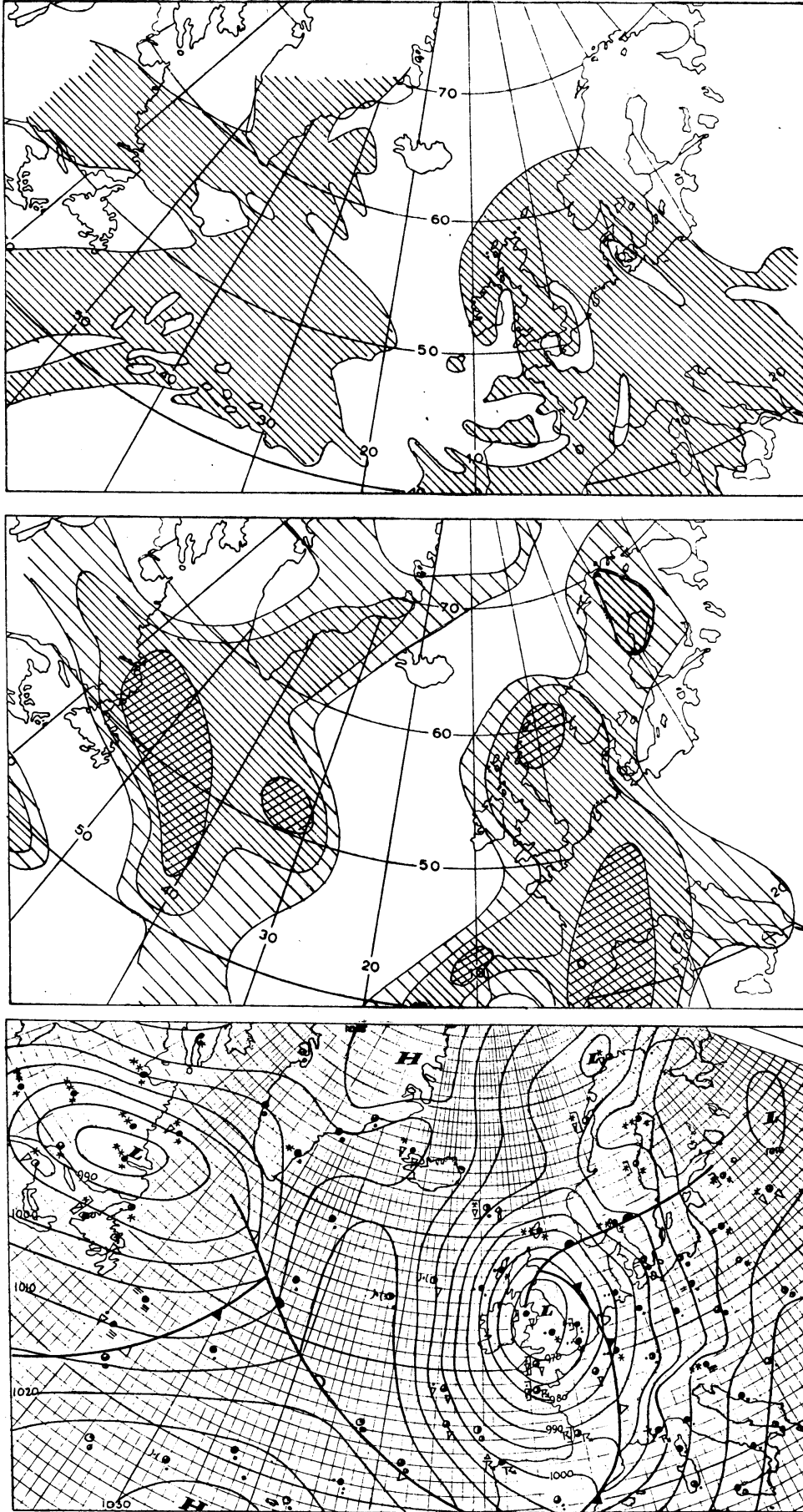


Fig. 4. Synoptische situatie 28 januari 1978 12.00 G.M.T.. Tijd van opname van de I.R. foto is 10.55 G.M.T.. Verder als fig. 2.

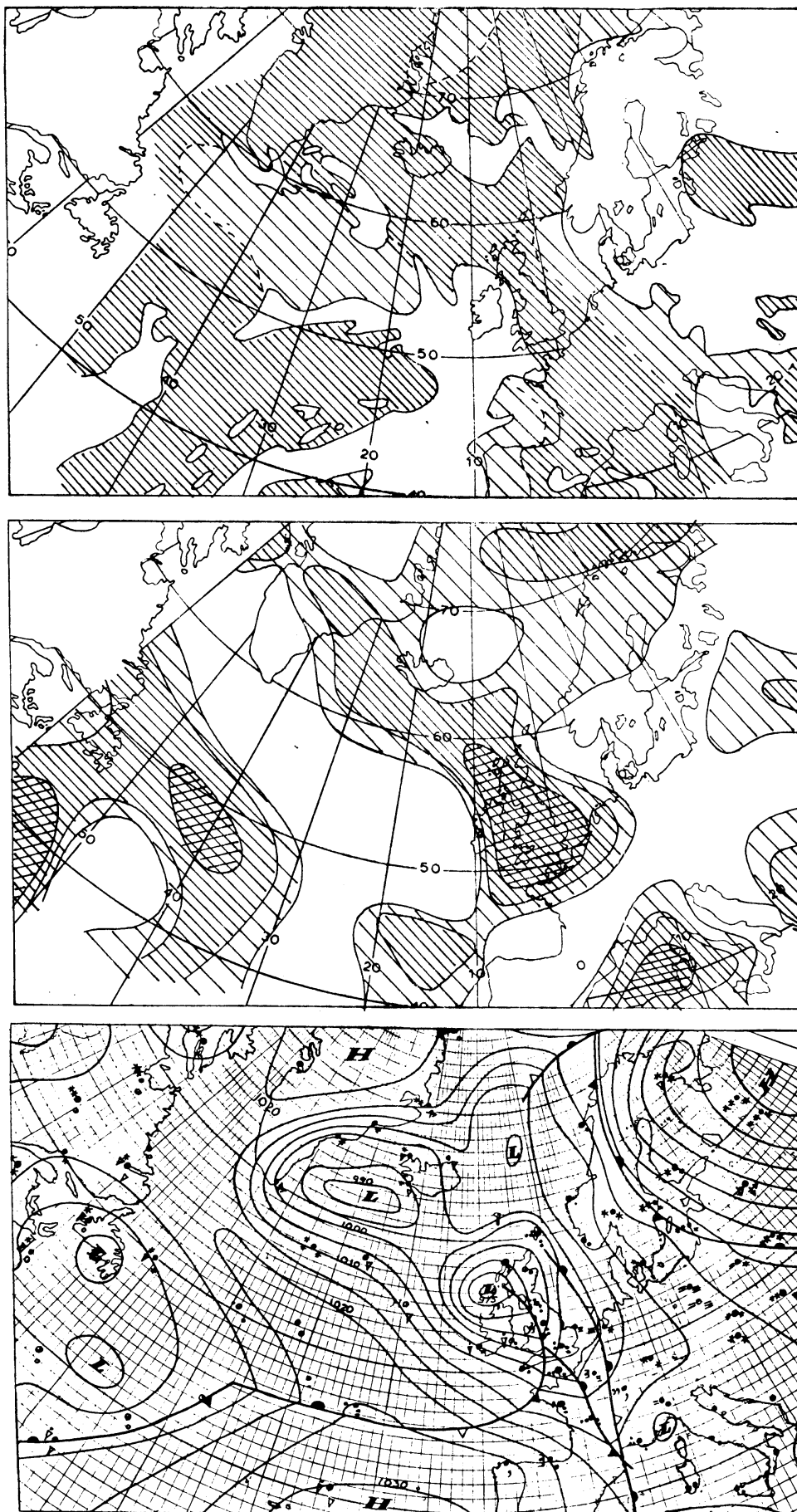


Fig. 5 Synoptische situatie 1 februari 1978 12.00 G.M.T.. Tijdsvar opname van de I.R. foto is 10.00 G.M.T.. Verder als Fig. 2.

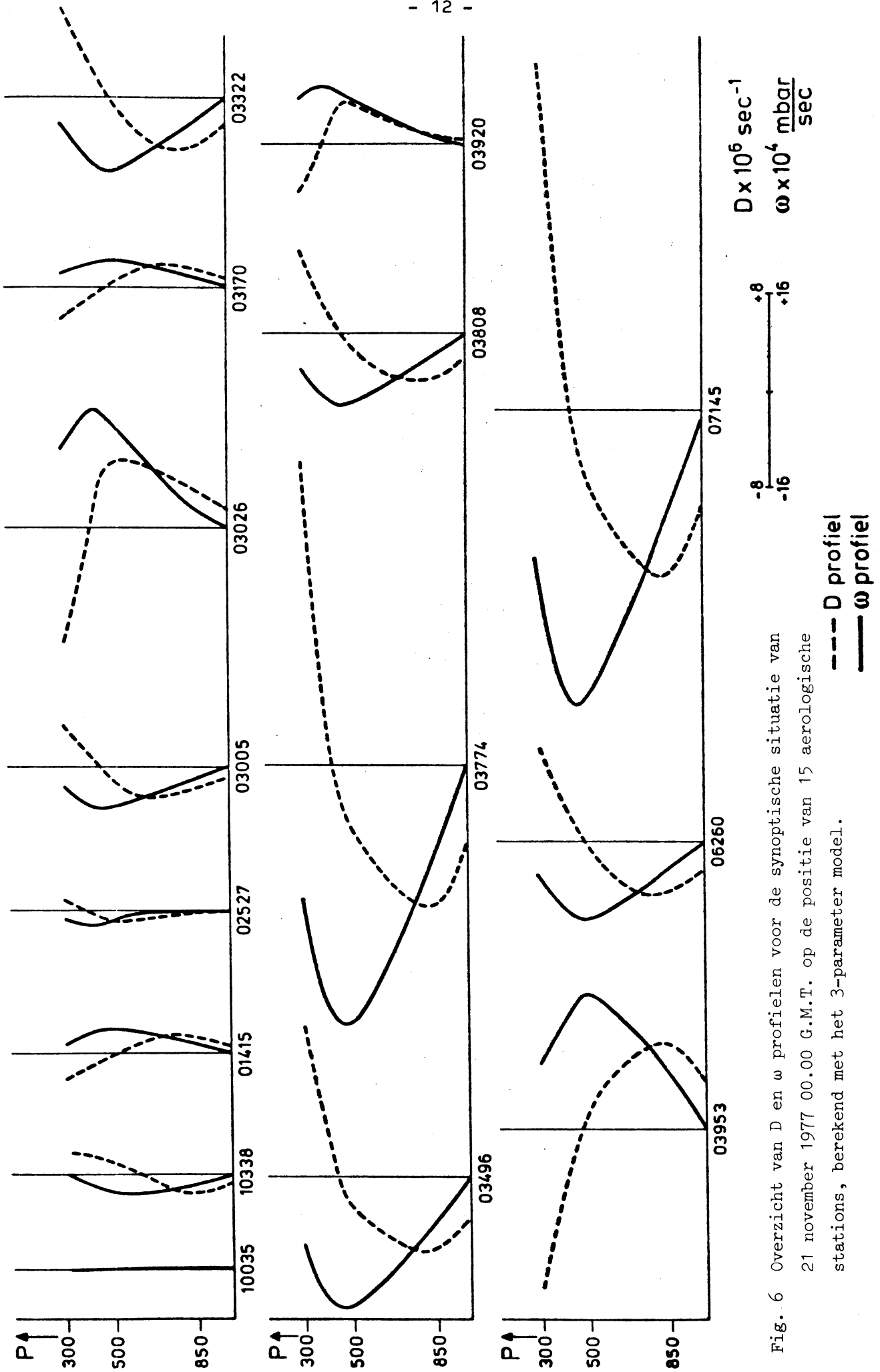


Fig. 6 Overzicht van D en  $\omega$  profielen voor de synoptische situatie van 21 november 1977 00.00 G.M.T. op de positie van 15 aerologische stations, berekend met het 3-parameter model.



