

DR. J. P. VAN DER STOK. — ÜBER OBERFLÄCHEN-
TEMPERATUREN DES MEERESWASSERS UNWEIT
DER NIEDERLÄNDISCHEN KÜSTE. — — — —

§ 1. Seit Anfang 1882 sind an Bord des Leuchtschiffes „Schouwenbank“, vor Anker liegend in $51^{\circ}47'$ N. B. und $3^{\circ}27'$ Ö. L. v. Gr., in einer Entfernung von ungefähr 13.7 km. aus der Küste und in einer Tiefe von ± 29 m., regelmäßig Beobachtungen der Temperatur des Meereswassers gemacht worden. Die Beobachtungen sind ausgeführt mittelst vom Institute zur Verfügung gestellten Wasserthermometer mit in fünftel Grade geteilter Metallskala, deren Korrektion bekannt gestellt ist; den Beobachtern ist vorgeschrieben die Wahrnehmungen korrigirt in geeignete Journale einzutragen, welche halbjährlich dem Institute zugesandt werden.

In wie weit dieser Vorschrift Folge geleistet ist, und ob die Korrektion auch immer richtig angebracht ist, kann bei dieser in früheren Zeiten wegen Mangel an Personal an der Zentralstelle allgemein gefolgten Verfahrensart, nachher nicht mehr kontrollirt werden.

Aus der Bearbeitung der Stromesbeobachtungen geht jedoch hervor, daß die Wahrnehmungen an Bord der Leuchtschiffen sorgfältig ausgeführt sind, und auch die Resultate der vorliegenden Publikation bestätigen dieses günstige Urteil über den Gehalt der Beobachtungen.

Von Juli 1906 an werden neue Modelljournale ausgereicht werden, worin diese Unsicherheit aufhört zu bestehen.

Anfänglich, bis April 1886, sind nur Beobachtungen ausgeführt worden zu den Stunden: Mittag, 4 p. und 8 a.; nachher regelmäßig am Ende jeder Wacht, zu Mittag, 4 p., 8 a., Mitternacht, 4 a. und 8 a.

Bei der Bearbeitung des Materials ist deswegen folgendermaßen verfahren.

1°. Berechnung der täglichen Variation aus den 18 oder 19 Jahren für welche vollständige, sechsstündige Beobachtungen vorliegen.

2°. Berechnung der Tagesmittel; für die Jahre unvollständiger Beobachtungen nach Anwendung der erforderlichen Korrektur.

3°. Berechnung der jährlichen Variation aus Monats- und Tagesmittelwerten.

4°. Bearbeitung der nicht-periodischen Schwankungen.

Sowohl bei der Bearbeitung der periodischen, wie der nicht-periodischen Schwankungen ist versuchsweise nach einer eingehenderen Anwendung der Methoden der Wahrscheinlichkeitsrechnung gestrebt worden als bisher in Meteorologie üblich war. Für Näheres diese Methoden betreffend möge nach den unten angeführten Vorarbeiten verwiesen werden ¹⁾.

§ 2. Täglicher Temperaturgang. Die tägliche Änderung der Temperatur ist nach der Methode der kleinsten Quadrate durch Anwendung der Formel:

$$A_0 + A_1 \cos (15^\circ t - C_1) + A_2 \cos (30^\circ t - C_2) \quad (1)$$

berechnet; der Anfang der Zeit ist auf Mittag gestellt.

Da für jeden Tag nicht mehr als sechs Werte vorliegen, ist es nicht möglich, auch die Konstanten für mögliche 8 und 6 stündige Perioden zu bestimmen. Eine Berechnung des täglichen Ganges für verschiedene Grade der Bewölkung hat bis jetzt noch nicht stattfinden können.

In Tafel I sind die Resultate dieser Rechnung gegeben; die Tafel II und III zeigen die Werte der Komponenten:

$$a_1 = A_1 \cos C_1, b_1 = A_1 \sin C_1, a_2 = A_2 \cos C_2, b_2 = A_2 \sin C_2$$

und der Konstanten: A_1 , C_1 , A_2 , und C_2 für jede Monat.

Die Temperaturen sind durchwegs ausgedrückt in Celsius Grade.

1) VAN DER STOK. On a twenty-six-day period in daily means of the barometric height. Proc. Ak. Wet. Amsterdam. VII (p. 18—34).

Idem, Proc. VIII, On frequency curves of meteorological elements (p. 314—327).

Idem, Proc. VIII, On frequency curves of barometric heights (p. 549—563).

Tafel I. *Täglicher Gang.*

	Mittag.	4 p.	8 p.	Mittern.	4 a.	8 a.
Januar	0.085	0.070	0.001	—0.029	—0.076	—0.050
Februar	0.078	0.109	0.017	—0.067	—0.079	—0.057
März	0.077	0.141	0.030	—0.056	—0.126	—0.064
April	0.152	0.197	0.015	—0.099	—0.194	—0.074
Mai	0.182	0.185	0.018	—0.134	—0.217	—0.037
Juni	0.182	0.207	0.031	—0.159	—0.203	—0.058
Juli	0.179	0.208	0.018	—0.157	—0.195	—0.057
August	0.162	0.185	0.034	—0.116	—0.185	—0.082
September	0.168	0.201	0.025	—0.124	—0.162	—0.108
Oktober	0.147	0.121	0.021	—0.047	—0.135	—0.105
November	0.135	0.111	—0.006	—0.067	—0.101	—0.072
Dezember	0.105	0.092	—0.012	—0.051	—0.060	—0.073

Tafel II. *Täglicher Gang. Komponenten der Reihen-Entwicklung.*

	b_1	a_1	b_2	a_2	Zahl der Jahren.
Januar	0.057	0.050	0.012	0.028	18
Februar	0.076	0.067	0.020	0.005	18
März	0.104	0.073	0.014	0.010	18
April	0.139	0.134	0.018	0.027	18
Mai	0.132	0.163	—0.004	0.025	19
Juni	0.138	0.170	0.009	0.012	18
Juli	0.138	0.167	0.015	0.012	18
August	0.141	0.135	0.013	0.023	19
September	0.143	0.136	0.035	0.022	19
Oktober	0.110	0.128	0.020	0.050	19
November	0.080	0.092	0.025	0.031	19
Dezember	0.061	0.067	0.034	0.027	19
Jahr	0.110	0.115	0.018	0.023	19

Tafel III. *Täglicher Gang. Konstanten der Reihen-Entwicklung.*

	A_1	C_1	A_2	C_2
Januar	0.076	48° 45'	0.030	23° 12'
Februar	0.102	48° 36'	0.021	75° 58'
März	0.127	54° 56'	0.017	54° 28'
April	0.193	46° 3'	0.032	33° 41'
Mai	0.210	39° 0'	0.025	350° 55'
Juni	0.219	39° 4'	0.015	36° 52'
Juli	0.217	39° 34'	0.019	51° 20'
August	0.195	46° 12'	0.026	29° 29'
September	0.197	46° 26'	0.041	57° 51'
Oktober	0.169	40° 40'	0.054	21° 48'
November	0.122	41° 1'	0.040	38° 53'
Dezember	0.091	42° 19'	0.043	51° 33'
Jahr	0.159	43° 44'	0.029	38° 3'

Hieraus geht hervor daß, auch in ziemlicher Nähe der Küste und bei geringer Tiefe, die tägliche Änderung sehr gering ist und einen ausgesprochenen pelagischen Charakter trägt; sie schwankt zwischen 0.2 und 0.4°, und die höchste Temperatur wird, im Mittel, erreicht um:

$$\frac{43.73}{15} = 2^h 55^m \text{ p.},$$

im Winter etwas später, im Sommer etwas früher. Die doppelte Periode ist kaum merklich und nicht mit größerer Sicherheit zu bestimmen.

Aus Tafel II läßt sich leicht ableiten, wie sich der Temperaturgang in den verschiedenen Jahreszeiten gestaltet:

	A_1	C_1	A_2	C_2
Nov.—Febr.	0.098	45° 0'	0.033	45° 0'
März, Apr., Sept., Okt.	0.139	46° 25'	0.035	39° 11'
Mai—Aug.	0.210	40° 45'	0.020	23° 58'

Um ein Urteil über den Grad der erreichten Genauigkeit der gefundenen Amplituden A_1 und A_2 zu ermöglichen, sind für zwei Monate, Februar und August, als Typi der am meisten und am wenigsten gestörten Monate, die Konstanten der Formel (1) für jedes Jahr berechnet: Tafel IV zeigt die für Februar gefundenen Werte.

*Täglicher Gang. Konstanten der Reihen-Entwicklung.***Tafel IV.***Februar.*

	A ₁	C ₁	A ₂	C ₂
1887.	0.135	48°18'	0.008	336°48'
1888.	0.180	18°50'	0.047	77°44'
1889.	0.221	32°15'	0.049	61°52'
1890.	0.154	57°27'	0.026	229°38'
1891.	0.076	82°24'	0.080	0° 0'
1892.	0.103	62°56'	0.034	59°37'
1893.	0.055	90° 0'	0.031	56°49'
1894.	0.055	14°48'	0.057	171° 2'
1895.	0.122	36°18'	0.050	16°16'
1896.	0.101	63°26'	0.030	42°16'
1897.	0.083	55°44'	0.053	138°49'
1898.	0.112	55°36'	0.032	65°51'
1899.	0.134	57°30'	0.095	130°44'
1900.	0.123	32°43'	0.037	110°23'
1901.	0.120	57°14'	0.026	79° 9'
1902.	0.093	36°14'	0.079	349°49'
1903.	0.042	56°41'	0.037	207°15'
1904.	0.017	90° 0'	0.036	105°57'
Mittel	0.102	48°36'	0.021	75°58'

Die 18 (für August 19) berechneten Amplituden sind jedoch nicht unmittelbar unter einander vergleichbare Größen, da ihnen verschiedene Argumente zugeordnet sind. Eine Berechnung des Mittelwertes der Amplituden, unmittelbar aus den Werten A der Tafel IV, würde z. B. offenbar zu Resultaten führen, die mit jenen der Tafel III streitig wären. Statt 0.102 und 0.021 würden wir, in unserem Falle, finden 0.107 und 0.045, und es ist klar, daß man nicht allein in dieser Weise immer zu große Werte finden würde, aber daß man auch dann beträchtliche und ganz illusorische Werte finden würde wenn überhaupt in Wirklichkeit keine periodische Bewegung da wäre. Zu noch widersinnigeren Resultaten würde man kommen durch Mittelung der Argumente einzeln für sich, was überhaupt unzulässig ist und keinen Sinn hat wenn die Argumente, wie jene der doppelten Periode der Tafel IV, weit aus einander liegen.

