

KONINKLIJK NEDERLANDS METEOROLOGISCH INSTITUUT

WETENSCHAPPELIJK RAPPORT
SCIENTIFIC REPORT

W.R. 84 - 2

M. Lindeman*, A.G.M. Driedonks en J. Reiff

Het vochtprofiel in de convectieve grenslaag

*Landbouwhogeschool, Vakgroep Natuur- en Weerkunde, Wageningen



De Bilt, 1984

Publikatienummer: K.N.M.I. W.R. 84-2 (WO)

Koninklijk Nederlands Meteorologisch Instituut,
Wetenschappelijk Onderzoek
Postbus 201,
3730 AE De Bilt,
Nederland.

U.D.C.: 551.510.522 :
551.571.2

Inhoudsopgave	Pagina
Abstract	
Symbolenlijst	
1. Inleiding	1
2. De convectieve grenslaag	5
2.1. Inleiding	5
2.2. De modelvergelijkingen	7
2.3. Encroachment	9
2.4. De balans voor turbulente kinetische energie	10
2.5. Schalen van F	11
3. Afwijkend vochtprofiel	13
3.1. Inleiding	13
3.2. De modelvergelijkingen	13
3.3. De sluitende vergelijkingen	15
4. Bepaling van de grenslaagparameters en de bodemfluxen	17
4.1. Inleiding	17
4.2. Verwerken van de ruwe gegevens	18
4.3. Bodemfluxen	21
4.4. Indirekte bepaling van de parameters aan de top van de grenslaag	21
5. Bespreking van de resultaten	23
5.1. Inleiding	23
5.2. De modelparameters	23
5.3. Bepaling c_1 en c_2	26
5.3.1. Cabauwmetingen	27
5.3.2. Metingen van André	32
5.3.3. Vergelijking meting van André met de Cabauwexperimenten	35
5.4. Invoeren van c_1 en c_2 in het luchtmassatransfor- matie-model	36
5.5. Tuning van het luchtmassatransformatie model	39

	Pagina
6. Samenvatting en Conclusies.	41
Literatuur	43
Appendix A. Navier-Stokesvergelijkingen	45
Appendix B. Afleiding van de modelvergelijkingen voor de convectieve grenslaag	48
Appendix C. Methode voor de berekening van de bodemfluxen	52

Abstract

In this report the specific humidity profile of the convective atmospheric boundary layer (ABL) is investigated. A slab model of the convective ABL is developed in which, contrary to existing slab models, the specific humidity in the ABL is allowed to be not well-mixed.

In the derivation of the equations for this slab model the following extra assumptions are made: i) The virtual potential temperature in the ABL is still well-mixed. ii) The potential temperature and specific humidity profile in the ABL vary linearly with height. iii) The slope of the specific humidity profiles α_q depends only on the humidity flux between surface and ABL, the humidity flux between the ABL and the atmosphere aloft, and the intensity of the turbulence. iv) Turbulence acts on a much shorter time scale than changes in the humidity fluxes take place, so that there is an instantaneous equilibrium between α_q and the humidity fluxes at the top and bottom of the ABL.

To close the set of equations one additional equation is needed. It is obtained from scale analysis and a prescribed behaviour of α_q in the limits where the humidity fluxes at top or bottom of the ABL go to zero. This leads to an equation (Eq. 3.8) in which α_q is equal to a sum of two terms: a constant (c_1) times the non-dimensional humidity flux at the top of the ABL plus a constant (c_2) times the non-dimensional humidity flux at the bottom of the ABL. An analogous equation has been derived by André et al. (1979).

In the second part of this report, Chapters 4 and 5, the constants c_1 and c_2 are determined from experimental data. Use is made of 23 slow radiosonde releases and surface flux measurements that were taken during the spring and the summer of 1981 and 1982 at Cabauw. From these data α_q was measured and the specific humidity fluxes were calculated (Tables II, III and IV). As the humidity fluxes at the top of the ABL are proportional to the growth of the ABL ($\frac{\partial h}{\partial t}$) and as this growth is difficult to measure directly, three different approaches are used to calculate $\frac{\partial h}{\partial t}$: (i) from an entrainment formula (Driedonks, 1982b), (ii) from an encroachment formula, (iii) from direct measurements using successive radiosondes.

Results show a correlation of .65 between the set of α_q 's and the set of surface humidity fluxes with a c_2 of 7.5 (Fig. 5.1). The correlations between the

sets of humidity fluxes at the top of the ABL and the set of α_q 's were all negligible whatever method for estimating $\frac{\partial h}{\partial t}$ was used (Figs. 5.2, 5.3, and 5.4). As the values of the in three different ways determined $\frac{\partial h}{\partial t}$ vary widely, we conclude that this last result comes from the fact that $\frac{\partial h}{\partial t}$ cannot be determined in a satisfactory way. However, André et al. (1979) found an opposite result: a good correlation between their set of α_q 's and their top humidity fluxes and a bad correlation between their α_q 's and their bottom humidity fluxes. We cannot explain this discrepancy between André results and our results in a satisfactory way.

Finally runs were made with an Air Mass Transformation model (Reiff et al., 1982) with a humidity-profile during convective circumstances determined by (i) the set $c_1 = 0$ and $c_2 = 7.5$ and (ii) $c_1 = 9$ and $c_2 = 1.7$ (André's results). From 25 model runs a correlation between the calculated α_q 's and the measured α_q 's was found of .03 and .32 respectively.

Symbolenlijst

A	Constante in het entrainmentmodel
B	Bowenverhouding
$c_1, c_1', c_2, c_2', c_0, c_0', c_0'', c''$	constanten in het vochtprofielmodel
c_F	constante in het entrainmentmodel
c_p [J.kg ⁻¹ K ⁻¹]	soortelijke warmte bij constante druk
D [m ² .s ⁻³]	dissipatie van turbulente kinetische energie
e [m ² s ⁻²]	turbulente kinetische energie
$\frac{e'w'}{e'w'}$ [m ³ s ⁻³]	vertikaal transport van turbulente kinetische energie
G [J.s ⁻¹ .m ⁻²]	bodemwarmtestroom
g [m.s ⁻²]	versnelling van de zwaartekracht
H [J.s ⁻¹ m ⁻²]	voelbare warmtestroom
h [m]	menglaaghoogte
K [m ² s ⁻¹]	eddydiffusieconstante
L_{1v} [J kg ⁻¹]	verdampingswarmte
LE [J.s ⁻¹ m ⁻²]	latente warmtestroom
ρ [N m ⁻²]	luchtdruk
$\frac{\rho'w'}{\rho'w'}$ [N.m ⁻¹ s ⁻¹]	vertikaal transport van drukfluctuaties
Q [K.s ⁻¹]	bronterm voor warmte
Q* [J.s ⁻¹ m ⁻²]	nettostraling
q [g.kg ⁻¹]	specifieke vochtigheid
q [g.kg ⁻¹]	gemiddelde specifieke vochtigheid
q _m [g.kg ⁻¹]	gemiddelde specifieke vochtigheid in de menglaag (q _m onafhankelijk van de hoogte)
q _s [g.kg ⁻¹]	gemiddelde specifieke vochtigheid aan de bodem

(1) Het gebruik van de tilde (-) wordt uitgelegd in Appendix A.

Symbolenlijst (vervolg)

q_{sa} [g.kg ⁻¹]	verzadigingswaarde van de specifieke vochtigheid bij een bepaalde temperatuur
Δq [g.kg ⁻¹]	sprong in de specifieke vochtigheid op hoogte $z = h$
$\overline{q'w'}_h$ [g.kg ⁻¹ m s ⁻¹]	vochtflux aan de top van de grenslaag
$\overline{q'w'}_s$ [g.kg ⁻¹ m s ⁻¹]	vochtflux aan de bodem
R [J.kg ⁻¹ K ⁻¹]	specifieke gasconstante van droge lucht
R_{ni} [J s ⁻¹]	stralingsdivergentie
T [K]	absolute temperatuur
T_d [°C]	droge bol temperatuur
T_v [K]	virtuele temperatuur
T_w [°C]	natte-bol temperatuur
t [s]	tijd
\tilde{u}_i [m.s ⁻¹]	windvector
$\bar{U} = U$ [m.s ⁻¹]	gemiddelde windsnelheid in de x-richting
$\overline{u'w'}$ [m ² s ⁻²]	turbulent impulstransport
u_* [m s ⁻¹]	wrijvingssnelheid
$\bar{V} = V$ [m.s ⁻¹]	gemiddelde windsnelheid in de y-richting
$\bar{W} = W$ [m.s ⁻¹]	gemiddelde windsnelheid in de z-richting
w_* [m.s ⁻¹]	convectieve snelheidsschaal
z [m]	vertikale coördinaat

Symbolenlijst (vervolg)

Griekse lettertekens

α_q [g kg ⁻¹ km ⁻¹]	Gradient van de specifieke vochtigheid in de menglaag
α_θ [K.km ⁻¹]	Gradiënt van de potentiële temperatuur in de menglaag
γ_q [g.kg ⁻¹ km ⁻¹]	Gradiënt van de specifieke vochtigheid boven de menglaag
γ_θ [K.km ⁻¹]	Gradiënt van de potentiële temperatuur boven de menglaag
$\gamma_{\theta,v}$ [K.km ⁻¹]	Gradiënt van de virtuele potentiële temperatuur boven de menglaag
$\delta_{i,j}$	Kronecker delta. Deze is gelijk aan 1 als $i = j$. Indien $i \neq j$, dan is $\delta_{i,j} = 0$
ϵ_{ijk}	permutatievector, die de waarde 0, 1 of -1 heeft, afhankelijk van de waarde van i, j en k .
ϑ [K]	potentiële temperatuur
$\bar{\theta}$ [K]	gemiddelde potentiële temperatuur
θ_m [K]	gemiddelde potentiële temperatuur in de menglaag (θ_m onafhankelijk van de hoogte)
θ_r [K]	referentietemperatuur
θ_s [K]	gemiddelde potentiële temperatuur aan de bodem
ϑ_v [K]	virtuele potentiële temperatuur
$\frac{\overline{\theta'w'_n}}{\overline{\theta'w'_s}}$ [K m s ⁻¹]	warmteflux aan de top van de grenslaag
$\frac{\overline{\theta'w'_s}}{\overline{\theta'w'_n}}$ [K m s ⁻¹]	warmteflux aan de bodem
$\frac{\overline{\theta'w'_n}}{\overline{\theta'w'_s}}$ [K m s ⁻¹]	virtuele warmteflux aan de top van de grenslaag
$\frac{\overline{\theta'w'_s}}{\overline{\theta'w'_n}}$ [K m s ⁻¹]	virtuele warmteflux aan de bodem
$\Delta\theta$ [K]	sprong in de potentiële temperatuur op hoogte $z = h$

$\Delta\theta_v$ [K]	sprong in de virtuele potentiële temperatuur op hoogte $z = h$
κ [$m^2 K^{-1} s^{-1}$]	thermische diffusie-coëfficiënt
κ_q [$m^2 g^{-2} kg^2 s^{-1}$]	diffusie-coëfficiënt voor de specifieke vochtigheid
μ [$kg m^{-1} s^{-1}$]	dynamische viscositeit
ν [$m^2 s^{-1}$]	kinematische viscositeit
ρ [$kg m^{-3}$]	dichtheid van de lucht
σ_w [$m \cdot s^{-1}$]	turbulente snelheidsschaal in de menglaag
Ω_j [s^{-1}]	hoeksnelheid t.g.v. de draaiing van de aarde.

1. Inleiding

Wanneer we praten over atmosferische turbulentie en luchtverontreiniging, dan heeft dit meestal betrekking op processen in de atmosferische grenslaag. We definiëren deze laag als dat gedeelte van de atmosfeer waar de stroming turbulent is ten gevolge van de direkte invloed van het aardoppervlak.

Enige turbulentie is er altijd, d.w.z. dag en nacht, door wrijving aan de bodem. In de ochtend echter zal de turbulentie toenemen. De zon zal door instraling het aardoppervlak opwarmen en de lucht aan de bodem zal lichter worden. Door de zo ontstane onstabieliteit zullen bellen warmere lucht in de omringende, koudere lucht opstijgen.

Aan het eind van de dag, als de zon ondergaat en de grenslaag door uitstraling stabiel wordt, worden deze convectieve bewegingen weer beëindigd en wordt de turbulentie weer alleen ten gevolge van wrijving aan het aardoppervlak veroorzaakt. De sterk turbulente laag van de atmosfeer overdag noemen we de convectieve grenslaag of menglaag. Aan de bovenkant wordt de menglaag begrensd door een stabiel opgebouwde atmosfeer, waarin geen verticale menging plaatsvindt.

Als de relatief warme bellen, die overdag van de bodem opstijgen, aan de top van de grenslaag aankomen, zullen zij een zekere stijgsnelheid hebben. Hierdoor kunnen zij een kleine afstand in de stabiele laag binnendringen. Tijdens dit binnendringen vindt er menging plaats met de omringende lucht, die turbulent gemaakt wordt. Dit proces van indringen en menging aan de bovenkant van de grenslaag heet entrainment en blijft doorgaan zolang er in de menglaag energie toegevoerd wordt door verwarming van het aardoppervlak. De turbulente menglaag groeit ten koste van de stabiele atmosfeer en kan op helder zomerse dagen (sterk convectieve omstandigheden) groeien tot hoogtes van 1000 tot 2000 meter.

Het groeien van de menglaaghoogte in de loop van de dag is van groot belang voor de verspreiding van luchtverontreiniging. Wanneer een schoorsteen boven of in de nachtelijke, stabiele grenslaag, waarin verticale menging onderdrukt wordt, loost, dan zullen de effecten op grondnivo niet of nauwelijks merkbaar zijn. Als de menglaaghoogte na zonsopkomst toeneemt en deze hoger is geworden dan de schoorsteenhoogte, zullen de effecten van de verontreiniging op grondnivo echter wel degelijk

merkbaar worden. De 's nachts geloosde en nauwlijks in verticale richting verspreide verontreiniging zal dan naar boven en beneden verspreid worden. De verontreiniging wordt dan verspreid tussen de stabiele bovenlaag en het aardoppervlak. Dit proces heet fumigatie. Het oplopen van de concentraties aan de grond hangt af van de hoogte van de menglaag en de turbulentie-intensiteit (en uiteraard van windsnelheid en -richting, emissie en schoorsteenhoogte). Een effect dat de hoeveelheid verontreiniging in de menglaag vermindert is de vorming van cumuliforme bewolking. Door de sterke verticale bewegingen in de cumuli wordt de verontreiniging vanuit de menglaag in de stabiele bovenlaag getransporteerd.

Onderzoek naar het groeien van en menging in turbulente menglagen is o.a. beschreven door Tennekes (1973) en Tennekes en Driedonks (1980). Dit onderzoek heeft geleid tot eendimensionale sprongmodellen. Als belangrijke aannames voor deze modellen geldt dat de menglaag adiabatisch gemengd is (potentiële temperatuur, potentiële dichtheid en specifieke vochtigheid zijn dan goed gemengd met de hoogte) en dat de dikte van de laag tussen de stabiele bovenlucht en de turbulente menglaag verwaarloosbaar klein is ten opzichte van de hoogte van de menglaag. De hierboven genoemde modellen zijn voor gevallen zonder advektie uitgebreid getoetst door Driedonks (1982).

Koppeling van bovenstaand model dat het thermodynamisch gedrag van de convectieve grenslaag beschrijft (en een grenslaagmodel dat de ontwikkeling van de stabiele grenslaag beschrijft) aan een trajectoriënmodel dat brongebieden voorspelt van lucht die over 12 of 24 uur boven Nederland aankomt en dat dus de verplaatsing van de grenslaag beschrijft, leidt tot het luchtmassatransformatiemodel zoals beschreven door Reiff et al. (november 1982). Met dit model zijn goede resultaten behaald wat betreft het (achteraf) voorspellen van de grenslaagtemperatuur en de menglaaghoogte overdag.

De voorspelling van het vocht vertoonde systematische fouten. De voornaamste reden dat het vocht aan de top van de menglaag minder goed voorspeld wordt, is dat het vocht in de menglaag in werkelijkheid niet volledig gemengd is, terwijl de modelaannames juist wel volledige menging veronderstelde.