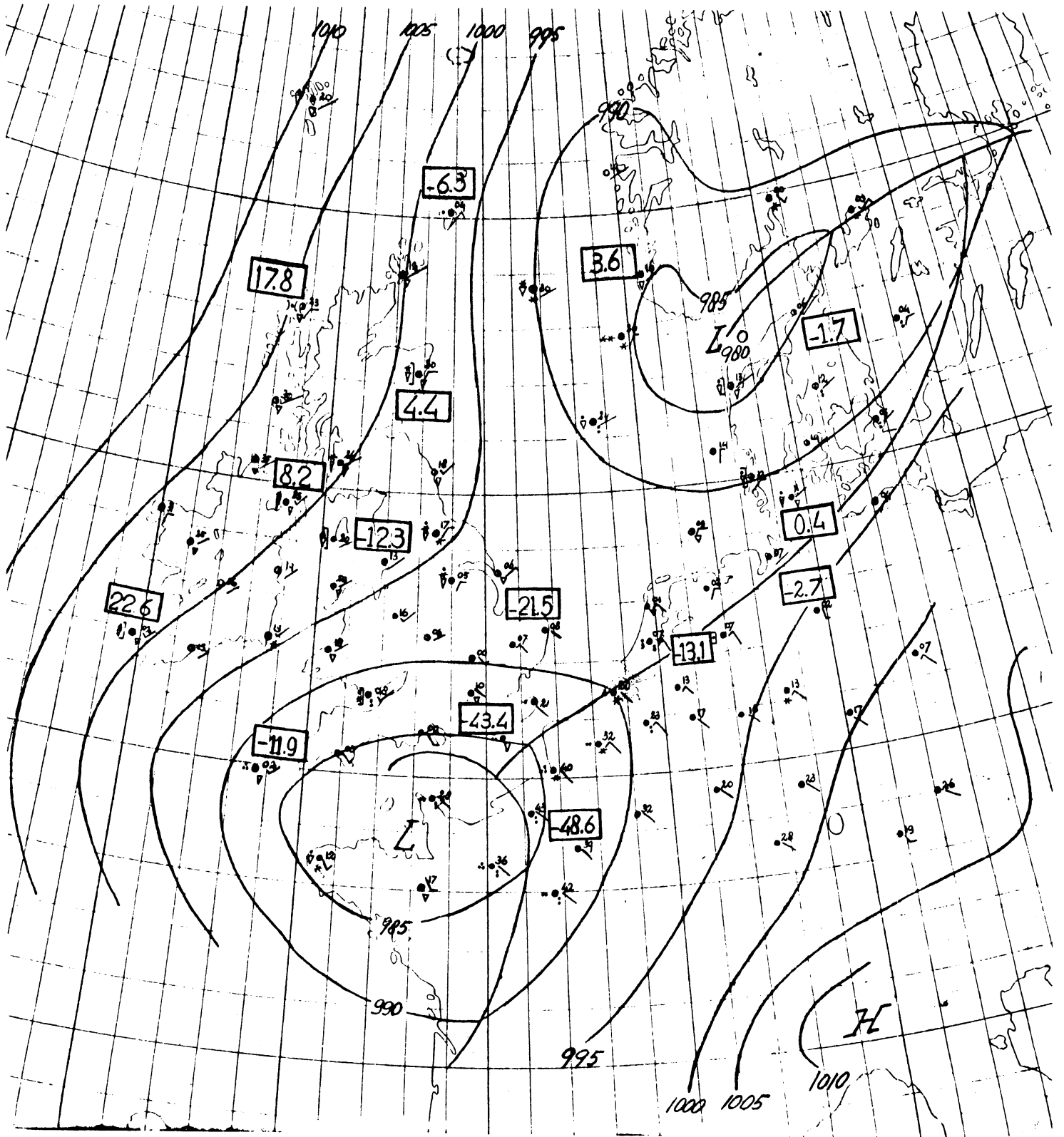


Fig. 7 w waarden op 500 mbar uitgezet in de grondanalyse voor de synoptische situatie van 21 november 1977 00.00 G.M.T.. De verticale bewegingen zijn berekend met het 3-parameter model.

resp. dalende bewegingen aan de achterkant.

De berekende sterke opstijgende bewegingen liggen in het gebied waar de grootste drukdalingen worden gemeld.

De orde van grootte van de maximale verticale bewegingen, zoals die met het 3-parameter model voor de synoptische situatie van 21 november 1977 worden berekend is  $5_{10}^{-3}$  mbar/sec of 18 mbar/uur.

### 3.3 Neerslagvoorspellingen m.b.v. door het 3-parameter model voor- spelde verticale bewegingen

Uit de gedurende de prognosetijd berekende verticale bewegingen en vochtigheidsverdeling kan een schatting gemaakt worden van de gevallen hoeveelheid neerslag (Den Exter Blokland, 1972). De Jongh (1974) heeft de met het 3-parameter model op deze manier voorspelde hoeveelheid neerslag te De Bilt gecorreleerd met de opgetreden hoeveelheid. Het betrof hier een voorspeltermijn van 42 uur. De onderzochte periode was oktober 1972 t/m februari 1973. Het aantal gevallen bedroeg 112. De correlatiecoëfficiënt was 0.85, hetgeen ongeveer even hoog was als de correlatiecoëfficiënt van de door het 3-parameter model voorspelde maximumtemperatuur en de opgetreden temperatuur (0.88) en iets hoger dan de overeenkomstige correlatiecoëfficiënten voor de minimum temperatuur (0.74) en de windsnelheid (0.78).

De voorspelling door De Jongh van de weerselementen komt via regressievergelijkingen tot stand. Deze regressievergelijkingen zijn afgeleid op dezelfde periode en zijn dus niet op onafhankelijk materiaal getest, zodat de gevonden correlatiecoëfficiënten in werkelijkheid lager kunnen uitvallen.

De Jongh heeft eveneens geprobeerd de zonneshijn te voorspellen m.b.v. door het 3-parameter model geleverde parameters, zoals de berekende verticale bewegingen. De resultaten voor dit weerselement waren erg teleurstellend (correlatiecoëfficiënt was 0.20).

### 3.4 Berekening van verticale transporten van impuls en temperatuur m.b.v. door het 3-parameter model berekende verticale bewegingen

Zoals in de inleiding al werd opgemerkt is de w.g.M.V. geïnteresseerd in de verticale transporten van impuls en temperatuur door de tijdsgemiddelde stroming en door de depressies. In eerste instantie

gaat het erom de orde van grootte van deze transporten af te schatten, zodat ze kunnen worden vergeleken met de orde van grootte van de horizontale transporten van deze grootheden.

Voor de 3 wintermaanden uit de winter 1976/77 zijn voor 15 aerologische stations alle horizontale variabelen die voorkomen in de tijdsgemiddelde Navier-Stokes vergelijkingen en de tijdsgemiddelde thermodynamische vergelijking (zoals  $\bar{u}$ ,  $\bar{T}$ ,  $\overline{u'^2}$ ,  $\overline{u'v'}$ ,  $\overline{u'T'}$  etc.) uitgerekend. Hiervoor werden de temps van deze stations uit genoemde periode gebruikt. Om een compleet overzicht te krijgen van de orde van grootte van alle termen moeten ook de variabelen waarin  $\omega$  voorkomt (zoals  $\bar{\omega}$ ,  $\overline{\omega'T'}$ ,  $\overline{\omega'v'}$ ) worden uitgerekend.

De enige manier om de orde van grootte van die termen te bepalen was om het 3-parameter model uit de analyses van die periode de verticale bewegingen te berekenen op de positie van de aerologische stations. Een directe controle van deze verticale bewegingen door berekening van de horizontale divergentie uit het gemeten snelheidsveld is buitengewoon moeilijk vanwege de onnauwkeurigheid van de gemeten snelheden. Door middeling in de tijd van deze snelheidsvelden (middelingsperiode is 3 maanden) verdwijnt deze ruis echter grotendeels. Hierdoor is het mogelijk om uit het gemeten gemiddelde snelheidsveld gemiddelde divergenties te berekenen. Door integratie van deze divergenties in de vertikaal kan dan de gemiddelde verticale snelheid worden bepaald. Dit is gedaan voor een punt boven Engeland, dat omringt is door aerologische stations (zie Fig. 8). In Fig. 9 is het berekende gemiddelde divergentieprofiel en het gemiddelde  $\omega$  profiel uitgezet. De gemiddelde verticale snelheid op 500 mbar is  $-4.33_{10}^{-4}$  mbar/sec. De door het 3-parameter model berekende gemiddelde  $\omega$  was  $-3_{10}^{-4}$  mbar/sec. De gemiddelde verticale snelheid wordt dus met een factor 1.5 onderschat. Op 850 mbar zijn deze cijfers resp.  $-2.48_{10}^{-4}$  en  $-1.1_{10}^{-4}$  mbar/sec. Op dit niveau wordt de verticale snelheid door het 3-parameter model met meer dan een factor 2 onderschat. Uit deze berekening blijkt dat de door het model berekende gemiddelde verticale snelheden het juiste teken en de goede orde van grootte hebben, maar dat ze met een factor 2 kunnen worden onderschat.

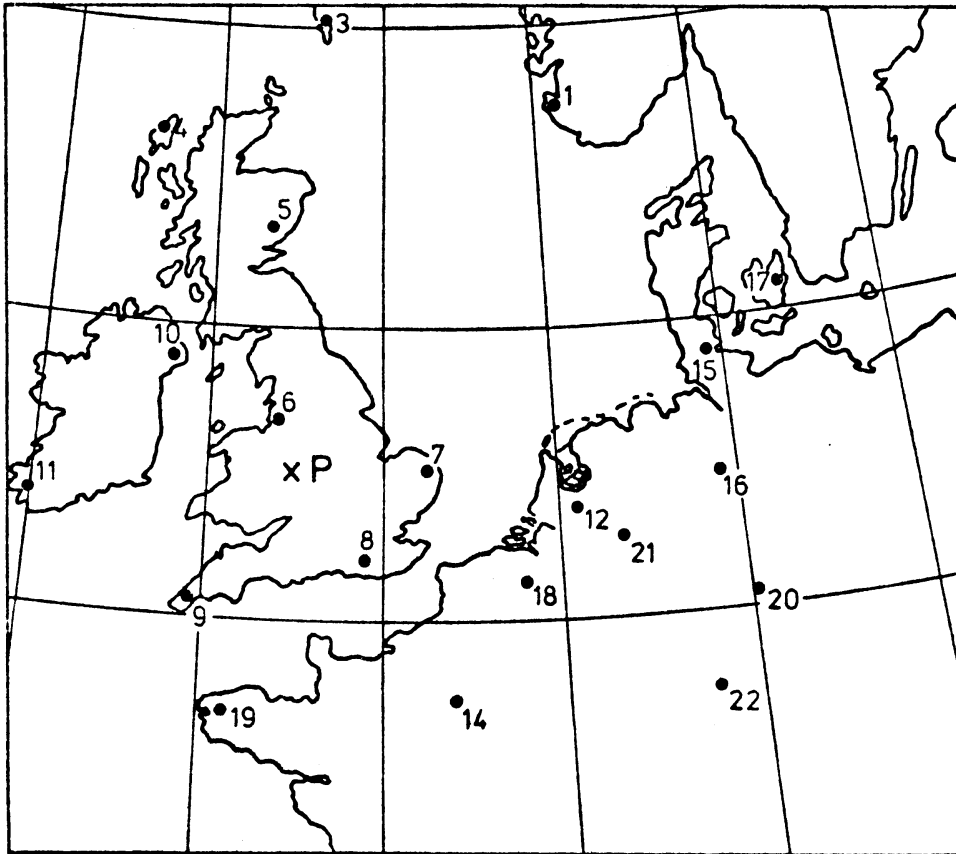


Fig. 8

Positie van het punt (P) boven Engeland, waarvoor gemiddelde divergentie en  $\omega$  profielen werden berekend. Bij de berekening werd gebruik gemaakt van de gemiddelde winden van de aerologische stations die in de figuur met de nummers 6, 7, 8, 9 en 10 zijn aangegeven.

