KONINKLIJK NEDERLANDS
METEOROLOGISCH INSTITUUT

WETENSCHAPPELIJK RAPPORT

SCIENTIFIC REPORT

W.R. 83 - 5

T.A. Buishand

De kansverdeling van D-uurlijkse neerslagsommen (D = 1, 2, 4, 6, 12, 24 of 48) in Nederland

De Bilt, 1983

Publikatienummer: K.N.M.I. W.R. 83 - 5

Koninklijk Nederlands Meteorologisch Instituut
Fysisch Meteorologisch Onderzoek
Postbus 201
3730 AE De Bilt
Nederland

U.D.C.: 551.582 (492):
551.577.22 :
551.501.777

T.A. Buishand (1983): "The distribution of D-hour precipitation amounts
(D = 1, 2, 4, 6, 12, 24 or 48) in The Netherlands"
Royal Netherlands Meteorological Institute (K.N.M.I.), Sci. Rep. W.R. 83-5

Abstract

This publication deals with the distribution of precipitation amounts over D-hour intervals. The emphasis is on low return period events, i.e. events with a frequency between 10 times per year and once in 5 years. Besides the annual distribution of precipitation events attention is also paid to seasonal distributions. The following seasons are considered:

- the hydrological winter (1 Oct. - 31 Mar.),
- the hydrological summer (1 Apr. - 30 Sept.),
- the climatological winter (1 Dec. - 28 or 29 Febr.),
- the climatological spring (1 Mar. - 31 May),
- the climatological summer (1 June - 31 Aug.),
- the climatological autumn (1 Sept.- 30 Nov.).

A partial duration series of precipitation maxima was formed for each duration D of interest in the following way. Let $M_D(1)$, $M_D(2)$, $M_D(3)$,.... be a sequence of precipitation amounts over D-hour intervals with a (D-1)-hour overlap. Then only those values $M_D(k)$ were considered for which:

$$M_D(k) > M_D(k-1),\ M_D(k-2),\ldots,\ M_D(k-T+1)$$
$$M_D(k) \geqslant M_D(k+1),\ M_D(k+2),\ldots,\ M_D(k+T-1)$$

where T = max(10,D). Because of these conditions there is no overlap between successive events in the partial duration series and the maxima are always separated by an interval of at least 10 hours. This last condition has been imposed to exclude the possibility that long intensive rains give rise to many events in the partial duration series of e.g. 1 hour amounts. Selecting the maxima in this way gives a satisfactory reduction of persistence. For low thresholds it is shown that the distribution of the annual number of exceedances deviates only slightly from a Poisson distribution, indicating

that there is only weak persistence.

Appendix 1 gives sample quantiles of the rainfall distribution for the following five synoptic stations:

- De Kooy (52°55'N, 4°47'E),
- Eelde (53°08'N, 6°35'E),
- De Bilt (52°06'N, 5°11'E),
- Vlissingen (51°27'N, 3°36'E),
- Beek (50°55'N, 5°46'E).

These quantile estimates are based on hourly data for the 20-year period 1961-1980.

For the five stations used in this study there are only small differences between the quantiles of the rainfall distribution. It is often permitted to use a kind of average value instead of the value from a single station. Appendix 2 gives the sample median (middle value) of the five quantile estimates of the above-mentioned stations. In most cases the values for the individual stations do not deviate more than 10% from this average value. An exception has to be made, however, for seasonal values for the station De Kooy, which often deviate 10 to 15% from the values in Appendix 2, due to a coastal effect.

For the annual and biannual (hydrological winter and summer) periods, comparisons have been made with values from other publications. For the annual distribution there is a nice correspondence between the estimated quantiles given here and estimates based on precipitation data for other periods. The poorest correspondence with estimates from other publications is found for the hydrological winter season. The quantile estimates for this season given here are sometimes considerably larger than the values based on data for a longer period.

DE KANSVERDELING VAN D-UURLIJKSE NEERSLAGSOMMEN (D = 1, 2, 4, 6, 12, 24 OF 48) IN NEDERLAND

T.A. Buishand

Inhoud

Appendices

1. Inleiding

In de loop der jaren is bij het ontwerpen van civieltechnische en cultuurtechnische werken veelal nuttig gebruik gemaakt van tabellen of grafieken met informatie over de kansverdeling van de hoeveelheid neerslag. Deze informatie heeft vaak betrekking op neerslagcijfers van De Bilt. Eén van de oorzaken hiervan is dat men tot voor kort alleen voor dit station over een voldoend lang geachte reeks van pluviograafgegevens beschikte.

Tegen het einde van de jaren vijftig zijn ook op de stations Den Helder (vanaf aug. 1972 De Kooy), Eelde, Vlissingen en Beek (Vliegveld Zuid-Limburg) pluviografen geïnstalleerd. Van deze pluviografen zijn de uursommen op magneetband vastgelegd. Hierdoor is het thans mogelijk om voor een vijftal stations tabellen met de kansverdeling van D-uurlijkse sommen te geven, die gebaseerd zijn op neerslaggegevens over een tijdvak van ongeveer 20 jaren. In deze publikatie worden deze tabellen gepresenteerd voor het tijdvak 1961-1980 en wordt ingegaan op de vraag of deze 20 jaren representatief zijn voor een veel langere periode.

Statistische informatie over de verdeling van D-uurlijkse sommen kan op verschillende wijzen worden gepresenteerd. Voor hydrologische toepassingen gaat men vaak uit van een kansverdeling van neerslagpieken boven een drempelwaarde (de zgn. 'partial duration series' of 'peak over threshold series') of van een kansverdeling van extreme waarden. De keuze van de statistische informatie in deze vorm vloeit voort uit het feit dat men in dit vakgebied gewend is te denken in termen als het gemiddelde aantal overstortingen per jaar (rioleringen) of de afvoerpiek die gemiddeld eens in de zoveel jaar wordt overschreden.

In een 'partial duration series' beschouwt men slechts de neerslaghoeveelheden voor een bepaalde duur die een gegeven drempelwaarde s overschrijden, zie fig. 1. Deze drempelwaarde wordt veelal zodanig gekozen dat men een vooraf bepaald gemiddeld aantal overschrijdingen per jaar (of seizoen) krijgt. Soms is het nodig een aantal neerslagpieken buiten beschouwing te laten om de persistentie te reduceren. Dat wil zeggen men moet de neerslagpieken boven het basisniveau zodanig kiezen dat deze niet te veel in groepjes bij elkaar liggen.