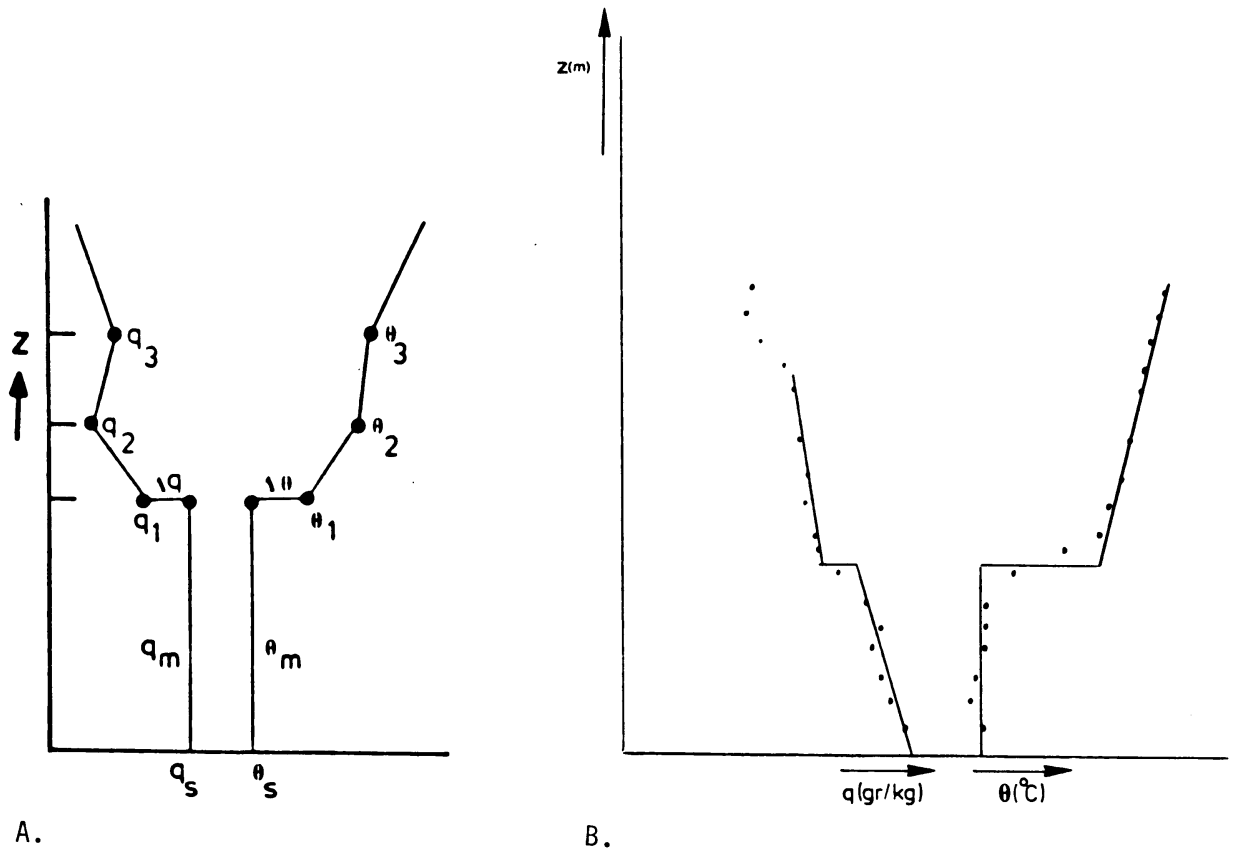
Onderzoek door André et al. (1979) naar de menging van vocht in de convectieve grenslaag met een meer gecompliceerd model voor de menglaag leidde tot de volgende aannames omtrent het vochtprofiel: Een lineaire afname van de gemiddelde specifieke vochtigheid tussen de bodem en de top van de menglaag. De helling van het vochtprofiel wordt bepaald door de hoeveelheid verdamping van vocht in de bodem, de hoeveelheid invoer van drogere lucht uit de stabiele grenslaag en de sterkte van de turbulentie in de menglaag.

In dit verslag rapporteren we de resultaten van een onderzoek naar de mogelijkheden tot parametrisering van de helling van het vochtprofiel in de menglaag. Op deze manier verlaten we de aanname dat de specifieke vochtigheid in de atmosfeer goed gemengd is. De factoren die van invloed zijn op de helling van het vochtprofiel zijn:

- 1) de vochtflux van de bodem naar de grenslaag t.g.v. verdamping. Hierdoor wordt het onderin de menglaag vochtiger dan bovenin.
- 2) de vochtflux van de top van de menglaag naar de (drogere) atmosfeer daarboven. Eigenlijk is dit een transport van drogere lucht vanuit de stabiele atmosfeer in de menglaag. De menglaag wordt bovenin droger.
- 3) de intensiteit van de turbulentie in de menglaag. Dit is een maat voor de verticale menging. Een grote intensiteit zal leiden tot een krachtiger transport van de vochtige lucht van beneden naar boven en drogere lucht van boven naar beneden dan een geringe intensiteit van de turbulentie. In het laatste geval zal de menging gering zijn en zal er een sterkere afname van het vocht met de hoogte zijn dan in het eerste geval.

Verondersteld is dat er elk moment een evenwicht is tussen de fluxen, die leiden tot een minder goed gemengd profiel (zie figuur 1) en de intensiteit van de turbulentie (bevordering van de menging) enerzijds en de helling van het vocht anderzijds, zodat de helling niet door haar verleden beïnvloed wordt.

Figuur 1. Schematische weergave het vocht- en temperatuurprofiel zoals gebruikt door Driedonks (1982) en in het luchtmassatransformatiemodel (a) en een waargenomen profiel in Cabauw (b).



Het is duidelijk dat een beter begrip van de menging van het vocht in de grenslaag van belang is voor een goede beschrijving van wolkenvorming aan de top van de grenslaag. En uit het voorafgaande is duidelijk, dat een goede beschrijving van wolkenvorming in de convectieve grenslaag noodzakelijk is om het transport van luchtverontreiniging vanuit de menglaag in de stabiele bovenlaag door cumuliforme bewolking te beschrijven.

Verder leidt een betere voorspelling van wolkenvorming tot verbetering in de voorspelling van, aan het aardoppervlak, aangekomen straling. Dit leidt weer tot betere voorspellingen van de menglaaghoogte, van de verdamping en van de concentratie van verontreiniging in de menglaag.

Bij het afleiden van de modelvergelijkingen is gebruik gemaakt van de Navier-Stokes vergelijkingen (Appendix A) en de vergelijkingen van de convectieve grenslaag (Appendix B). Om de helling van het vocht te kunnen beschrijven worden in dit verslag twee extra vergelijkingen afgeleid (hoofdstuk 3). Om deze vergelijkingen te toetsen (hoofdstuk 5) is gebruik gemaakt van gegevens van een aantal radiosonde-oplatingen in Cabauw, die opgelaten zijn op een aantal convectieve dagen in het voorjaar en de zomer van 1981 en 1982. Voor die dagen worden ook de bodemfluxen (vocht en voelbare warmte) berekend uit een aantal gemeten grootheden (hoofdstuk 4). Met al deze gegevens zijn de constanten bepaald die in de modelvergelijkingen voorkomen.

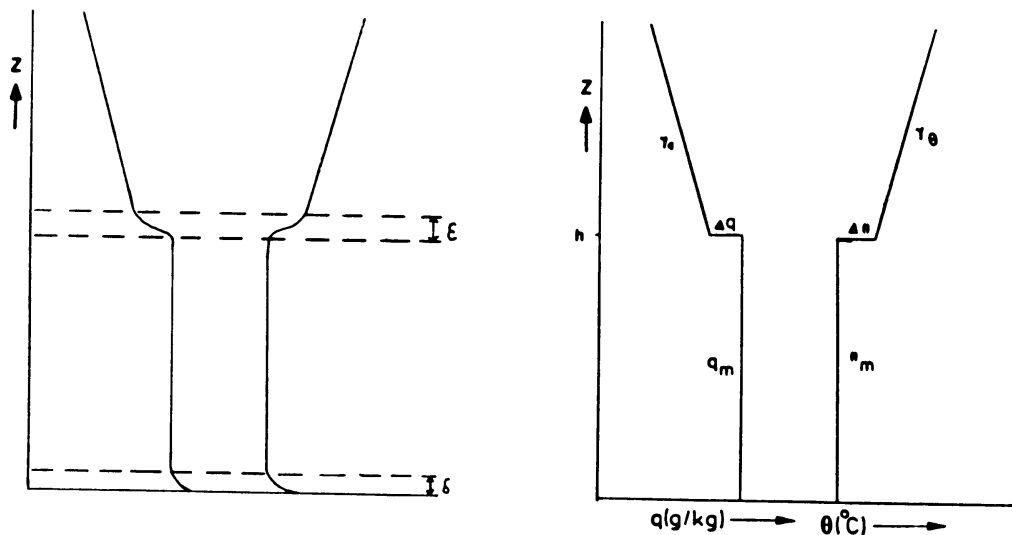
2. De convectieve grenslaag

2.1. Inleiding

T.g.v. instraling van de zon doen zich in de convectieve grenslaag turbulente bewegingen voor. Het gevolg hiervan is een krachtige verticale uitwisseling van luchtpakketjes in de turbulente laag. Aan de top van de grenslaag is er een duidelijke scheiding tussen de turbulente lucht in de menglaag en de niet turbulente bovenlucht. Het binnendringen en mengen van turbulente lucht in de stabiele bovenlucht heet entrainment. Dit proces, dat kinetische energie kost die geleverd wordt door de zon, zorgt ervoor dat de menglaag groeit. Het groeien van de menglaag is afhankelijk van de grootte van de warmteflux aan de onderkant van de grenslaag en de stabiliteit van de bovenlucht.

Deze waarnemingen hebben geleid tot een eenvoudig model dat het thermodynamisch gedrag van de grenslaag beschrijft, het zogenaamde sprongmodel (Tennekes, 1973). Dit model wordt gekarakteriseerd door: (zie ook fig. 2.1).

- een verticale verdeling van de potentiële temperatuur θ_m en specifieke vochtigheid q_m , die onafhankelijk is van de hoogte in een goed gemengde grenslaag;
- het verwaarlozen van een relatief kleine oppervlaktelaag bij de bodem (dikte δ) waarin wel gradiënten voorkomen;
- het verwaarlozen van de dikte van de entrainmentlaag (dikte ϵ), waardoor in het model op menglaaghoogte (h) een sprong in potentiële temperatuur ter grootte $\Delta\theta$ en in de vochtigheid ter grootte Δq wordt aangenomen;
- een stabiele niet-turbulente bovenlucht met een gradiënt γ_q voor vocht en γ_θ voor de potentiële temperatuur;
- verder wordt er voorlopig verondersteld dat het grenslaagmodel niet beïnvloed wordt door condensatie en stralingsdivergentie.



Figuur 2.1 Constructie van een modelprofiel uit een waargenomen profiel.

2.2. De modelvergelijkingen

De vergelijkingen voor de turbulente grenslaag zijn voor een horizontaal homogene (geen advectie) stroming met gemiddelde verticale bewegingen W afgeleid in Appendix B. Omdat de gemiddelde verticale bewegingen niet of nauwelijks bekend zijn, worden zij meestal gelijk aan nul gesteld. Deze modelvergelijkingen zijn:

$$\frac{\partial \theta_m}{\partial t} = \frac{\overline{\theta'w'}_s - \overline{\theta'w'}_h}{h} \quad 2.1$$

$$\frac{\partial q_m}{\partial t} = \frac{\overline{q'w'}_s - \overline{q'w'}_h}{h} \quad 2.2$$

$$\frac{d\Delta\theta}{dt} = \gamma_\theta \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\partial \theta_m}{\partial t} \quad 2.3$$

$$\frac{d\Delta q}{dt} = \gamma_q \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\partial q_m}{\partial t} \quad 2.4$$

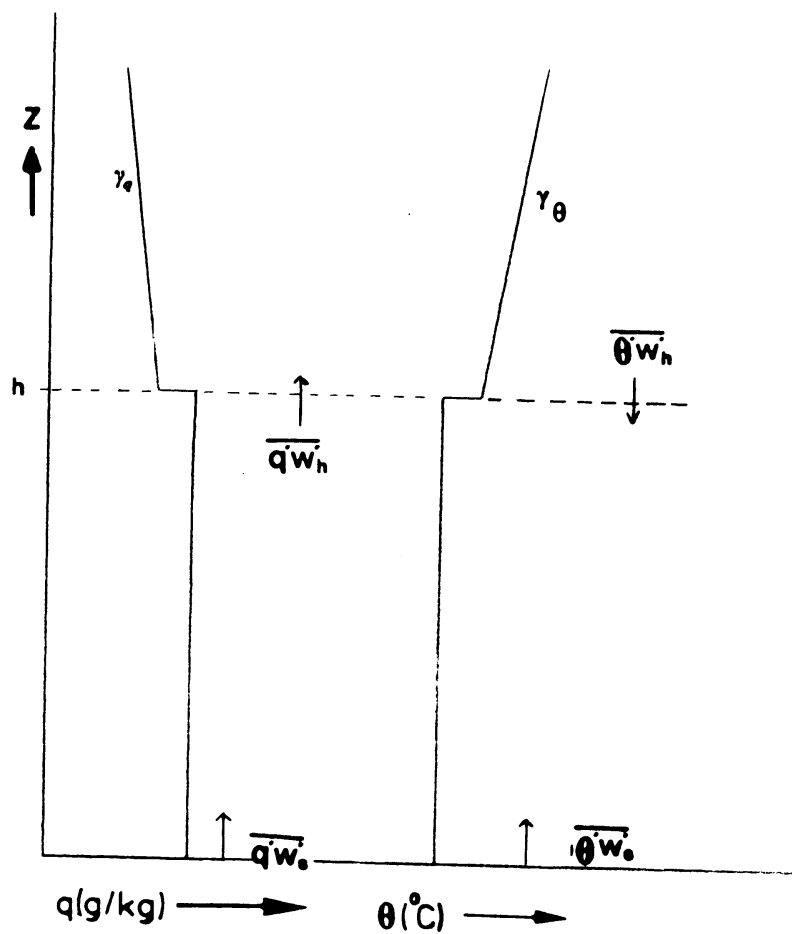
$$\Delta\theta \frac{\partial h}{\partial t} = - \overline{\theta'w'}_h \quad 2.5$$

$$\Delta q \frac{\partial h}{\partial t} = - \overline{q'w'}_h \quad 2.6$$

Uit vergelijking 2.1 volgt dat de potentiële temperatuur in de convectieve grenslaag in de loop van de dag zal toenemen o.i.v. een positieve warmteflux $\overline{\theta'w'}_s$ aan de bodem én door inmenging van warmere lucht vanuit de stabiele atmosfeer (beschreven door een negatieve, naar beneden gerichte, warmteflux $\overline{\theta'w'}_h$). Voor het verloop van de specifieke vochtigheid geldt een analoge vergelijking (vergelijk 2.2) met dit verschil dat er aan de top van de grenslaag meestal geen invoer van vochtige lucht plaatsvindt, maar juist van drogere.

Vergelijkingen 2.3 en 2.4 beschrijven de verandering van de potentiële temperatuursprong $\Delta\theta$ en de vochtsprong Δq in de loop van de dag aan de top van de grenslaag.

Figuur 2.2 Schematische weergave van de voelbare warmteflux en de vochtflux en het menglaagmodel.



Vergelijking 2.5 en 2.6 beschrijven de entrainment van de drogere en warmere lucht aan de top van de grenslaag. De sterkte van de entrainment is afhankelijk van de vocht- en temperatuursprong en van de groeisnelheid van de menglaag.

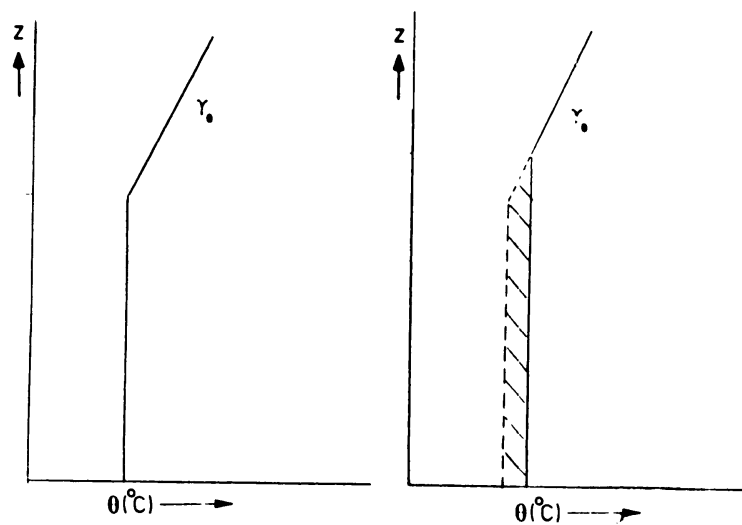
In vergelijkingen 2.1 t/m 2.6 komen een 7-tal onbekenden voor nl.

θ_m , q_m , $\overline{\theta'w'}_h$, $\overline{q'w'}_h$, $\Delta\theta$, Δq en h , terwijl de fluxen van de bodem en de gradiënten in de stabiele atmosfeer bekend worden verondersteld. Om het model sluitend te maken hebben we een zevende vergelijking nodig. Een andere methode is om deze zes vergelijkingen te vereenvoudigen. Beide methoden worden hierna beschreven.

2.3. Encroachment

De laatstgenoemde methode om het grenslaagmodel sluitend te maken is de eenvoudigste. Als vereenvoudiging wordt aangenomen dat de entrainment aan de top van de grenslaag gelijk aan nul is. Dit wil zeggen dat $\overline{\theta'w'}_h$ gelijk is aan nul. Alle warmte die nu in de grenslaag ingevoerd wordt komt van de warmteflux $\overline{\theta'w'}_s$ aan de bodem. Deze wordt nu gebruikt om het bestaande temperatuurprofiel van de grenslaag op te vullen (figuur 2.3). Het gearceerde oppervlak staat nu voor de hoeveelheid energie, die aan de grenslaag is toegevoegd gedurende de tijd t_2-t_1 .

Het stelsel vergelijkingen wordt nu, samengevat in de vergelijkingen voor de virtuele temperatuur (zie Appendices, verg. A7 en B15-17):



Figuur 2.3

Het opvullen van het temperatuurprofiel door encroachment.

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial t}\right)_m = \frac{\overline{\theta' v' w' s}}{h} \quad 2.7$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\overline{\theta' v' w' s}}{h \cdot \gamma_{\theta, v}} \quad 2.8$$

Volgens Driedonks (1981) bleek in situaties, die volledig door convectie beheerst werden (op het midden van een zonnige dag), dat dit model voor zo'n 70 à 80% in staat was de groei van de grenslaag te beschrijven. Dat dit model de hoogte van de menglaag 20-30% te laag schatte, moet toegeschreven worden aan het effect van entrainment. Daarnaast wordt in dit encroachmentmodel ook geen rekening gehouden met de mechanische produktie van turbulente kinetische energie t.g.v. de bodemwrijving.