Wenn man den Mittelwert der Amplituden für den ganzen Zeitraum 1887—1904 berechnen will, hat man die geometrische Summe zu bestimmen d. h. die Größen sollen als gerichtete Quantitäten betrachtet werden. Ebenso können die Differenzen der 18 Werte vom Gesamtmittel nur in dieser Weise abgeleitet werden, und diese Differenzen, aus welche der mittlere und wahrscheinliche Fehler (Unsicherheit) jeder Beobachtung oder des Gesamtmittels abzuleiten sind, sind selber wiederum gerichtete Größen. Es ist also hier nicht das Kriterium der linearen Fehler, sondern das der Fehler in der Fläche anwendbar. Hierzu hat man nur die Komponenten b und a (Tafel V) jede für sich zu behandeln als wären sie von einander unabhängige Größen und den resultierenden Fehler zu bestimmen durch geometrische Addition der beiden linearen Fehler.

Täglicher Gang. Komponenten der Reihen-Entwicklung.

Tafel V.

Februar.

	b_1	a_1	b_2	a_2
1887.	0.101	0.090	—0.003	0.007
1888.	0.058	0.170	0.046	0.010
1889.	0.118	0.187	0.043	0.023
1890.	0.130	0.083	—0.020	—0.017
1891.	0.075	0.010	0.000	0.080
1892.	0.092	0.047	0.029	0.017
1893.	0.055	0.000	0.026	0.017
1894.	0.014	0.053	0.009	—0.057
1895.	0.072	0.098	0.014	0.048
1896.	0.090	0.045	0.020	0.022
1897.	0.069	0.047	0.035	—0.040
1898.	0.092	0.063	0.029	0.013
1899.	0.113	0.072	0.072	—0.062
1900.	0.075	0.097	0.035	—0.013
1901.	0.101	0.065	0.026	0.005
1902.	0.055	0.075	—0.014	0.078
1903.	0.035	0.023	—0.017	—0.033
1904.	0.017	0.000	0.035	—0.010
Mittel	0.076	0.068	0.020	0.005

Wir bezeichnen mit:

(ϵ) und (ϵ^2), die absoluten Summen der Abweichungen und deren Quadrate.

θ , die durchschnittliche Abweichung $= \frac{(\epsilon)}{n}$.

n , die Zahl der Daten (hier 18 und 19).

ξ , die mittlere Unsicherheit der Komponenten für ein Jahr:

$$\sqrt{\frac{(\epsilon^2)}{n-1}}$$

η , die mittlere Unsicherheit der Komponenten für das Gesamt-
mittel $= \sqrt{\frac{(\epsilon^2)}{n(n-1)}}$,

m , die mittlere Unsicherheit der Amplitude für ein Jahr.

M , die mittlere Unsicherheit der Amplitude für das Gesamtmittel.

μ , die wahrscheinliche Unsicherheit der Amplitude für das Gesamt-
mittel $= 0.833 M$.

Man findet aus Tafel V für Februar:

	θ	ξ	η	m	M	μ
b_1	0.0258	0.0328	0.0077	0.0611	0.0142	0.0118
a_1	0.0364	0.0515	0.0119			
b_2	0.0171	0.0223	0.0053	0.0454	0.0105	0.0889
a_2	0.0296	0.0396	0.0093			

und für August:

	θ	ξ	η	m	M	μ
b_1	0.0411	0.0518	0.0119	0.0766	0.0175	0.0146
a_1	0.0444	0.0564	0.0129			
b_2	0.0289	0.0379	0.0087	0.0530	0.0122	0.0102
a_2	0.0296	0.0370	0.0085			

Im Allgemeinen werden die Projektionen gerichteter Fehler auf zwei willkürliche Axen verschieden ausfallen und es werden die Fehler gleicher Wahrscheinlichkeit auf Ellipsen liegen, deren Axen man die Hauptwahrscheinlichkeitsachsen nennen kann. Auch in unserem Falle sind fast sämtliche Projektionen auf die a Axe (Mittag—Mittern.) größer als die auf die b Axe ($6a.-6p.$), was auf ver-

schiedene Veränderlichkeit zu verschiedenen Tagesstunden hinweist. Wenn wir jedoch diesen Unterschied außer Betracht lassen und gleiche Genauigkeit für beide Projektionen annehmen, dann werden die Fehler gleicher Wahrscheinlichkeit auf einem Kreise liegen und es läßt sich leicht beweisen ¹⁾ daß, in einer großen Zahl, die Hälfte der Fehlerpunkte innerhalb eines Kreises liegen dessen Halbmesser gleich ist dem Produkte aus dem mittleren Fehler M und den Faktor:

$$\sqrt{\text{Nep. log } 2} = 0.8326,$$

während im Falle linearer Fehler der Faktor 0.6745 gilt.

In Folge der Vernachlässigung der Ungleichheit der Fehler in verschiedenen Richtungen wird also das Wahrscheinlichkeitsurteil über die erhaltene Genauigkeit etwas ungünstiger ausfallen als in Wirklichkeit zutrifft, d. h. nach der sichereren Seite.

Für die Amplituden des ersten und zweiten Gliedes der Fourier-Reihe sind also gefunden, bzw. für Februar und August:

$$A_1 = 0.102 \pm 0.0118, \quad A_2 = 0.021 \pm 0.0089,$$

$$A_1 = 0.195 \pm 0.0146, \quad A_2 = 0.026 \pm 0.0101.$$

In Fig. 1 und 2 sind graphische Darstellungen dieser Resultate gegeben; die Punkte durch A_1 und A_2 angedeutet representiren, nach Größe und Richtung, die Amplituden für die Monate Februar und August. Mit den korrespondirenden wahrscheinlichen Fehlern als Radii sind um diese Punkte Kreise beschrieben deren Oberfläche ein Maß ist für die Genauigkeit der erhaltenen Resultate.

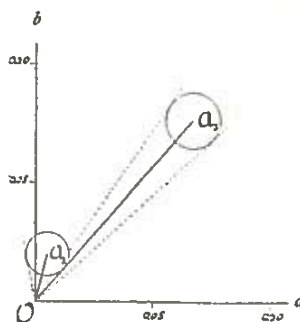


Fig. 1 Februar.

Es folgt hieraus sogleich, daß die Grenze der wahrscheinlichen Unsicherheit des Argumentes, d. h. der Richtung, abgesehen von der

¹⁾ Proc. Ak. Amsterdam. VII.

Größe, gefunden wird indem vom Punkte O aus die beiden Tangenten an die Kreise der wahrscheinlichen Fehler gezogen werden. Es werden dann, in einer großen Zahl, die Hälfte der Argumentwerte innerhalb des durch das Tangentenpaar eingeschlossenen Winkels fallen.

Der wahrscheinliche Fehler ist offenbar:

$$\pm \text{Bgtang } \frac{\mu}{A}, \quad (2)$$

woraus folgt, für Februar:

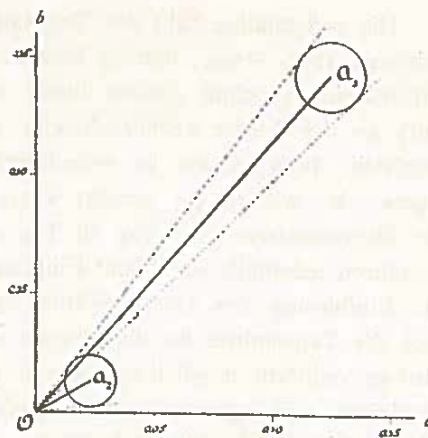
$$C_1 = 48^\circ 36' \pm 6^\circ 36', \quad C_2 = 75^\circ 58' \pm 22^\circ 58',$$

für August:

$$C_1 = 46^\circ 12' \pm 4^\circ 17', \quad C_2 = 29^\circ 29' \pm 21^\circ 14'.$$

§ 3. Der jährliche Gang. Nachdem, auf Grund der bekannten täglichen Änderung, aus den unvollständigen Tagesmitteln der ersten Jahre, durch Anwendung einer passenden Korrektur, verbesserte Tagesmittel gebildet waren, wurde, einzeln für jeden Monat, eine Liste angelegt aller vorhandenen Tagesmittel, so daß, nach Interpolation der fehlenden Werte, für jeden Tag des Jahres aus 23 Daten ein Mittelwert gebildet werden konnte. Die Zahl der fehlenden Tagesmittel war:

im Januar	1886	31
„ Februar	1886	15
„ März	1884	31
„ März	1886	16
„ April	1886	14
„ Juni	1889	2
„ Juni	1891	31
„ Juli	1886	16
„ Juli	1891	4
„ November	1885	16
„ Dezember	1885	15
„ Dezember	1894	1
Total		192



Die vollständige Zahl der Tagesmittel, für den ganzen 23 jährigen Zeitraum 1882—1904, beträgt 8400; es ist also 2.3 % interpolirt. Die Interpolation geschah einfach linear zwischen einige Mittelwerte (etwa fünf) an der Lücke vorhergehender und folgender Tagesmittel. Eine dergleiche Interpolation ist gerechtfertigt, auch für längere Zwischenräume, da, wie in § 4 gezeigt wird, die Variabilität der Temperatur des Meereswassers von Tag zu Tag sehr gering ist, und es ist dieses Verfahren jedenfalls der Nicht-Einfüllung der Lücken vorzuziehen, was auf Einführung des Gesamtmittels auskommt. Später, wenn einmal auch die Tagesmittel für die übrigen vier Leuchtschiffe berechnet sind, wird es vielleicht möglich sein hieraus genauere zu interpolirende Größen abzuleiten, vorausgesetzt daß die Lücken in den Journalen der Leuchtschiffe nicht gleichzeitig vorkommen.