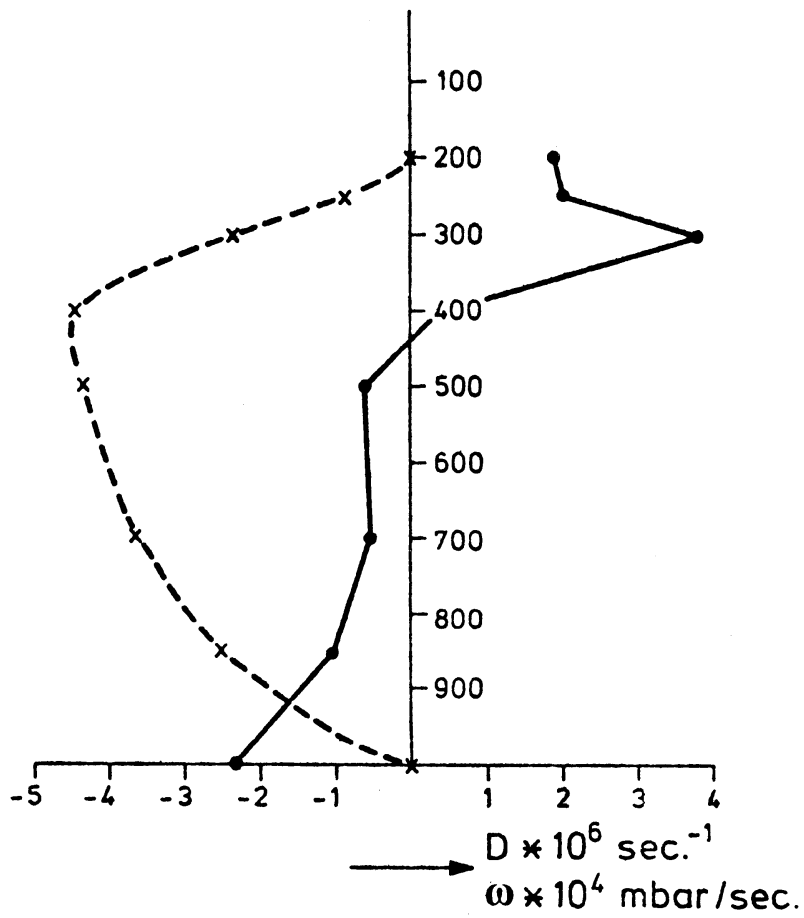


Fig. 9 Berekende gemiddelde divergentie en vertikale bewegingenprofiel voor een punt boven Engeland. De getrokken lijn is het divergentieprofiel en de stippellijn is het  $\bar{\omega}$  profiel.

De door het model berekende eddytransporttermen zoals  $\overline{\omega'T'}$ ,  $\overline{\omega'v'}$  konden uiteraard niet op deze wijze worden gecontroleerd. Echter bovenbeschreven resultaten geven enig vertrouwen dat de berekende eddytransporten de goede orde van grootte hebben.

IV Afschatting van de effecten van de vereenvoudigingen die in het model zijn aangebracht, op de berekende verticale bewegingen

4.1 Gering vertikaal oplossend vermogen

Knighting (1960) berekent met de  $\omega$  vergelijking op 7 niveau's de verticale bewegingen voor de synoptische situatie van 27 april 1959 op een gebied zoals dat in Fig. 10 is aangegeven.

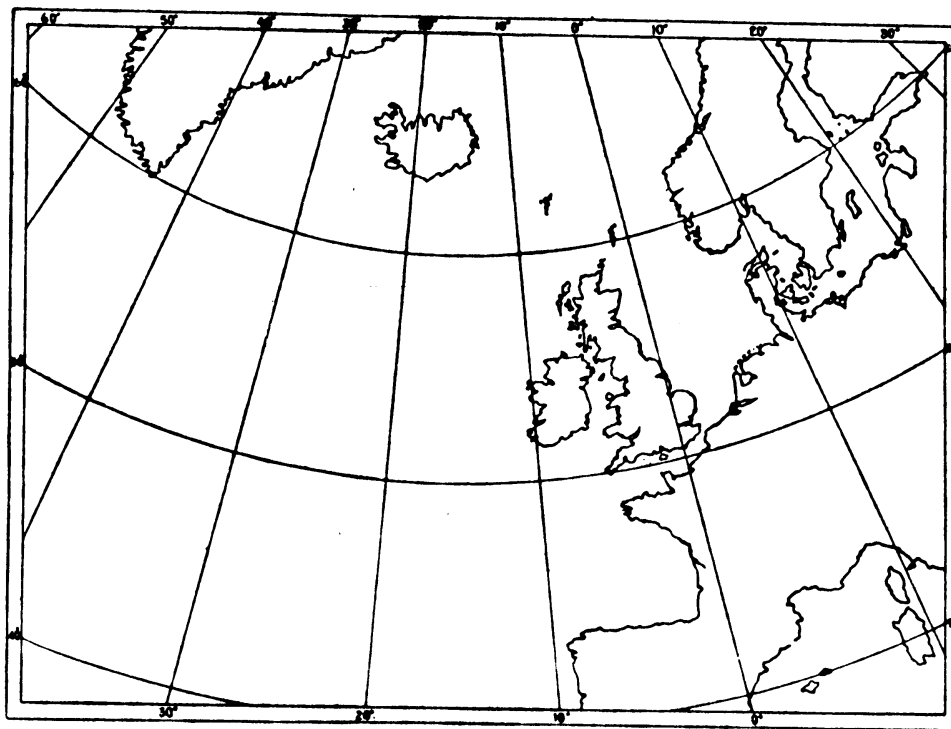


Fig. 10 Gebied waarvoor Knighting verticale bewegingen berekent (uit Knighting 1960).

De roosterafstand is 256 km. Fig. 11 geeft een overzicht van de berekende verticale profielen en de bijbehorende 1000 mbar contourlijnen.

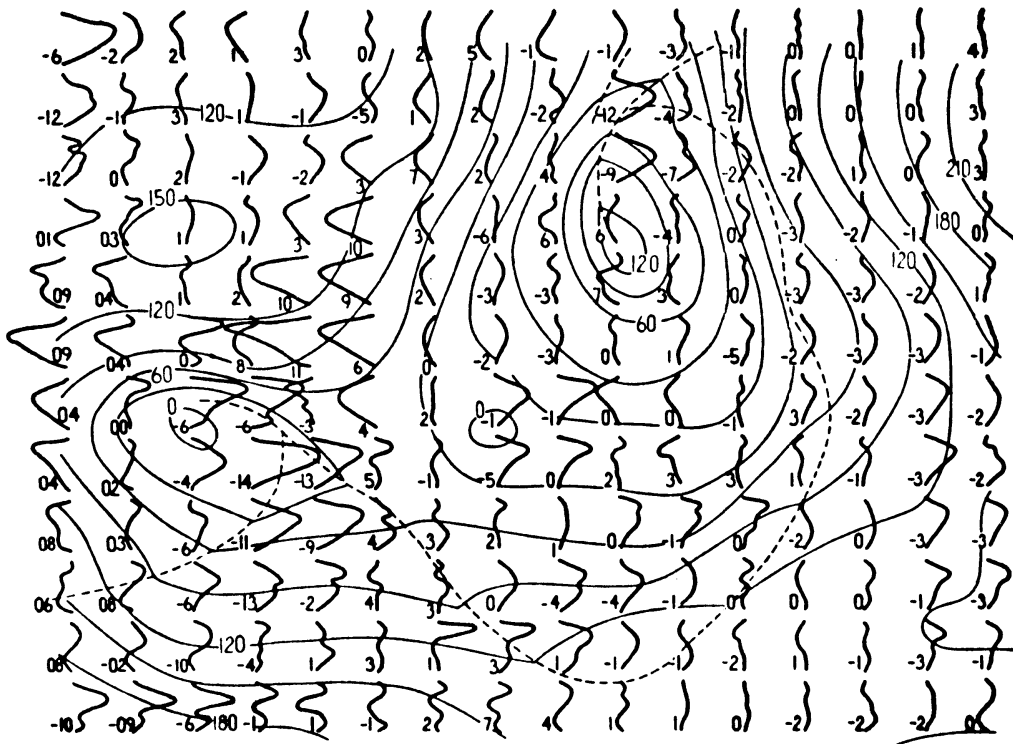


Fig. 11  $\omega$  profielen voor 27 april 1959 00.00 G.M.T. met de bijbehorende 1000 mbar contourlijnen, zoals die door Knighting werden berekend. De getrokken lijnen geven de hoogte van 1000 mbar in meters, de stippellijnen zijn de geanalyseerde fronten. Eenheden zijn mbar/uur.  
Schaal  $\begin{array}{c} -10 \quad \longleftarrow \quad \longrightarrow \quad +10 \\ \hline \end{array}$   
(uit Knighting 1960)

In gebieden met veel ontwikkeling, waar de verticale bewegingen groot zijn, vertonen de verticale profielen een goede overeenkomst met de vorm van de profielen die door het 3-parameter model zijn berekend (Fig. 6). Dit verloop is ongeveer parabolisch met een maximum iets boven 500 mbar. Echter in gebieden waar de barokliene ontwikkeling gering is hebben de  $\omega$  profielen een veel ingewikkelder verloop. In deze profielen treden zeer vaak 2 maxima op.

In Fig. 12 wordt het door Knighting berekende gemiddelde  $\omega$  profiel vergeleken met het gemiddelde  $\omega$  profiel zoals dat werd berekend met het Sawyer-Bushby model voor dezelfde synoptische situatie. Dit is een 2 lagen model en vergelijkbaar met het 3-parameter K.N.M.I. model.

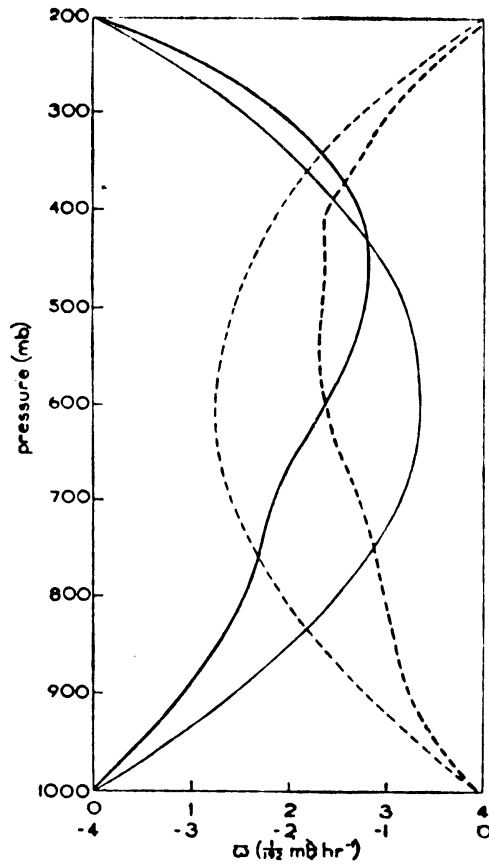


Fig. 12 Gemiddelde  $\omega$  profielen voor 27 april 1959.