2.4. De balans voor turbulente kinetische energie

Het probleem om de zevende sluitende vergelijking te vinden voor het grenslaagmodel kan opgelost worden door te kijken naar het proces dat bepalend is voor het groeien van de grenslaag. Aan de top van de grenslaag dringen turbulente wervels in de stabiele bovenlaag en vangen daar relatief warme lucht in. Deze relatief warmere lucht wordt dan naar beneden getransporteerd. Dit proces, waarbij potentiële energie gecreëerd wordt, kost turbulente kinetische energie. Op grond van deze kennis ligt het dan ook voor de hand om een zevende vergelijking te vinden, die de hoeveelheid turbulente kinetische energie aan de top van de grenslaag beschrijft.

Om te komen tot een vergelijking voor turbulente kinetische energie moeten we teruggrijpen naar de bewegingsvergelijkingen van de fluktuaties zoals deze gegeven is in de Appendix A (vgl. A11). We vermenigvuldigen een vergelijking voor u'_i met u'_k en een vergelijking voor u'_k met u'_i . Deze vergelijkingen worden gesommeerd, vervolgens gemiddeld en door twee gedeeld. Stel nu $i = k$ en definieer $D = V \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}\right)^2$ is de dissipatie. We verwaarlozen moleculaire geleiding.

Verder nemen we aan dat de stroming bij benadering homogeen is (zie Appendix B) en dat de gemiddelde verticale bewegingen nul zijn. De vergelijking voor turbulente kinetische energie wordt nu op hoogte h :

$$\left(\frac{\partial e}{\partial t}\right)_h = \left(-\overline{u'_i w'} \frac{\partial U_i}{\partial z}\right)_h + \frac{g}{T_0} \overline{\theta' w'}_h - \frac{\partial}{\partial z} \left(\overline{e' w'} + \frac{\overline{p' w'}}{\rho_0}\right) - D \quad 2.9$$

$$\text{waarin } e = \frac{(u'_i)^2}{2}$$

De term in het linkerlid beschrijft de verandering van de hoeveelheid turbulente kinetische energie iets boven de top van de grenslaag. Deze term is positief, omdat op een hoogte h net niet turbulente lucht turbulent gemaakt wordt. De eerste term in het rechterlid beschrijft de mechanische produktie van turbulente energie t.g.v. een windsnelheidssprong op hoogte h . Deze term is dus positief. De tweede term is de produktieterm (B) van turbulente kinetische energie t.g.v. buoyancy. Omdat er relatief warmere lucht naar beneden getransporteerd wordt aan de top van de grenslaag is deze term negatief. De derde term vertegenwoordigt het toestromen van turbulente kinetische energie en wordt in de loop van het verhaal de convergentieterm F genoemd. Deze term is positief en samen met B de belangrijkste term in de vergelijking voor turbulente kinetische energie. De vierde term staat voor het verlies van turbulente kinetische energie veroorzaakt door dissipatie en is dus negatief. De termen $\left(\frac{\partial e}{\partial t}\right)_h$, de mechanische produktieterm en de dissipatieterm zijn relatief klein t.o.v. de buoyancyterm en de convergentieterm en worden verder verwaarloosd. De vergelijking voor turbulente kinetische energie wordt nu:

$$B + F = 0 \quad 2.10$$

2.5. Schalen van F

Om het entrainmentmodel sluitend te maken moet de term F in de vergelijking voor turbulente kinetische energie uitgedrukt worden in de onbekenden uit de andere vergelijkingen van het model. De methode die we hiervoor gebruiken heet schaling.

De grootte van F zal afhankelijk zijn van de snelheid van de grote wervels en van een bepaalde lengteschaal. Voor de lengteschaal nemen we de menglaaghoogte h (Driedonks, 1981). Uit dimensie-analyse volgt dan dat F evenredig is met σ_w^3 / h . De laatste vergelijking uit het model wordt dan:

$$-g/T_0 \overline{\theta'w'}_h = C_F \frac{\sigma_w^3}{h} \quad 2.11$$

waarbij σ_w^3 nog nader bepaald dient te worden aan de hand van de aard van de turbulentie. De grootte van de snelheidsschaal σ_w is afhankelijk van de manier waarop de turbulentie veroorzaakt wordt nl. a) door vrije convectie. Deze vorm van turbulentie ontstaat door verwarming van het aardoppervlak, waardoor er relatief warmere bellen van het aardoppervlak loslaten. Als relevante snelheidsschaal voor de, op deze manier ontstane wervels wordt gebruikt:

$$\sigma_w = w_* = \left(\frac{g}{T_0} \cdot \overline{\theta'w'}_s h \right)^{1/3} \quad 2.12$$

zoals beschreven door Tennekes (1981)

b) mechanisch. Indien de wervels volledig veroorzaakt worden door wrijving van de wind aan het aardoppervlak, dan spreken we van gedwongen convectie. In het geval van mechanische turbulentie geldt:

$$- \frac{g}{T_0} \overline{\theta'w'}_h = A \cdot \frac{\sigma_w^3}{h} \quad 2.13$$

waarbij de relevante snelheidsschaal σ_w gelijk is aan de wrijvingssnelheid $u_* = (\overline{u'w'})^{1/2}$.

In de vroege ochtend zal de turbulentie voornamelijk veroorzaakt worden door gedwongen convectie, terwijl met het verstrijken van de dag de invloed van de turbulentie door vrije convectie steeds groter wordt. Op het midden van de dag is de invloed van mechanische turbulentie verwaarloosbaar klein t.o.v. de turbulentie veroorzaakt door vrije convectie. Als benaderingsformule, waarin zowel rekening gehouden wordt met gedwongen als met vrije convectie, zal gebruikt worden $\sigma_w^3 = w_*^3 + u_*^3$, waarin $\alpha = \frac{A}{C_F}$ (Driedonks, 1981, p.38).

De laatste sluitende vergelijking wordt dan:

$$-\overline{\Theta'_{vw}'}_h = C_F \overline{\Theta'_{vw}'}_s + \frac{A \cdot T_o}{g \cdot h} u_*^3 \quad 2.14$$

waarbij C_F in A uit experimenten bepaald zijn.

$$C_F = 0,2 \text{ (Stull, 1976)}$$

$$A = 5 \text{ (Kantha et al., 1977).}$$

3. Afwijkend vochtprofiel

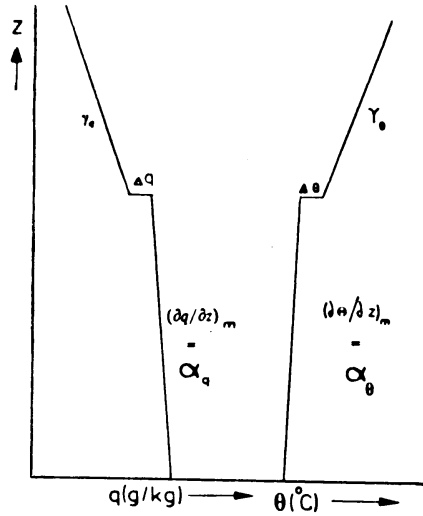
3.1. Inleiding

Uit waarnemingen in De Bilt is gebleken dat het vochtgehalte in de menglaag niet onafhankelijk is van de hoogte. Er is meestal een duidelijke afname van de specifieke vochtigheid met de hoogte. Dit in tegenspraak met de modelvoorwaarde (hoofdstuk 2.1) dat Θ_m zowel als q_m onafhankelijk zijn van de hoogte in de menglaag.

In dit hoofdstuk zullen we het model enigszins wijzigen zodat in de menglaag het vocht met de hoogte mag afnemen en de potentiële temperatuur lineair met de hoogte mag toenemen. Dit levert twee extra variabelen op (twee hellingen). Dus zullen we ook twee extra nodig hebben om het model oplosbaar te maken. Eén vergelijking komt van de veronderstelling dat de potentiële dichtheid (Θ_v , dus een specifieke combinatie van vocht en potentiële temperatuur) wel goed gemengd is. De andere komt uit aannames omtrent de parametrisatie van de helling van het vochtprofiel. Speciaal deze laatste vergelijking zal getoetst worden aan metingen.

3.2. De modelvergelijkingen

Omdat aangenomen is dat vocht en potentiële temperatuur niet goed gemengd hoeven te zijn, zullen in het nieuwe model de hellingen van vocht en potentiële temperatuur als nieuwe variabelen optreden. Deze worden respectievelijk α_q en α_θ (zie figuur 3.1) genoemd.



Figuur 3.1. Modelvoorstelling van de convectieve grenslaag, waarin hellingen van vocht en temperatuur toegelaten zijn.

De waarden van de specifieke vochtigheid en de potentiële temperatuur als functie van de hoogte worden als volgt gedefinieerd:

$$q = q_s + \alpha_q z \quad 3.1$$

$$\theta = \theta_s + \alpha_\theta z \quad 3.2$$

De vergelijkingen 2.1 en 2.2 worden nu vervangen door de vergelijkingen 3.3 en 3.4

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial t} + \frac{1}{2} h \frac{\partial \alpha_\theta}{\partial t} = \frac{\theta_s \bar{w}_s - \theta_s \bar{w}_h}{h} \quad 3.3$$

en

$$\frac{\partial q_s}{\partial t} + \frac{1}{2} h \frac{\partial \alpha_q}{\partial t} = \frac{q_s \bar{w}_s - q_s \bar{w}_h}{h} \quad 3.4$$

De vergelijkingen 2.3 en 2.4 worden nu:

$$\frac{d\Delta\theta}{dt} = \left(\frac{\partial\theta}{\partial t}\right)_+ + \left(\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)_+ \frac{\partial h}{\partial t} - \left(\frac{\partial\theta}{\partial t}\right)_- - \left(\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)_- \frac{\partial h}{\partial t} = (\gamma_\theta - \alpha_\theta) \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\partial\theta_s}{\partial t} - h \frac{\partial\alpha_\theta}{\partial t} \quad 3.5$$

en

$$\frac{d\Delta q}{dt} = (\gamma_q - \alpha_q) \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\partial q_s}{\partial t} - h \frac{\partial\alpha_q}{\partial t} \quad 3.6$$

waarbij in de afleiding (zie Appendix B, B7, en B8) gebruikt is:

$$\frac{d\theta}{dt} = \left(\frac{\partial\theta}{\partial t}\right) + \left(\frac{\partial\theta}{\partial z}\right) \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

De vergelijkingen voor entrainment 2.5 en 2.6 blijven gelijk.

3.3. De sluitende vergelijkingen

De eerste vergelijking, die we nodig hebben om het stelsel vergelijkingen (met twee variabelen α_θ en α_q extra) sluitend te maken halen we uit de hypothese dat de potentiële dichtheid goed gemengd is. Dit wil zeggen dat de virtuele temperatuur goed gemengd is met de hoogte: $\partial\theta_v/\partial t = 0$.

Met behulp van de vergelijkingen A7, 3.1 en 3.2 volgt

$$\alpha_q = - \frac{1}{0,6 T_0} \alpha_\theta \quad 3.7$$

Dus bijvoorbeeld als $\alpha_\theta = 0,2 \text{ K.km}^{-1}$, verwachten we dat α_q ongeveer $-1 \text{ g.kg}^{-1}.\text{km}^{-1}$ is.

De laatste extra vergelijking wordt afgeleid met behulp van dimensie-analyse (Driedonks, persoonlijke mededeling) en de aanname dat de helling van het vochtprofiel bij benadering goed bepaald wordt door de invoer van vocht onderin de menglaag, de invoer van drogere lucht bovenin de menglaag en de snelheid van de menging. De snelheidsschaal van de grote wervels, die het proces beheersen is σ_w , de lengteschaal is de hoogte waarover het vocht gemengd wordt, de menglaaghoogte h . We nemen hierbij aan dat de verandering van de helling in de tijd verwaarloosbaar klein is d.w.z. de helling is niet afhankelijk van haar voorgeschiedenis. De vochtfluxen $\overline{q'w'}_s$ en $\overline{q'w'}_h$ enerzijds en de intensiteit van de turbulentie anderzijds zijn voortdurend in evenwicht met de helling van het vochtprofiel. Iedere verandering in een van deze drie factoren leidt direkt tot een nieuw profiel. De instelling van het evenwicht is momentaan omdat oneindig snelle menging verondersteld wordt (Driedonks, persoonlijke mededeling).

De fluxen $\overline{q'w'}_s$ en $\overline{q'w'}_h$ zorgen voor het instandhouden van de helling α_q . Een grotere menglaaghoogte levert een minder steile helling. De grootte van de snelheid van de grote wervels, welke het

meeste bijdragen aan de menging, bepaalt de mate van menging van het toegevoerde vocht in de grenslaag.

Er zijn nu vijf variabelen met 3 dimensie-eenheden nl.

$\overline{q'w'r}_s$, $\overline{q'w'r}_h$, h , w_* , en α_q enerzijds en g/kg, m en s anderzijds.

Uit de dimensie-analyse volgen twee dimensieloze grootheden

$$\left(\alpha_q \frac{w_* \cdot h}{\overline{q'w'r}_s}\right) \text{ en } \left(\frac{\overline{q'w'r}_h}{\overline{q'w'r}_s}\right)$$

zodat moet gelden dat

$$\left(\alpha_q \frac{w_* \cdot h}{\overline{q'w'r}_s}\right) = f\left(\frac{\overline{q'w'r}_h}{\overline{q'w'r}_s}\right) .$$

Het functionele verband is niet bekend en moet uit experimenten afgeleid worden. Wel valt er met behulp van limietbenaderingen al iets over het karakter van de functie te zeggen.

Voor de limiet $\overline{q'w'r}_h \rightarrow 0$ geldt (als Δq of $\partial h / \partial t$ naar nul gaat) dat

$$f\left(\frac{\overline{q'w'r}_h}{\overline{q'w'r}_s}\right) \text{ naar een constante waarde } -c_2 \text{ gaat.}$$

Indien we de vochtflux $\overline{q'w'r}_s$ naar nul laten gaan dan is er nog maar 1 dimensieloos getal te construeren nl. $\alpha \frac{w_* h}{\overline{q'w'r}_h}$ wat gelijk moet zijn aan de constante $-c_1$.

$$\lim_{\overline{q'w'r}_s \rightarrow 0} \alpha_q \left(\frac{w_* h}{\overline{q'w'r}_h}\right) = -c_1 = \lim_{\overline{q'w'r}_s \rightarrow 0} f\left(\frac{\overline{q'w'r}_h}{\overline{q'w'r}_s}\right) \cdot \frac{\overline{q'w'r}_s}{\overline{q'w'r}_h}$$

Hieruit volgt dat

$$f\left(\frac{\overline{q'w'r}_h}{\overline{q'w'r}_s}\right) \rightarrow -c_1 \frac{\overline{q'w'r}_h}{\overline{q'w'r}_s} \text{ als de vochtflux aan de bodem oneindig klein wordt.}$$

Omdat er verder niets over het functiegedrag bekend is nemen we aan, dat α_q door een interpolatieformule beschreven wordt, die aan de limieten voldoet:

$$\alpha_q = -c_1 \frac{\overline{q'w'r}_h}{w_* h} - c_2 \frac{\overline{q'w'r}_s}{w_* h} \quad 3.8$$

In deze vergelijking zijn $\frac{\overline{q'w'r}_s}{w_* h}$ en $\frac{\overline{q'w'r}_h}{w_* h}$ positief. Dit heeft, bij een negatieve helling, tot gevolg dat beide constanten positief moeten zijn. Een analoge vergelijking is reeds eerder afgeleid door André (1979)

$$\alpha_q = \frac{c_1 \cdot \Delta q \cdot \frac{\overline{\theta'vw'_s}}{w_* h} / \gamma_\theta h}{w_* h} - c_2 \frac{\overline{q'w'_s}}{w_* h} \quad 3.9$$

waarbij aangenomen is dat encroachment geldt (zie ook hoofdstuk 2.3), zodat $\overline{q'w'_h}$ in 3.8 vervangen is door $-\Delta q \frac{\overline{\theta'vw'_s}}{\gamma h}$.

4. Bepaling van de grenslaagparameters en surfacefluxen

4.1. Inleiding

Met behulp van metingen in Cabauw en een op andere wijze bepaalde flux aan de top van de grenslaag, gaan we onafhankelijk van André, de grootte van c_1 en c_2 bepalen. Voordat we dit kunnen doen, moeten we eerst een aantal grenslaagparameters bepalen. Een aantal van deze parameters zijn direct te bepalen uit radiosonde-oplatingen (α_q , $\Delta\theta$, Δq , γ_θ , γ_q en h) en uit de bepaling van de bodemfluxen ($\overline{\theta'w'_s}$ en $\overline{q'w'_s}$). Andere parameters zijn alleen indirect te bepalen met behulp van de modelvergelijkingen 2.5, 2.6 en 2.12 nl. $\partial h / \partial t$, $\overline{\theta'w'_h}$ en $\overline{q'w'_h}$.

De gegevens die noodzakelijk zijn voor het beschrijven van de vocht- en temperatuurprofielen zijn verkregen door een aantal meetcampagnes in 1981 en 1982 te Cabauw¹⁾. Tijdens die campagne werden een aantal radiosondes²⁾ opgelaten waarmee de vocht- en temperatuurprofielen van de menglaag en de daarbovenliggende luchtlagen zijn gemeten. Het oplaten van de radiosondes gebeurde alleen op dagen met vrije convectie d.w.z. dat de turbulentie door verwarming van het aardoppervlak veel groter was dan de mechanische turbulentie t.g.v. wrijving. De volgende tabel geeft de datum en de tijd van oplating van de door ons gebruikte radiosondes.

1) In Cabauw is een terrein in gebruik bij het KNMI voor het uitvoeren van experimentele waarnemingen. Op het meetveld worden de latente en de voelbare warmtestroom (resp. LE en Q) bepaald, waaruit de vochtflux en de warmteflux berekend kunnen worden.

2) Deze sonderingen bestonden uit een ballon gevuld met helium en een meetinstrument, waarmee achtereenvolgens steeds temperatuur, vochtigheid en luchtdruk bepaald werden gedurende het stijgen van de ballon. Wanneer de ballon een hoogte van ± 7000 m bereikt had, werd de zender uitgeschakeld, waarna een volgende ballon kon worden opgelaten.