In Tafel VI sind die in dieser Weise erhaltenen Normalwerte für jeden Tag zusammengestellt, während in Fig. (3) diese Werte, ohne Anwendung irgend welchen Ausgleichungs-Verfahrens, graphisch dargestellt sind. Es korrespondirt in dieser Figur ein Millimeter mit 0.°12.

Um ein Urteil über den Grad der Genauigkeit dieser aus einer 23 jährigen Reihe gebildeten Tagesmittel erhalten zu können, sind für 8 Tage, 4 im Winter und 4 im Sommer, die durchschnittliche Abweichung und die wahrscheinliche Unsicherheit berechnet; das Resultat dieser Rechnung ist folgendes:

		Durchschn.	Wahrsch.			Durchschn.	Wahrsch.
		Abw.	Unsich.			Abw.	Unsich.
Januar	1	1.016	0.173	Juli	30	0.648	0.111
„	11	0.912	0.162	August	9	0.815	0.132
„	21	1.147	0.189	„	19	0.617	0.115
„	31	1.190	0.211	„	29	0.615	0.105

In runden Zahlen beträgt demnach die Unsicherheit eines s. g. Normalwertes gut 0.°1 im Sommer und 0.°2 im Winter.

Nebst dieser Methode der direkten graphischen Darstellung ist es nicht ohne Interesse auch die Konstanten der Fourierschen Reihen-Entwicklung, wie diese aus den Gesamt-Monatsmitteln abgeleitet werden können, anzuführen.

In Tafel VII ist eine übersichtliche Zusammenstellung der Monatsmittel für die 23 Jahre gegeben, Tafel VIII zeigt, für jedes Jahr, die Komponenten der vier ersten periodischen Glieder.

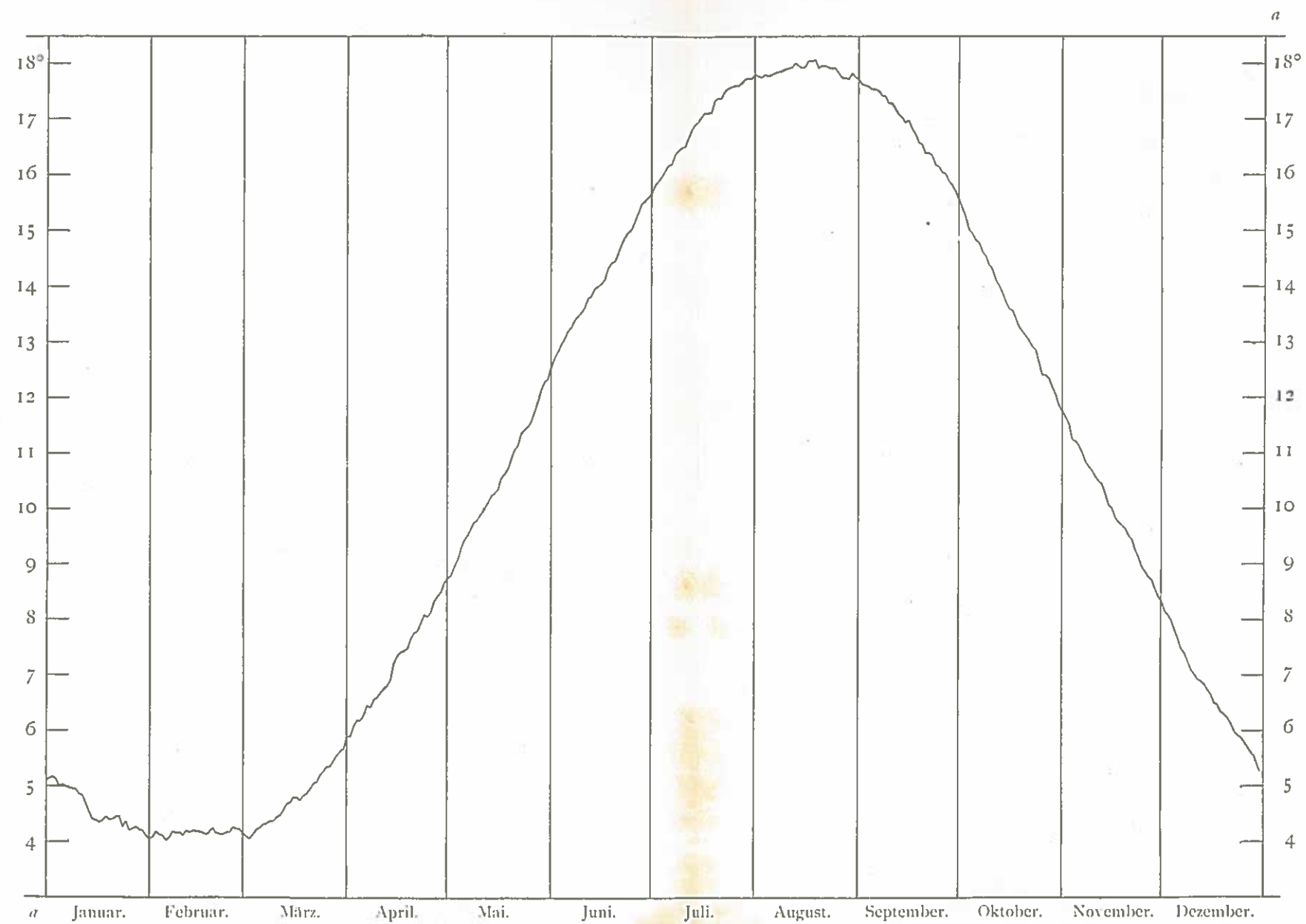


Fig. 3. Jährlicher Gang, Tagesmittel.

Aus Tafel VIII sind leicht die Konstanten der Formel (1) für vier Gruppen abzuleiten, von welchen die drei ersten 6, die letzte 5 Jahre einschließen. (Tafel IX).

Tafel VI. *Normal-Werte der Tagesmittel, 1882—1904.*

	Januar.	Februar.	März.	April.	Mai.	Juni.	Juli.	August.	September.	Oktober.	November.	Dezember.
1	5.11	4.05	4.15	5.90	8.75	12.55	15.67	17.80	17.72	15.57	11.77	8.33
2	5.14	4.09	4.10	5.91	8.80	12.71	15.81	17.77	17.63	15.41	11.65	8.15
3	5.17	4.18	4.06	6.09	8.95	12.82	15.88	17.75	17.61	15.26	11.53	8.09
4	5.11	4.13	4.13	6.19	9.08	12.94	15.96	17.80	17.59	15.03	11.25	7.98
5	5.00	4.11	4.21	6.19	9.28	13.05	16.06	17.77	17.54	14.96	11.22	7.82
6	5.03	4.03	4.25	6.29	9.44	13.19	16.17	17.80	17.54	14.84	11.14	7.66
7	5.00	4.08	4.31	6.46	9.51	13.26	16.19	17.83	17.51	14.79	11.00	7.47
8	4.97	4.18	4.33	6.43	9.65	13.38	16.37	17.85	17.43	14.63	10.84	7.39
9	4.96	4.16	4.37	6.56	9.76	13.46	16.43	17.86	17.41	14.55	10.76	7.25
10	4.94	4.17	4.37	6.61	9.80	13.53	16.49	17.90	17.29	14.40	10.69	7.10
11	4.86	4.12	4.44	6.69	9.91	13.62	16.51	17.91	17.29	14.32	10.58	7.02
12	4.83	4.20	4.48	6.76	10.01	13.78	16.66	17.93	17.19	14.14	10.50	6.93
13	4.68	4.17	4.56	6.82	10.11	13.81	16.80	18.01	17.09	14.03	10.44	6.90
14	4.53	4.20	4.68	6.93	10.23	13.96	16.91	17.96	17.04	13.90	10.26	6.84
15	4.41	4.19	4.71	7.21	10.28	14.00	16.95	17.92	16.94	13.74	10.07	6.74
16	4.39	4.18	4.80	7.35	10.34	14.05	17.03	17.94	16.98	13.61	10.01	6.66
17	4.35	4.16	4.80	7.42	10.55	14.12	17.11	18.05	16.84	13.58	9.85	6.51
18	4.39	4.13	4.75	7.44	10.62	14.32	17.11	18.04	16.74	13.43	9.76	6.47
19	4.45	4.18	4.83	7.49	10.71	14.41	17.12	18.07	16.59	13.28	9.71	6.35
20	4.40	4.24	4.87	7.66	10.90	14.45	17.33	17.92	16.55	13.20	9.65	6.30
21	4.41	4.16	4.95	7.76	11.06	14.58	17.38	17.96	16.39	13.12	9.52	6.24
22	4.45	4.14	5.04	7.80	11.13	14.74	17.38	17.96	16.40	13.03	9.45	6.14
23	4.46	4.13	5.08	7.93	11.35	14.87	17.50	17.93	16.34	12.92	9.26	6.01
24	4.27	4.17	5.20	8.09	11.43	14.96	17.54	17.91	16.19	12.86	9.13	5.93
25	4.36	4.17	5.27	8.05	11.48	15.01	17.58	17.92	16.15	12.62	8.95	5.89
26	4.21	4.26	5.35	8.14	11.57	15.15	17.60	17.84	16.05	12.42	8.87	5.81
27	4.24	4.23	5.36	8.33	11.74	15.31	17.60	17.75	16.03	12.41	8.77	5.72
28	4.27	4.23	5.46	8.42	11.93	15.47	17.65	17.75	15.89	12.35	8.72	5.62
29	4.22		5.56	8.49	12.14	15.52	17.71	17.72	15.81	12.20	8.56	5.55
30	4.20		5.63	8.66	12.28	15.59	17.74	17.83	15.71	12.06	8.42	5.38
31	4.11		5.68		12.34		17.73	17.76		11.87		5.24
Mittel.	4.61	4.19	4.77	7.20	10.49	14.15	16.90	17.88	16.95	13.70	10.08	6.69

Tafel VII.