- gem. opwaartse bewegingen volgens Knighting
  - gem. opwaartse bewegingen Bushby-Sawyer
  - gem. dalende bewegingen Knighting
  - gem. dalende bewegingen Bushby-Sawyer
- (uit Knighting 1960)

Duidelijk blijkt dat door het geringe oplossend vermogen in de vertikaal van het 2 lagen model, de gemiddelde waarde van  $\omega$  aanzienlijk kan afwijken. Echter in de gebieden met ontwikkeling werd een redelijke overeenkomst geconstateerd, zoals blijkt uit de getallen in Fig. 11. Dit zijn de met het Sawyer-Bushby model berekende



vertikale bewegingen op 600 mbar. Om deze getallen te kunnen vergelijken met de verticale bewegingen uit de profielen is onder aan de figuur de schaal van de profielen gegeven. Tevens blijkt uit Fig. 11 dat het teken van de verticale bewegingen voor praktisch alle punten hetzelfde is.

#### 4.2 Invloed van grondwrijving en orografie op de verticale bewegingen.

Seaman (1969) en Haltiner, Clarke en Lawniczak (1963) onderzochten de invloed van wrijving en orografische effecten op de verticale bewegingen die met de  $\omega$  vergelijking werden berekend. De verticale bewegingen door orografie worden geforceerd op terreinhoogte:

$$\omega_T = \vec{V}_T \cdot \nabla P_T \quad (7)$$

De verticale beweging t.g.v. grondwrijving wordt aan de top van de grenslaag berekend:

$$\omega_F = -(g P_T C_D V_T \zeta_T) / f R T_T \quad (8)$$

$P_T$ ,  $V_T$ ,  $\zeta_T$ ,  $T_T$  zijn de druk, geostrofische wind, geostrofische vorticititeit en temperatuur op terreinhoogte.  $C_D$  is de dragcoëfficiënt en  $f$  is de coriolisparameter. Vergelijking 8 is afgeleid van de vergelijkingen voor de Ekman spiraal.

Zowel  $\omega_T$  als  $\omega_F$  worden als onderste randvoorwaarde meegenomen bij de oplossing van de  $\omega$  vergelijking. Hierbij worden ze eenvoudig op 1000 mbar toegepast.

In beide studies wordt een aanzienlijke beïnvloeding van het  $\omega$  veld in de onderste lagen van de troposfeer geconstateerd (zie Fig. 13), terwijl de invloed naar boven toe snel afneemt zoals blijkt uit het door Haltiner gevonden verloop (Fig. 14).

Het effect van de grondwrijving en orografie op de verticale bewegingen op 500 mbar is verwaarloosbaar klein geworden. De resultaten van Seaman en Haltiner, Clarke en Lawniczak worden wat betreft het effect van grondwrijving bevestigd door Astling (1976).

Opgemerkt dient te worden dat beide studies zijn gedaan voor een gebied dat op lage breedte is gelegen. Doordat de coriolisparameter in de noemer van  $\omega_F$  voorkomt, zal het wrijvingseffect op hogere breedte kleiner zijn.

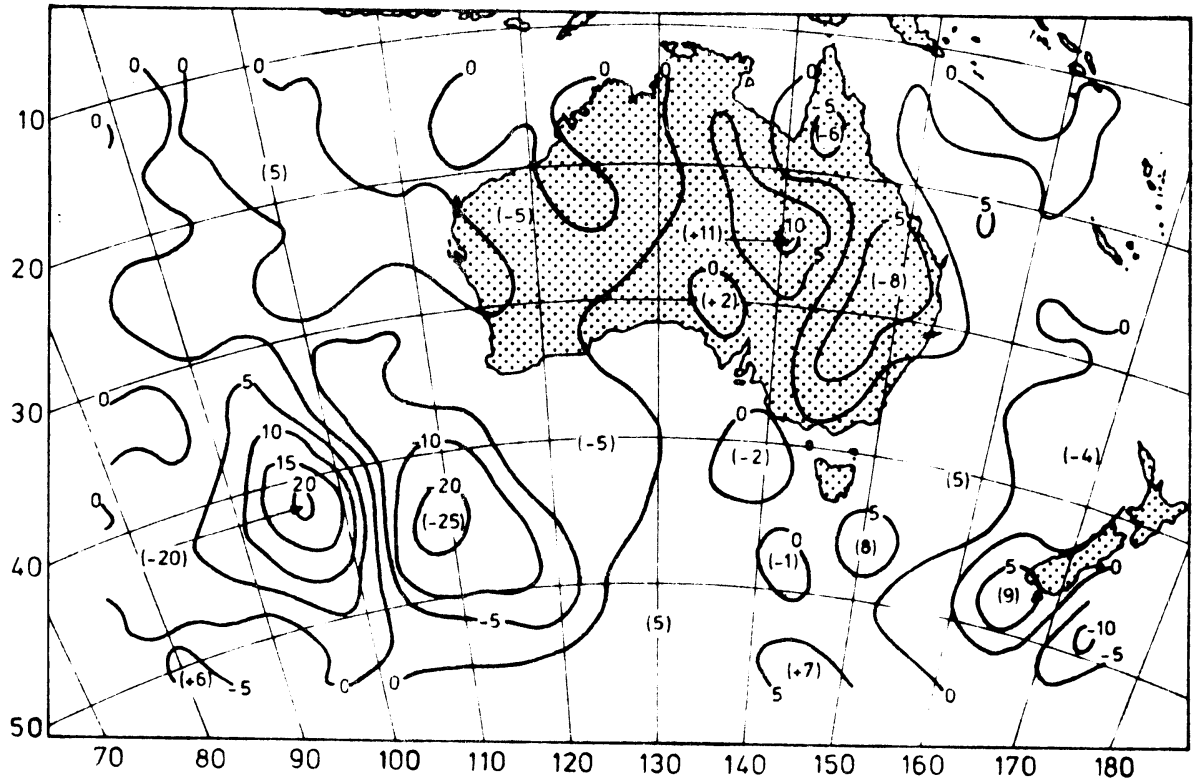


Fig. 13a Vertikale bewegingen op 850 mbar zonder grondwrijving en orografie. Eenheden  $10^{-4}$  mbar/sec. (uit Seaman 1969).

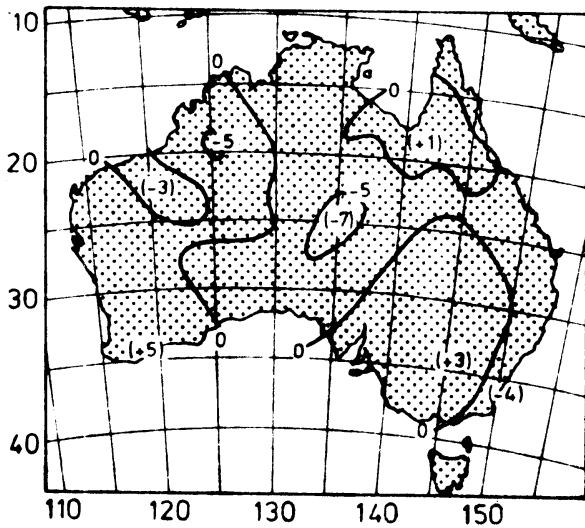


Fig. 13b Orografische component van de vertikale beweging op 850 mbar.

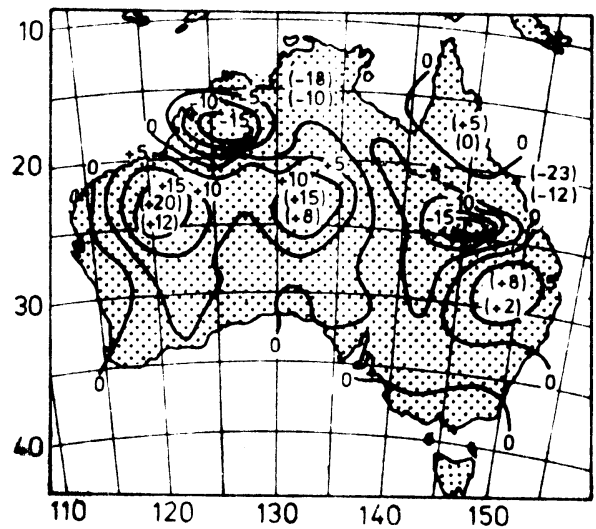


Fig. 13c Wrijvingscomponent van de vertikale beweging op 850 mbar.

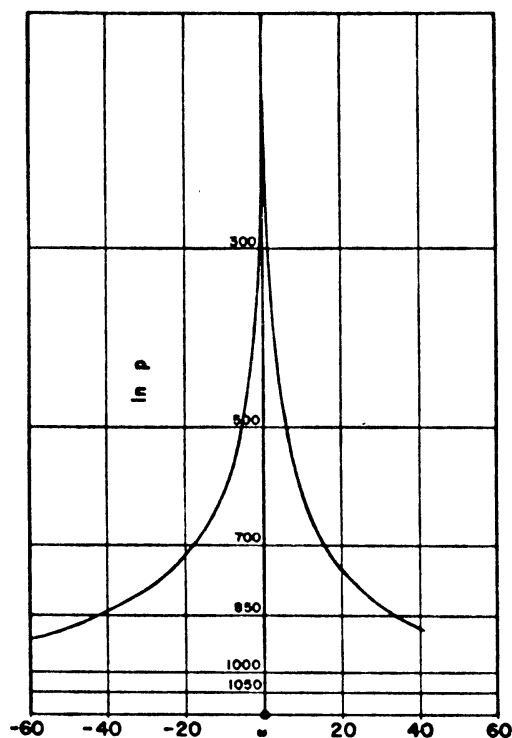


Fig. 14 Typische verticale profielen voor  $\omega_F$  (links) en  $\omega_T$  (rechts).  
Eenheden  $10^{-4}$  mbar/sec. (uit Haltiner 1963)

4.3 Invloed van vrijkomende condensatiewarmte op de verticale bewegingen.

De invloed van vrijkomende condensatiewarmte op verticale bewegingen werd o.a. bestudeerd door Palmen en Holopainen (1962), Astling (1976), en Heijboer (1977). Danard bestudeerde een uitdiepende depressie op 21 en 22 januari 1959 boven de V.S. (Fig. 15).

Hij bepaalde verticale bewegingen op 2 manieren:

- met de kinematische methode

Dit is een methode die gebaseerd is op integratie van de continuïteitsvergelijking met horizontale divergenties die uit echte winden zijn berekend. Bepaald wordt de divergentie van de gemiddelde wind in de lagen tussen de drukniveau's 900, 800, 600, 400, 300 en 200 mbar. Met deze gemiddelde divergenties wordt de continuïteitsvergelijking geïntegreerd. Van deze methode is bekend dat de nauwkeurigheid naar boven toe sterk afneemt, zodat we alleen de verticale bewegingen op 600 mbar zullen beschouwen.

Vertikale bewegingen t.g.v. orografische effecten zijn meegenomen bij de bepaling van de verticale circulaties m.b.v. de kinematische methode. Fig. 16 geeft de verticale bewegingen op 600 mbar die met de kinematische methode zijn berekend voor de synoptische situatie van 21 januari 1959 12.00 G.M.T.