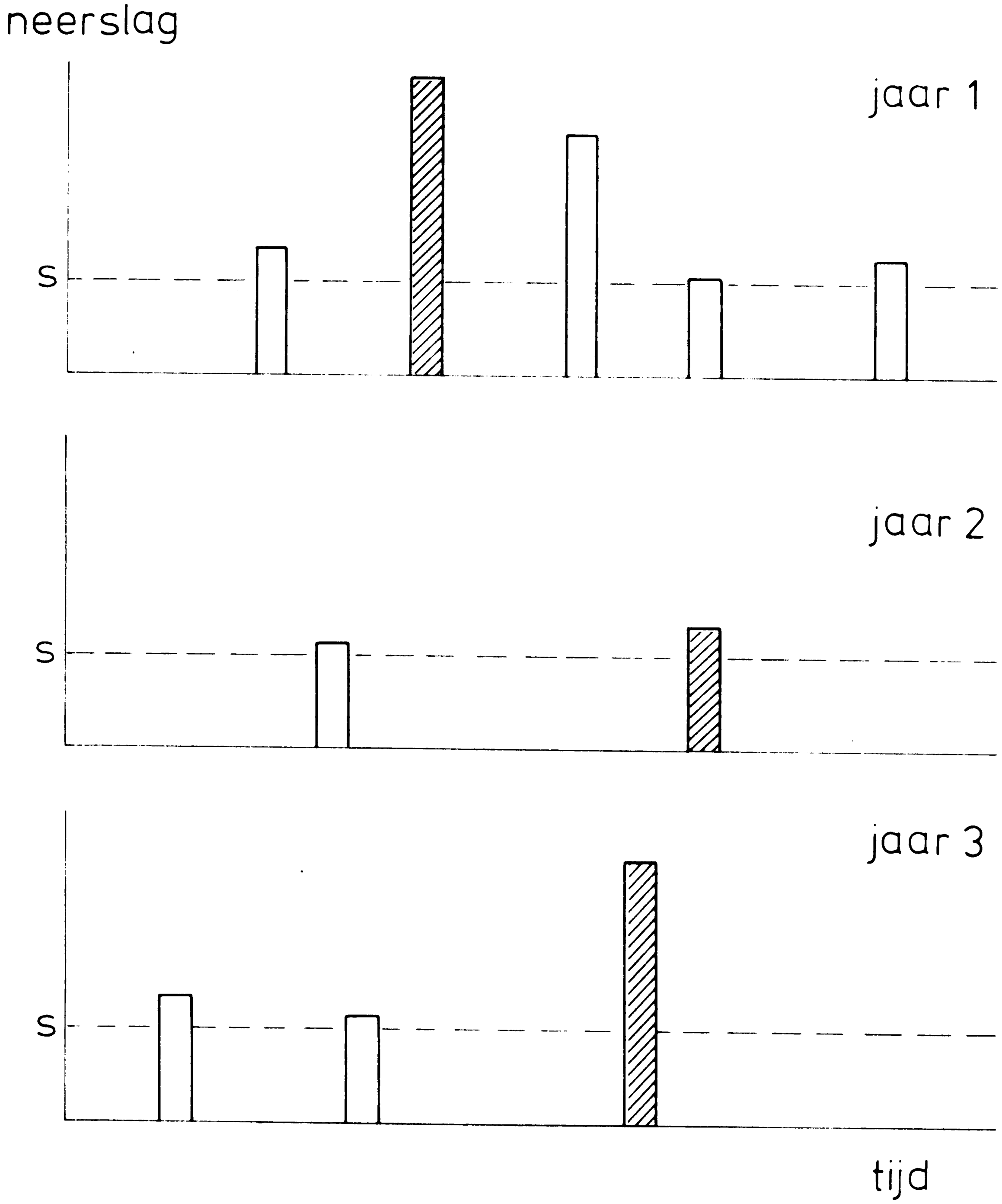

Fig. 1. Neerslaghoeveelheden in een partiële reeks ('partial duration series') voor drie opeenvolgende jaren. Het niveau s geeft het basisniveau aan. Neerslaghoeveelheden boven dit basisniveau worden zodanig geselecteerd dat er geen of nauwelijks enige persistentie is in de opeenvolging van de verschillende overschrijdingen. De jaarmaxima zijn gearceerd.

De term 'partial duration series' is afkomstig van het feit dat men zich slechts beperkt tot een deel van de informatie van de 'complete duration series'. In navolging tot het Duitse 'Partielle Serie' zullen we hiervoor de term partiële reeks gebruiken.

Bij een kansverdeling van extreme waarden neemt men slechts de hoogste waarde in een bepaald jaar (of seizoen). De kansverdeling van dit soort extreme waarden kan vaak beschreven worden met behulp van limietverdelingen voor maxima, de zogenaamde Fisher-Tippett verdelingen. Hiervan is de Type I of Gumbel-verdeling het meeste toegepast. Het voordeel van dergelijke kansverdelingen ligt echter niet zozeer in het feit dat het theoretische limietverdelingen zijn, doch in het feit dat zij een eenvoudige vorm hebben en slechts een gering aantal parameters bevatten.

De keuze tussen een partiële reeks of een reeks van extreme waarden wordt voornamelijk bepaald door normen die men in de praktijk stelt. Indien het toelaatbaar is dat een bepaald verschijnsel zich gemiddeld 5 à 10 maal per jaar mag voordoen dan is men aangewezen op een partiële reeks. Is men geïnteresseerd in zeer zeldzame gebeurtenissen (met een herhalingstijd van 10 jaar of langer) dan is het eenvoudiger, en meestal ook beter, om uit te gaan van de jaarmaxima (of seizoenmaxima).

De keuze wordt tevens beïnvloed door de schade die men verwachten mag als in een bepaald jaar meer dan één afvoerpiek optreedt. In fig. 1 zijn er in het eerste jaar twee neerslagpieken die het basisniveau s met meer dan een factor twee overschrijden. De eerste van deze twee pieken is tevens het jaarmaximum. Hoewel de tweede piek groter is dan het maximum in jaar 2 wordt deze bij de analyse van extreme waarden buiten beschouwing gelaten. Indien verwacht mag worden dat een dergelijke piek nog aanzienlijke schade tot gevolg heeft, dan zal men de maatgevende regen moeten baseren op een partiële reeks.

In deze publikatie zal de nadruk liggen op de kansverdeling van D-uurlijkse sommen in de partiële reeks en wel om twee redenen. In de eerste plaats is aan de verdeling van extreme waarden recentelijk de nodige aandacht geschonken (Buishand en Velds, 1980; Buishand, 1983a). Daarentegen bestaat er nog weinig goede informatie over neerslaghoeveelheden die gemiddeld eens per 5 à 10 jaar worden overschreden (de zgn. 'low return period events'). In de tweede plaats kan men met behulp van een partiële reeks gemakkelijker lokale verschillen in Nederland onderkennen doordat meer informatie in beschouwing wordt genomen. Om de hier gegeven neerslagverdelingen te vergelijken met eerder gepubliceerde verdelingen is het echter toch nodig enige aandacht te besteden aan de verdeling van extreme waarden.

In de paragrafen 2 en 3 van deze publikatie zal worden besproken op welke wijze de verschillende kansverdelingen verkregen zijn. Paragraaf 4 gaat in op de onderlinge verschillen tussen de stations. De paragrafen 5, 6 en 7 hebben een meer theoretisch karakter. In deze paragrafen worden enige eigenschappen van partiële reeksen behandeld die nodig zijn om de hier gegeven neerslagverdelingen te kunnen vergelijken met die uit andere publikaties. Hiervan wordt in par. 8 gebruik gemaakt om te zien of het tijdvak 1961-1980 representatief is voor een langere periode. Ten slotte zal in par. 9 nader worden ingegaan op de vraag in hoeverre verschillen tussen empirische kansverdelingen van twee verschillende reeksen het gevolg kunnen zijn van toevalseffecten.

2. De constructie van de partiële reeks

In deze publikatie zal de verdeling van D-uurlijkse sommen worden gegeven voor 7 verschillende basisperioden, te weten:

- het jaar (1 jan. - 31 dec.)*,
- het winterhalfjaar (1 okt. - 31 mrt.)**,
- het zomerhalfjaar (1 apr. - 30 sept.),
- de winter (1 dec. - 28 of 29 feb.)**,
- de lente (1 mrt. - 31 mei),
- de zomer (1 juni - 31 aug.),
- de herfst (1 sept. - 30 nov.).

Voor elke basisperiode werden partiële reeksen van D-uurlijkse sommen geconstrueerd. De wijze waarop dit gedaan is zal in deze paragraaf nader worden toegelicht.

In eerste instantie beschouwen we een bepaald kalenderjaar met uursommen:

$$P_1, P_2, \ldots, P_K \,. \qquad (1)$$

P_1 geeft de neerslaghoeveelheid aan in het eerste uurvak van 1 januari, terwijl P_K de neerslaghoeveelheid is in het laatste uurvak van 31 december (K=24x365=8760 of K=24x366=8784).