Monatsmittel.

	Januar.	Februar.	März.	April.	Mai.	Juni.	Juli.	August.	September.	Oktober.	November.	Dezember.	Jahr.
1882	6.32	5.16	7.05	9.22	12.21	14.50	16.53	17.74	16.46	14.58	10.71	6.90	11.45
1883	6.66	6.78	5.67	6.94	10.44	14.66	17.13	17.51	17.11	13.96	10.64	6.99	11.21
1884	6.11	6.70	5.10	8.68	11.36	14.32	17.84	19.65	18.45	14.97	10.54	7.02	11.73
1885	4.35	4.86	5.85	7.97	10.94	14.68	16.21	17.79	16.40	13.00	9.24	7.02	10.69
1886	5.15	3.59	3.53	7.41	10.43	13.88	16.63	17.62	17.76	14.47	10.37	6.82	10.64
1887	3.55	3.03	3.27	5.67	9.25	13.57	17.09	18.19	16.39	12.73	8.73	6.42	9.82
1888	3.98	2.69	2.49	4.84	9.37	13.29	15.52	16.44	16.10	12.65	9.05	7.93	9.53
1889	5.09	4.21	3.99	6.46	11.33	16.00	17.89	17.84	16.78	13.39	10.40	5.91	10.77
1890	4.95	4.56	4.62	6.95	11.27	14.39	16.39	17.88	17.21	14.92	10.34	4.92	10.70
1891	1.88	2.33	3.82	6.29	9.72	13.86*	16.98	17.41	17.32	14.88	10.15	7.98	10.22
1892	5.03	4.03	3.66	6.40	9.98	14.14	16.60	17.41	16.83	12.85	10.09	6.60	10.30
1893	3.55	3.60	5.83	8.28	11.93	15.22	17.97	19.12	17.31	13.72	9.36	6.35	11.02
1894	3.17	4.60	5.77	9.06	11.20	13.53	16.96	17.32	15.72	13.23	10.55	7.32	10.70
1895	3.98	1.15	2.20	5.86	9.47	13.42	16.58	17.64	17.73	14.10	9.67	5.99	9.82
1896	4.18	4.11	5.36	7.86	10.72	14.97	17.65	17.83	16.81	12.70	8.42	5.14	10.48
1897	3.32	2.70	5.98	8.02	10.69	14.34	16.93	18.47	15.98	13.55	10.02	6.28	10.52
1898	5.53	5.28	4.91	7.16	10.55	13.77	15.87	17.71	17.92	14.83	11.35	8.35	11.10
1899	6.37	5.45	5.50	7.49	10.49	13.88	17.02	18.65	17.28	12.90	10.94	6.96	11.08
1900	4.58	3.89	4.77	6.63	9.79	13.85	17.17	17.94	17.28	14.50	10.62	7.93	10.75
1901	5.01	3.52	3.87	6.42	10.08	13.54	16.89	18.26	15.56	12.91	9.98	6.74	10.23
1902	5.80	3.79	4.54	7.01	9.25	13.33	16.52	17.02	16.44	12.75	9.41	4.67	10.04
1903	4.01	4.76	6.98	7.75	10.08	13.10	15.78	16.88	16.04	13.78	10.72	6.22	10.51
1904	3.46	4.72	4.91	7.26	10.69	13.89	17.35	18.83	16.74	13.67	10.68	7.48	10.81
Mitt.	4.61	4.15	4.77	7.20	10.49	14.09	16.85	17.88	16.85	13.70	10.09	6.69	10.614

Der jährliche Gang. Komponenten der vier ersten periodischen Glieder.

Tafel VIII.

	b_1	a_1	b_2	a_2	b_3	a_3	b_4	a_4
1882	— 2.45	— 5.53	0.30	— 0.34	0.06	— 0.12	0.13	0.21
1883	— 3.10	— 5.34	0.63	0.66	0.66	0.13	0.14	— 0.04
1884	— 3.17	— 6.07	1.00	0.24	0.11	0.41	0.49	0.17
1885	— 2.56	— 5.97	0.44	0.09	— 0.04	0.07	— 0.16	— 0.31
1886	— 3.81	— 6.15	0.14	— 0.03	0.02	0.47	0.00	0.28
1887	— 3.66	— 6.61	0.42	0.67	— 0.16	0.02	— 0.07	— 0.06
1888	— 3.92	— 5.84	— 0.28	0.62	— 0.10	0.40	— 0.33	— 0.28
1889	— 3.17	— 6.70	— 0.12	0.64	0.57	0.15	0.16	— 0.07
1890	— 3.34	— 6.33	0.48	— 0.23	0.69	0.35	0.42	0.10
1891	— 4.21	— 6.62	— 0.11	— 0.35	— 0.12	— 0.34	— 0.48	— 0.20
1892	— 3.48	— 6.03	0.16	0.53	0.10	0.25	0.04	— 0.08
1893	— 2.75	— 7.10	0.43	— 0.09	— 0.20	— 0.06	— 0.10	— 0.14
1894	— 2.58	— 5.91	0.12	— 0.40	— 0.39	— 0.53	0.19	— 0.10
1895	— 4.40	— 6.83	0.02	0.03	— 0.14	0.46	— 0.20	0.31
1896	— 2.45	— 6.80	0.70	0.27	0.16	0.05	— 0.17	0.12
1897	— 2.91	— 6.59	0.26	— 0.29	— 0.36	— 0.49	— 0.10	— 0.07
1898	— 3.86	— 5.33	0.26	— 0.07	0.11	0.31	— 0.10	— 0.26
1899	— 3.91	— 5.62	0.67	0.56	— 0.15	0.11	0.28	— 0.13
1900	— 3.91	— 5.96	0.24	0.20	— 0.04	— 0.15	— 0.23	— 0.03
1901	— 3.41	— 6.05	0.11	0.47	— 0.23	— 0.02	0.29	0.08
1902	— 3.09	— 5.93	0.74	0.36	0.20	0.17	0.07	0.46
1903	— 2.84	— 5.41	0.66	— 0.53	0.13	— 0.56	0.01	— 0.18
1904	— 3.41	— 6.26	0.36	0.14	— 0.22	— 0.34	0.27	— 0.37

Tafel IX. *Konstanten der Formel.*

	A_1	C_1	A_2	C_2	A_3	C_3	A_4	C_4
1882—1887	6.92	211°	0.53	66°	0.20	34°	0.10	64°
1888—1893	7.32	208°	0.21	26°	0.20	51°	0.12	203°
1894—1899	6.97	208°	0.34	87°	0.13	263°	0.03	218°
1900—1904	6.80	209°	0.44	73°	0.18	190°	0.08	96°
1882—1904	6.96	208°.3	0.36	66°.5	0.04	41°.2	0.04	136°.2

Schon auf Grund dieser Resultaten ist es möglich den erreichten Grad der Genauigkeit einigermaßen festzustellen.

Ein besseres Kriterium erhält man aber durch Anwendung der Methoden der Wahrscheinlichkeitsrechnung in der in § 2 erörterten Weise.

Man findet:

	θ	ξ	η	m	M	μ
b_1	0.488	0.62	0.129	0.80	0.166	0.138
a_1	0.408	0.50	0.105			
b_2	0.250	0.31	0.065	0.49	0.103	0.086
a_2	0.323	0.38	0.080			
b_3	0.228	0.29	0.061	0.43	0.090	0.075
a_3	0.265	0.32	0.066			
b_4	0.193	0.24	0.050	0.32	0.067	0.056
a_4	0.167	0.21	0.044			

Aus dieser Übersicht ergibt sich, daß in der Fourierschen Reihe das dritte und vierte periodische Glied außer Acht gelassen werden können, da die wahrscheinlichen Unsicherheiten (resp. 0.075 und 0.056) der Amplituden, den für die zu bestimmenden Größen gefundenen Wert, 0.04, beträchtlich übersteigen, so daß, bei einer graphischen Darstellung, wie in fig. 1 und 2 gegeben, die Peripherie des wahrscheinlichen Kreises (Analogon des wahrscheinlichen linearen Fehlers) auch die zu bestimmende Größe selbe umschließen würde.

Für die wahrscheinlichen Fehler der Argumente der zwei ersten Glieder der Fourierschen Reihe findet man, nach Formel (2), resp.

$$\pm 1^{\circ}8' \text{ und } \pm 13^{\circ}26'.$$

Es resultirt also aus dieser Rechnung, daß der jährliche Gang, wie berechnet aus Monatsmitteln, in folgender Formel Ausdruck findet:

$$\begin{aligned} & 6.96 (\pm 0.138) \cos [30^{\circ} t - 208.3 (\pm 1.13)] \\ & + 0.36 (\pm 0.086) \cos [60^{\circ} t - 66.5 (\pm 13.43)] \end{aligned} \quad (3)$$

In Fig. 4 ist das Verhältnis der zu bestimmenden Größe und des anhaftenden Fehlers nur für das zweite Glied graphisch dargestellt.