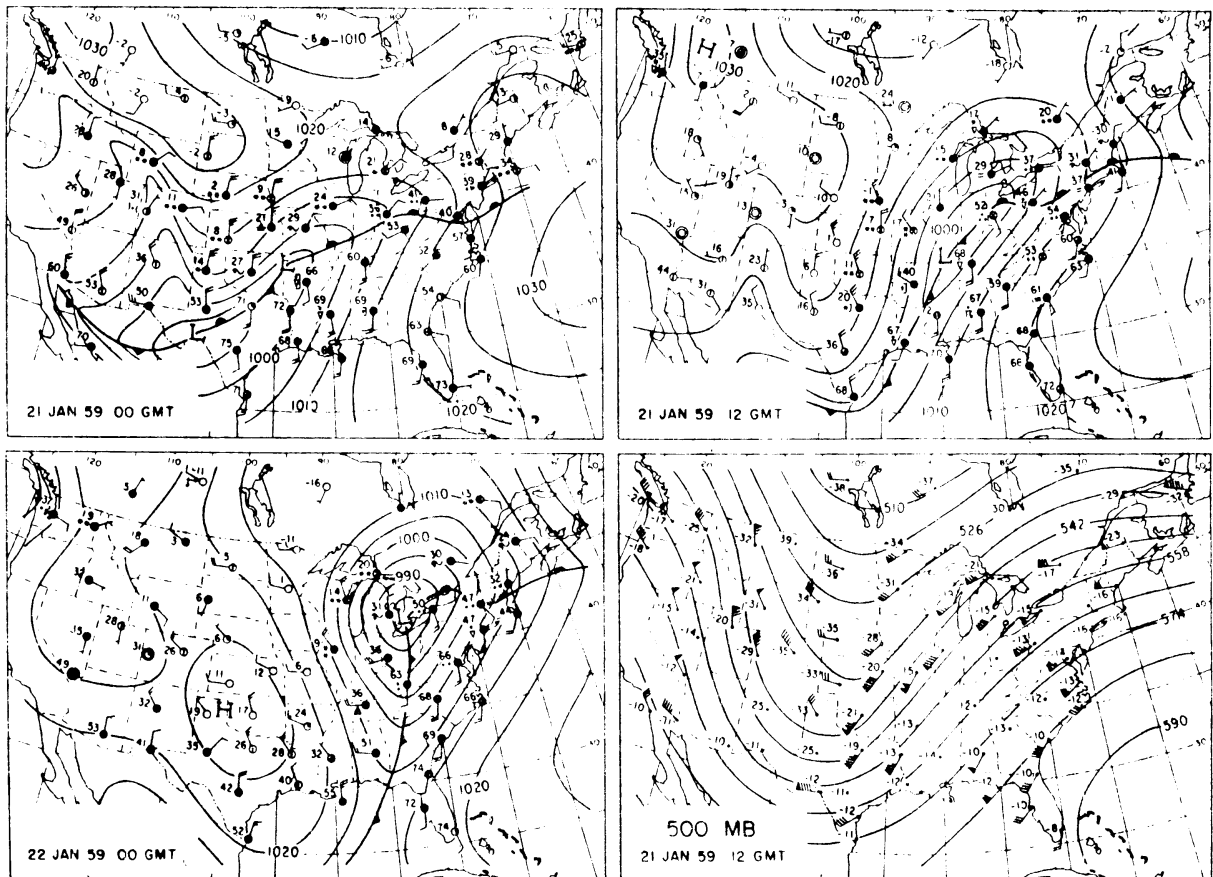


Fig. 15 Synoptische situatie van gronddruk op 21 en 22 januari 1959 en van 500 mbar op 21 januari 12.00 G.M.T. (uit Danard 1964).

- met de  $\omega$  vergelijking

Voor dezelfde synoptische situatie berekende Danard m.b.v. de  $\omega$  vergelijking het verticale bewegingenveld, met en zonder het effect van vrijkomende condensatiewarmte. Het aantal lagen in de vertikaal bij de oplossing van de  $\omega$  vergelijking was 9.

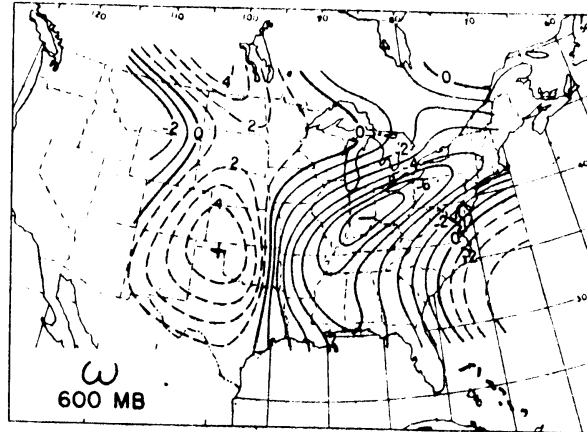


Fig. 16 Vertikale bewegingen op 600 mbar die met de kinematische methode zijn bepaald voor de synoptische situatie van 21 januari 1959 12.00 G.M.T. eenheden  $10^{-3}$  mbar/sec. (uit Danard 1964)

Uit Fig. 17 wordt duidelijk dat de stijgende bewegingen in het gebied waar neerslag valt (Fig. 18) aanzienlijk sterker worden door vrijkomende condensatiewarmte.

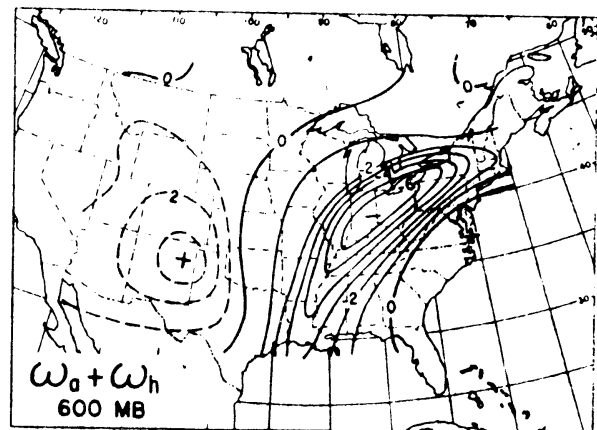
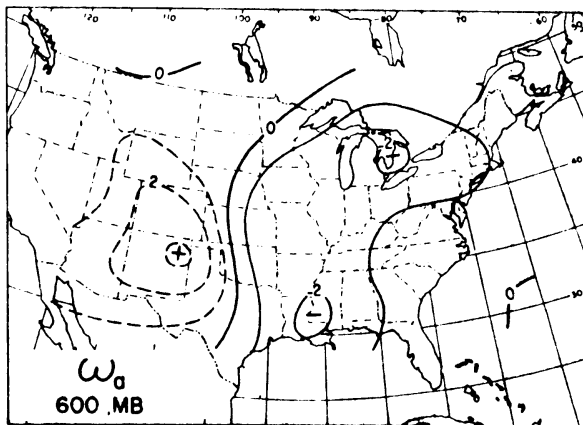


Fig. 17 Vertikale bewegingen op 600 mbar berekend met de  $\omega$  vergelijking zonder het effect van vrijkomende condensatiewarmte (links) en met dit effect (rechts). (uit Danard 1964). Eenheden  $10^{-3}$  mbar/sec.

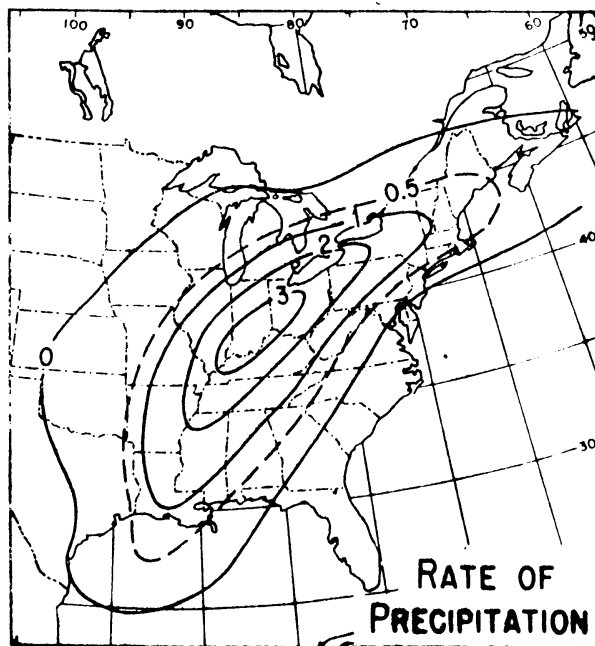


Fig. 18 Neerslagintensiteit in mm/uur op 21 januari 1959 12.00 G.M.T. (uit Danard 1964).

Vergelijking van Fig. 16 en Fig. 17 toont aan dat de resultaten van de kinematische methode en van de methode met de  $\omega$  vergelijking redelijke overeenstemming vertonen wanneer het effect van vrijkomende condensatiewarmte wordt meegenomen. De onderschatting van de dalende bewegingen, speciaal in het noordwesten schrijft Danard toe aan het feit dat bij de oplossing van de  $\omega$  vergelijking geen orografische effecten zijn meegenomen.

De resultaten van Danard worden o.a. bevestigd door Astling (1976) en Heijboer (1977).

#### 4.4 Effect van constante statische stabiliteit op de verticale bewegingen.

Quasi geostrofische modellen zijn energetisch consistent met de volledige primitieve vergelijkingen indien de statische stabiliteit ( $\sigma$ ), die in de thermodynamische vergelijking (2) voorkomt, alleen in de vertikaal varieert. Indien horizontale variaties in  $\sigma$  worden toegelaten zal de gemiddelde temperatuur van de atmosfeer, waarvan de ontwikkeling door het quasi geostrofisch model wordt beschreven, toenemen (Haltiner 1971).

Het K.N.M.I. 3-parameter model heeft een  $\sigma$  die niet afhangt van de geografische lengte en breedte en waarvan de verticale afhankelijkheid wordt geparameteriseerd door 2 waarden n.l. een constante waarde

tussen 300 en 500 mbar en een constante waarde tussen 500 en 850 mbar.

In gebieden waar de echte stabiliteit kleiner is zullen de verticale bewegingen door het model worden onderschat.

Haltiner, Clarke en Lawniczak (1963) en Danard (1964) onderzochten bij hun studie naar de invloed van orografie en grondwrijving (Haltiner) en vrijkomende condensatiewarmte (Danard) tevens de effecten van een constante statische stabiliteit op de verticale bewegingen. Danard bepaalde de horizontale verdeling van  $\sigma$  op 600 mbar in het gebied van de door hem onderzochte depressie. Fig. 19 geeft de verdeling. Uit de figuur blijkt dat variaties met een factor 2 tot 4 kunnen voorkomen over een afstand van enkele duizenden kilometers.

Fig. 20 geeft de door Danard berekende verticale beweging voor de synoptische situatie van 21 januari 1959 12.00 G.M.T. wanneer de statische stabiliteit alleen een functie van de verticale coördinaat is. Op ieder drukvlak werd het gebiedsgemiddelde bepaald, welke waarde dan voor het gehele gebied werd toegepast.