Voor elke duur D maken we nu een reeks van D-uurlijkse sommen $M_D(1)$, $M_D(2)$, ..., $M_D(K)$. Voor D = 1 nemen we:

$$M_1(k) = P_k, \quad k = 1,\ldots., K. \qquad (2)$$

De andere waarden van D in deze studie zijn allemaal even. We stellen h=D/2 en definiëren de verschillende D-uurlijkse sommen (D > 1) als volgt:

---

* Hoewel in deze publikatie onder het jaar steeds het kalenderjaar wordt verstaan, is het voor de kansverdeling van de neerslag niet van belang op welke datum men het jaar laat beginnen.

** Het winterhalfjaar en de winter hebben betrekking op de winters van 1960/61, 1961/62,...., 1978/79 en 1979/80.

$$\begin{aligned} M_D(1) &= P_{-h+1} + \dots + P_{D-h} \\ M_D(2) &= P_{-h+2} + \dots + P_{D-h+1} \\ &\vdots \\ M_D(k) &= P_{-h+k} + \dots + P_{D-h+k-1} \\ &\vdots \\ M_D(K) &= P_{-h+K} + \dots + P_{D-h+K-1}. \end{aligned} \tag{3}$$

Bijvoorbeeld voor D=2 (h=1; D-h=1) krijgen we:

$$M_2(1) = P_0+P_1,\ M_2(2) = P_1+P_2,\dots,\ M_2(K) = P_{K-1}+P_K \tag{4}$$

en voor D=4 (h=2, D-h=2):

$$M_4(1) = P_{-1} + P_0 + P_1 + P_2,\ M_4(2) = P_0 + P_1 + P_2 + P_3,\dots,$$

$$M_4(K) = P_{K-2} + P_{K-1} + P_K + P_{K+1}. \tag{5}$$

Hierin zijn P_0 en P_{-1} de neerslaghoeveelheden van de laatste twee uurvakken van het voorafgaande jaar, terwijl P_{K+1} de neerslagsom is van het eerste uurvak van het volgende jaar. Tot een bepaald kalenderjaar worden dus die D-uurlijkse perioden gerekend waarvan meer dan de helft van het aantal uurvakken in het betreffende kalenderjaar gelegen is; valt van een D-uurlijkse periode precies de helft van het aantal uurvakken in het voorafgaande jaar, dan wordt deze ook nog meegenomen.

Op analoge wijze gaan we te werk voor het winterhalfjaar (K = 4368 of K = 4392), het zomerhalfjaar (K = 4392) en de vier 3-maandelijkse seizoenen: winter (K = 2160 of K = 2184), lente (K = 2208), zomer (K = 2208) en herfst (K = 2184).

Voor een bepaalde duur D zijn de verschillende D-uurlijkse sommen niet onderling onafhankelijk. Voor D > 1 wordt afhankelijkheid kunstmatig geïntroduceerd doordat de verschillende D-uurlijkse perioden elkaar overlappen. Er is echter ook een natuurlijke persistentie. Een intensieve regen kan bijvoorbeeld vele uren duren. Het gevolg hiervan is dat men soms vele hoge uursommen op dezelfde dag aantreft. Daarnaast moet men rekening houden met de persistentie in de meteorologische situatie. Een bepaald circulatietype dat veel regen brengt kan zich vaak enige dagen handhaven.

Door persistentie liggen hoge D-uurlijkse sommen veelal in groepjes bij elkaar. Een dergelijk groepje zal echter in het algemeen slechts één afvoergolf tot gevolg hebben. Een partiële reeks moet daarom zodanig geconstrueerd worden dat er geen of nauwelijks enige persistentie is in de opeenvolging van de verschillende neerslagpieken. Sommige publikaties beperken zich slechts tot het vermijden van overlapping (Folland en Colgate, 1978; C.T.G.R.E.F., 1979). Hier zal een iets strengere selectie van neerslagpieken worden toegepast, door o.a. te eisen dat er tussen twee opeenvolgende pieken in de partiële reeks een tijdsinterval van minstens 10 uren is. Door deze voorwaarde te stellen komt het nauwelijks voor dat van één regen meerdere neerslagpieken in de partiële reeks worden opgenomen.

Een minimale tussentijd van 10 uren werd ook toegepast door Van Kregten (1972) bij het tellen van het aantal overstortingen van rioleringen. Door deze auteur werd elke overstorting, die binnen 10 uren na het einde van een vorige plaatsvond, buiten beschouwing gelaten. Bij een iets langere minimale tussentijd (bijv. 20 uren) bleek het gemiddeld aantal overstortingen per jaar nauwelijks af te nemen. Dit vindt zijn verklaring in het feit dat bij een minimale tussentijd van 10 uren er weinig persistentie is in de opeenvolging van de verschillende overstortingen.

De voorwaarden die in deze publikatie zijn opgelegd aan de pieken in de partiële reeks zijn als volgt. We nemen een bepaalde duur D en stellen:

$$T = \begin{cases} 10 & \text{als } D < 10 \\ D & \text{als } D \geqslant 10. \end{cases} \qquad (6)$$

Van elk jaar (of seizoen) nemen we nu die $M_D(k)$-waarden op in de partiële reeks waarvoor geldt:

$$M_D(k) > s_D, \qquad (7a)$$

$$M_D(k) > M_D(k-1),\ M_D(k-2), \ldots.,\ M_D(k-T+1) \qquad (7b)$$

$$M_D(k) \geqslant M_D(k+1),\ M_D(k+2), \ldots.,\ M_D(k+T-1) \qquad (7c)$$

waarbij k van 1 tot K loopt.

De voorwaarde (7a) houdt in dat we slechts D-uurlijkse sommen boven de drempelwaarde s_D beschouwen. Volgens de voorwaarden (7b) en (7c) moet tevens gelden dat de tussentijd tussen twee opeenvolgende neerslagpieken minstens 10 uren bedraagt en dat er geen overlapping optreedt. Binnen een groepje van elkaar overlappende $M_D(k)$-waarden wordt alleen de grootste waarde genomen.

Merk op dat men in het begin van het jaar (of seizoen) de waarde van $M_D(k)$ vergelijkt met D-uurlijkse sommen uit het voorgaande jaar (of seizoen). Bijvoorbeeld voor k=1, D=4 (T=10) wordt verg. (7b):

$$M_4(1) > M_4(0), M_4(-1), \ldots., M_4(-8).$$

Daarentegen moet men aan het einde van het jaar (of seizoen) de waarde van $M_D(k)$ vergelijken met D-uurlijkse sommen uit het volgende jaar (of seizoen).

We besluiten deze paragraaf met een tweetal voorbeelden die betrekking hebben op het winterhalfjaar 1960/61. Fig. 2 geeft het verloop van de 1-uurlijkse en 4-uurlijkse sommen op 27 en 28 februari 1961, terwijl in Fig. 3 hetzelfde is gedaan voor een zware regen op 3 en 4 december 1960. De drempelwaarden s_1 en s_4 in de figuren komen ruwweg overeen met het niveau dat gemiddeld 10x per winterhalfjaar wordt overschreden.

Het neerslagverloop op 27 en 28 februari 1961 wordt bepaald door twee depressies. De eerste depressie trok in de nacht van 27 op 28 februari over ons land en bracht langdurig regen. De korte hevige regen in de avond van 28 februari is het gevolg van een passage van een tweede, nog vrij jonge, depressie. Zowel voor D=1 als D=4 bevat elke regen één neerslagsom, die aan de voorwaarden (7a,b en c) voldoet. Van de neerslag op deze dagen worden derhalve twee pieken opgenomen zowel in de partiële reeks van 1-uurlijkse als in die van 4-uurlijkse sommen. Tussen de twee pieken ligt een tijdsduur van bijna één etmaal, waarin gedurende enige uren geen neerslag valt.