Eine gleichzeitige Veranschaulichung des ersten Gliedes in bequemer

Maßstabe ist, wegen der relativen Kleinheit des wahrscheinlichen Fehlers, nicht möglich, da sie weniger als 2 ‰ beträgt.

Wünscht man diese Formel zur Berechnung anderer Werte zu benützen wie der Monatsmittel, woraus sie abgeleitet ist, so sind noch einige Modifikationen anzubringen. Will man z. B. untersuchen in wiefern die gefundenen Tagesmittel der Tafel VI übereinstimmen mit den aus Formel (3) berechneten Werten, so müssen erstens die Amplituden etwas vermehrt werden, da sie berechnet sind aus Monatsmitteln, d. h. aus Gruppen von ungefähr 30 Tage. Es ist leicht zu beweisen, daß die Vermehrungsfaktoren bezw. für die einfach und doppelt-periodischen Glieder betragen:

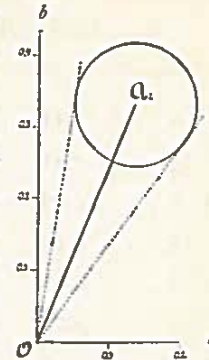


Fig. 4.

$$\frac{\pi}{12 \sin 15^\circ} = 1.01152 \text{ und } \frac{\pi}{6 \sin 30^\circ} = 1.04720.$$

Weiter ist, wenn durch t die Tageszahl im Jahre bezeichnet werden soll, der Anfang der Zeit, der in Formel (3) in die Mitte des Monats Januar fällt, nach 31 Dezember zu versetzen. Die Änderung pro Tag, ausgedrückt in Grade ist:

$$\frac{360^\circ}{365} = 0.9863;$$

es müssen also zu den Argumenten der Formel (3) resp. die Werte:

$$16 \times 0.9863 = 15.78 \\ \text{und } 16 \times 1.9726 = 31.56$$

hinzugefügt werden.

Es wird dann die Formel für die Berechnung der Tagesmittel:

$$10.614 + 7.037 \cos (nt - 224.^\circ 10) + 0.378 \cos (2 nt - 98.^\circ 05) \quad (4)$$

wo $n = 0.9863$.

In Tafel X ist eine Übersicht der nach dieser Formel für einzelne Tage des Jahres berechneten Werte und der tatsächlich beobachteten Werte gegeben.

Tafel X.

	Beob.	Berechn.	Diff.		Beob.	Berechn.	Diff.
Jan. 1 . .	5.11	5.44	— 0.33	Juli 1 . .	15.67	15.57	0.10
„ 15 . .	4.41	4.62	— 0.21	„ 15 . .	16.95	16.78	0.17
Febr. 1 . .	4.05	4.06	— 0.01	Aug. 1 . .	17.80	17.74	0.06
„ 15 . .	4.19	3.95	0.24	„ 15 . .	17.92	18.02	— 0.10
März 1 . .	4.15	4.17	— 0.02	Sept. 1 . .	17.72	17.71	0.01
„ 15 . .	4.71	4.71	0.00	„ 15 . .	16.94	16.93	0.01
Apr. 1 . .	5.90	5.76	0.14	Okt. 1 . .	15.57	15.54	0.03
„ 15 . .	7.21	6.92	0.29	„ 15 . .	13.74	14.01	— 0.27
Mai 1 . .	8.75	8.53	0.22	Nov. 1 . .	11.77	11.93	— 0.16
„ 15 . .	10.28	10.13	0.15	„ 15 . .	10.07	10.17	— 0.10
Juni 1 . .	12.55	12.18	0.37	Dez. 1 . .	8.33	8.29	0.04
„ 15 . .	14.00	13.85	0.15	„ 15 . .	6.74	6.84	— 0.10

§ 4. Nicht-periodische Schwankungen. a. Monatsmittel. Subtrahirt man von den Monatsmitteln der Tafel VII die zugehörigen Gesamtmittel, so erhält man die Abweichungen der Tafel XI.

Diese Abweichungen gestatten, einen Begriff zu machen von der sekulären Variabilität der Meerestemperatur und von der Dauer der Wärme- und Kälteperioden. Obgleich selbstverständlich das Bild, der Kürze der Reihe wegen, noch ziemlich unvollständig ist, und man im Auge halten muß, daß kleinen Abweichungen kein bestimmter Sinn zukommt, sind doch gewisse Schlüsse daraus zu machen. Abweichungen vom Normalwerte größer als 3° im Winter und 2° im Sommer kommen nicht vor; die Zahl der positiven ist der der negativen Abweichungen gleich, so daß, im allgemeinen, kein spezifischer Unterschied besteht in der Dauer der Wärme- und Kälteperioden. Von der Dauer der Schwankungen, oder der Frequenz der, einander ohne Unterbrechung folgenden, Abweichungen gleichen Vorzeichens, gibt folgende Tabelle eine Übersicht.

Tafel XI.

Abweichungen der Monatsmittel.

	Januar.	Februar.	März.	April.	Mai.	Juni.	Juli.	August.	September.	Oktober.	November.	Dezember.
1882.	1.71	1.01	2.28	2.02	1.72	0.41	-0.32	-0.13	-0.39	0.88	0.62	0.21
1883.	2.05	2.63	0.90	-0.26	-0.05	0.57	0.28	-0.36	0.26	0.26	0.55	0.30
1884.	1.50	2.55	0.33	1.48	0.87	0.23	0.99	1.78	1.60	1.27	0.45	0.33
1885.	-0.26	0.71	1.08	0.77	0.45	0.59	-0.64	-0.08	-0.45	-0.70	-0.85	0.33
1886.	0.54	-0.56	-1.24	0.21	-0.06	-0.21	-0.22	0.25	0.91	0.77	0.28	0.13
1887.	-1.06	-1.12	-1.50	-1.53	-1.24	-0.52	-0.24	0.32	-0.46	-0.97	-1.36	-0.27
1888.	-0.63	-1.46	-2.28	-2.36	-1.12	-0.80	-1.33	-1.43	-0.75	-1.05	-1.04	1.24
1889.	0.48	0.06	-0.78	-0.74	0.84	1.91	1.04	-0.03	-0.07	-0.31	0.31	-0.78
1890.	0.34	0.41	-0.15	-0.25	0.78	0.30	-0.46	0.01	0.36	1.22	0.25	-1.77
1891.	-2.73	-1.82	-0.95	-0.91	-0.77	0.23	0.13	-0.46	0.47	1.18	0.06	1.29
1892.	0.42	-0.12	-1.11	-0.80	-0.51	0.05	-0.25	-0.46	-0.02	-0.85	0.00	-0.09
1893.	-1.06	-0.55	1.06	1.08	1.44	1.13	1.12	1.25	0.46	0.02	-0.73	-0.34
1894.	-1.44	0.45	1.00	1.86	0.71	-0.56	0.11	-0.55	-1.13	-0.47	0.46	0.63
1895.	-0.63	-3.00	-2.57	-1.34	-1.02	-0.67	-0.27	-0.23	0.88	0.40	-0.42	-0.70
1896.	-0.43	-0.04	0.59	0.66	0.23	0.88	0.80	-0.04	-0.04	-1.00	-1.67	-1.55
1897.	-1.29	-1.45	1.21	0.82	0.20	0.25	0.08	0.60	-0.87	-0.15	-0.07	-0.41
1898.	0.92	1.13	-0.07	-0.04	0.06	-0.32	-0.98	-0.16	1.07	1.13	1.26	1.66
1899.	1.76	1.30	0.73	0.29	0.00	-0.21	0.17	0.78	0.43	-0.80	0.85	0.27
1900.	-0.03	-0.26	0.00	-0.57	-0.70	-0.24	0.32	0.07	0.43	0.80	0.53	1.24
1901.	0.40	-0.63	-0.90	-0.78	-0.41	-0.55	0.04	0.39	-1.29	-0.79	-0.11	0.05
1902.	1.19	-0.36	-0.23	-0.19	-1.24	-0.76	-0.33	-0.85	-0.41	-0.95	-0.68	-2.02
1903.	-0.60	0.61	2.21	0.55	-0.41	-0.99	-1.07	-0.99	-0.81	0.08	0.63	-0.47
1904.	-1.15	0.57	0.14	0.06	0.20	-0.20	0.50	0.96	-0.11	-0.03	0.59	0.79

Anzahl Abw.	Frequenz.	Anzahl Abw.	Frequenz.
0	3	9	
1	15	10	
2	22	11	
3	12	12	1
4	9	13	
5	6	14	
6	4	15	1
7	3	16	1
8	3	17	
		Total.	80

Es kommen demnach z. B. 9 Fälle vor, wo vier positive oder negative Abweichungen ohne Unterbrechung einander folgen; im Mittel beträgt die Dauer einer Schwankung 3.45 Monate; die längsten Perioden waren: die von 16 positiven Abweichungen (Sept. 1883—Dec. 1884), und von 15 negativen Abweichungen (Sept. 1887—Nov. 1888). Betrachtet man die Monatsmittel, einzeln für jeden Monat, als Größen deren Abweichungen das einfache Gesetz zufälliger Größen folgen, dann kann man, auf Grund dieser Auffassung, einen Schritt weiter gehen und sich eine Vorstellung machen von der Wahrscheinlichkeit des Vorkommens auch solcher Abweichungen die in der Wirklichkeit noch nicht beobachtet wurden. Es wird dann die Wahrscheinlichkeit, daß eine Abweichung liegt zwischen x und $x + dx$ (x absolut genommen), ausgedrückt durch:

$$\frac{2H}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{H^2 x^2}{2}} dx \quad (5)$$

Der Präzisionsfaktor H , der bei Anwendung auf meteorologische Größen besser als Beständigkeitsfaktor gedeutet werden könnte, ist ein Maß für die Beständigkeit des beobachteten Phänomens.