Tabel 1: Datum van de meetdagen en de tijd van oplaten van de radiosonde. De tijden, die tussen haakjes vermeld staan duiden op sonde-oplatingen die niet aan een aantal criteria voldeden zoals vermeld in het volgende hoofdstuk.

datum	tijd
16-04-81	10.06, 12.37;
21-04-81	(12.24), (14.26);
14-05-81	(10.27), (12.40);
20-05-81	07.53, (09.16), 10.13, 11.51, 13.12;
27-05-81	08.31, 09.42, 10.42, (12.44),;
23-06-81	08.33, 09.34, (10.43), (11.42), (13.16);
=	
11-05-82	(09.15), (12.41), (13.46), (14.43);
13-05-82	08.53, 10.01, 12.42, 14.01;
03-06-82	08.55, 09.54, 12.46, 14.23, 16.37, 17.29. (18.32);
09-06-82	09.18, 10.25, 13.41, (14.46), (16.41), (17.49), (18.41), (19.42), (20.53), (21.56);
30-06-82	08.38, (09.30), (10.18), 13.18, 14.11, 15.28, (15.56), (16.45), (17.44), (18.56), (19.55), (20.52), (21.55);

4.2. Verwerken van de ruwe gegevens

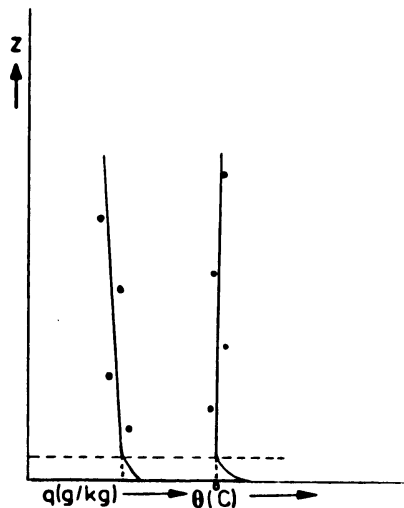
Uit een eerste overzicht van de radiosonde-oplatingen, zijn die gevallen eruitgehaald, die voor ons te gebruiken waren. De volgende criteria zijn hierbij gehanteerd:

- In het model zijn we er vanuit gegaan dat de menglaag onder convectieve omstandigheden groeit in de loop van de dag. Op grond hiervan hebben we de gevallen waarbij $\partial h / \partial t < 0$ niet meegenomen in de berekeningen.
- De bewolkingsgraad moet minder zijn dan $5/8$, omdat een te hoge bewolkingsgraad het interpreteren van de vochtprofielen al te zeer bemoeilijkt.
- De sonderingen, die gedurende het opstijgen in de menglaag door een wolk heengingen (bij een bewolkingsgraad $< 5/8$) werden om dezelfde reden weggelaten als gevallen met een bewolkingsgraad $> 5/8$.

- Die gevallen zijn weggelaten, waarvan de onderste laag van de menglaag stabiel was. Dit gebeurde steeds aan het begin van de avond en werd veroorzaakt door uitstraling.

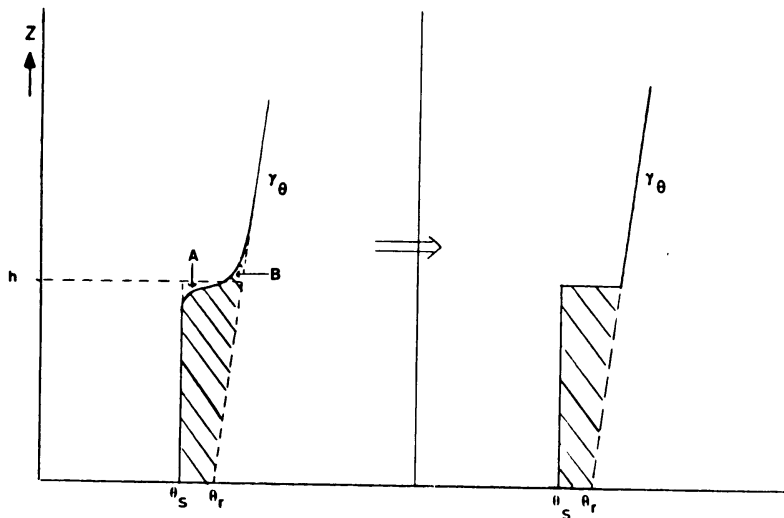
Van de overgebleven radiosonde-oplatingen zijn de temperatuur- en vochtprofielen geconstrueerd (zie figuur 1) waaruit we de grootheden θ_s , q_s , α_θ , α_q , $\Delta\theta$, Δq , γ_θ , γ_q , en h afgelezen hebben. Over het construeren en aflezen valt nog het volgende op te merken:

Bij het construeren van het vocht- en temperatuurprofiel zijn de waarden van de specifieke vochtigheid en de potentiële temperatuur in de eerste 10-tallen meters van de grenslaag weggelaten. In dit gedeelte van de grenslaag spelen ook nog processen een rol die in ons model verwaarloosd zijn. De menging in de onderste laag (surface layer) wordt mede beïnvloed door de ruwheidslengte Z_0 en de wrijvingsnelheid u_* . De specifieke vochtigheid en de potentiële temperatuur aan de grond, resp. q_s en θ_s zijn daarom verkregen uit lineaire extrapolatie van het gemiddelde profiel van dat gedeelte van de grenslaag, wat boven de surfacelayer ligt (zie figuur 4.1).



Figuur 4.1. Extrapolatie van q_s en θ_s .

Aan de top van de grenslaag duiken enige problemen op met betrekking tot het bepalen van de temperatuur- en vochtsprong en met het bepalen van de menglaaghoogte. In het model wordt de dikte van de spronglaag, die tussen de turbulente grenslaag en de stabiele bovenlaag inzit, oneindig klein verondersteld. Uit de sonde-oplatingen blijkt, dat dit niet juist is. Om nu toch een profiel te construeren dat aan het model voldoet, moeten we een warmtedeficiet definiëren t.o.v. een referentieprofiel (figuur 4.2; het gearceerde gedeelte stelt het warmtedeficiet voor).



Figuur 4.2. Vereffening van warmte bij de constructie van een modelprofiel uitgaande van een waargenomen profiel.

Het gearceerde oppervlak is de hoeveelheid warmte, die in het verloop van de tijd verloren is (bv. door nachtelijke uitstraling) uitgaande van een referentieprofiel $\theta_r + \gamma_\theta \cdot z$. Indien het waargenomen profiel getransformeerd wordt in een modelprofiel, dan moet dit zo gebeuren dat in het modelprofiel het warmtedeficiet even groot is als in het waargenomen profiel (Driedonks, 1981). In de praktijk betekent dit dat de menglaaghoogte zo gekozen wordt dat het oppervlak A gelijk is aan oppervlak B (zie figuur 4.2; linker figuur)

Voor de bepaling van het vochtprofiel is dezelfde methode gebruikt. Echter bij het bepalen van de profielen bleek dat bij het afzonderlijk bepalen van de menglaaghoogte uit resp. het vocht- en temperatuurprofiel er nog forse verschillen (± 50 meter) konden ontstaan. Indien er zulke verschillen waren werd de hoogte van de menglaag gebaseerd op die van het temperatuurprofiel. Dit is gedaan omdat de bepaling van de hoogte uit het temperatuurprofiel nauwkeuriger is dan de hoogte bepaald uit de specifieke vochtigheid.

4.3. Bodemfluxen

De vochtflux en warmteflux zijn als volgt gedefinieerd (Holton, 1979):

$$H = \rho_0 c_p \overline{\theta'w'}_s \quad 4.1$$

en

$$LE = \rho_0 L_{1v} \overline{q'w'}_s \quad 4.2$$

De voelbare warmtestroom H en de latente warmtestroom LE zijn bepaald voor de dagen dat de sonderingen zijn opgelaten. Hoe dit gebeurt wordt uitgelegd in Appendix C. De resultaten van de metingen waaruit H en LE berekend zijn staan vermeld in hoofdstuk 5, tabel II.

- #### 4.4. Indirekte bepaling van de parameters aan de top van de grenslaag
- Over de bepaling van de parameters, die de entrainment aan de top van de grenslaag beschrijven, zijn een aantal opmerkingen te maken. Op de eerste plaats kunnen we in de sluitingshypothese (vergl. 2.11) de term, die de mechanische turbulentie beschrijft verwaarlozen. Dit kan omdat de metingen onder duidelijk convectieve omstandigheden plaatsvonden. De sluitingshypothese wordt nu met $C_F = 0,2$

$$-\overline{\theta'v'w'}_h = 0,2 \overline{\theta'v'w'}_s \quad 4.3$$

In de tweede plaats staat in de sluitingshypothese $\overline{\theta'v'w'}$ vermeld. Hierin is het effect van de latente warmte meeberekend.

Met de vergelijking 4.3 (mét het effect van de latente warmte) kan nu de warmteflux aan de top van de grenslaag berekend worden uit $\overline{\theta' w' s}$.

Met 2.5 kan vervolgens $\partial h/\partial t$ bepaald worden. Hiervoor zijn verschillende methoden in omloop waarvan we er in dit verslag vier zullen bespreken.

I: $\partial h/\partial t = 0,2 \overline{\theta' w' s} / \Delta\theta_v$ (sluiting via turbulente kinetische energie budget).

II: $\partial h/\partial t = \overline{\theta' w' s} / \gamma_{\theta, v} \cdot h$. Deze methode (encroachment) wordt toegelicht in hoofdstuk 2.3. Dit is de methode die door André wordt gebruikt.

III: Een derde methode, die nog niet aan de orde is geweest, vertoont veel overeenkomsten met de encroachmentmethode en kan afgeleid worden uit Driedonks (1982, b). Een combinatie van 4.3, 2.3 en 2.5 levert:

$$\frac{d\Delta\theta_v}{dt} = \gamma_{\theta, v} \frac{\partial h}{\partial t} - \overline{\theta' w' s} \cdot \left(\frac{1 + C_F}{h} \right) \quad 4.4$$

Deze vergelijking heeft een analytische oplossing met de beginvoorwaarden $h(t=0)$ en $\Delta\theta_v(t=0) = \Delta\theta_{v,0}$. In de oplossing kan vervolgens de term $(h/h_0) \left(\frac{1+c}{c} \right)$ omdat hij al vrij snel na het groeien van de menglaag aan het begin van de dag naar nul gaat. De oplossing voor $\Delta\theta_v$, ingevuld in de vergelijking 4.3, levert ons de volgende vergelijking voor $\partial h/\partial t$ nl.:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = (1 + 2C_F) \cdot \overline{\theta' w' s} / \gamma_{\theta, v} \cdot h \quad 4.5$$

De met deze methode uitgerekende $\partial h/\partial t$ is een faktor 1,4 groter dan $\partial h/\partial t$ uitgerekend met encroachment. We zullen deze methode gebruiken om onze resultaten te vergelijken met die van André. Dit omdat zowel methode I als III uitgaan van vergelijking 4.3, 2.3 en 2.5.

IV: De vierde methode om $\partial h/\partial t$ te bepalen gaat uit van de waargenomen menglaaghoogtes. Op iedere meetdag is een aantal maal de menglaaghoogte bepaald op een bekend tijdstip. De groeisnelheid van de menglaag kan grafisch bepaald worden.

Als $\partial h/\partial t$ op vier manieren bepaald kan worden, geldt dit vanzelfsprekend ook voor de vochtflux aan de top van de grenslaag, omdat die met hulp van $\partial h/\partial t$ bepaald wordt (vergelijking 2.6).

5. Bespreking van de resultaten

5.1. Inleiding

Dit hoofdstuk valt ruwweg uiteen in drie stukken. Het eerste gedeelte omvat een weergave van de parameters, die voor het probleem van belang zijn en die bepaald zijn op de wijze zoals die in het vorige hoofdstuk beschreven is.

In het tweede gedeelte staan de uitkomsten beschreven van de bepaling van de constanten c_1 en c_2 uit vergelijking 3.8. Hierbij is gebruik gemaakt van drie van de methoden, te weten I, III en IV, om het groeien van de menglaag te beschrijven. Deze methoden staan beschreven in hoofdstuk 4.4.

In het derde gedeelte gaan we in op de resultaten van het luchtmassatransformatiemodel, na invoering van vergelijking 3.8.

5.2. De modelparameters

De parameters, zoals die op de hiervoor beschreven wijze uit de radiosonde-oplatingen en de bodemfluxmetingen bepaald zijn, worden weergegeven in tabel II. Bij deze tabel zijn een aantal kanttekeningen te maken (asterixen in de tabel) nl.:

* Sonde-oplating gaf een rommelig vochtprofiel te zien. Hiervan kon geen goed modelprofiel geconstrueerd worden.

** H en LE zijn geschat volgens Reiff (oktober 1982).

Tabel II Weergave van de resultaten van de radiosonde-oplatingen en de bodemfluxen-bepaling.

sonde

datum/tijd (GMT)	h	R _s	α_{θ}	$\Delta\theta$		q _s	α_q		γ_q	Q*	H	LE	$\overline{\theta'w'_s}$	q'w'_s
16-4-81/10.06	570	7,2	0,0	5,0	1,3	4,4	0,0	-2,1	1,5	380	162	180	0,132	0,059
12.37	950	11,3	0,0	0,2	1,2	3,7	-0,4	-0,2	-0,2	404	148	216	0,120	0,071
20-5-81/07.53	220	17,9	0,0	1,0	17,2	9,2	-3,0	-1,0	-0,6	259	66	167	0,054	0,055
10.13	400	21,5	0,0	2,5	2,5	9,0	-3,0	-0,7	-1,5	444	113	287	0,092	0,094
11.51*	680	23,3	0,2	1,5	3,4	-	-	-	-	392	75	253	0,061	0,092
13.12	970	24,9	0,0	1,9	2,8	6,9	-2,0	-4,7	1,1	416	94	285	0,077	0,093
27-5-81/08.31**	400	14,4	0,0	0,3	2,0	6,6	0,0	-1,2	-0,4	-	86	184	0,08	0,067
09.42**	1000	15,4	0,0	0,2	2,6	6,7	-0,7	-0,9	-1,9	-	96	205	0,13	0,087
10.42	1050	15,6	0,3	0,2	3,4	5,5	-0,3	-0,5	-1,8	472	186	239	0,151	0,078
23-6-81/08.33	540	15,9	0,0	0,0	2,1	6,7	-0,7	0,0	-2,8	382	242	92	0,197	0,030
09.34	1350	16,5	0,0	0,7	3,0	6,0	-0,2	-1,5	-0,9	460	128	273	0,104	0,089
13-5-82/08.53	570	12,0	0,0	0,9	4,4	4,5	-0,2	-2,2	-1,4	350	119	197	0,096	0,064
10.01	950	13,5	0,3	1,5	14,4	3,7	-0,1	-1,9	-5,3	450	141	264	0,114	0,086
12.42	1050	15,4	0,1	3,5	7,6	3,2	0,0	-3,0	0,0	460	193	241	0,157	0,079
14.01	1100	15,3	0,5	4,1	3,0	4,0	-0,5	-3,4	0,4	392	140	215	0,114	0,070
03-6-82/08.55	300	20,3	0,0	0,0	13,2	11,5	0,0	0,0	-1,7	307	79	197	0,064	0,064
09.54	450	21,3	0,0	2,4	7,5	12,0	0,0	-2,2	-4,6	381	85	258	0,069	0,084
12.46*	490	23,8	1,8	0,9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
14.23	980	25,3	0,4	0,7	0,8	11,1	-1,3	-2,3	-3,1	373	54	282	0,044	0,092
16.37	1750	25,8	0,4	1,2	4,5	9,1	-0,9	-3,2	-0,4	144	-5	135	-0,004	0,044
17.29	1780	25,8	0,5	1,7	3,1	9,2	-0,9	-3,7	-0,4	52	-7	53	-0,005	0,017
09-6-82/09.18	870	14,7	0,5	4,1	3,2	7,2	-0,9	-4,2	1,1	428	132	253	0,108	0,083
10.25	920	15,7	0,2	3,0	3,2	7,3	-0,2	-4,3	0,0	515	165	299	0,134	0,098
13.41	1120	17,0	0,8	1,3	9,3	7,7	-0,5	-0,6	-13,4	442	134	263	0,109	0,086
30-6-82/08.38	880	15,0	0,0	0,6	0,6	5,8	-0,6	-0,9	-1,8	268	73	168	0,059	0,055
13.18	930	16,2	0,0	0,0	1,1	6,5	-0,2	-0,8	-1,7	390	125	226	0,102	0,074
14.11	1080	15,9	0,3	0,3	0,6	6,6	-0,5	-0,5	-1,5	396	130	227	0,105	0,074
15.28	1170	15,3	0,5	0,6	2,5	6,9	-1,6	-0,6	-1,3	358	102	221	0,083	0,072

Met behulp van de gegevens van tabel II kunnen de afgeleide variabelen bepaald worden, die invloed hebben op het vochtprofiel te weten de vochtflux aan de top van de grenslaag, die uitgedrukt wordt in termen van $\partial h/\partial t$ en Δq , w^* (vergelijking 2.12) en $\overline{\theta'w'_s}$ (tabel III). Het groeien van de grenslaag ($\partial h/\partial t$) is geschat volgens de entrainment (I), met de uitgebreide encroachment (III) en met de grafische methode IV.