De regen van 3 en 4 december 1960 was van zeer lange duur. In De Bilt regende het ruim 30 uren vrijwel onafgebroken. Bijzonderheden over de meteorologische situatie die tot deze zware regen aanleiding gaf worden gegeven door Buishand (1983c). Uit fig. 3 blijkt dat voor D=1 uur er slechts één neerslagsom is, die aan de voorwaarden (7a,b en c) voldoet; voor D=4 uren zijn er echter twee pieken in de partiële reeks. Een dergelijke situatie is echter vrij uitzonderlijk.

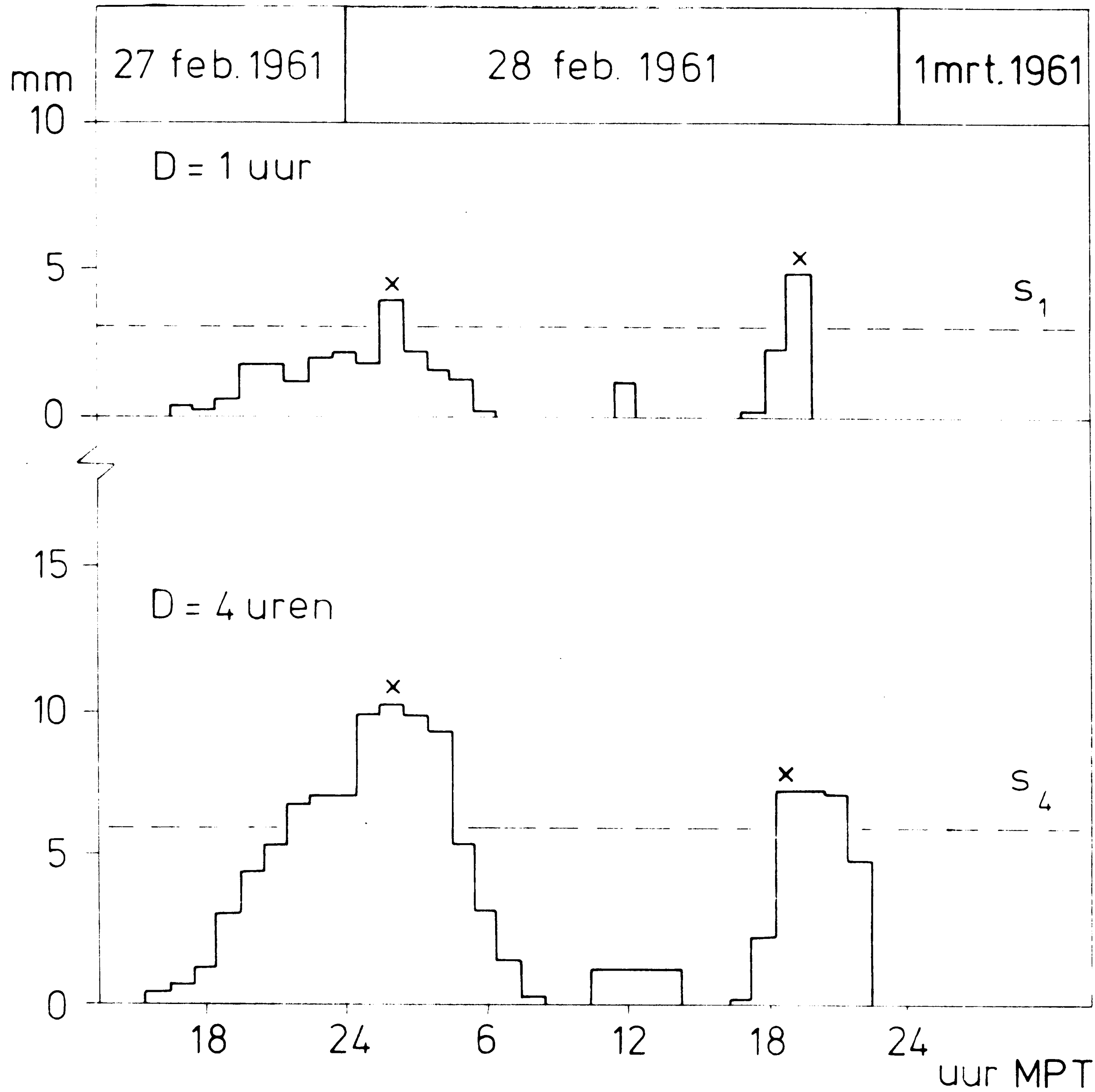

Fig. 2. Het verloop van de 1-uurlijkse en 4-uurlijkse sommen van de neerslag te De Bilt in de periode 27 februari 1961 - 1 maart 1961. Voor de partiële reeks is bij 1-uurlijkse sommen een basisniveau s_1 van 3 mm aangehouden; bij 4-uurlijkse sommen is uitgegaan van een basisniveau s_4 van 6 mm. De neerslagpieken in de partiële reeks zijn aangegeven door een x. De tijden langs de horizontale as hebben betrekking op de middelbare plaatselijke tijd (MPT). Deze loopt ongeveer 40 minuten achter op de Middeneuropese tijd (dit is onze huidige wintertijd).