Wir bezeichnen, wie oben, mit θ die durchschnittliche Abweichung, mit M die mittlere Unsicherheit für einen Monat, und mit μ die wahrscheinliche Unsicherheit des Gesamtmittels:

$$\frac{M}{\sqrt{\pi}} = 0.6745 \mu$$

Es läßt sich dann H auf zweierlei Weisen berechnen, nämlich:

$$H = \frac{I}{M \sqrt{2}} \text{ und } H' = \frac{I}{\theta \sqrt{\pi}}$$

Befolgen die Abweichungen in der Tat das Fehlergesetz, dann wird $H = H'$ sein, und man wird aus

$$\frac{2 M^2}{\theta^2}$$

den richtigen Wert für π finden. Findet keine vollkommene Übereinstimmung zwischen Frequenzkurve und Normalkurve statt, so wird:

$$H' > H \text{ und } \pi (\text{berechn.}) > \pi$$

aussagen, daß die kleinen Abweichungen in größerer Zahl vorkommen als nach dem normalen Gesetze zulässig wäre; wenn dagegen:

$$H' < H \text{ und } \pi (\text{berechn.}) < \pi,$$

so werden kleine Abweichungen in geringerer Zahl vorkommen als nach (5) der Fall sein sollte.

In bei weitem den größten Teil der Fehlerreihen kann die erstgenannte Abweichung von der normalen Kurve nachgewiesen werden, welche deutet auf eine Superposition mehrerer Fehlerreihen mit verschiedenen Präzisionsfaktoren.

Tafel XII.

	θ	M	H	H'	μ	A
Januar	0.983	1.189	0.595	0.574	0.167	64
Februar	0.991	1.320	0.536	0.569	0.185	79
März	1.017	1.283	0.551	0.555	0.181	75
April	0.851	1.091	0.648	0.663	0.154	54
Mai	0.653	0.815	0.867	0.864	0.115	30
Juni	0.547	0.700	1.010	1.031	0.098	22
Juli	0.508	0.650	1.087	1.111	0.092	19
August	0.532	0.736	0.961	1.061	0.104	25
September	0.594	0.748	0.946	0.950	0.105	25
Oktober	0.699	0.834	0.848	0.807	0.117	32
November	0.599	0.762	0.928	0.942	0.107	26
Dezember	0.733	0.963	0.734	0.770	0.135	42

Da die Zusammenstellung der Werte von H und H' genügt um den Charakter der Kurve zu bezeichnen, ist hier keine Berechnung der Zahl π (ein Merkzeichen für Normalität von CORNU empfohlen) unternommen. Nebst der wahrscheinlichen Unsicherheit des Gesamtmittels ist noch eine andere Größe,

$$A = \frac{(M \times 0.6745)^2}{0.01},$$

gegeben, womit die Zahl der Jahre, nötig um im Gesamtmittel eine Unsicherheit von 0.1 bestehen zu lassen, angedeutet werden soll; sie besagt in plastischer Weise das nämliche wie die Größe μ .

Es ist bemerkenswert, daß die Größen welche, wie θ , M , A und μ als ein Maß der Veränderlichkeit der Meerestemperatur betrachtet werden können, in November ein sekundäres Minimum zeigen, während natürlich H und H' Maxima werden.

Tafel XIII.

	Schwank. mittl. Wasserst. Katwyk 1884—1901.	Mittl. Windkr. und Richtung. Helder 1890—1899.	
Januar	— 1.4 cm.	0.86	N 227° E
Februar	— 7.0	0.70	237°
März	— 5.8	0.94	250°
April	— 9.7	0.44	337°
Mai	— 6.1	0.95	354°
Juni	— 4.2	0.80	303°
Juli	1.3	1.02	277°
August	4.6	1.41	257°
September	6.0	1.28	259°
Oktober	12.1	0.94	235°
November	2.6	0.71	204°
Dezember	7.7	1.06	229°

Es ist dies kein zufälliges Ereignis, denn, wie aus der, einer früheren Publikation ¹⁾ entnommenen, Tafel XIII hervorgeht, zeigen auch

¹⁾ Études des phénomènes de marée. I p.p. 18 und 20.

die Mittelwerte des Meeres-Wasserstandes und die Windkraft in November ein gut ausgesprochenes Minimum, während, ebenfalls in diesem Monate, die mittlere Windrichtung auf den niederländischen Küsten sich am meisten dem Süden nähert.

Die Kenntnis, sei es auch eine ungefähre, des Beständigkeitsfaktors H gestattet, mit Hilfe der Größe:

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{H\alpha} e^{-H^2 x^2} dx = \Psi(H\alpha),$$

wofür Tafeln in jedem Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitsrechnung gegeben sind, die Schanze zu berechnen, daß eine bestimmte Abweichung zwischen bestimmte Grenze fallen wird; man findet in dieser Weise für mit Stufen von $0^{\circ}.5$ steigende Grenzwerte:

Erwartung in 1000 Jahre, dass eine Abweichung des Monatmittels zwischen den Grenzen α liegt.
Tafel XIV.

α	Jan.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.
0—0.5	326	295	304	353	461	525	558	504	496	451	488	396
0.5—1.0	274	257	260	288	319	322	318	322	323	319	323	305
1.0—1.5	193	192	194	190	154	121	103	133	136	158	140	180
1.5—2.0	93	126	123	92	52	28	19	34	37	56	40	81
2.0—2.5	79	72	68	45	12	4	2	6	7	13	8	29
2.5—3.0	23	35	32	16	2			1	1	3	1	7
3.0—3.5	9	15	13	5								2
3.5—4.0	2	6	4	1								
4.0—4.5	1	1	2									
4.5—5.0		1										

Man ersieht hieraus, daß z. B. Abweichungen von 4° und mehr vom Monatsmittel des Februar, d. h. Monatsmittel kleiner als $0^{\circ}.15$ oder größer als $8^{\circ}.15$, nur zweimal in 1000 Jahren zu erwarten sind, und daß Abweichungen größer als 2° im Juli mit eben derselben Seltenheit vorkommen werden. Die Abweichung $+ 1^{\circ}.9$ im Juni ist demnach

als ein sehr besonderes Ereignis zu betrachten, weit seltener als die Abweichung $-3^{\circ}.0$ im Februar, denn, den Werten der Beständigkeitsfaktoren nach, sind nur 7 Abweichungen größer als 1.9 in 1000 zu erwarten, während die Erwartung für Abweichungen größer als 3° im Februar 0.023 beträgt.

b. Tagesmittel. Auch für die Tagesmittel — ungefähr 700 für jeden Monat, im Ganzen 8400 — können leicht die Frequenzen des Vorkommens der verschiedenen Werten berechnet und die zugehörigen Werte der Beständigkeitsfaktoren bestimmt werden.

Die größere Zahl der Daten ermöglicht für diese Größen eine schärfere Prüfung der Frage, in wiefern ihre Verteilung dem Gesetze der zufälligen Größen genüge leistet, als für die Monatsmittel tunlich war. Die folgende kurze Übersicht, die Verteilung der positiven und negativen Abweichungen betreffend, zeigt, daß eine deutliche Schiefe wie z. B. ersichtlich in der Barometer-frequenzkurve, in derjenigen der Meerestemperatur nicht merkbar ist.

Abweichung.	0	Neg.	Pos.	Summe.
Dez.—Febr. . . .	53	1001	1021	2075
März.—Mai. . . .	40	1022	1054	2116
Juni—Aug. . . .	73	1058	985	2116
Sept.—Nov. . . .	44	1026	1023	2093

Aus den Werten von h und h' jedoch der Tafel XVI geht deutlich hervor, daß in bei weitem den meisten Fällen $h > h'$.

Nur Februar und August sind Ausnahmen dieser Regel; im allgemeinen zeigen also die Frequenzkurven kleine Abweichungen von der Normalkurve, in diesem Sinne, daß kleine Abweichungen in geringerer Zahl vorkommen, als nach dem Fehlergesetz zulässig wäre.

A. a. O. ist hervorgehoben, daß auch die Frequenzkurven von Barometerhöhen — die Schiefe außer Acht gelassen — die nämliche Abweichungen der Normalkurve zeigen und daß hierbei die Monate Februar und Juli Ausnahmen machen.

Es können somit die Temperaturen des Meereswassers nicht ganz als reine Zufallsgrößen betrachtet werden; sie sollen vielmehr als sekundäre Zufallsgrößen aufgefasst werden, derivirt von anderen reinen

Tafel XV.

Frequenzen der Tagesmittel.