Tabel III Variabelen aan de top van de grenslaag.

sonde: datum/tijd	$\overline{\theta'w'_s}$	$\Delta\theta_v$	$\gamma_{\theta,v}$	$\partial h/\partial t(I)$	$\overline{q'w'_h}(I)$	$\partial h/\partial t(III)$	$\overline{q'w'_h}(III)$	$\partial h/\partial t(IV)$	$\overline{q'w'_h}(IV)$	w_*
16-4-81/10.06	0,143	4,6	1,6	0,006	0,013	0,220	0,462	0,041	0,086	1,46
12.37	0,133	0,2	1,2	0,133	0,027	0,164	0,032	0,041	0,008	1,61
20-5-81/07.53	0,064	0,8	17,1	0,016	0,016	0,024	0,024	0,021	0,021	0,78
10.13	0,109	2,4	2,2	0,009	0,006	0,174	0,122	0,035	0,025	1,13
11.51*	0,078	-	-	-	-	-	-	0,054	-	-
13.12	0,094	1,0	3,0	0,019	0,088	0,045	0,210	0,060	0,015	1,45
27-5-81/08.31	0,09	0,1	1,9	0,18	0,216	0,165	0,199	0,141	0,169	1,06
09.42**	0,15	0,0	2,3	-	-	0,091	0,083	0,078	0,070	1,71
10.42	0,165	0,1	3,3	0,330	0,165	0,067	0,034	0,014	0,007	1,79
23-6-81/08.33	0,202	0,0	1,6	-	-	0,328	0,0	0,221	0,0	1,54
09.34	0,120	0,4	2,8	0,060	0,090	0,045	0,067	0,221	0,332	1,75
13-5-82/08.53	0,108	0,5	4,1	0,043	0,095	0,064	0,141	0,093	0,205	1,27
10.01	0,130	1,2	13,4	0,022	0,041	0,019	0,027	0,052	0,099	1,60
12.42	0,171	3,0	7,6	0,011	0,034	0,029	0,088	0,010	0,030	1,82
14.01	0,127	3,5	3,1	0,007	0,025	0,052	0,176	0,010	0,034	1,67
03-6-82/08.55**	0,076	0,0	12,9	-	-	0,028	0,0	0,042	0,0	0,91
09.54	0,084	2,0	6,7	0,008	0,018	0,039	0,087	0,023	0,051	1,08
14.23***	0,061	0,3	0,2	0,041	0,094	0,435	1,001	0,090	0,207	1,26
09-6-82/09.18	0,123	3,3	3,4	0,007	0,031	0,059	0,246	0,012	0,050	1,53
10.25	0,152	2,2	3,2	0,014	0,059	0,073	0,314	0,015	0,065	1,67
13.41	0,125	1,2	6,8	0,021	0,013	0,022	0,014	0,017	0,010	1,69
30-6-82/08.33	0,069	0,4	0,3	0,035	0,031	0,365	0,329	0,003	0,003	1,26
13.18****	0,115	-	0,8	-	-	0,217	0,174	0,025	0,020	1,53
14.11	0,119	0,2	0,3	0,119	0,060	0,514	0,258	0,033	0,017	1,62
15.28	0,096	0,5	2,3	0,038	0,023	0,050	0,031	0,019	0,011	1,56

Ook bij tabel III kunnen een aantal opmerkingen gemaakt worden:

- * Bij deze sonde-oplating is het vochtprofiel te rommelig (zie ook tabel II).
- ** $\Delta\theta_v = 0$ Het groeien van de menglaag ($\partial h/\partial t$) is volgens methode I evenredig met $(\Delta\theta_v)^{-1}$. De groeisnelheid kan dan alleen met methode III en IV geschat worden.
- *** De sonde-oplatingen van 03-6-82 (16.37 GMT en 17.29 GMT) zijn niet verwerkt. Dit is gedaan omdat de warmtefluxen t.g.v. uitstraling negatief waren.
- **** $\Delta\theta = 0$. Omdat $\Delta q < 0$ is $\Delta\theta_v$ ook < 0 . Het model voor de turbulente grenslaag is hiervoor niet bepaald.

Bovendien valt nog op te merken dat er grote verschillen in grootte zijn tussen $\partial h/\partial t$ bepaald volgens I, III of IV. De groeisnelheid wordt met methode III ongeveer 2,5 tot 3 keer zo groot geschat als met methode I of IV.

5.3. Bepaling c_1 en c_2

Het eerste deel van dit hoofdstuk gaat over de metingen in Cabauw. De genormaliseerde fluxen $\overline{q'w'_h}/w_*h$ zijn bepaald volgens methode I, III en IV.

Met behulp van een 3 parametermodel volgens Box (1978) werden de constanten c_1 en c_2 geschat (en een eventueel aanwezige restconstante c_0) met als parameters α_q en de genormaliseerde vochtfluxen. Bovendien wordt met dit model de multiplecorrelatiecoëfficiënt (c.c.m) tussen α_q en de fluxen bepaald.

Tevens zijn de afzonderlijke correlaties bepaald tussen de helling van het vocht en respectievelijk de vochtflux onderin en bovenin de grenslaag. Van deze laatste correlatie bepalingen worden de grafieken gegeven.

Het tweede deel van dit hoofdstuk beschrijft de verwerking van de metingen van André. Eerst wordt de manier beschreven hoe André dit heeft gedaan. Vervolgens worden de constanten op onze manier bepaald met uitgebreid encroachment (geen entrainment, daarvoor geeft hij te weinig gegevens) en het drieparameter model. Hieruit volgen dan weer een c_1 , c_2 en c_0 en een multiple correlatie coëfficiënt c.c.m. Ook bij de gegevens van André worden de correlaties bepaald tussen α_q en de genormaliseerde vochtfluxen $\overline{q'w'_s}/w_*h$ en $\overline{q'w'_h}/w_*h$ afzonderlijk. Hiervan worden ook weer de figuren gegeven.

De parameters waarmee de constanten (zowel voor Cabauw en André) bepaald worden staan vermeld in tabel IV.

5.3.1. Cabauw-metingen.

Met het drie-parametermodel worden de constanten uit de volgende vergelijking geschat

$$-\alpha_q = c_1 \overline{q'w'_h} / w_* h + c_2 \overline{q'w'_s} / w_* h + c_o \quad (5.1)$$

met de bijbehorende multiple correlatie coëfficiënt c.c.m. Bij de bepaling van de correlatie tussen de hellingen en de genormaliseerde fluxen afzonderlijk worden de volgende vergelijkingen gebruikt

$$-\alpha_q = c'_1 \overline{q'w'_h} / w_* h + c'_o \quad (5.2)$$

en

$$-\alpha_q = c'_2 \overline{q'w'_s} / w_* h + c'_o \quad (5.3)$$

met de bijbehorende correlatiecoëfficiënten (c.c.).

Tabel IV Hellingen van het vochtprofiel en de (berekende) vochtfluxen

Cabauw experimenten					Experimenten van André		
α_q	$\overline{q'w'_s}/w_*h$	$\overline{q'w'_h}/w_*h(I)$	$q'w'_h/w_*h(III)$	$q'w'_h/w_*h(III)$	α_q	$\overline{q'w'_h}/w_*h$	$\overline{q'w'_h}/w_*h(III)$
0,0	0,074	0,016	0,580	0,108	0,50	0,066	0,022
-0,4	0,046	0,017	0,021	0,005	0,50	0,055	0,004
-3,0	0,319	0,094	0,139	0,122	0,60	0,064	0,000
-3,0	0,207	0,014	0,269	0,055 x	0,25	0,028	0,010
-0,2	0,066	0,063	0,150	0,011	0,35	0,035	0,007
0,0	0,158	0,508	0,469	0,399	0,60	0,106	0,021
-0,7	0,088	-	0,049	0,041 x	0,25	0,036	0,028
-0,3	0,041	0,088	0,018	0,004	0,40	0,014	0,005
-0,2	0,038	0,038	0,028	0,141	0,42	0,043	0,052
-0,2	0,089	0,131	0,196	0,283	2,70	0,463	0,040
-0,1	0,057	0,027	0,018	0,065 x	1,50	0,049	0,035
0,0	0,041	0,018	0,046	0,016 x	0,36	0,015	0,047
-0,5	0,038	0,013	0,096	0,019	0,27	0,031	0,042
0,0	0,173	0,038	0,178	0,105 x	0,57	0,055	0,051
-1,3	0,075	0,076	0,811	0,168 x	0,20	0,013	0,038
-0,9	0,062	0,024	0,185	0,038	0,65	0,007	0,020
-0,2	0,063	0,039	0,204	0,042 x	0,07	0,006	0,013
-0,5	0,044	0,006	0,007	0,005			
-0,6	0,049	0,028	0,297	0,003			
-0,2	0,081	-	0,122	0,014 x			
-0,5	0,042	0,034	0,147	0,010 x			
-1,6	0,042	0,013	0,017	0,006			

x. De aangekruiste waarden zijn die gevallen waarin $\partial h/\partial t$ bepaald is uit 3 sondeoplatingen nl. uit de sondeoplatings waaruit α_q bepaald is uit de sondeoplatings die hieraan voorafging en de oplatings die erna kwam.

De resultaten voor deze drie vergelijkingen zijn voor de methode I, III en IV afzonderlijk weergegeven. Bovendien zijn de gemiddelden van de hellingen en de fluxen ook nog vermeld.

I: Entrainment

$$\overline{(-\alpha_q)} = 0,68 \pm 0,88 \text{ g/kgkm}$$

$$\overline{(q'w'_s/w_*h)} = 0,086 \pm 0,071 \text{ g/kgkm}$$

$$\overline{(q'w'_h/w_*h)} = 0,064 \pm 0,107 \text{ g/kgkm}$$

$$c_1 = -3,2 \pm 1,4$$

$$c_2 = 9,5 \pm 2,1 \quad \text{c.c.m} = 0,64$$

$$c_0 = 0,1 \pm 0,2$$

$$c'_1 = -1,1$$

$$c'_0 = 0,7 \quad \text{c.c.} (\alpha_q, \overline{q'w'_h/w_*h}) = -0,14 ; \text{ zie figuur 5.2.}$$

$$c'_2 = 7,5$$

$$c''_0 = 0,0 \quad \text{c.c.} (\alpha_q, \overline{q'w'_s/w_*h}) = 0,65 ; \text{ zie figuur 5.1.}$$

III: Uitgebreed encroachment

$$\overline{(-\alpha_q)} = 0,6 \pm 0,88 \text{ g/kgkm}$$

$$\overline{(q'w'_s/w_*h)} = 0,086 \pm 0,071 \text{ g/kgkm}$$

$$\overline{(q'w'_h/w_*h)} = 0,184 \pm 0,199 \text{ g/kgkm}$$

$$c_1 = -0,2 \pm 0,9$$

$$c_2 = 8,1 \pm 2,2 \quad \text{c.c.m} = 0,65$$

$$c_0 = -0,0 \pm 0,3$$

$$c'_1 = 0,4$$

$$c'_0 = 0,6 \quad \text{c.c.} (\alpha_q, \overline{q'w'_h/w_*h}) = 0,09 \text{ (zie figuur 5.3)}$$

$$c'_2$$

$$c''_0 \quad \text{zie bij I: entrainment.}$$

IV: Grafische bepaling $\partial h/\partial t$

Bij deze methode is alleen het twee-parametermodel gebruikt. De resultaten hiervan zijn:

$$\bar{\alpha}_q = 0,65 \pm 0,86 \text{ g/kgkm}$$

$$\overline{(\overline{q'w'_s}/w_*h)} = 0,086 \pm 0,070 \text{ g/kgkm}$$

$$\overline{(\overline{q'w'_h}/w_*h)} = 0,075 \pm 0,101 \text{ g/kg}$$

$$c'_1 = -0,43$$

$$c'_0 = 0,66$$

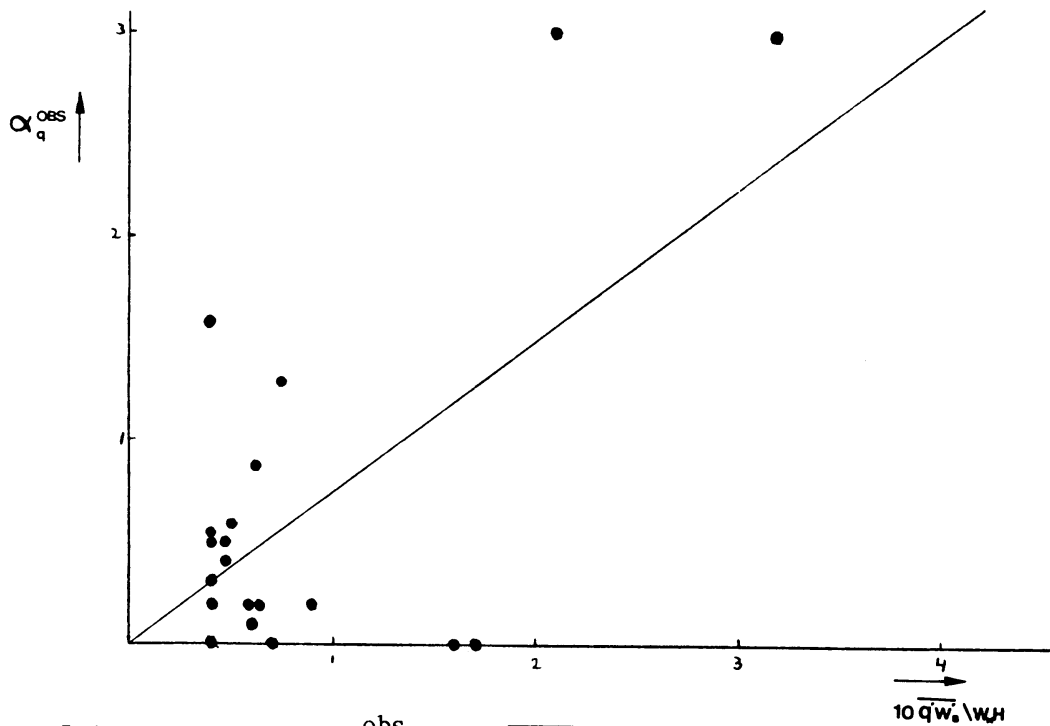
$$\text{c.c. } (\alpha_q, \overline{q'w'_h}/w_*h) = -0,05 \text{ (zie figuur 5.4)}$$

Als in de berekeningen de eerste en de laatste sonde van de dag weggelaten worden (aangekruist in tabel IV) dan worden de resultaten als volgt:

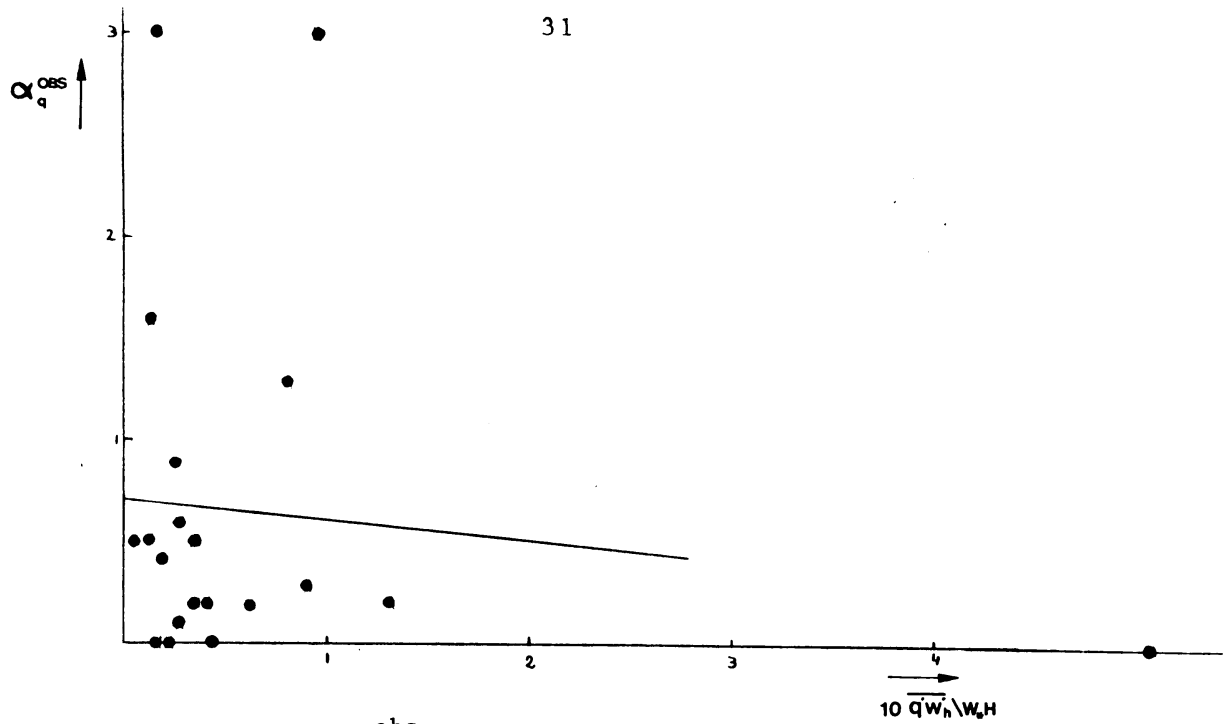
$$c'_1 = 4,3$$

$$c'_0 = 0,42$$

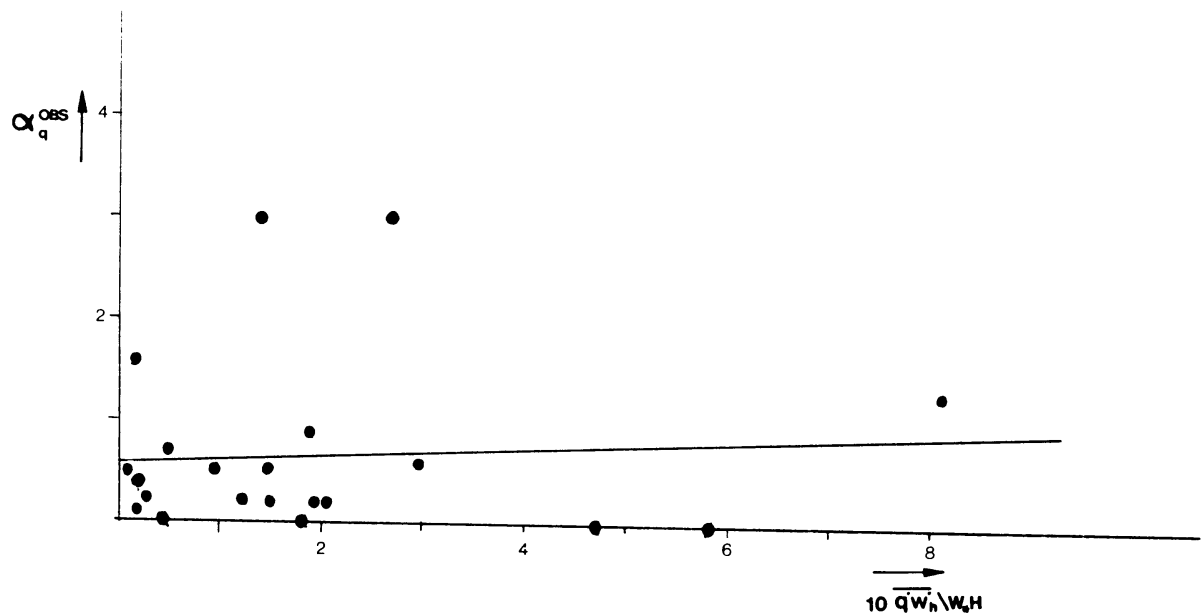
$$\text{c.c. } (\alpha_q, \overline{q'w'_h}/w_*h) = 0,23 \text{ (zie figuur 5.4)}$$