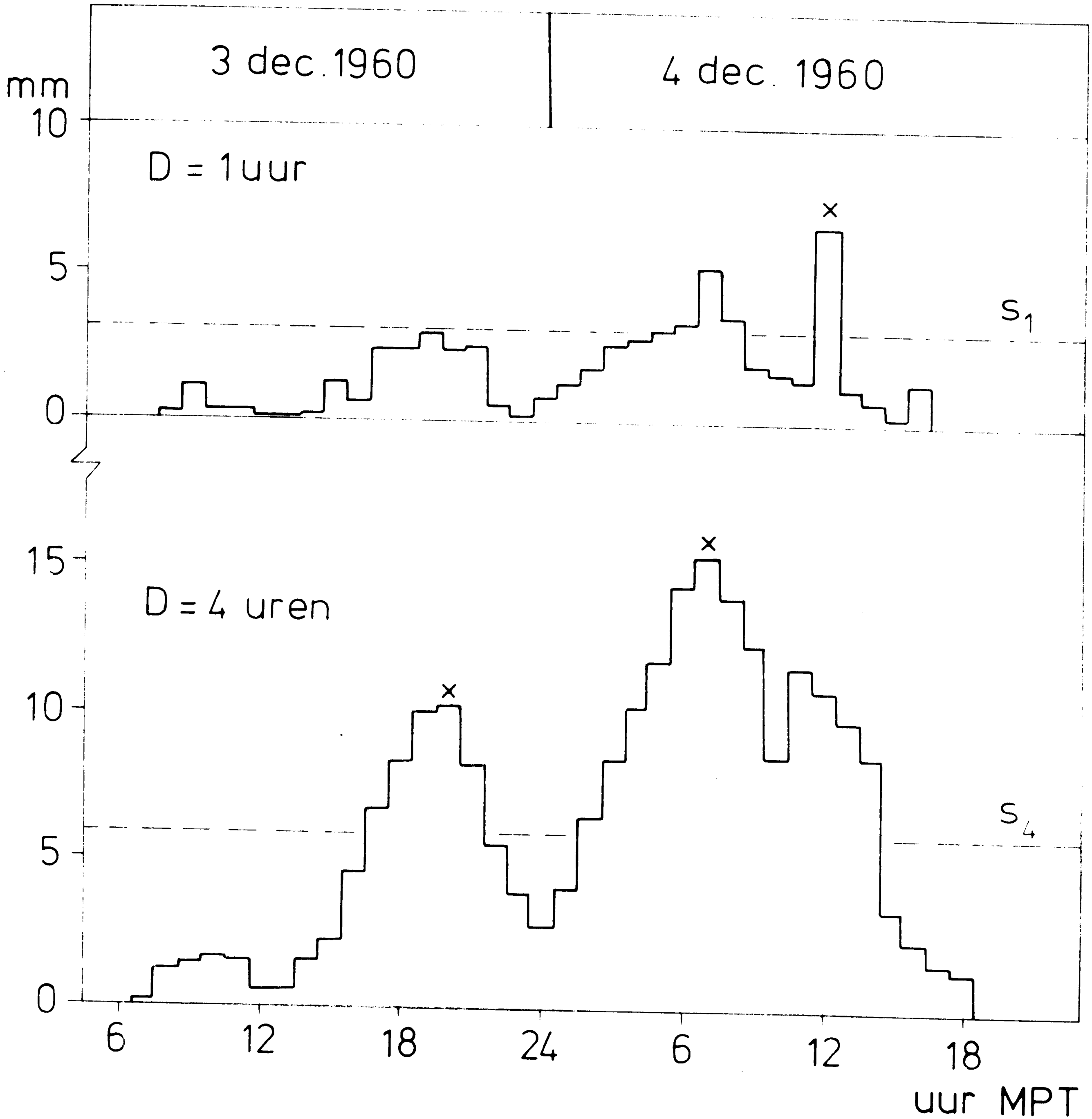

Fig. 3. Het verloop van de 1-uurlijkse en 4-uurlijkse sommen van de neerslag te De Bilt in de periode 3-4 december 1960. Voor verdere toelichting, zie fig. 2.

3. Steekproefkwantielen van D-uurlijkse sommen in de partiële reeks

Voor een neerslagreeks van een bepaald station beschouwen we steeds 7 verschillende basisperioden (het jaar, twee 6-maandelijkse seizoenen en vier 3-maandelijkse seizoenen) en 7 verschillende duren (D=1,2,4,6,12,24 en 48 uren), zodat we 49 verschillende partiële reeksen krijgen. Bij elke partiële reeks kijken we nu naar de kansverdeling van de neerslaghoeveelheden.

Informatie over de kansverdeling van neerslagsommen kan op verschillende wijzen worden weergegeven. Men kan bijvoorbeeld voor verschillende niveaus opgeven met welke frequentie zij worden overschreden (frequentie-analyse). Het is echter ook mogelijk het omgekeerde te doen door bij een bepaalde overschrijdingsfrequentie het bijbehorende niveau op te geven. Dit niveau wordt in de statistiek een kwantiel genoemd.

De laatste methode is in deze publikatie aangehouden. In Appendix 1 worden voor de verschillende basisperioden de neerslaghoeveelheden gegeven, die gemiddeld μ maal per jaar (of seizoen) in de partiële reeks worden overschreden. De zogenaamde 'exceedance rate' μ loopt hierbij uiteen van 0,2 tot 10 (μ = 0,2 wil zeggen dat de betreffende neerslaghoeveelheid gemiddeld 0,2x per jaar of eens in de 5 jaar wordt overschreden). De wijze waarop de tabellen in Appendix 1 zijn verkregen zal in deze paragraaf nader worden toegelicht.

We hebben steeds te maken met een neerslagreeks voor het 20-jarig tijdvak 1961-1980. Uit deze reeks selecteren we de 200 grootste pieken die aan (7b) en (7c) voldoen. We noteren deze pieken in afnemende volgorde van grootte als:

$$q_1 \geqslant q_2 \geqslant \dots \geqslant q_{200} \; . \qquad (8)$$

In de historische 20-jarige reeks wordt de waarde q_{200} gemiddeld 10 maal per jaar bereikt of overschreden; de waarde q_{100} wordt gemiddeld 5 maal per jaar bereikt of overschreden, enz. Als schatting voor het niveau s(μ) dat gemiddeld μ maal per jaar (of seizoen) wordt overschreden kunnen we derhalve aanhouden:

$$\hat{s}(\mu) = q_{20\,\mu} . \qquad (9)$$

De grootheid $\hat{s}(\mu)$ wordt een steekproefkwantiel genoemd. Het dakje boven de s geeft aan dat het hier een schatting van de onbekende s(μ) betreft. Voor neerslagcijfers over een ander tijdvak hadden we vermoedelijk een iets andere waarde voor $\hat{s}(\mu)$ gekregen.

Betere schattingen van $s(\mu)$ kan men krijgen door adequate aannamen te maken over de kansverdeling van de neerslagsommen in de partiële reeks. Cunnane (1973) gaat uitvoerig in op de schatting van $s(\mu)$ in het geval dat de hoogten van de overschrijdingen van het basisniveau een exponentiële verdeling hebben. Op deze exponentiële aanname zal in par. 6 uitvoerig worden ingegaan.

Het laagste niveau dat in de tabellen in Appendix 1 gegeven wordt is het niveau dat gemiddeld 10 maal per jaar wordt overschreden. In principe is de waarde van μ aan een maximum gebonden. Immers indien een bepaald niveau gemiddeld μ maal per jaar wordt overschreden, dan zijn er gemiddeld μD uurvakken bij een overschrijding betrokken. Deze gemiddelde duur kan nooit groter zijn dan de lengte K van de basisperiode. In de praktijk is het echter aan te bevelen zich te beperken tot die combinaties van μ en D waarvoor μD klein is t.o.v. het totaal aantal uurvakken K in de basisperiode. Doet men dit niet dan treden vaak allerlei problemen op (bijv. dat voor een bepaalde waarde van μ het steekproefkwantiel $\hat{s}(\mu)$ niet monotoon stijgt met de duur D). Bij de 3-maandelijkse seizoenen zijn daarom in Appendix 1 voor $\mu = 10$ geen waarden gegeven van $\hat{s}(\mu)$ bij duren van 24 en 48 uren.

4. Plaatselijke verschillen in Nederland

Door de geringe hoogteverschillen verkeren we in Nederland in de gelukkige omstandigheid dat het neerslagklimaat betrekkelijk weinig van plaats tot plaats verandert. Men kan zich zelfs afvragen of het in de praktijk wel zinvol is om met plaatselijke verschillen rekening te houden. Om deze vraag enigszins te beantwoorden zullen in deze paragraaf de kwantielen van de verschillende stations in Appendix 1 worden vergeleken met een soort landgemiddelde. Daar de stations in nogal klimatologisch uiteenlopende delen van Nederland liggen geeft een dergelijke vergelijking een redelijk inzicht in de orde van grootte van de plaatselijke verschillen.*

Voor een bepaald kwantiel $s(\mu)$ kunnen we het landgemiddelde als volgt definiëren. Voor elk van de vijf stations hebben we een schatting $\hat{s}(\mu)$ van $s(\mu)$. Het landgemiddelde wordt nu gelijkgesteld aan de middelste waarde van deze vijf schattingen. Deze zogenaamde steekproefmediaan heeft de voorkeur boven het rekenkundig gemiddelde omdat hij minder gevoelig is voor uitschieters. De landgemiddelden van de verschillende stations zijn gegeven in Appendix 2.

In de tabellen 1 en 2 is voor een bepaald kwantiel aangegeven hoeveel de waarde van de afzonderlijke stations afwijkt van het landgemiddelde. Tabel 1 heeft betrekking op het kalenderjaar en de twee 6-maandelijkse seizoenen, terwijl in tabel 2 de vier 3-maandelijkse seizoenen aan de orde komen. Gekozen is voor een niveau dat vrij vaak overschreden wordt ($\mu = 10$ in tabel 1 en $\mu = 5$ in tabel 2). Een betrekkelijk laag niveau heeft namelijk het voordeel dat deze op grond van een 20-jarige reeks vrij nauwkeurig geschat kan worden. We komen hierop later terug in par. 9.

---

* Het is op grond van slechts vijf stations natuurlijk niet mogelijk uitspraken te doen over gebieden waar voor Nederlandse begrippen vrij grote gradiënten zijn, zoals bijvoorbeeld het uiterste zuiden van de provincie Limburg. Voor dagsommen van het station Vaals zijn de kwantielen van de extreme waarden ongeveer 20% hoger dan die van De Bilt (Buishand en Velds, 1980; Buishand, 1983b).