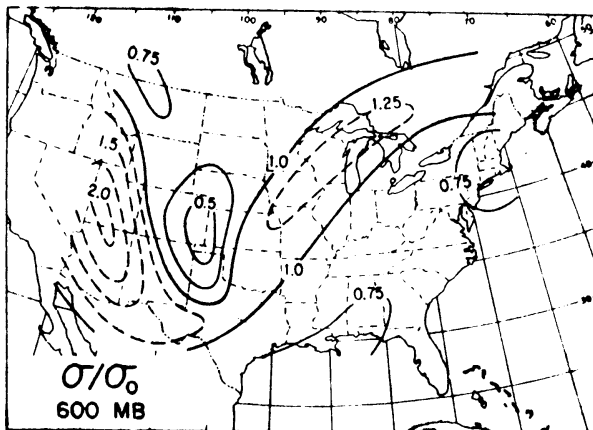


Fig. 19 Verdeling van  $\sigma$  gedeeld door de gebiedsgemiddelde waarde  $\sigma_0$  (uit Danard 1964)

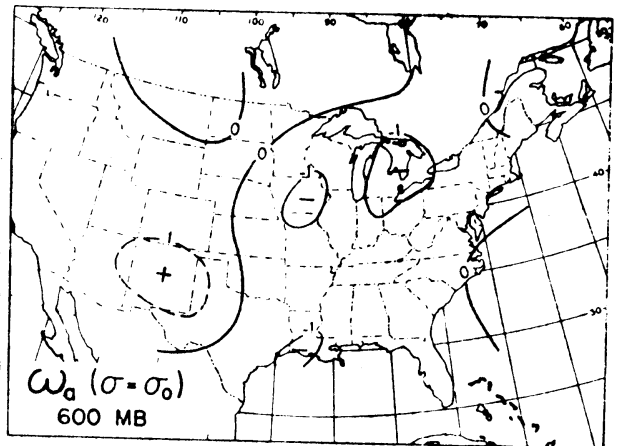


Fig. 20 Vertikale bewegingen op 600 mbar.  $\sigma$  is constant. Eenheden  $10^{-3} \frac{\text{mbar}}{\text{sec}}$  (uit Danard 1964)

De invloed van vrijkomende condensatiewarmte werd bij dit experiment niet meegenomen, zodat het verticale bewegingsveld van Fig. 18 moet worden vergeleken met het linkerplaatje van Fig. 15 om het effect van het constant houden van  $\sigma$  te kunnen bestuderen. Duidelijk blijkt dat in het geval met constante  $\sigma$  de verticale bewegingen met een factor 2 worden onderschat. Haltiner, Clarke en Lawmiczak onderzochten 3 situaties. In het eerste experiment werd  $\sigma$  constant genomen ( $\bar{\sigma}$ ), in het tweede experiment was  $\sigma$  alleen afhankelijk van de druk ( $\bar{\sigma}$ ), terwijl in het derde experiment  $\sigma$  zowel een functie van de horizontale als van de verticale coördinaten is.

De grootste verschillen in  $\omega$  werden gevonden op 300 mbar, waar  $\omega(\bar{\sigma})$  een factor 2 groter kan zijn dan  $\omega(\sigma)$ . Dit wordt veroorzaakt doordat  $\sigma$  boven in de atmosfeer sterk toeneemt en de constante  $\bar{\sigma}$  daar dus een te kleine waarde krijgt.

De verschillen tussen  $\omega(\bar{\sigma})$  en  $\omega(\sigma)$  zijn echter kleiner en bedragen hooguit een factor 1,5, terwijl  $\omega(\bar{\sigma})$  lokaal zowel kleiner als groter kan zijn dan  $\omega(\sigma)$ .

Op de lagere niveau's zijn de verschillen tussen de 3 experimenten duidelijk kleiner en bedragen niet meer dan 10 tot 20%, wat gering is in vergelijking met het effect van andere vereenvoudigingen.

Danard komt dus tot hogere schattingen voor de afwijkingen t.g.v. constante  $\sigma$  dan Haltiner voor het midden van de troposfeer. De redenen van deze enigszins afwijkende resultaten is niet helemaal duidelijk. Opvallend is dat in de studie van Danard de introductie van een gebiedsgemiddelde waarde voor  $\sigma$  leidt tot een zeer systematische afname van de intensiteit van de verticale bewegingen over het gehele gebied. Dit is merkwaardig aangezien in sommige gebieden de gehanteerde constante een lagere waarde moet hebben dan de werkelijke waarde van  $\sigma$ , hetgeen in dat geval tot hogere waarden van  $\omega$  moet leiden. In de studie van Haltiner wordt voor sommige gebieden wel hogere waarden van  $\omega$  gevonden. Bovendien zijn de maximale  $\omega$ 's die door Danard op 600 mbar worden berekend erg laag in vergelijking met andere studies waarin verticale bewegingen worden bestudeerd. Deze feiten wijzen in de richting van een hogere waarde van de constante statische stabiliteit dan de gebiedsgemiddelde waarde in de studie van Danard.



4.5 Het effect van eindige differenties op de intensiteit van de verticale circulatie.

Om de verticale circulatie m.b.v. de  $\omega$  vergelijking of het 3-parameter model te kunnen berekenen, worden de differentiaalvergelijkingen omgezet in differentievergelijkingen. Continue functies worden bij deze techniek gerepresenteerd door een discreet stel functiewaarden in roosterpunten. De roosterpuntsafstand ( $d$ ) bij het rooster van het 3-parameter model is 375 km op 60N. Deze rooster afstand betekent dat bij de numerieke simulatie van advectieprocessen in systemen met een golflengte kleiner dan 2500 km, grote afbreekfouten worden gemaakt. Het gevolg is dat de intensiteit van de verticale circulatie wordt onderschat. Dit is ernstig, aangezien intense verticale circulaties meestal gekoppeld zijn aan kortgolvlige frontale verstoringen (golflengte 1500-2500 km).

Seaman (1969) onderzocht dit effect voor het Australisch gebied door de verticale bewegingen tevens te berekenen op een rooster met 2 keer zo kleine roosterafstand en een rooster met 2 keer zo grote roosterafstand. De roosterpuntsafstand van het standaardrooster is 254 km.

Tabel 2 geeft een overzicht van de berekende maximale verticale bewegingen op alle drie de roosters van het 700 mbar vlak. Duidelijk blijkt de sterke afhankelijkheid van de intensiteit van de verticale circulatie van de roosterpuntsafstand.

	max. pos. $\omega$	max. neg. $\omega$
halve roosterafst.	+55	-67
standaard roosterafst.	+42	-52
dubbele roosterafst.	+13	-21

Tabel 2. Intensiteit van de verticale beweging als functie van de roosterpuntsafstand. Eenheid  $10^{-4}$  mbar.sec.

Seaman gebruikte bij deze experimenten differentieschema's met 2e orde nauwkeurigheid. Om na te gaan of afbreekfouten belangrijk kunnen worden verkleind als differentieoperatoren met hogere orde nauwkeurigheid worden gebruikt, heeft Seaman de experimenten op het standaardrooster en op het rooster met dubbele roosterafstand overgedaan. Hij gebruikte nu echter 4e orde schema's. De resultaten worden gegeven in tabel 3.

	max. pos. $\omega$	max. neg. $\omega$
standaard roosterafst.	+57	-64
dubbele roosterafst.	+34	-35

Tabel 3. Intensiteit van de verticale circulatie bij gebruik van 4e orde schema's. Eenheid  $10^{-4}$  mbar/sec.

Vergelijking van tabel 2 en 3 leert dat in beide gevallen de intensiteit van de verticale bewegingen aanzienlijk groter is dan op het overeenkomstige rooster met 2e orde schema's. Introductie van 4e orde schema's heeft dus ongeveer hetzelfde effect als verkleining van de roosterafstand.

Het K.N.M.I. 3-parameter model gebruikt 4e orde schema's voor de advectionoperatoren en een 2e orde schema voor de Laplaciaan. De schema's worden gegeven door Heijboer (1977). Om na te gaan hoe groot de afbreekfouten van deze schema's in de beschrijving van de advectionprocessen zijn, is de vorticititeit en de relatieve vorticititeitsadvection met de differentieoperatoren uitgerekend voor een geopotentiële hoogteverdeling met een eenvoudig sinusvormig verloop:

$$\frac{\phi}{f_0} = -Uy + A \sin \mu y \cos kx \quad (9)$$

Deze geopotentiële verdeling stelt voor een zonaal snelheidsveld  $U$ , waarin zich een golfvormige verstoring met amplitude  $A$  bevindt.

De analytische uitdrukking voor de vorticititeit van het veld is:

$$\zeta = \frac{\nabla^2 \phi}{f_0} = -A(k^2 + \mu^2) \sin \mu y \cos kx \quad (10)$$

Wanneer de geostrofische vorticititeit berekend wordt met de 5-punts differentieoperator voor de Laplaciaan dan ontstaat de volgende uitdrukking:

$$\frac{\nabla^2 \phi}{f_0} = -\frac{2A}{d^2} (2 - \cos kd - \cos \mu d) \sin \mu y \cos kx \quad (11)$$

De relatieve fout in de berekening van de vorticititeit van het veld is dan:

$$\epsilon = 1 - \frac{2(2 - \cos kd - \cos \mu d)}{(k^2 + \mu^2)d^2} \quad (12)$$

In Fig. 21 is  $\epsilon$  afgebeeld als functie van de golflengte. De golflengte in x en in y richting zijn hetzelfde. We beschouwen dus ronde verstoringen. De maximale fout in de berekening van de vorticititeit is 19% voor golven met een golflengte van 1500 km.

De advection van relatieve vorticititeit kan worden uitgedrukt in een jacobiaan als volgt:

$$\vec{V}_g \cdot \nabla \zeta_g = \frac{1}{f_0} J(\phi, \frac{\nabla^2 \phi}{f_0}) \quad (13)$$

De analytische uitdrukking voor de advection van relatieve vorticititeit, berekend voor de geopotentiële verdeling van form. 9 wordt dan:

$$\frac{1}{f_0} J(\phi, \frac{\nabla^2 \phi}{f_0}) = UA(\mu^2 + k^2) k \sin \mu y \sin kx \quad (14)$$

Wanneer de advection met het 4e orde differentie analogon van de jacobiaan wordt berekend ontstaat de volgende uitdrukking:

$$\frac{1}{f_0} (\phi, \frac{\nabla^2 \phi}{f_0}) = \frac{UA}{3d^2} (2 - \cos kd - \cos \mu d) (8 \sin kd - \sin 2 kd) \cdot \sin \mu y \sin kx \quad (15)$$

De relatieve fout in de beschrijving van de advectionsterm is dan:

$$\epsilon = 1 - \frac{(2 - \cos kd - \cos \mu d)(8 \sin kd - \sin 2 kd)}{3 kd ((kd)^2 + (\mu d)^2)} \quad (16)$$

De getrokken lijn in Fig. 22 geeft de relatieve fout als functie van de golflengte. De golflengte in x en y richting is

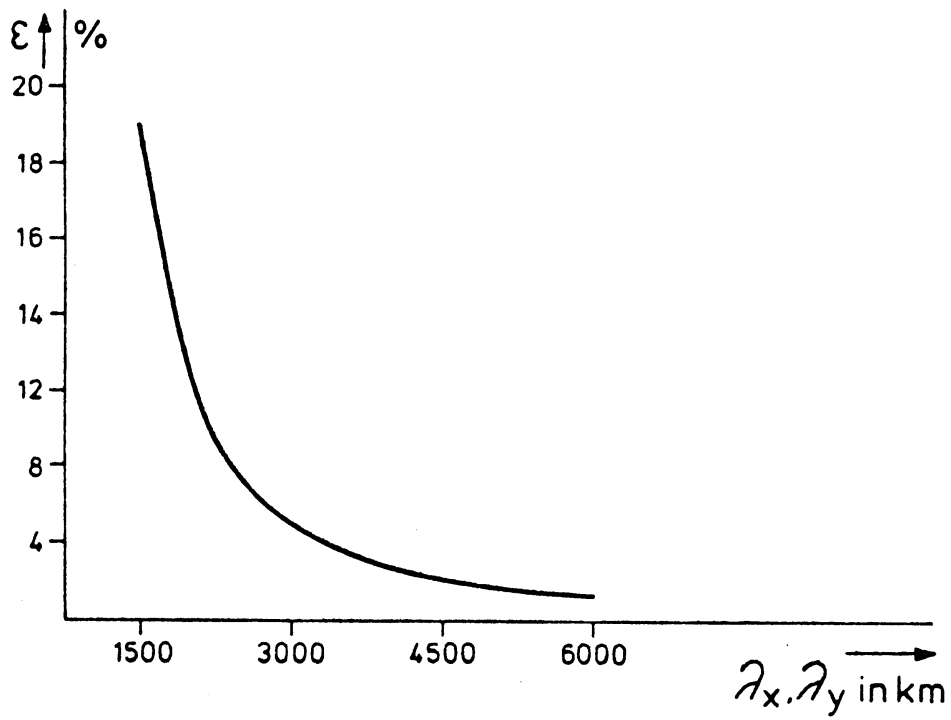


Fig. 21 Procentuele fout in de numerieke berekening van de vorticheit als functie van de golflengte voor een sinusgolvormige verstoring.