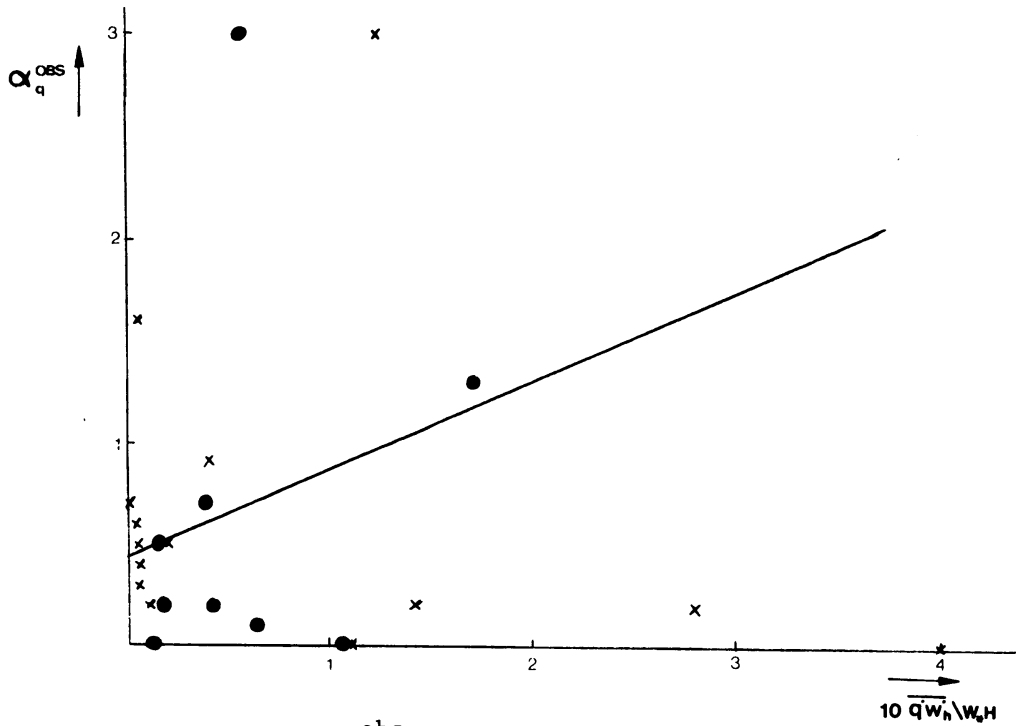
Figuur 5.1. Vergelijking α_q^{obs} en $10 \overline{q'w'_s}/w_*h$ bepaald uit experimenten gedaan te Cabauw: $\alpha_q = 7,5 \overline{q'w'_s}/w_*h + 0,0$ (c.c. = 0,65).



Figuur 5.2. Vergelijking α_q^{obs} en $10 \overline{q'w'_h}/w_*h$ bepaald uit experimenten gedaan te Cabauw ($\partial h/\partial t$ geschat met entrainment): $\alpha_q = -1,1 \overline{q'w'_h}/w_*h + 0,7$
(c.c. = -0,14)



Figuur 5.3. Vergelijking α_q^{obs} en $10 \overline{q'w'_h}/w_*h$ bepaald uit experimenten gedaan te Cabauw ($\partial h/\partial t$ geschat met encroachment): $\alpha_q = 0,4 \overline{q'w'_h}/w_*h + 0,6$
(c.c. = 0,09).



Figuur 5.4. Vergelijking α_q^{obs} en $10 \overline{q'w'_h}/w_*h$ bepaald uit experimenten gedaan te Cabauw ($\partial h/\partial t$ grafisch geschat). ● Eerste en laatste sonde van de dag zijn weggelaten: $\alpha_q = 4,3 \overline{q'w'_h}/w_*h + 0,42$ (c.c. = 0,23).

Uit de bovenstaande resultaten valt af te leiden dat de hellingen van het vocht redelijk gecorreleerd zijn met de genormaliseerde vochtfluxen aan de bodem. Bij de bepaling van de genormaliseerde fluxen aan de top van de grenslaag valt op dat voor methode III (uitgebreid encroachment) de fluxen bijna driemaal zo groot geschat zijn als met methode I of IV. Dit grote verschil in methodes zegt al iets over de onbetrouwbaarheid van de geschatte fluxen. In beide gevallen blijken de genormaliseerde fluxen duidelijk ongecorreleerd te zijn met de helling van het vocht.

5.3.2. Metingen van André

Voordat ik de resultaten weergeef van de door mij bewerkte uitkomsten van de sonde-oplatingen van André, wil ik eerst nog melding maken van de methode die André gebruikt om de constanten c_1 en c_2 te berekenen.

De vergelijking waar André van uitgaat is de volgende:

$$\frac{\alpha_q, w_*h}{\overline{q'w'_s}} = c'_1 \cdot \frac{\Delta q \overline{\theta'_v w'_s} / \gamma h}{\overline{q'w'_s}} - c_2 \quad (5.4)$$

André berekent hier de genormaliseerde vochtfluxen met encroachment (methode II), zodat geldt $c' = 1,4 c_1$ (zie hoofdstuk 4.4). De bepaling van de correlatie en de constanten ging via een 2-parametermodel met

$$\phi(x) = \alpha_q \frac{w_* h}{q' w'_s} \text{ en } \chi = \frac{\Delta q \cdot \overline{\theta'_v w'_s} / \gamma h}{q' w'_s} \text{ als parameters. Deze methode heeft}$$

als bezwaar dat in beide parameters eenzelfde variabele voorkomt, namelijk $1/q' w'_s$. Een of twee zeer lage waarden van $\overline{q' w'_s}$, hetgeen bij André inderdaad voorkomt (experimenten te Wangara, Australië) leiden tot een grote correlatiecoëfficiënt, die op grond van de waarnemingen niet terecht is. De met deze methode gevonden constanten zijn

$$c' = 13$$

$$c_2 = -0,12 \quad \text{c.c. } [\phi(x), x] = 0,99$$

André geeft voor c_2 een waarde van 1,7 op. Deze waarde is echter bepaald uit zijn numerieke experimenten.

Om de metingen van André te kunnen vergelijken met de Cabauw-experimenten, moeten de metingen op eenzelfde manier verwerkt worden als die van Cabauw. Aangezien André geen temperatuursprongen $\Delta\theta$ geeft van zijn sonde-oplatingen, kunnen de genormaliseerde vochtfluxen alleen met uitgebreid encroachment bepaald worden. De resultaten van André waren:

$$(-\overline{\alpha_q}) = 0,60 \pm 0,61 \text{ g/kgkm}$$

$$\overline{(q' w'_s / w_* h)} = 0,026 \pm 0,017 \text{ g/kgkm}$$

$$\overline{(q' w'_h / w_* h)} = 0,064 \pm 0,103 \text{ g/kgkm}$$

$$c_1 = 5,2 \pm 0,7$$

$$c_2 = 2,2 \pm 2,4 \quad \text{c.c.m} = 0,89$$

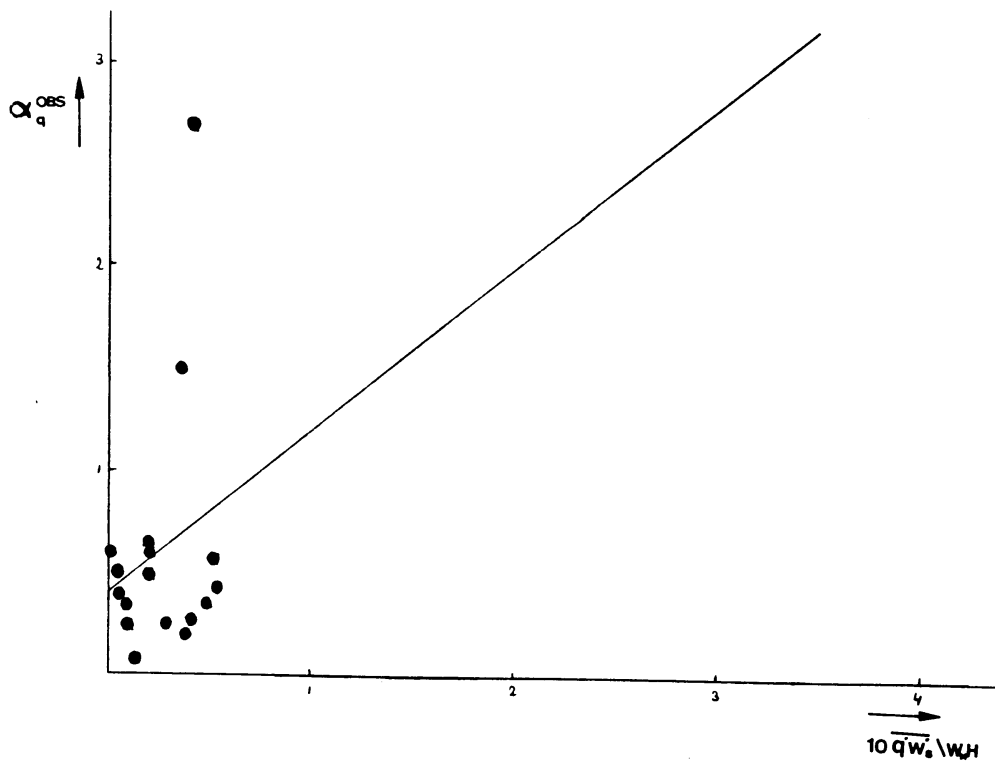
$$c_0 = 0,2 \pm 0,1$$

$$c'_1 = 5,2$$

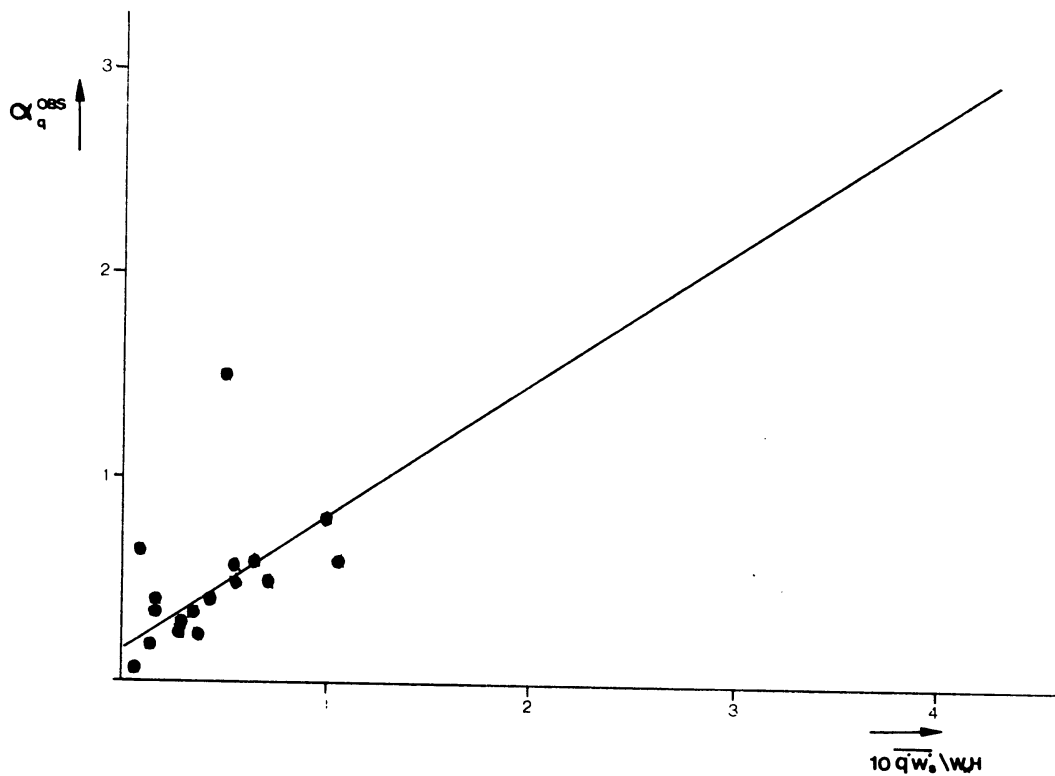
$$c'_0 = 0,3 \quad \text{c.c. } (\alpha_q, \overline{q' w'_h / w_* h}) = 0,89 ; \text{ zie figuur 5.6}$$

$$c'_2 = 8,2$$

$$c''_0 = 0,4 \quad \text{c.c. } (\alpha_q, \overline{q' w'_s / w_* h}) = 0,23 ; \text{ zie figuur 5.5.}$$



Figuur 5.5. Vergelijking α_q^{obs} en $10 \overline{q'w'_s}/w_*h$ bepaald uit experimenten van André.
 $\alpha_q = 8,2 \overline{q'w'_s}/w_*h + 0,4$ (c.c. = 0,23).



Figuur 5.6. Vergelijking α_q^{obs} en $10 \overline{q'w'_h}/w_*h$ bepaald uit experimenten van André.
 ($\partial h/\partial t$ geschat met uitgebreid encroachment: $\alpha_q = 5,2 \overline{q'w'_h}/w_*h + 0,3$
 (c.c. = 0,89).

5.3.3. Vergelijking metingen van André met de Cabauw-experimenten.

Uit de vorige hoofdstukken kunnen we een aantal conclusies trekken.

De helling van het vochtprofiel te Cabauw is redelijk gecorreleerd met de genormaliseerde fluxen aan de bodem (c.c. = 0,65). Wel moet hierbij aangetekend worden dat de correlatie sterk bepaald is door twee uitschieterende punten.

De correlatie tussen α_q en $\overline{q'w'_h}/w_*h$ te Cabauw is minimaal, indien het groeien van de menglaag geschat was met het entrainmentmodel of het uitgebreid encroachmentmodel (respectievelijk c.c. = -0,14 en c.c. = 0,09). De correlatie tussen a_q en $\overline{q'w'_h}/w_*h$ is gering indien $\partial h/\partial t$ grafisch bepaald was (c.c. = 0,23).

Uit de experimenten van André blijkt de helling van het vochtprofiel duidelijk gecorreleerd te zijn met de genormaliseerde fluxen aan de top van de grenslaag (c.c. = 0,89). Bovendien was er een geringe correlatie met de vochtfluxen onderin de grenslaag (0,23).

De vochtflux aan de top van de grenslaag is evenredig met Δq en $\partial h/\partial t$. Bij de experimenten te Cabauw was $\partial h/\partial t$ slecht bepaald en afhankelijk van de gekozen methode (I, III of IV). Op grond hiervan is het te verwachten dat er geen correlatie gevonden is tussen α_q en de genormaliseerde fluxen.

Omdat André met zijn experimenten een goede correlatie vond tussen α_q en de genormaliseerde fluxen, moet volgens het bovenstaande $\partial h/\partial t$ goed bepaald zijn.

De slechte correlatie die André vond tussen α_q en de genormaliseerde fluxen onderin de grenslaag kan verklaard worden uit het feit dat de vochtfluxen aan de bodem slecht bepaald waren (Reiff, persoonlijke mededeling).

Bij beide experimenten (Cabauw en André) zijn advection en de gemiddelde verticale bewegingen verwaarloosd. Indien deze termen van belang zouden zijn, dan zouden de resultaten van André veel slechter geweest zijn. Op grond hiervan verwachten we niet dat het verwaarlozen van advection en de gemiddelde verticale bewegingen van grote invloed is geweest op de constanten c_1 en c_2 die het vochtprofiel bepalen.

5.4. Invoeren van c_1 en c_2 in het luchtmassatransformatiemodel

Hoewel de resultaten in hoofdstuk 5.3 niet eenduidig zijn en we dus weinig hoop mogen koesteren het luchtmassatransformatiemodel op deze wijze te verbeteren, hebben we toch geprobeerd de bovenstaande resultaten in te passen. Vergelijking 3.8 is ingevoerd met

$$A: -\alpha_q = 7,5 \overline{q'w'_s} / w^*h \quad (\text{Cabauw})$$

$$\text{en } B: -\alpha_q = 9 \overline{q'w'_h} / w^*h + 1,7 \overline{q'w'_s} / w^*h$$

Op te merken valt hierbij dat:

- voor het berekenen van de genormaliseerde fluxen aan de top van de grenslaag een volledige entrainmentsnelheid is gebruikt, die rekening houdt met de gemiddelde verticale bewegingen ($\bar{w} \neq 0$).
- er rekening is gehouden met mechanische turbulentie, zodat w^* vervangen is door $\sigma_w = (w^{*3} + \alpha u^{*3})^{1/3}$, waarin $\alpha = 25$ (zie hoofdstuk 2.5) en vergelijking 4.3 door vergelijking 2.14.