Tabel 1. Mediaanwaarden (landgemiddelden) van de neerslaghoeveelheden die gemiddeld 10 maal per jaar worden overschreden in de partiële reeks en afwijkingen t.o.v. de mediaan voor de verschillende stations. Afwijkingen van 10% of meer zijn onderstreept.

Basisperiode	Duur D	Mediaan	Afwijkingen t.o.v. de mediaan (mm)				
	(uren)	(mm)	De Kooy	Eelde	De Bilt	Vlissingen	Beek
jaar (jan-dec)	1	4,7	-0,3	-0,1	0,1	0	0
	4	8,9	-0,1	-0,2	0,5	0,2	0
	12	12,5	0	-0,3	1,0	0	0,3
	48	18,8	-1,2	0	1,3	0	-0,1
winterhalfjaar	1	2,9	0	-0,3	0	0	-0,2
	4	6,1	0,3	-0,5	0,4	0	-0,2
	12	9,0	0,5	-0,7	0,3	-0,2	0
	48	11,7	0,6	-0,8	0,8	0	-0,1
zomerhalfjaar	1	4,2	-0,6	0,1	0,1	0	-0,2
	4	7,2	-0,3	0	0,6	0,1	0
	12	9,6	-0,3	0,4	0,9	0	0
	48	12,7	-1,7	0,4	0,5	-1,5	0

Tabel 2. Mediaanwaarden (landgemiddelden) van de neerslaghoeveelheden, die gemiddeld 5 maal per seizoen worden overschreden in de partiële reeks en afwijkingen t.o.v. de mediaan voor de verschillende stations. Afwijkingen van 10% of meer zijn onderstreept.

Basisperiode	Duur D	Mediaan	Afwijkingen t.o.v. de mediaan (mm)				
	(uren)	(mm)	De Kooy	Eelde	De Bilt	Vlissingen	Beek
winter	1	2,5	0	-0,1	0,1	0,2	0
	4	5,6	0	-0,4	0,4	0,1	-0,2
	12	8,2	-0,1	-0,3	1,0	0	0,1
	48	11,2	0,3	-0,7	1,0	-0,5	0
lente	1	2,8	-0,5	0	0,1	-0,2	0
	4	5,5	-0,5	0,5	0,6	-0,2	0
	12	7,8	-0,7	0,4	0,4	-0,4	0
	48	10,1	-1,2	0	0,9	-1,2	1,1
zomer	1	4,8	-0,6	0	0,3	0,1	0
	4	8,6	-0,7	-0,4	0,5	0,6	0
	12	11,3	-1,4	-0,5	0,7	0,1	0
	48	14,1	-2,0	0	1,2	-0,5	0,2
herfst	1	3,4	0,5	-0,1	0	0,4	-0,1
	4	7,2	0,9	-0,6	0	-0,1	0
	12	10,1	1,5	-0,4	0	0	0,3
	48	13,3	1,9	0	0,8	-0,6	-0,7

Uit de tabellen blijkt dat relatief grote afwijkingen (meer dan 10%) vooral voorkomen in de 3-maandelijkse seizoenen. Dit is het gevolg van het feit dat de verschillen tussen de vijf stations hoofdzakelijk moeten worden toegeschreven aan een kusteffect. In het voorjaar en de vroege zomer valt langs de kust minder neerslag dan in het binnenland; in het najaar valt daarentegen in de kuststrook meer neerslag. De oorzaak van dit verschijnsel moet gezocht worden in de verschillen tussen de temperatuur van het land- en het zeewater-oppervlak in de verschillende seizoenen (Buishand en Velds, 1980).

Het kusteffect is het sterkst langs de Hollandse kust en op de Waddeneilanden. Voor het station De Kooy is de gemiddelde neerslagsom in de lente en in de zomer ongeveer 20% lager dan de gemiddelde neerslagsom van een station in het binnenland (K.N.M.I., 1982). In de herfst is daarentegen de gemiddelde neerslagsom van De Kooy ongeveer 15% hoger dan die in het binnenland. Uit tabel 2 blijkt dat de kwantielen van De Kooy in deze drie seizoenen ongeveer 10 à 15% afwijken van het landgemiddelde. De plaatselijke verschillen tussen de kwantielen van D-uurlijkse sommen in een partiële reeks zijn in dit geval dus procentueel bijna net zo groot als de verschillen in de gemiddelde neerslagsom. Het station Vlissingen gedraagt zich veel minder als kuststation dan De Kooy.

In het winterseizoen zijn er geringe verschillen in de grootte van de kwantielen van de verschillende stations doordat het kusteffect dan nauwelijks bestaat. Ook bij de kwantielen van de partiële reeksen die betrekking hebben op het gehele jaar zijn de plaatselijke verschillen klein. Dit komt doordat het kusteffect in de verschillende seizoenen tegengesteld werkt.

Behalve plaatselijke verschillen zijn er ook nog verschillen in de tijd. Het is daarom zinvol na te gaan of de steekproefkwantielen voor het relatief korte tijdvak 1961-1980 representatief zijn voor een langere periode. We kunnen dit doen door de hier gegeven kwantielen te vergelijken met getallen die gebaseerd zijn op lange reeksen, welke in verschillende publikaties te vinden zijn. Sommige van deze publikaties geven echter niet een kansverdeling van D-uurlijkse sommen in een partiële reeks, maar een kansverdeling van extreme waarden. Om een goede vergelijking tussen de getallen in de verschillende publikaties te kunnen maken is het nodig om nader in te gaan op de relatie tussen deze twee kansverdelingen. Hierbij zijn twee veronderstellingen van belang, namelijk de Poisson-aanname en de exponentiële aanname, die in de volgende paragrafen worden behandeld.

5. De Poisson-aanname

In de voorgaande paragrafen was $s(\mu)$ gedefinieerd als het niveau dat gemiddeld μ maal per jaar (of seizoen) werd overschreden. Dit niveau zal echter niet in elk jaar precies μ maal worden overschreden. Vooral in natte jaren zal $s(\mu)$ vaker dan μ maal worden overschreden, terwijl er in droge jaren gewoonlijk minder overschrijdingen plaatsvinden. Het aantal malen $\underline{N}$ dat het niveau $s(\mu)$ in een bepaald jaar wordt overschreden is derhalve een kansvariabele*. Indien er geen persistentie is in de opeenvolging van de verschillende overschrijdingen mogen we voor de verdeling van deze variabele schrijven (Cunnane, 1979):

$$\Pr(\underline{N} = k) = e^{-\mu} \frac{\mu^k}{k!}, \quad k = 0,1,2,... \qquad (10)$$

Dit is een Poisson-verdeling met parameter μ.

Strikt genomen is deze verdeling slechts geldig als de overschrijdingen van het basisniveau van 'oneindig korte' duur zijn. Dit kan bij D-uurlijkse neerslagsommen nooit het geval zijn. Niettemin blijft (10) in goede benadering waar als de gemiddelde duur van de overschrijdingen μD klein is t.o.v. de lengte K van de basisperiode.

Voor $\mu = 0,5$ en $\mu = 10$ is de kansfunctie van de Poisson-variabele weergegeven in fig. 4. Als $\mu = 0,5$ dan heeft $\underline{N}$ een zeer scheve kansverdeling. Uit de figuur lezen we voor deze verdeling af:

$\Pr(\underline{N} = 0) \simeq 0,6$ = kans dat $s(\mu)$ niet overschreden wordt,

$\Pr(\underline{N} = 1) \simeq 0,3$ = kans dat $s(\mu)$ precies één maal overschreden wordt,

$\Pr(\underline{N} > 1) \simeq 0,1$ = kans dat er meer dan één overschrijding van $s(\mu)$ plaatsvindt.