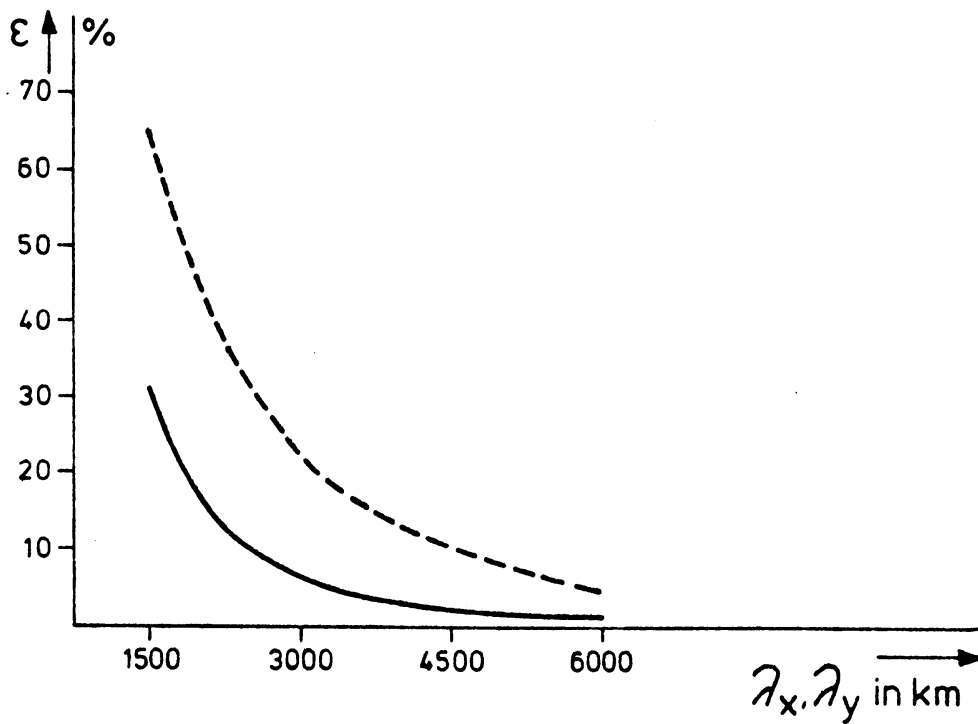


Fig. 22 Procentuele fout in de relatieve vorticheitsadvection als functie van de golflengte.

- 4e orde jacobiaan
- 2e orde Arakawa jacobiaan

weer hetzelfde. Voor kortgolvlige verstoringen ligt deze fout rond de 30%. Tevens is de relatieve fout uitgerekend wanneer i.p.v. de 4e orde operator, de 2e orde Arakawa jacobiaan wordt toegepast.

De stippellijn in Fig. 22 geeft de relatieve fout weer. Het verschil in nauwkeurigheid tussen de gebruikte 4e orde jacobiaan en de Arakawa jacobiaan (met 2e orde nauwkeurigheid) is markant.

Wanneer we de roosterafstand zouden halveren dan heeft een golf met golflengte 1500 km dezelfde procentuele fout als een golf met golflengte 3000 km in het huidige rooster. Dit betekent dat we, wanneer we de relatieve vorticitheidsadvectie van een golf met golflengte 1500 km met het 2e orde Arakawa schema berekenen, een procentuele fout maken van 22%, hetgeen iets beter is dan het gebruik van een 4e orde schema in het standaard rooster. Halvering van de roosterafstand betekent echter een toename van het aantal roosterpunten (en dus van de benodigde computertijd) met een factor 4, terwijl 4e orde schema's maar weinig extra computertijd eisen. Het gebruik van 4e orde schema's voor de advectietermen is dus erg aantrekkelijk. Ze worden dan ook tegenwoordig in de meeste modellen, waaronder het K.N.M.I. 3-parametermodel, toegepast. Aangezien de berekening van de verticale bewegingen in het 3-parameter model is gebaseerd op advectie van vorticititeit en de advectie van temperatuur, kan worden verwacht dat de onderschatting van de verticale beweging, door afbreekfouten in de differentieschema's, tot 30% kan oplopen voor kortgolvlige systemen.

#### 4.6 Effect van de quasi-geostrofische aanname op de verticale bewegingen.

Astling (1976) onderzoekt de verticale circulatie behorend bij een depressie boven de V.S. m.b.v. een  $\omega$  vergelijking waarin geen enkele term is verwaarloosd. Deze vergelijking is dan ook niet meer diagnostisch. Hij bevat 3 onbekende variabelen, n.l. de verticale snelheid  $\omega$ , de snelheidspotentiaal  $\chi$  (hierin kan de divergente component van de wind worden uitgedrukt) en de tendens van de stroomfunctie  $\frac{\partial \psi}{\partial t}$ .

Deze  $\omega$  vergelijking vormt samen met de continuïteitsverg. en de vorticitheidsverg. een volledig stelsel vergelijkingen in boven-

staande onbekenden. Astling nam tevens de effecten van orografie, grondwrijving en condensatiewarmte mee.

De horizontale roosterafstand was  $2^{\circ}$  in lengte en breedte richting, het aantal niveau's in de vertikaal was 6. Het stelsel vergelijkingen werd opgelost voor de synoptische situatie van 23 april 1968 (Fig. 23).

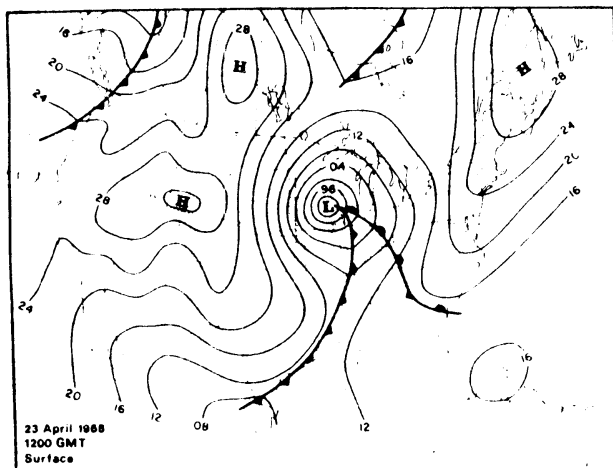


Fig. 23 Synoptische situatie van  
23 april 1968 12.00 G.M.T.  
(uit Astling 1976)

De kern van de onderzochte depressie ligt ongeveer op  $41^{\circ}\text{N}$  en  $90^{\circ}\text{W}$ . Fig. 24 geeft het door Astling berekende  $\omega$  veld langs de  $41^{\circ}$  breedtegraad.

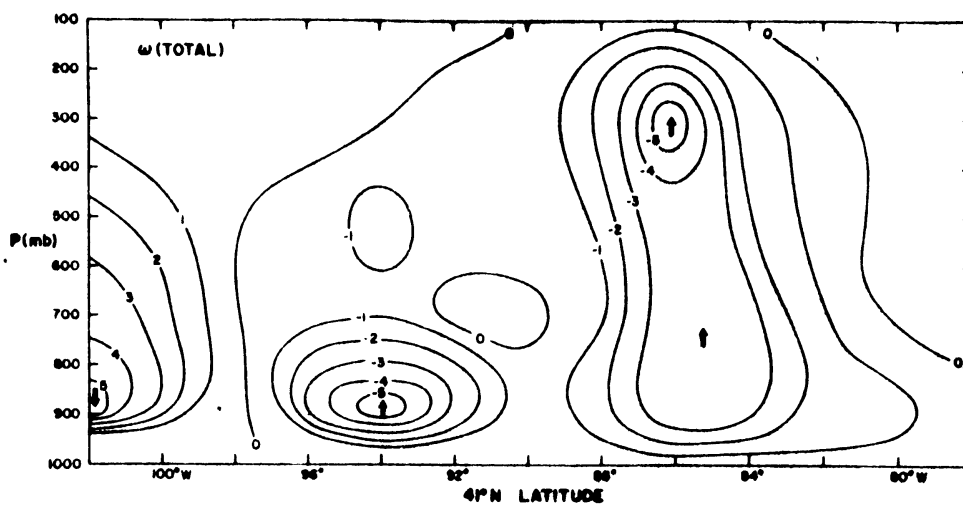


Fig. 24 Door Astling berekende verticale bewegingen langs  $41^{\circ}\text{N}$   
(uit Astling 1976).

Aan de oostkant van de depressiekern zien we opstijgende bewegingen door de hele atmosferische kolom. Het maximum ligt op 300 mbar. De toename in de vertikaal vindt vooral onderin de troposfeer plaats, terwijl tussen 900 en 400 mbar geen duidelijke toename meer is. Het profiel is dus afwijkend van de parabolische profielen van het 3-parameter model (zie Fig. 6).

Aan de westkant van de depressiekern zien we een intensieve verticale circulatie tussen 1000 en 700 mbar, terwijl op 500 mbar de opstijgende bewegingen zeer zwak zijn. Op 300 mbar vinden we zwak dalende bewegingen. Het  $\omega$  profiel is hier sterk afwijkend van de profielen die met het 3-parameter model wordt berekend. Nog verder westelijk vinden we dalende bewegingen in de hele troposferische kolom.

De gevonden verticale circulatie aan de westkant van de depressiekern is in goede overeenstemming met de wolkengegevens, lage stratiforme bewolking waaruit lichte neerslag viel.

Astling berekende voor een punt aan de oostkant ( $41^{\circ}\text{N}$ ,  $86^{\circ}\text{W}$ ) en een punt aan de westkant ( $41^{\circ}\text{N}$ ,  $94^{\circ}\text{W}$ ) van de kern van de depressie, de bijdrage van alle afzonderlijke termen tot het verticale bewegingsveld. In tabel 4 zijn de resultaten gegeven voor 4 drukniveau's.

De quasi-geostrofische  $\omega$  vergelijking die in alle eerder genoemde studies werd gebruikt neemt alleen de eerste 2 termen van de tabel mee (dit is ook het geval voor het 3-parameter model).

Bekijken we eerst de bijdrage van de termen in het punt aan de westzijde van de depressiekern.