	Januar.	Februar.	März.	April.	Mai.	Juni.	Juli.	August.	September.	Oktober.	November.	Dezember.
— 0.4— 0.0	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0.1— 0.5	—	5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0.6— 1.0	2	12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1.1— 1.5	3	11	8	—	—	—	—	—	—	—	—	2
1.6— 2.0	20	26	15	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2.1— 2.5	12	34	17	—	—	—	—	—	—	—	—	1
2.6— 3.0	50	43	44	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3.1— 3.5	71	89	63	6	—	—	—	—	—	—	—	5
3.6— 4.0	89	90	70	7	—	—	—	—	—	—	—	8
4.1— 4.5	104	105	103	18	—	—	—	—	—	—	—	41
4.6— 5.0	88	63	98	19	—	—	—	—	—	—	—	37
5.1— 5.5	81	100	98	42	—	—	—	—	—	—	—	60
5.6— 6.0	86	23	69	60	—	—	—	—	—	—	—	60
6.1— 6.5	61	20	48	74	—	—	—	—	—	—	2	99
6.6— 7.0	36	19	36	74	1	—	—	—	—	—	6	107
7.1— 7.5	4	18	12	97	3	—	—	—	—	—	11	99
7.6— 8.0	4	—	20	79	17	—	—	—	—	—	27	75
8.1— 8.5	2	—	10	85	48	—	—	—	—	—	59	61
8.6— 9.0	—	—	2	63	47	—	—	—	—	—	68	36
9.1— 9.5	—	—	—	43	77	—	—	—	—	—	69	13
9.6— 10.0	—	—	—	17	92	—	—	—	—	2	85	6
10.1— 10.5	—	—	—	6	84	—	—	—	—	5	103	3
10.6— 11.0	—	—	—	—	101	—	—	—	—	13	87	—
11.1— 11.5	—	—	—	—	69	5	—	—	—	9	64	—
11.6— 12.0	—	—	—	—	70	25	—	—	—	41	59	—
12.1— 12.5	—	—	—	—	41	36	—	—	—	101	34	—
12.6— 13.0	—	—	—	—	37	73	—	—	—	74	12	—
13.1— 13.5	—	—	—	—	18	97	—	—	—	101	4	—
13.6— 14.0	—	—	—	—	6	102	—	—	—	77	—	—
14.1— 14.5	—	—	—	—	1	109	5	—	3	96	—	—
14.6— 15.0	—	—	—	—	1	99	16	—	22	73	—	—
15.1— 15.5	—	—	—	—	—	73	63	1	72	39	—	—
15.6— 16.0	—	—	—	—	—	33	69	2	83	38	—	—
16.1— 16.5	—	—	—	—	—	21	106	24	92	32	—	—
16.6— 17.0	—	—	—	—	—	12	145	86	94	9	—	—
17.1— 17.5	—	—	—	—	—	4	87	148	141	2	—	—
17.6— 18.0	—	—	—	—	—	1	113	171	89	1	—	—
18.1— 18.5	—	—	—	—	—	—	85	143	50	—	—	—
18.6— 19.0	—	—	—	—	—	—	20	75	31	—	—	—
19.1— 19.5	—	—	—	—	—	—	4	31	12	—	—	—
19.6— 20.0	—	—	—	—	—	—	—	23	1	—	—	—
20.1— 20.5	—	—	—	—	—	—	—	9	—	—	—	—
Summe. . .	713	649	713	690	713	690	713	713	690	713	690	713

Zufallsgrößen, womit sie in anderer Weise als mittelst einfacher Proportionalität in Verbindung stehen.

Tafel XVI.

		θ	M	h	h'	$h-h'$
Januar	713	1.083	1.327	0.533	0.521	0.012
Februar	649	1.083	1.378	0.513	0.521	—0.008
März	713	1.140	1.408	0.502	0.495	0.007
April	690	1.166	1.403	0.494	0.484	0.010
Mai	713	1.137	1.405	0.503	0.496	0.007
Juni	690	0.966	1.167	0.606	0.584	0.022
Juli	713	0.843	1.023	0.691	0.669	0.022
August	713	0.661	0.844	0.838	0.854	—0.016
September . .	690	0.893	1.080	0.655	0.632	0.023
Oktober . . .	713	1.141	1.277	0.554	0.492	0.062
November . .	690	1.102	1.344	0.526	0.512	0.014
Dezember . .	713	1.101	1.378	0.513	0.512	0.001

Die Variabilität der Tagesmittel ist keine einheitliche Größe; sie ist vielmehr aufzufassen als die Superposition zweierlei Arten der Veränderlichkeit; die erste ist die sekuläre Veränderlichkeit, wie diese in den Monatsmitteln und in den Reziproken des Wertes H zum Ausdruck kommt; die zweite wollen wir die innere Variabilität nennen und mit h_1 das Maß für die innere Beständigkeit bezeichnen.

Wenn wir annehmen, daß beide Arten der Veränderlichkeit das normale Fehlergesetz folgen, ist es leicht, aus den schon gefundenen Werten für H und h denjenigen für h_1 abzuleiten. Wir stellen uns zu diesem Zwecke vor, daß, in einer großen Zahl, alle zum Monatsmittel a gehörigen Tagesmittel zusammengestellt sind: die Wahrscheinlichkeit, daß in dieser Gruppe eine Abweichung $x-a$ vorkommt, ist dann:

$$\frac{h_1}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{h_1^2 (x-a)^2}{dx}}$$

Die Wahrscheinlichkeit aber des Vorkommens der Gruppe a selber ist:

$$\frac{H}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{H^2 a^2}{2}} da;$$

es wird also diese Gruppe zu der Wahrscheinlichkeit einer Abweichung x den Beitrag liefern:

$$\frac{H h_1}{\pi} e^{-\frac{(H^2 + h_1^2) a^2}{2} + 2 h^2 a x - \frac{h^2 x^2}{2}} dx da. \quad (5)$$

Alle anderen Gruppen, zu den Monatsmitteln a_1, a_2, a_3 etc. gehörig, werden jede für sich derartige Beiträge zu der Wahrscheinlichkeitszahl der Abweichung x liefern, und der Ausdruck für diese Wahrscheinlichkeit wird folglich erhalten durch Integrirung der Formel (5) nach a zwischen den Grenzen ∞ und $-\infty$.

Es ergibt sich dann, daß die Superposition der beiden Wahrscheinlichkeiten zu den Ausdruck führt:

$$\frac{H h_1}{\sqrt{\pi} \sqrt{H^2 + h_1^2}} e^{-\frac{H^2 h_1^2}{H^2 + h_1^2} x^2} dx,$$

woraus wir schließen können, daß die neue Frequenzkurve wiederum eine normale sein wird, deren Beständigkeitsfaktor ist:

$$h = \frac{H h_1}{\sqrt{H^2 + h_1^2}}, \text{ woraus:}$$

$$h_1 = \frac{H h}{\sqrt{H^2 - h^2}}.$$

In Tafel XVII findet man die beiden, in dieser Weise berechneten, Beständigkeitsfaktoren der sekulären und der inneren Veränderlichkeit zusammengestellt.

Man sieht sogleich, daß, im Laufe des Jahres, die beiden Beständigkeitsfaktoren durchaus nicht in derselben Weise verlaufen. Im Monat Februar, für welchen die sekuläre Variabilität am größten ist,

ist sogar die innere Variabilität am geringsten; ein bestimmtes Verhältnis zwischen beiden ist, wie zu erwarten war, nicht anzugeben.

Tafel XVII.

	H	h_1	D
Januar.	0.595	1.199	19.76
Februar. . . .	0.536	1.771	25.85
März	0.551	1.218	25.73
April	0.648	0.764	17.46
Mai	0.867	0.632	10.43
Juni	1.010	0.758	10.80
Juli	1.087	0.895	12.53
August	0.961	1.712	23.57
September . .	0.946	0.908	14.38
Oktober. . . .	0.848	0.732	13.23
November. . .	0.928	0.639	9.64
Dezember. . .	0.734	0.717	15.14

Noch in anderer Weise kann man die innere Variabilität oder Beständigkeit zum einfachen Ausdruck bringen, indem wir bemerken, daß eine Berechnung der wahrscheinlichen, (oder mittleren) Unsicherheit des Gesamtmittels aus den Größen h zu ganz anderen Resultaten führen würde als wenn der Faktor H dazu verwendet wird, während doch das Gesamtmittel faktisch auf denselben Daten basirt ist. Dieser scheinbare Widerspruch findet offenbar seinen Ursprung in der Tatsache, daß die Monatsmittel in ihrer Veränderlichkeit von Jahr zu Jahr als unter einander unabhängige Größen angesehen werden können, indem Tagesmittel keineswegs als unabhängige Größen zu betrachten sind. Um den Widerspruch aufzuheben, hat man nur die Tagesmittel zu Gruppen von D Tagen zusammenzufassen, in solcher Weise, daß der mittlere Fehler des Resultates, berechnet, entweder aus den Monatsmitteln, oder aus den Tagesmittel-Gruppen, gleichen Wert bekommt.

Sind also: n die Zahl der Monatsmittel, N die der Tagesmittel, M_1 und M_2 die zugehörigen Unsicherheiten, dann ist:

$$\frac{M_1}{\sqrt{n}} = \frac{M_2}{\sqrt{N/D}} \text{ oder}$$

$$D = \frac{M_1^2}{M_2^2} \frac{N}{n} = \frac{h^2}{H_2} \frac{N}{n}.$$

Es wäre somit D zu deuten als die Zahl vollständig unter einander abhängiger, d. h. identischer Werte, wodurch die tatsächlich vorkommenden Gruppen ersetzt werden können. Letztere enthalten natürlich in Wirklichkeit nicht vollkommen identische Größen, so daß die mittlere Dauer einer Störung D einen unteren Grenzwert darstellt.

Aus Tafel XVII geht hervor, daß in der Tat die Größen h und D in derselben Weise verlaufen: beide zeigen einen stark ausgesprochenen jährlichen Gang mit zwei Maximis in Februar—März und im August, und zwei Minimis im Mai und November.

Die Art und Weise, wie sich der sekuläre Beständigkeitsfaktor H in den verschiedenen Monaten ändert, läßt sich leicht erklären aus den allgemeinen meteorologischen Verhältnissen deren Bild sie darstellt.

§ 5. Einfluss des Rivierwassers. Was den jährlichen Gang der überraschend großen inneren Beständigkeit und Störungsdauer anbetrifft, so möge bemerkt werden, daß die Störungen von anderer Ordnungsgröße sind als die rein meteorologischen Störungen, welche, z. B. für das Barometer, resp. im Winter, Frühling-Herbst und Sommer, 7, 6 und 5 Tage betragen. Es sind hier offenbar Strömungen im Spiele, welche, wenn sie auch in meteorologischen Ursachen ihren Ursprung finden, doch als das Resultat der Gesamtwirkung über größere Zeiträume aufzufassen sind.