De wrijvingsnelheid u^* is geschat met $G/30$ (Reiff, oktober 1982), waarin G de geostrofische wind is langs de grenslaagtrajectorie.

Zowel model A als model B is getest voor de periode van 01-07-'81 tot 30-09-'81. Om de modelresultaten te vergelijken zijn steeds de sondeoplatingen van het KNMI in de Bilt gebruikt, die om 1100 GMT opgelaten werden. 1)

Bij het vergelijken van de resultaten is gebruik gemaakt van de volgende statistische grootheden:

1) Gemiddelde systematische fout (MSE)

$$MSE = \frac{1}{N} \sum (\alpha_q^{\text{obs}} - \alpha_q^{\text{mod}})$$

1) Het model beschrijft het transport van een luchtmassa, die om 1200 GMT in De Bilt aankomt, een uur na het oplaten van de radiosonde. Om te vergelijken gebruiken we de modeluitkomst van 1100 GMT. (De luchtmassa is dan op enkele tientallen kilometers afstand van De Bilt).

en de spreiding hierin

$$\sigma_{\text{MSE}} = \left(\frac{1}{N} \sum [(\alpha_q^{\text{obs}} - \alpha_q^{\text{mod}}) - \text{MSE}]^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

2) Gemiddelde absolute fout (MAE)

$$\text{MAE} = \frac{1}{N} \sum |\alpha_q^{\text{obs}} - \alpha_q^{\text{mod}}|$$

en de spreiding hierin

$$\sigma_{\text{MAE}} = \left(\frac{1}{N} \sum [|\alpha_q^{\text{obs}} - \alpha_q^{\text{mod}}| - \text{MAE}]^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

3) De correlatiecoëfficiënt (cc) tussen de waargenomen hellingen en de modelhellingen.

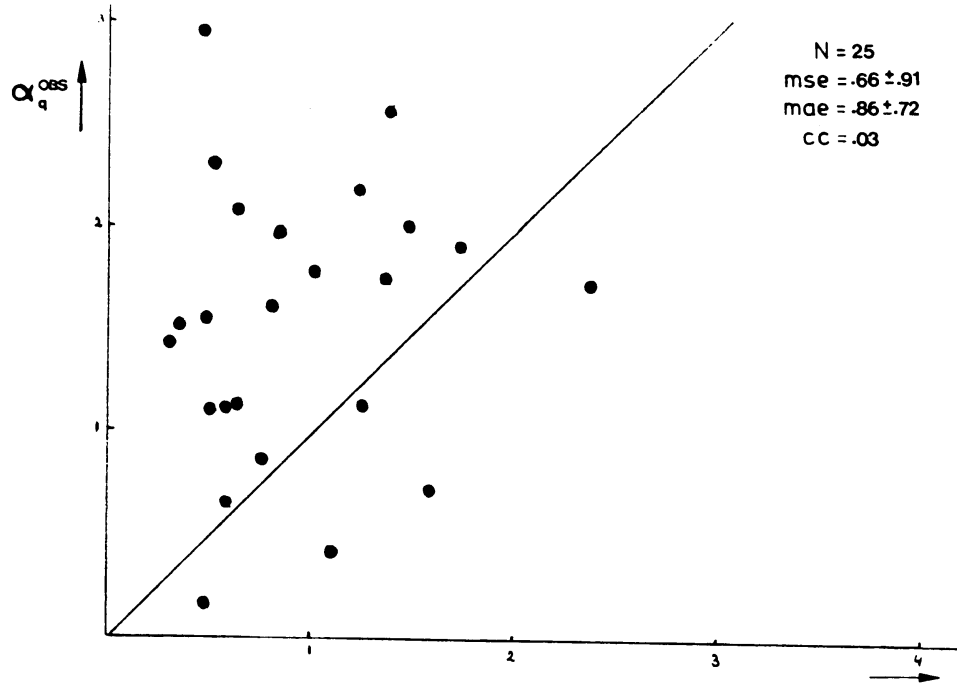
De resultaten voor model A en B staan vermeld in tabel V en figuren 5.6 en 5.7.

Tabel V. Vergelijking van modelhellingen van het vochtprofiel in het luchtmassa transformatiemodel met opgetreden hellingen om 1100 GMT te De Bilt ($N_L < 3/8$).

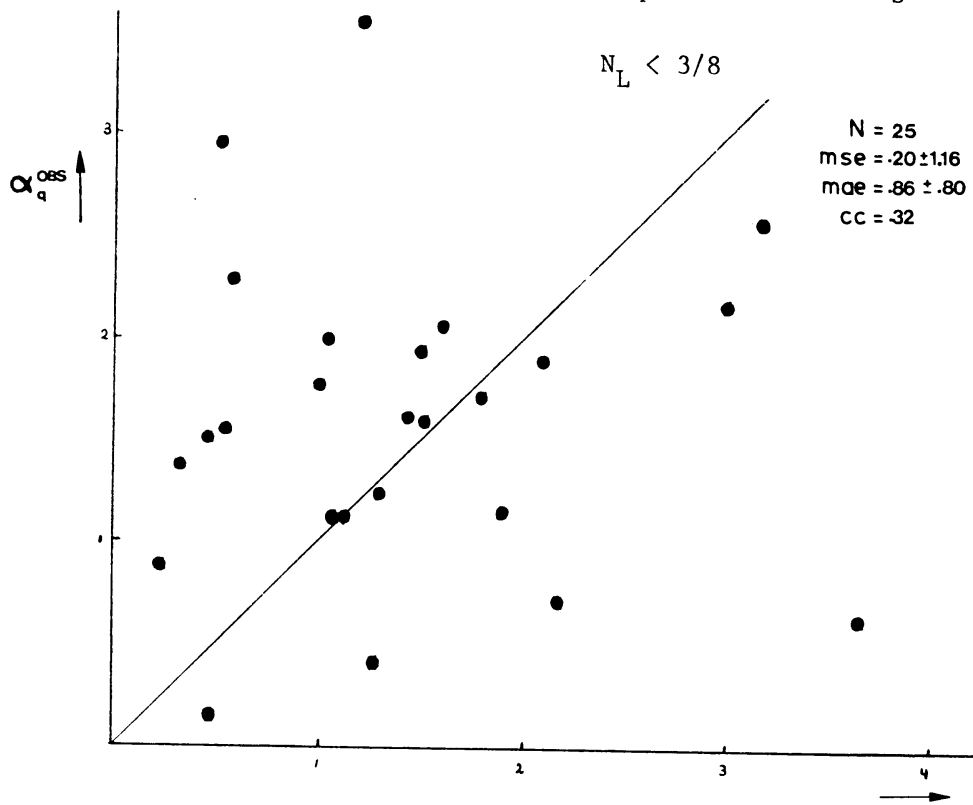
N = 25	MSE	σ_{MSE}	MAE	σ_{MAE}	c.c.
A: Cabauw					
$c_1 = 0$ en $c_2 = 7,5$	0,66	0,91	0,86	0,72	0,03
B: André					
$c_1 = 9$ en $c_2 = 1,7$	0,20	1,16	0,86	0,80	0,32

Uit het invoeren van de constanten (zowel via A als B) volgt dat de modelhellingen zeer slechte schatters zijn van de werkelijke opgetreden hellingen, waarbij opgemerkt dient te worden dat de constanten bepaald door André een betere schatting opleveren dan de constanten uit de Cabauwexperimenten. Dit blijkt uit twee zaken:

1. De correlatiecoëfficiënt tussen α_q^{mod} en α_q^{obs} was voor A (Cabauw) veel kleiner dan voor B (André).
2. De gemiddelde systematische afwijking in de schatting is voor A groter dan voor B.



Figuur 5.6 : α_q^{obs} uitgezet tegen α_q^{model} ; $\alpha_q^{model} = 7,5 \overline{q'w'_s} / w^*h$



Figuur 5.7 : α_q^{obs} uitgezet tegen α_q^{model}

$$\alpha_q^{model} = 9 \overline{q'w'_h} / w^*h + 1,7 \overline{q'w'_s} / w^*h$$

$N_L < 3/8.$

5.5. Tuning van het luchtmassatransformatiemodel

Omdat de methoden A en B beschreven in hoofdstuk 5.4 geen resultaten opleveren, is ook nog voor een andere minde fysische benadering gekozen, nl. "tuning" van het grenslaagtrajektorienmodel. Dit wil zeggen dat de constanten c_1 en c_2 zo gekozen worden dat de gemiddelde modelhelling van het vocht overeenkomt met de gemiddelde waargenomen helling van het vochtprofiel in De Bilt. De systematische fout is gelijk aan nul gekozen. Het vinden van de constanten met deze methode is een proces van "trial and error", waarbij over de constanten een aanname gedaan moet worden, wil het zoeken resultaat opleveren. De twee aannames waarvoor gekozen is, zijn:

- 1) leg een constante vast en bepaal de andere met het model;
- 2) beide constanten zijn aan elkaar gelijk. Fysisch betekent dit dat de processen van turbulente menging van het vocht onderin de menglaag gelijk verondersteld worden aan de mengprocessen bovenin de grenslaag

$$\alpha_q = C \left(\frac{\overline{q'w's}}{\sigma_w h} + \frac{\overline{q'w'h}}{\sigma_w h} \right)$$

De eerste aanname is gebaseerd op de resultaten in Cabauw. De constante $c_1 = 0$ wordt vastgelegd. Na tuning van het model volgt voor de andere constante: $c_2 = 12,5$.

Uit de aanname dat $c_1 = c_2$ volgt na tuning $c_1 = 6,4$ $c_2 = 6,4$.

De resultaten zijn op eenzelfde manier verwerkt als beschreven in hoofdstuk 5.4 en staan vermeld in tabel VI.

Tabel VI: Vergelijking van modelhellingen van het vochtprofiel met opgetreden hellingen om 1100 GMT te De Bilt. ($N_L < 3/8$).

	MSE	σ_{MSE}	MAE	σ_{MAE}	c.c.
$c_1 = 0$					
$c_2 = 12,5$	0,0	1,1	0,9	0,7	0,04
$c_1 = 6,4$					
$c_2 = 6,4$	0,0	1,1	0,8	0,7	0,06

Tuning leverde dus geen enkel resultaat op.

6. Samenvatting en conclusies.

Dit rapport beschrijft het onderzoek naar de menging van vocht in de convectieve grenslaag. De specifieke vochtigheid blijkt in de grenslaag namelijk niet volledig gemengd te zijn maar af te nemen met de hoogte. In dit verslag wordt een theoretische afleiding afgeleid. Dit leidt tot een model waarin de helling van het vochtprofiel (α_q) bepaald wordt door de vochtfluxen onderin en bovenin de grenslaag en door de mate van turbulente menging. Er is geprobeerd met behulp van experimenten de relatie tussen de vochtfluxen en de mate van turbulente menging enerzijds en de helling van het vochtprofiel anderzijds vast te leggen.

Naar de menging van vocht in de convectieve grenslaag is al eerder onderzoek gedaan door André (1979), waarin geconcludeerd werd dat de helling van het vochtprofiel voornamelijk bepaald werd door de vochtflux aan de top van de grenslaag.

Uit ons onderzoek kunnen we de volgende conclusies trekken:

1. Op grond van de experimenten gedaan te Cabauw kunnen we zeggen dat de helling van het vochtprofiel te Cabauw redelijk gecorreleerd is met de vochtfluxen aan de bodem (c.c. = 0,65).
2. De helling van het vochtprofiel te Cabauw is slecht gecorreleerd met de vochtflux aan de top van de grenslaag. Deze vochtflux wordt echter zeer onnauwkeurig bepaald, omdat de groei van de grenslaag ($\partial h/\partial t$), waarmee deze flux rechtevenredig is, slecht te schatten is (Fouten van 100% in de schatting zijn mogelijk).
3. Uit de experimenten van André (1979) volgde een tegenovergesteld resultaat. Er werd juist een goede correlatie gevonden tussen de helling van het vochtprofiel en de vochtflux aan de top van de grenslaag en een slechte correlatie tussen α_q en de vochtflux aan de bodem. Dit laatste is niet verwonderlijk, daar de vochtfluxen aan de bodem door André slecht bepaald zijn. Om een goede correlatie tussen α_q en de vochtflux aan de top van de grenslaag te krijgen moet André $\partial h/\partial t$ goed bepaald hebben.
4. Wij hebben op drie manieren $\partial h/\partial t$ bepaald namelijk grafisch uit opeenvolgende sondeoplating en m.b.v. schattingen via de uitgebreide encroachmentmethode en de entrainmentmethode. De gebruikte methodes leiden allen drie tot een slechte correlatie tussen α_q en de vochtflux aan de top van de grenslaag.

Onder de omstandigheden van Cabauw, sterk convectieve omstandigheden, variëren de grenslaagparameters ook sterk met de plaats (over honderden meters), waardoor de metingen van de grenslaagparameters, die het groeien van de grenslaag bepalen nl. de menglaaghoogte en de vochtsprong aan de top van de grenslaag, niet geheel representatief zijn voor een "ensemble gemiddelde" parameter.

Ons is niet duidelijk geworden waarom André, die $\partial h/\partial t$ via encroachment heeft bepaald, wel goede correlaties vindt tussen $\partial h/\partial t$ en α_q .

5. Omdat uit de Cabauwmetingen geen goede correlaties tussen de helling van het vochtprofiel en de vochtfluxen aan top en onderkant van de grenslaag gevonden werden (de "redelijke correlatie" aan de bodem berustte slechts op twee "uitschieters") mocht worden verwacht, dat ook in het luchtmassatransformatie-model geen verbetering op zou treden, door de "op Cabauwmateriaal" afgeleide parameters in het luchtmassatransformatiemodel te gebruiken. Dit bleek inderdaad het geval te zijn: De correlatie tussen de opgetreden hellingen α in de zomer van 1981 en de vochtfluxen aan top en bodem waren gering, hoewel aan de top iets groter (c.c. = .32) dan aan de bodem (c.c. = .03).

- André, J.C. et al., 1979: Sur la distribution verticale de l'humidité dans une couche limite convective. J. Rech. Atmos., 13, 135-146.
- Box, G.E., Hunter, W.G., J.S. Hunter, 1978: Statistics for experiments. An introduction to design, data analysis and modelbuilding, Part IV. Wiley and Sons, New York, 653 pp.
- Buishand, T.A. en C.A. Velds, 1980a: Neerslag en verdamping, Koninklijk Nederlands Meteorologisch Instituut, De Bilt.
- Busch, N.E., 1973: On the mechanics of turbulence. In: Workshop on micro-meteorology, Ed. D.A. Haugen. Am. Meteor. Soc., Boston 1-19.
- Businger, J.A., 1981: Equations and concepts. In: Atmospheric turbulence and air pollution modelling, Ed. F.T.M. Nieuwstadt and H. van Dop, Reidel, Dordrecht.
- De Bruin, H.A.R. en A.A.M. Holtslag, 1982: A simple parametrization of the surface fluxes of sensible and latent heat during daytime compared with the Penmann-Monteith concept. J. Appl. Meteor., 21, 1610-1621.
- Driedonks, A.G.M., 1981: Dynamics of the well-mixed atmospheric boundary-layer. Proefschrift, Koninklijk Nederlands Meteorologisch Instituut, De Bilt, pp 189.
- Haltiner, G.J. and F.L. Martin, 1957: Dynamical and physical meteorology. Mc Graw - Hill Book Company.
- Holton, J.R., 1973: An introduction to dynamic meteorology. Academic Press, New York.
- Holtslag, A.A.M. en A.P. van Ulden, 1983: A simple scheme for daytime estimates of the surface fluxes from routine weatherdata. J. clim. and appl. meteor., 22, 517-529.

- Kantha, L.H. et al., 1977: On turbulent entrainment at a stable density interface. J. Fluid Mech., 79, 753-768.
- Reiff, J. et al., oktober 1982: An airmass transformation model for short-range weather forecasting. Part I: The model, Memorandum, DM-82-24, KNMI, 29 pp. (Unpublished).
- Reiff, J. et al., november 1982: An airmass transformation model for short-range weather forecasting. Part II: Model performance, the influence of advection and detailed analysis, Memorandum, DM-82-25, KNMI, 35 pp. (Unpublished)
- Stull, R.B., 1976: Mixed-layer depth model based on turbulent energetics. J. Atmos. Sci., 33, 1260-1267.
- Tennekes, H., 1973: A model for the dynamics of the inversion above a convective boundary layer. J. Atmos. Sci., 30, 558-567.
- Tennekes, H., 1981: Similarity relations, scaling laws and spectral dynamics. In: Atmospheric turbulence and airpollution modelling. Ed. F.T.M. Nieuwstadt and H. van Dop, Royal Netherlands Meteorological Institute, De Bilt, 37-68.
- Tennekes, H. and A.G.M. Driedonks, 1981: Basic entrainment equations for the atmospheric boundary layer. Boundary Layer Meteorology, 20, 515-531.

Appendix A. Navier-Stokesvergelijkingen.

Bij het ontwikkelen van het sprongmodel in de convectieve grenslaag is gebruik gemaakt van de basisvergelijkingen in de meteorologie, de Navier-Stokesvergelijkingen (Businger, 1981). In deze Appendix wordt eerst een samenvatting van deze vergelijkingen gegeven. In het tweede gedeelte van de Appendix worden deze vergelijkingen met behulp van een aantal benaderingen, de zgn. Boussinesq benaderingen, vereenvoudigd en omgeschreven in een vergelijking voor gemiddelde waarden en een vergelijking van de fluktuaties om het gemiddelde.