Tabel 4. Bijdrage van alle termen afzonderlijk tot het verticale bewegingsveld voor de synoptische situatie van 23 april 1968 12.00 G.M.T. (uit Astling 1976). (Voor tabel zie volgende bladzijde)

TABEL 4

Vertical motions ( $\mu\text{b s}^{-1}$ )

41°N, 86°W

41°N, 94°W

Forcing function

900 mb

700 mb

500 mb

300 mb

900 mb

700 mb

500 mb

300 mb

Symbol

1. Differential vorticity advection by nondivergent part of wind	$f \frac{\partial}{\partial p} J(\psi, \zeta_a)$	0.21	-0.25	-0.92	-0.23	-0.58	-2.59	-1.05	-0.76
2. Laplacian of thermal advection by nondivergent part of wind	$\pi \nabla^2 J(\psi, \theta)$	-2.06	0.35	1.15	0.72	-0.63	0.57	-2.79	-2.75
3. Differential deformation	$-2 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial p} J \left( \frac{\partial \psi}{\partial x}, \frac{\partial \psi}{\partial y} \right)$	0.29	0.46	-0.05	0.02	0.19	0.64	0.90	0.01
4. Differential divergence	$-f \frac{\partial}{\partial p} (\zeta \nabla^2 \chi)$	1.24	0.14	0.09	0.06	1.10	0.30	0.21	0.36
5. Frictional stresses at surface	$f \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial \tau_x}{\partial y} \right)$	-5.31	-1.10	-0.50	-0.01	-2.48	-0.90	-0.51	-0.16
6. Latent heat release	$-\frac{R}{c_p} \nabla^2 H_L$	-0.11	-0.29	-1.30	-0.30	-0.32	-1.20	-0.57	-2.55
7. Differential vertical advection of vorticity	$f \frac{\partial}{\partial p} (\omega \frac{\partial}{\partial p} \nabla^2 \psi)$	-0.21	-0.03	0.09	0.08	-0.19	0.03	0.20	0.17
8. Differential twisting effects	$f \frac{\partial}{\partial p} (\nabla \omega \cdot \nabla \frac{\partial \psi}{\partial p})$	0.01	-0.02	0.01	-0.03	0.11	-0.07	-0.12	-0.02
9. Differential advection of vorticity by divergent part of wind	$-f \frac{\partial}{\partial p} (\nabla \chi \cdot \nabla \zeta_a)$	-0.65	-0.15	-0.02	-0.02	-0.15	-0.15	-0.17	-0.18
10. Laplacian of thermal advection by divergent part of wind	$-\pi \nabla^2 (\nabla \chi \cdot \nabla \theta)$	1.42	-0.14	-0.16	-0.27	-0.29	0.31	0.24	0.72
11. Beta effect	$-\beta \frac{\partial}{\partial p} \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \psi}{\partial t}$	0.01	0.00	0.00	-0.01	-0.02	-0.01	-0.02	0.00
12. Sensible heat transfer at lower boundary	$-\frac{R}{c_p} \nabla^2 H$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
13. Surface terrain effect	$-\frac{gH}{RT} [J(\psi, h) - \nabla \chi \cdot \nabla h]$	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.29	0.00	0.00	0.00
Total		-5.16	-1.03	-1.61	0.01	-3.55	-3.07	-3.68	-5.16



Op 900 mbar is de grondwrijving de dominante term. Andere termen die op dit niveau een rol spelen zijn de advectie van temperatuur met divergentievrije en divergente component van de wind (term 2 en 10) en de differentiële divergentie term (term 4).

De a-geostrofische termen 4 en 10 geven op dit niveau dus een significante bijdrage tot het verticale bewegingsveld.

Op 500 mbar zijn het de quasi-geostrofische termen 1 en 2 en de vrijkomende condensatiewarmte die  $\omega$  bepalen. Vorticiteitsadvectie en temperatuuradvectie werken elkaar echter tegen, zodat de  $\omega$ 's op 500 mbar aan de westkant van de depressiekern klein zijn. De a-geostrofische termen spelen op dit niveau geen rol. Op 300 mbar speelt geen enkele term een rol van betekenis, zodat daar  $\omega$  praktisch 0 is.

Aan de oostkant van de depressiekern ligt de bijdrage van de verschillende termen anders. De quasi-geostrofische termen werken elkaar niet meer tegen, terwijl de bijdrage van de grondwrijving een factor 2 kleiner is dan aan de westkant (dit wordt natuurlijk veroorzaakt door de zwakkere winden).

Op 900 mbar zijn het de grondwrijving en de quasi-geostrofische termen 1 en 2 die samen met de differentiële divergentieterm 4 de  $\omega$  bepalen. De intensiteit van de verticale bewegingen is echter op dit niveau geringer dan aan de westkant door een geringere bijdrage van de grondwrijving.

Op 500 mbar zijn vooral de quasi-geostrofische termen 1 en 2 en de tendensterm 3 belangrijk, terwijl op 300 mbar het effect van vrijkomende condensatiewarmte samen met de termen 1 en 2 de  $\omega$  bepalen.

Omdat de bijdrage van alle termen afzonderlijk bekend is kunnen we het  $\omega$  veld van deze situatie ook berekenen met "eenvoudiger" modellen. Tabel 5 geeft het  $\omega$  veld dat voor deze synoptische situatie wordt verkregen met de volgende eenvoudiger modellen:

1. De quasi-geostrofische  $\omega$  vergelijking. Dit zijn alleen de termen 1 en 2.
2. Idem plus het effect van de grondwrijving (term 5).
3. Als 2 plus het effect van vrijkomende condensatiewarmte (term 6)

De laatste rij van de tabel geeft, ter vergelijking het  $\omega$  veld van de volledige  $\omega$  vergelijking.

	41°N, 94°W				41°N, 86°W			
	900	700	500	300	900	700	500	300
Model 1	-1.85	0.1	0.23	0.49	-1.21	-2.02	-3.84	-3.51
Model 2	-7.16	-1.0	-0.27	0.48	-3.69	-2.92	-4.35	-3.67
Model 3	-7.27	-1.29	-1.57	0.18	-4.01	-4.12	-4.92	-6.22
Alle termen	-5.16	-1.02	-1.61	0.01	-3.55	-3.07	-3.68	-5.16

Tabel 5. Vertikale bewegingen berekent met een 3-tal "eenvoudiger"  $\omega$  vergelijkingen voor de synoptische situatie van 23 april 1968 12.00 G.M.T. boven de V.S. Eenheid  $10^{-3}$  mbar/sec.

Uit tabel 5 blijkt duidelijk dat met de quasi-geostrofische  $\omega$  vergelijking (model 1) alleen in het midden van de troposfeer voor het geval van een krachtige verticale circulatie de verticale bewegingen met enige nauwkeurigheid kunnen worden berekend.

De a-geostrofische componenten (verschil tussen model 3 en de complete  $\omega$  vergelijking) leveren een significante bijdrage tot het  $\omega$  veld. Wanneer in een quasi-geostrofisch model de effecten van grondwrijving en vrijkomende condensatiewarmte worden meegenomen (model 3), kunnen de berekende verticale bewegingen sterk worden verbeterd.

V Conclusies

De verticale profielen van  $\omega$  berekend met het 3-parameter model zijn altijd parabolisch. Deze profielen zijn realistisch in gebieden met een krachtige verticale circulatie. In gebieden met minder sterke  $\omega$  kunnen de verticale profielen veel ingewikkelder zijn.

De orde van grootte van de berekende verticale bewegingen stemt goed overeen met de orde van grootte van  $\omega$  uit andere verticale bewegingen studies.

Grondwrijving en orografische effecten hebben een zeer sterke invloed op het  $\omega$  veld in de onderste lagen van de troposfeer. Op 850 mbar is de bijdrage van deze effecten tot het  $\omega$  veld 50 tot 100%. Het effect van grondwrijving en orografie neemt naar boven toe sterk af. Op 500 mbar is de bijdrage van de grondwrijving tot het  $\omega$  veld niet meer dan 10 à 20%.

De verticale bewegingen kunnen door het effect van vrijkomende condensatiewarmte, in gebieden met intensieve neerslag, op alle niveau's wel twee keer zo groot worden dan het berekende  $\omega$  veld, waarbij dit effect is verwaarloosd.

Het effect van een constante statische stabiliteit manifesteert zich vooral op 300 mbar. Hier kan een fout in het  $\omega$  veld ontstaan van ongeveer 50%. Op 500 en 850 mbar zijn deze effecten geringer.

Door afbreekfouten in de differentieschema's kan een onderschatting van het  $\omega$  veld optreden van ongeveer 30%, als bij het huidige rooster ( $d \approx 375$  km) 4e orde schema's voor de advectionoperatoren worden gebruikt. Bij gebruik van 2e orde schema's is de onderschatting veel groter.

De bijdrage van de a-geostrofische termen tot het  $\omega$  veld ligt in de orde van 10 tot 20% en kan in de onderste troposfeer nog groter zijn.

De gemeten gemiddelde verticale bewegingen voor de winter 1976/77 boven midden Engeland waren op 500 mbar 1,5 keer zo groot dan de berekende waarden, terwijl ze op 850 mbar meer dan 2 keer zo groot waren. Deze resultaten zijn consistent met de hierboven gegeven af-schatting van de effecten die de verschillende vereenvoudigingen die in het model zijn aangebracht, hebben op het berekende  $\omega$  veld.

Dat de door het 3-parameter model berekende  $\omega$  kunnen worden gebruikt voor neerslagvoorspellingen is aangetoond door de Jongh (1974).

Voor gebruik in een trajectoriënmodel zouden sterk verbeterde resultaten worden verkregen wanneer de effecten van grondwrijving en condensatiewarmte in het model zouden worden ingebouwd.

Voor de berekening van verticale transporten van temperatuur en impuls door de depressies, zijn we alleen geïnteresseerd in  $\omega$  op 500 mbar (op lagere niveau's wordt dit transport vnl. verzorgd door de kleine schalen).

Alhoewel lokaal met name in gebieden met intensieve neerslag grote fouten in de berekening van  $\omega_{500}$  kunnen voorkomen, vertoont het berekende  $\omega$  veld rond een depressie toch goede overeenkomst met het  $\omega_{500}$  veld uit andere studies (vergelijk Fig. 2 t/m 5 en Fig. 7 met Fig. 11 en Fig. 24), d.w.z. sterk stijgende bewegingen aan de voorkant van de depressiekern, waar de wind een zuidcomponent heeft ( $v' > 0$ ) en de warme lucht zich bevindt ( $T' > 0$ ), en zwak stijgende resp. dalende bewegingen aan de achterkant, waar de wind een noordcomponent heeft ( $v' < 0$ ) en de koude lucht zich bevindt ( $T' < 0$ ).

De covarianten  $\overline{\omega'v'}$  en  $\overline{\omega'T'}$  hebben dus waarschijnlijk wel het goede teken en, gezien de overeenkomst tussen het gemeten en berekende gemiddelde  $\omega$  veld, de goede orde van grootte.

Referenties.

- Astling, E.G., 1976. Some aspects of cloud and precipitation features associated with a mid-latitude cyclone. Mon. Wea. Rev. 104, 1466-1473.
- Barry, R.G. and Perry, A.H., 1973. Synoptic Climatology; Methods and Applications. London: Methuen. 555p.
- Danard, M.B., 1964. On the influence of released latent heat on cyclone development. J. Appl. Met. 3, 27-37.
- Exter Blokland, A.W. den, 1972. Experimenten met het numeriek opstellen van neerslagverwachtingen. Scientific report of the Royal Netherlands Meteorological Institute. W.R. 72-8.
- Haltiner, G.J., 1971. Numerical weather prediction. New York: Wiley. 317 pp.
- Haltiner, G.J., Clarke, L.C. and Lawniczak, G.E., 1963. Computation of the large scale vertical velocity. J. Appl. Met. 2, 242-59.
- Heijboer, L.C., 1977. Design of a barocline three-level quasi-geostrophic model with special emphasis on developing short frontal waves. Published in the series "Mededelingen en Verhandelingen of the Royal Netherlands Meteorological Institute. Nr. 98.
- Jongh, J.P. de, 1974. Vergelijking van objektieve **voorspelregels** afgeleid m.b.v. BK3 materiaal en 6 PE materiaal. Internal Report of the Royal Netherlands Meteorological Institute. Nr. 74-205.
- Knighting, E. 1960. Some computations of the variation of vertical velocity with pressure on a synoptic scale. Quart. J. R. Met. Soc. 86, 318-25.
- Palmén, E. and Holopainen, E.O., 1962. Divergence, vertical velocity and conversion between potential and kinetic energy in an extratropical disturbance. Geophysica 8, 89-113.
- Palmén, E. and Newton, C.W. 1969. Atmospheric Circulation systems: their structure and physical interpretation. New York: Academic Press. 603 pp.
- Seaman, R.S., 1969. Experiments with the omega equation in the Australian region. Austr. Met. Mag. 17, 177-97.