Aus der Tabelle XIII ist ersichtlich, daß die resultierende Windkraft im August einen Maximalwert erreicht, was nicht so sehr aussagt, daß in diesem Monate die mittlere Kraft am größten ist, als daß dann die Beständigkeit der Richtung ein Maximum erreicht.

Nimmt man an, daß dieselbe Beständigkeitsverteilung des Windes auch für südlichere Gegenden, im Kanal und an dessen Mündung im Atlantischen Ozean, gilt, so wird auch die Strömung warmen Was-

sers, welche der niederländischen Küste entlang strömt, und daselbst die a. a. O. bestimmte fortschreitende Wasserbewegung veranlasst, im August am kräftigsten und am dauerhaftesten sein.

Die Resultate ¹⁾ der Berechnung der fortschreitenden Wasserbewegung bei Noord-Hinder, aus einer fünfjährigen Beobachtungsreihe, weisen in der Tat auf ein Maximum der mittleren Geschwindigkeit im August hin; die Strömesrichtung ist dann auch am meisten nach Osten, was auf eine größere Konzentration der Küstenströmung hindeutet.

Die Verspätung des Minimums der Wassertemperatur in bezug auf die Lufttemperatur (nach Formel (4) fällt dieses ungefähr am 18ten Februar) das Auftreten des Februar—März Maximum der inneren Beständigkeit finden wohl ihre natürliche Erklärung in der Strömung *kalten*, süßen Wassers, welche sich in diesen Monaten aus den Maas- und Scheldemündungen bis in ziemlich weiter Entfernung auf die Meeresoberfläche ausbreitet.

Diese Strömung spiegelt sich nicht ab in der jährlichen Variation des Wasserstandes der Rivieren unweit der Mündung, wo diese Variation überall denselben eigentümlichen Charakter zeigt wie bei Katwyk (Tafel XIII) und an der ganzen niederländischen Küste, wie auch in der Ostsee.

Um ein Maß für die Quantität des abgeführten Wassers und deren jährlichen Änderung zu erhalten, ist man entweder auf Beobachtungen der Strömesgeschwindigkeit oder auf Pegelbeobachtungen in beträchtlicher Entfernung von der Küste angewiesen.

Für die Schelde stehen derartige Beobachtungen nicht zur Verfügung; für die Riviere Rhein, Maas und Waal sind Pegelbeobachtungen und deren Zusammenstellung für viele Stationen enthalten in einer von der betreffenden Behörde publizierten Veröffentlichung, der die nachfolgenden Daten entnommen sind ²⁾.

Tafel XVIII zeigt den jährlichen Gang des Wasserstandes für mehrere Stationen in verschiedenen Entfernungen von der Küste, berechnet aus 17 jährigen Reihen von Pegelbeobachtungen.

1) Études des phénomènes de marée sur les Côtes neerlandaises II pp. 59, 67.

2) Verzamelings-tabel der waterhoogten volgens de bladen der zelfregistreerende peilschalen, uitgegeven door den „Algemeene dienst van den Waterstaat.“

Tafel XVIII. *Jährliche Variation der Wasserstände, 1884—1901, in cm.*

Station.	Hedel.	Zalt-Bommel.	Gorinchem.	Dordrecht.	Krimpen.	Willemstad.	Brouwers-haven.
Rivier	Maas.	Waal.	Merwede.	Merwede.	Lek.	Holl. Diep.	Meer.
Distanz von der Küste in gerader Linie, km.	92	87	68	53	50	36	0
Januar	73.7	10.6	17.6	2.2	0.1	— 0.4	— 0.6
Februar . . .	116.2	50.4	45.3	6.9	4.9	— 2.8	— 6.5
März	91.4	48.4	36.8	5.5	4.3	— 2.7	— 4.8
April	43.5	27.5	15.3	— 2.1	— 2.4	— 6.7	— 6.3
Mai	— 22.9	1.1	— 10.8	— 5.8	— 6.3	— 4.4	— 3.8
Juni	— 47.0	10.1	— 9.6	— 4.1	— 4.0	— 3.1	— 2.9
Juli	— 66.2	— 2.7	— 15.8	— 1.8	— 1.2	1.3	1.9
August	— 81.8	— 24.3	— 24.9	— 2.4	— 1.4	3.0	3.7
September . .	— 87.3	— 42.9	— 30.4	— 3.1	— 2.0	3.1	4.4
Oktober . . .	— 57.1	— 41.4	— 21.1	1.6	2.9	6.7	9.2
November . .	— 22.1	— 42.2	— 20.7	— 5.5	— 3.8	— 0.5	2.1
Dezember . .	58.8	5.5	18.3	8.8	8.4	6.2	4.1

Aus den angeführten Differenzen vom Jahresmittel geht deutlich hervor, daß, in Entfernungen von der Küste größer als 40 km., das Maximum des mittleren Niveaus auf Februar und März fällt, während an der Küste die periodische Bewegung einen entgegengesetzten Charakter zeigt.

An den zwischenliegenden Stationen findet ein stetiger Übergang statt; in einer Entfernung von ± 40 km. ist die Schwankung fast gänzlich verschwunden, zu gleicher Zeit kommt das für die Meeresniveauschwankung eigentümliche Novemberminimum zum Vorschein.

Da die Stationen der Tafel XVIII sämtlich im Mischgebiete liegen, wo sich das Wasser der verschiedenen Flüsse mehr oder weniger mischt, sind in der Tabelle XIX für drei Stationen: Arnhem, Nymegen und Venlo die absoluten und relativen mittleren Wasserstände angeführt,

welche gestatten sich eine Vorstellung zu machen von der Wasserabfuhr resp. in den Flüssen Rhein, Waal und Maas.

Absolute, mittlere Wasserstände und jährliche Variation,
1895—1904, in cm.

Tafel XIX.

	Arnhem.	Nymegen.	Venlo.	Arnhem.	Nymegen.	Venlo.
Distanz von der Küste in km.	139	136	157	—	—	—
Januar	904	888	1153	8	13	131
Februar . . .	938	924	1164	42	49	142
März	948	938	1156	52	63	134
April	964	955	1128	68	80	106
Mai	932	919	1018	36	44	— 4
Juni	910	903	953	24	28	— 69
Juli	891	869	894	— 5	— 6	— 128
August . . .	868	840	882	— 28	— 35	— 140
September . .	853	824	899	— 43	— 51	— 123
Oktober . . .	837	805	950	— 59	— 70	— 72
November . .	822	787	964	— 74	— 88	— 58
Dezember . .	873	848	1106	— 23	— 27	84
	896	875	1022			

Die Monats- und Jahresmittel beziehen sich auf N(euen) A(msterdam) P(egel).

Aus dieser Tabelle geht hervor, daß, obgleich der Rhein gerechnet wird zu den Flüssen mit winterlichen Hochfluten, die unter Mitwirkung der Schneeschmelze entstehen, während für die Maas die Wasserzufuhr fast ausschließlich dem Niederschlage im Stromgebiete zuzuschreiben ist, und in West-Europa die Sommerhälfte des Jahres regenreicher ist als die Winterhälfte, doch auch im letzterem Flusse eine Winterhochflut deutlich auf den Vordergrund tritt und das Wintermaximum von der Maas sogar stärker ausgeprägt erscheint als in den Rheinwasserständen.

Die Erklärung dieses scheinbaren Widerspruches ist zu suchen in der Tatsache, daß der Abfluß abhängig ist, nicht nur von der Größe

der Niederschläge, sondern in nicht geringerem Maße von der Sammel-fähigkeit des Bodens, den Temperaturverhältnissen und der von diesen und der Vegetation beherrschten Verdunstung.

Die folgende Übersicht der amtlich angenommenen Verhältnisse zwischen Wasserstand und Abflußmenge verdanke ich der Freundlichkeit des Herrn Wasserbauingenieurs A. B. MARINKELLE in Utrecht.

Tafel XX. *Abflußmengen für verschiedene Wasserstände in cbm/sek.*

	Oberrhein.	Waal.	Niederrhein.	Maas Venlo.	Yssel.
M. W. — 1 m. . . .	1300	1000	200	80	100
M. W.	2100	1480	410	150	210
M. W. + 1 m. . . .	3000	2000	650	270	350
M. W. + 2 m. . . .	4100	2700	900	430	500
M. W. + 3 m. . . .	5500	3500	1300	600	700
M. W. + 4.5 m. 1) .	10500	6300	2500	—	1700
M. W. + 7 m. . . .	—	—	—	2000	—
M. W. + 8.40 m. 1)	—	—	—	2650	—

In dieser Tabelle bedeutet M. W. der mittlere Wasserstand für die sechs Sommermonate Mai—Oktober, berechnet aus 10 oder mehr Jahre. Die offiziell angenommenen mit M. W. korrespondirenden Wasserstände sind:

M. W. Niederrhein, Arnhem, 8.80 m. über N. A. P.
 „ „ Waal, Nymegen, 8.77 m. „ „
 „ „ Maas, Venlo, 9.62 m. „ „

In wiefern die Vorstellung, daß die Verspätung der Minimumtemperatur und das Auftreten des Beständigkeitsmaximums dem Einflusse des Rivierwassers zuzuschreiben ist, kann erst dann eingehend erörtert werden, wenn auch die Resultate der Beobachtungen der Wassertemperaturen, an anderen Leuchtschiffen gemacht, herangezogen werden können.

De Bilt, Januar 1906.

1) Höchster beob. Stand

richtig ist