Navier-Stokesvergelijkingen:

$$\text{Continuïteitsvergelijking: } \frac{\partial}{\partial t} \rho + \frac{\partial}{\partial x_i} \rho u_i = 0 \quad \text{A1}$$

Toestandsvergelijking

$$\text{voor een gas: } \bar{p} = R \bar{\rho} \bar{T} \quad \text{A2}$$

Behoud van impuls:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho u_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \rho u_j u_i = - \frac{\partial}{\partial x_i} \bar{p} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \left(-2/3 \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \cdot \delta_{ij} \right) \right) + \rho g_i - 2\rho \epsilon_{ijn} \Omega_j u_n \quad \text{A3}$$

Behoud van enthalpie:

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{\theta} + \frac{\partial}{\partial x_i} \bar{\theta} u_i = K \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \bar{\theta} - \frac{1}{\rho c_p} \cdot \frac{\partial R \bar{\rho} u_i}{\partial x_i} + Q \quad \text{A4}$$

Behoud van vocht:

$$\frac{\partial}{\partial t} q + \frac{\partial}{\partial x_i} q u_i = K_q \cdot \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} q \quad \text{A5}$$

De benaderde vergelijkingen voor de turbulente grenslaag

In dit gedeelte van de Appendix worden een aantal benaderingen gebruikt die leiden tot de Boussinesq-vergelijkingen. Tevens wordt gebruik gemaakt van het feit dat we met een turbulente stroming te maken hebben waarin veelal diffusie door moleculaire effecten verwaarloosbaar klein is t.o.v. diffusie door turbulentie.

Allereerst gaan we uit van een referentie-toestand van een gas met dichtheid ρ_0 , temperatuur T_0 en druk p_0 . Daarvan beschouwen we kleine afwijkingen ρ , T en p in de vorm van een gemiddelde + een fluktuatie.

$$\text{Dus: } \rho = \rho_0 + \rho = \rho_0 + \bar{\rho} + \rho'$$

Het gemiddelde van een fluktuatie is 0. Er geldt dus $\overline{\rho'} = 0$.

Bovendien geldt: $\overline{\theta u_i} = \overline{\theta u_i} + \overline{\theta' u'}$

Ook moet, als we een vochtige atmosfeer beschrijven, de toestandsvergelijking in feite geschreven worden als:

$$\underline{P} = \underline{\rho} \underline{R} \underline{T} \quad A6$$

met nog steeds R de gasconstante voor droge lucht, maar nu wordt i.p.v. de temperatuur, de virtuele temperatuur gebruikt die als volgt gedefinieerd is:

$$\underline{T}_v = \underline{T}(1 + 0,61 \underline{q}) = \underline{T}_{v,o} + \underline{T}_v \quad A7$$

Voor de virtuele potentiële temperatuur $\underline{\theta}_v = \underline{\theta}(1 + 0,61 \underline{q})$ geldt ook $\underline{\theta}_v = \underline{\theta}_{v,o} + \underline{\theta}_v$.

De volgende benaderingen zijn gebruikt, die in het algemeen in de atmosferische grenslaag geldig zijn:

- a.- μ en κ zijn constanten.
- $P/P_o \ll \rho/\rho_o$; $P/P_o \ll T_v/T_{v,o}$; ρ/ρ_o en $T_v/T_{v,o} \ll 1$
 - De verticale schaal van beweging is veel kleiner dan de schaalhoogte van de atmosfeer ($= (\frac{1}{\rho_o} \frac{\partial \rho_o}{\partial z})^{-1} \approx 10$ km). Voor verdere toelichting op deze benaderingen verwijs ik naar Busch, N.E., 1973.
- b. In de vergelijking voor de gemiddelde stroming kunnen we de moleculaire termen verwaarlozen t.o.v. de andere termen.
- Verder verwaarlozen we condensatie en stralingsdivergentie (dit laatste is voor de atmosferische grenslaag zonder bewolking geoorloofd, het eerste is een beperking van het model).

Met behulp van bovengenoemde benaderingen krijgen we als vergelijkingen van de gemiddelde en de fluktuaties uit A1 t/m A5.

Continuïteitsvergelijking: $\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0$, en $\frac{\partial u_i'}{\partial x_i} = 0$ A.8

Toestandsvergelijking voor een gas:

$$\text{Deze wordt nu} \quad \bar{\rho}/\rho_o = -\bar{\theta}_v/\theta_{vo} \quad \text{en} \quad \rho'/\rho_o = -\theta'_v/\theta_{v,o}, \quad \text{A.9}$$

waarbij $\theta_{vo} = \theta_o$ (q_o is 0 genomen)

$$\theta_v = \bar{\theta}_v + \theta'_v = \theta + 0,61 \theta_o q = \bar{\theta} + 0,61 \theta_o \bar{q} + \theta' + 0,61 \theta_o q' \quad \text{A.10}$$

Behoud van impuls:

Deze gaat over in:

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_o} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + g_i \frac{\bar{\rho}}{\rho_o} - \frac{\partial}{\partial x_j} (u'_i u'_j) - 2\epsilon_{ijk} \Omega_j \bar{U}_n \quad \text{en}$$

$$\frac{\partial u'_i}{\partial t} + u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \bar{U}_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_o} \frac{\partial P'}{\partial x_i} - g_i \frac{\theta'_v}{\theta_o} + \nu \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} u'_i + \frac{\partial}{\partial x_j} (u'_i u'_j) \quad \text{A.11}$$

Behoud van enthalpie:

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\theta}' u'_j) \quad \text{en}$$

$$\frac{\partial \theta'}{\partial t} + u'_j \frac{\partial \theta'}{\partial x_j} + \bar{U}_j \frac{\partial \theta'}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial \theta'}{\partial x_j} = \kappa \frac{\partial^2 \theta'}{\partial x_j^2} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\theta' u'_j) \quad \text{A.12}$$

Behoud van vocht:

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{q}}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{q}' u'_j) \quad \text{en}$$

$$\frac{\partial q'}{\partial t} + u'_j \frac{\partial q'}{\partial x_j} + \bar{U}_j \frac{\partial q'}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial q'}{\partial x_j} = -\kappa_q \frac{\partial^2 q'}{\partial x_j^2} + \frac{\partial}{\partial x_j} (q' u'_j) \quad \text{A.13}$$

Vergelijking A.12 en A.13 kunnen samengevat worden tot een vergelijking voor θ_v door A.13 met $0,61\theta_o$ te vermenigvuldigen en op te tellen bij A.12. In A.12 kan dan θ door θ_v vervangen worden.

Appendix B. Afleiding van de modelvergelijkingen voor de convectieve grenslaag.

Bij het afleiden van de vergelijkingen, die het thermodynamische gedrag van de convectieve grenslaag beschrijven, zijn de vergelijkingen A.12 en A.13, die het behoud van enthalpie en vocht beschrijven van groot belang. We gebruiken hiervan de gemiddelde vergelijkingen.

Als aannames bij de afleidingen stellen we dat de stroming bij benadering homogeen is, zodat $\bar{U} \partial/\partial x$, $\bar{V} \partial/\partial y \ll \bar{W} \partial/\partial z$. De gemiddelde verticale bewegingen worden niet gelijk aan nul gesteld de horizontale advection wel. Op grond hiervan geldt $\frac{dh}{dt} = \frac{\partial h}{\partial t}$. We veronderstellen adiabatische menging. Bovenaan de menglaag is er een sprong in de temperatuur $\Delta\theta$ en het vocht Δq over een laagje met dikte ϵ .

Bij de afleidingen wordt veel gebruik gemaakt van de Leibnitzregel

$$\partial/\partial t \int_0^h \theta \partial z = \int_0^h \frac{\partial \theta}{\partial t} \partial z + \theta_h \frac{\partial h}{\partial t} \quad \text{B.1}$$

Alle variabelen worden in de loop van dit verhaal afgeleid als gemiddelden.

Integratie van de gemiddelde vergelijking voor behoud van enthalpie levert

$$\int_0^h \frac{\partial \theta}{\partial t} dz + \int_0^h \bar{W} \frac{\partial \theta}{\partial z} dz = \overline{\theta'w'}_s - \overline{\theta'w'}_h. \quad (1) \quad \text{B.2}$$

Gebruik makend van B.1 en van het feit dat $\partial\theta/\partial z = 0$ in de menglaag krijgen we dan

$$\frac{\partial \theta_m}{\partial t} = \frac{\overline{\theta'w'}_s - \overline{\theta'w'}_h}{h} \quad \text{B.3}$$

Hierin is θ_m de potentiële temperatuur van de menglaag (die overal in de menglaag hetzelfde is).

Uit de vergelijking voor het behoud van vocht volgt na integratie

$$\frac{\partial q_m}{\partial t} = \frac{\overline{q'w'}_s - \overline{q'w'}_h}{h} \quad \text{B.4}$$

(1) de index "s" staat voor surface.

Een tweede paar vergelijkingen, voor $\Delta\theta$ en Δq , wordt als volgt verkregen: bekijk een punt dat zich net boven de menglaag bevindt op hoogte $z = h + \epsilon$, waarbij h alleen afhangt van de tijd (niet meer van x en y , geen horizontale advection). Dit punt beweegt mee met de menglaaghoogte (blijft een hoogte ϵ boven de menglaag). De temperatuur in dit punt is als volgt gedefinieerd

$$\theta_+(t) = \theta(t, z = h(t) + \epsilon) \quad \text{B.5}$$

De temperatuursverandering in dit meebewegende punt is

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_+ = \left(\frac{\partial\theta}{\partial t}\right)_{z = h(t) + \epsilon} + \left(\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)_t \cdot \frac{dz}{dt} \quad \text{B.6}$$

Dit kan geschreven worden als

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_+ = \left(\frac{\partial\theta}{\partial t}\right)_+ + w_+ \left(\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)_+ + \left(\frac{\partial\theta}{\partial z}\right)_+ \left(\frac{\partial h}{\partial t} - w_+\right) \quad \text{B.7}$$

Voor de potentiële temperatuur vlak onder de menglaaghoogte geldt (potentiële temperatuur onafhankelijk van z)

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_- = \left(\frac{\partial\theta}{\partial t}\right)_- = \left(\frac{\partial\theta}{\partial t}\right)_m \quad \text{B.8}$$

Nu is $(\partial\theta/\partial t)_+ + w_+ (\partial\theta/\partial z)_+ = 0$ (geen fluxen boven de menglaag). Bovendien is de windcontinue met de hoogte zodat we voor $\epsilon \rightarrow 0$ de volgende vergelijking krijgen

$$\frac{d\Delta\theta}{dt} = \gamma_\theta \left(\frac{\partial h}{\partial t} - w_h\right) - \left(\frac{\partial\theta}{\partial t}\right)_m \quad \text{B.9}$$

Voor de vochtsprong geldt

$$\frac{d\Delta q}{dt} = \gamma_q \left(\frac{\partial h}{\partial t} - w_h\right) - \left(\frac{\partial q}{\partial t}\right)_m \quad \text{B.10}$$

Hierin zijn γ_θ en γ_q respectievelijk de gradiënten van de potentiële temperatuur en vocht boven de menglaag.

Een derde paar vergelijkingen kunnen we ook m.b.v. de gemiddelde vergelijkingen voor behoud van enthalpie en vocht afleiden. Integratie van deze vergelijkingen over de spronglaag met dikte 2ϵ (zie fig. B.I) levert

$$\int_{h-\epsilon}^{h+\epsilon} \frac{\partial \theta}{\partial t} \cdot dz + \int_{h-\epsilon}^{h+\epsilon} \frac{W \partial \theta}{\partial z} \cdot dz = \overline{\theta' w'}_{h-\epsilon} + \overline{\theta' w'}_{h+\epsilon} \quad \text{B.11}$$

Er geldt dat er geen fluxen boven de menglaag zijn. Bovendien wordt gesteld dat de fluxen vlak onder de menglaaghoogte gelijk zijn aan die op de menglaaghoogte.

M.b.v. de Leibnitzregel en de wetenschap dat $\int_{h-\epsilon}^{h+\epsilon} \theta dz$ gelijk is aan de som van de drie oppervlakken van fig. B.I. volgt dan

$$\partial/\partial t \{2\epsilon \cdot \theta + \Delta \theta \cdot \epsilon + \frac{1}{2} \gamma_{\theta} \epsilon^2\} - \theta_{h+\epsilon} \frac{\partial h}{\partial t} + \theta_{h-\epsilon} \frac{\partial h}{\partial t} = \overline{\theta' w'}_h - \int_{h-\epsilon}^{h+\epsilon} W \frac{\partial \theta}{\partial z} \cdot dz \quad \text{B.12}$$

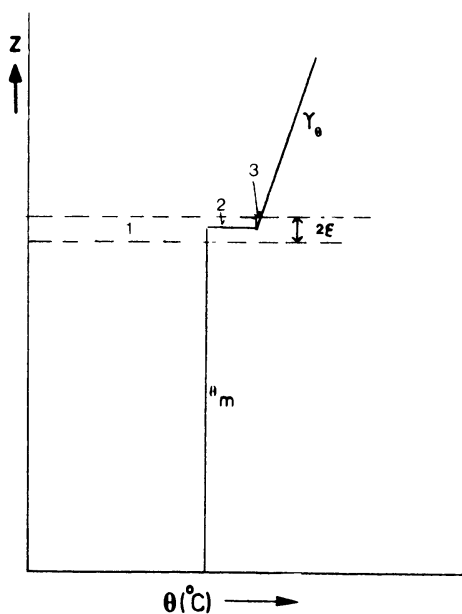


Fig. B.I. Profiel van de potentiële temperatuur in het menglaagmodel. Bij de berekening van de integraal over de spronglaag zijn de oppervlakten 1, 2 en 3 van belang.

Als nu uiteindelijk de limiet van $\epsilon \rightarrow 0$ wordt genomen (spronglaag oneindig klein) dan volgt hieruit het derde paar vergelijkingen

$$\Delta \theta \left(\frac{\partial h}{\partial t} - w_h \right) = -\overline{\theta' w'}_h \quad \text{B.13}$$

$$\Delta q \left(\frac{\partial h}{\partial t} - w_h \right) = -\overline{q' w'}_h \quad \text{B.14}$$

In dit stelsel vergelijkingen wordt gebruik gemaakt van de potentiële temperatuur θ . Later zal blijken bij de afleiding van de vergelijking die nodig is om het stelsel sluitend te maken dat het handiger is de potentiële temperatuur te vervangen door de virtuele potentiële temperatuur (zie Appendix A). Als we nu de vergelijkingen waarin het vocht voorkomt met $0,61.T_0$ vermenigvuldigen en optellen bij de vergelijkingen voor potentiële temperatuur dan wordt het uiteindelijk stelsel weergegeven door de volgende vergelijkingen

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial t}\right)_m = \frac{\overline{\theta'_v w'_s} - \overline{\theta'_v w'_h}}{h} \quad \text{B.15}$$

$$\frac{d\Delta\theta}{dt}_v = \gamma_{\theta,v} \left(\frac{\partial h}{\partial t} - w_h\right) - \left(\frac{\partial \theta}{\partial t}\right)_m \quad \text{B.16}$$

en $\overline{\theta'_v w'_h} = \Delta\theta_v \left(\frac{\partial h}{\partial t} - w_h\right) \quad \text{B.17}$

Appendix C. Methode voor de berekening van de bodemfluxen.

Om de voelbare en latente warmtestroom te berekenen zijn er twee vergelijkingen nodig. De eerste vergelijking (uit Holtslag 1982) gaat uit van behoud van energie aan het aardoppervlak

$$Q^* + H + LE + G = 0 \quad \text{C.1}$$

In deze vergelijking is Q^* de nettostraling. Deze wordt in Cabauw bepaald met een Funk-stralingsmeter. De bodemwarmtestroom G is direkt bepaald uit temperatuurmetingen in de bodem. Een goede benadering om G te bepalen is een schatting via $G = 0,1Q^*$ (De Bruin, 1982). We kunnen nu $H + LE$ berekenen.

Een tweede vergelijking beschrijft de verhouding tussen H en LE . Dit is de Bowenverhouding B . Als we aannemen dat bij het oppervlak de relatie tussen de fluxen en gradiënten van vocht en temperatuur door eenzelfde eddiediffusie constante K wordt bepaald dan geldt (Buishand 1980a)

$$B = H/LE \approx C_p / L_i \frac{\Delta T_d}{\Delta q} \quad \text{C.2}$$

Hieruit volgt dat de Bowenverhouding evenredig is met de verhouding tussen de vocht- en temperatuurgradiënten nabij de grond. In Cabauw zijn ΔT_d en ΔT_w (verschil in droge- en natteboltemperatuur) bepaald. Om nu B te berekenen moet er een omrekening van Δq naar ΔT_w plaatsvinden. Met behulp van de psychrometerformule zoals o.a. beschreven in Buishand (1980b) en de Clausius-Clapeyron vergelijking zoals die beschreven staat door Haltiner (1957) volgt:

$$B = \left[\frac{s + \gamma}{\gamma} \cdot \frac{\Delta T_w}{\Delta T_d} - 1 \right]^{-1} \quad \text{C.3}$$

waarin $s = \left(\frac{\partial q_{sa}}{\partial T} \right)$ en $\gamma = \frac{C_p}{L}$

$$\left(\frac{\partial q_s}{\partial T} \right) = q_{sa} \frac{L_{1v}}{R_v T^2} \quad \text{C.4}$$

Uit experimenten (Driedonks, persoonlijke mededeling) is bepaald dat

$$\frac{\partial q_{sa}}{\partial T} = q_{sa}(T_w) \cdot \frac{4098}{(237,3 + T_w)^2} \quad \text{C.5}$$

en

$$q_{sa}(T_w) = 6,16 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{\left(\frac{7,5T_w}{(237,3 + T_w)} + 0,78571\right)} \quad \text{C.6}$$

Hierin staat T_w in graden Celcius.