Als $\mu = 10$ dan is de verdeling van $\underline{N}$ vrijwel symmetrisch. Er is nog een redelijk grote kans dat er minder dan 5 of meer dan 15 overschrijdingen plaatsvinden; de kans op meer dan 20 overschrijdingen in een jaar is echter gering.

---

* Ter onderscheiding van gewone variabelen zijn kansvariabelen in deze publikatie onderstreept.

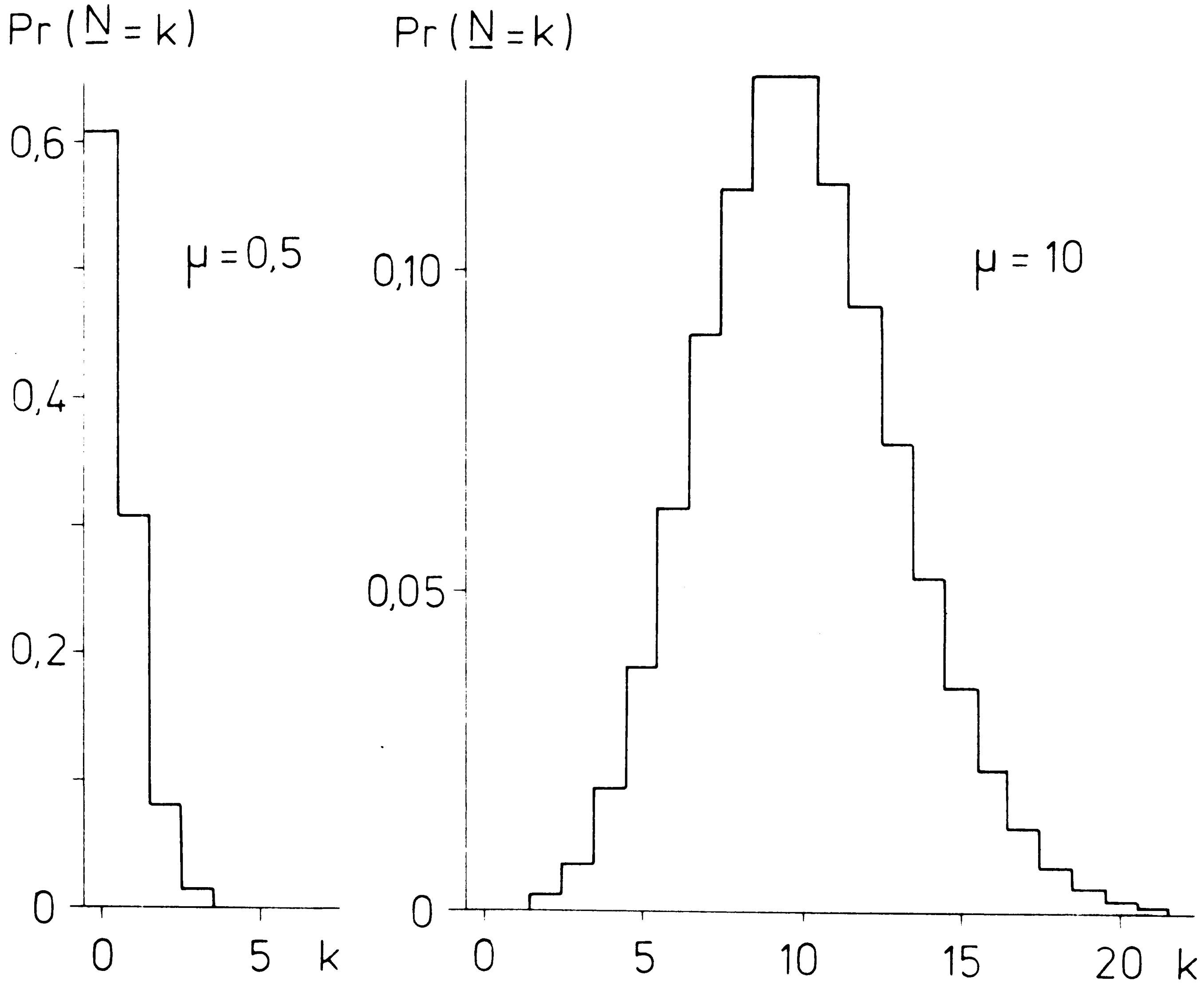

Fig. 4. De Poisson-verdeling voor $\mu = 0,5$ (linker figuur) en $\mu = 10$ (rechter figuur). Het aantal overschrijdingen van een bepaald niveau in een gegeven basisperiode heeft bij benadering een Poisson-verdeling als er geen persistentie is. De parameter μ geeft dan het gemiddelde aantal overschrijdingen aan.

De Poisson-variable heeft als eigenschap dat zijn variantie gelijk is aan de verwachting (populatie gemiddelde). Er geldt dus:

$$\text{var } \underline{N} = E(\underline{N}) = \mu. \qquad (11)$$

Indien er enige vorm van persistentie optreedt dan zijn de verwachting en de variantie niet meer aan elkaar gelijk. Immers persistentie heeft tot gevolg dat de overschrijdingen van het basisniveau in groepjes bij elkaar liggen. Dit leidt er toe dat men in bepaalde jaren zeer veel overschrijdingen kan krijgen, terwijl in andere jaren erg weinig overschrijdingen optreden. De kansverdeling van $\underline{N}$ kan er dan uitzien als de getrokken lijn in fig. 5.
Bij deze verdeling zullen zowel zeer hoge als zeer lage waarden van $\underline{N}$ vaker voorkomen dan bij een Poisson-verdeling met dezelfde verwachting. De afwijkingen t.o.v. het gemiddelde zijn groter en we krijgen dus dat:

$$\text{var } \underline{N} > \mu. \qquad (12)$$

In theorie zou het ook mogelijk kunnen zijn dat var $\underline{N} < \mu$ (dit is bijv. het geval bij een binomiale verdeling). Zolang echter μD klein is t.o.v. K treedt een dergelijk situatie vrijwel nooit op in een partiële reeks van neerslagsommen.

Van verg. (11) kan gebruik gemaakt worden als men de Poisson-aanname statistisch wil toetsen. We tellen daartoe het aantal overschrijdingen van een niveau $s(\mu)$ in de verschillende jaren. Daar persistentie zich meestal doet gelden bij lage drempelwaarden, verdient het de voorkeur een niveau te kiezen dat vrij vaak overschreden wordt. Evenals in de vorige paragraaf zullen we voor de langste drie basisperioden het niveau nemen dat gemiddeld 10x per jaar wordt overschreden, terwijl voor de verschillende 3-maandelijkse seizoenen uitgegaan wordt van het niveau dat gemiddeld 5x per jaar wordt overschreden.

Het aantal overschrijdingen in de opeenvolgende jaren zullen we aanduiden als N_1, N_2, ..., N_n (het aantal jaren n is in deze publikatie steeds gelijk aan 20). Van deze reeks vergelijken we nu het gemiddelde $\overline{N}$ met de steekproefvariantie:

$$S_N^2 = \sum_{i=1}^{n} (N_i - \overline{N})^2/n. \qquad (13)$$

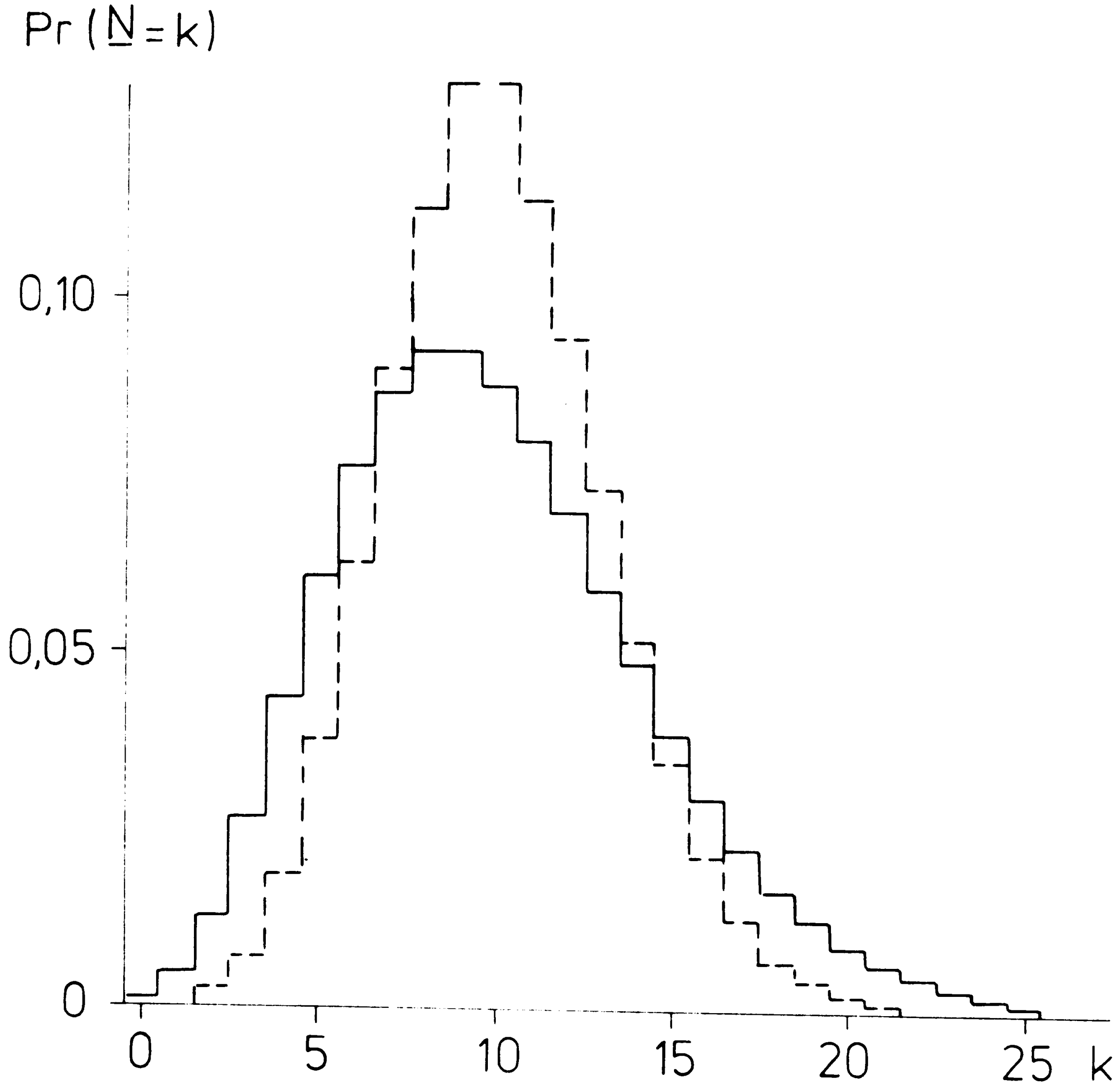

Fig. 5. Mogelijke kansverdelingen voor het aantal overschrijdingen per jaar van een niveau dat gemiddeld 10 maal per jaar wordt overschreden. Voor de verdeling die is aangegeven door de getrokken lijn geldt dat E($\underline{N}$) = 10 en var $\underline{N}$ = 20. Een dergelijke kansverdeling duidt op persistentie in de opeenvolging van de verschillende overschrijdingen. De onderbroken lijn is de Poisson-verdeling uit fig. 4. Hiervoor geldt E($\underline{N}$) = var $\underline{N}$ = 10.

Als aan de Poisson-aanname is voldaan dan zijn $\overline{N}$ en S_N^2 ongeveer aan elkaar gelijk; bij persistentie is S_N^2 groter dan $\overline{N}$. Een toets op de Poisson-aanname kan gebaseerd worden op de toetsingsgrootheid van Fisher: (C.T.G.R.E.F., 1979; Cunnane, 1979):

$$d = n\, S_N^2 / \overline{N} \; . \tag{14}$$

Als de aantallen N_i trekkingen zijn uit een Poisson-verdeling (nulhypothese) dan zal d ongeveer gelijk zijn aan n; bij persistentie (alternatieve hypothese) neemt d grotere waarden aan. Men kan aantonen dat deze toetsingsgrootheid onder de nulhypothese in de meeste gevallen bij benadering een chi-kwadraat-verdeling heeft met n-1 vrijheidsgraden. Indien $\overline{N} > 5$ dan volgt dit direct uit het feit dat voor grote μ de Poisson-verdeling op een normale verdeling lijkt (zie fig. 4); voor kleine $\overline{N}$ zijn er soms restricties (afhankelijk van de grootte van n).

Tabel 3 geeft voor de stations De Kooy en Beek realisaties van de toetsingsgrootheid d. Uit de tabellen blijkt dat in een aantal gevallen de nulhypothese verworpen wordt (vooral bij het station De Kooy). Toch wijst dit nog niet op zware afwijkingen t.o.v. de Poisson -hypothese. De grootste waarden voor de toetsingsgrootheid bedragen iets meer dan 40, hetgeen wil zeggen dat de variantie ruim twee maal zo groot is als het gemiddelde. Dit is ongeveer de situatie als die in fig. 5.

Tabel 3. Realisaties van de toetsingsgrootheid d (toets op Poisson-aanname tegen persistentie). De toets heeft betrekking op de verdeling van het aantal overschrijdingen van een bepaald niveau in een gegeven basisperiode. Waarden van d, waarvoor de Poisson-hypothese bij een onbetrouwbaarheid van 5% verworpen wordt, zijn onderstreept.

Station en basisperiode		Gemiddeld aantal overschrijdingen per jaar (μ)	Duur D (uren)			
			1	4	12	48
De Kooy	jaar	10	26,6	$\underline{46,3}$	$\underline{34,8}$	18,0
	winterhalfjaar	10	26,3	22,5	21,8	15,9
	zomerhalfjaar	10	25,0	$\underline{44,5}$	$\underline{33,6}$	18,8
	winter	5	$\underline{44,5}$	$\underline{30,7}$	$\underline{30,5}$	17,6
	lente	5	$\underline{40,3}$	$\underline{41,1}$	$\underline{32,3}$	23,9
	zomer	5	$\underline{30,4}$	$\underline{44,0}$	$\underline{38,0}$	20,0
	herfst	5	$\underline{31,3}$	29,8	$\underline{34,4}$	9,6
Beek	jaar	10	$\underline{33,4}$	18,0	16,0	22,5
	winterhalfjaar	10	$\underline{31,2}$	24,6	29,1	17,4
	zomerhalfjaar	10	28,2	23,8	16,8	23,2
	winter	5	19,1	$\underline{31,3}$	$\underline{32,0}$	16,0
	lente	5	17,5	15,6	17,2	16,8
	zomer	5	29,8	20,4	26,9	17,6
	herfst	5	19,4	20,4	19,6	12,5

6. De exponentiële aanname

Behalve een veronderstelling over de verdeling van het aantal overschrijdingen van een bepaald niveau in een gegeven basisperiode hebben we ook nog een veronderstelling nodig omtrent de verdeling van de hoogte van de verschillende pieken in de partiële reeks. In de hydrologische literatuur gaat men er vaak in eerste instantie van uit dat de hoogten van deze pieken een exponentiële verdeling hebben. Voor een partiële reeks van D-uurlijkse neerslagsommen kunnen we deze kansverdeling in termen van een rechter kans ('overschrijdingskans') definiëren als:

$$P_s = \Pr\{\underline{M}_D(k) > s \mid C\} = e^{-(s-s_D)/\beta_D} \qquad (15)$$

waarbij de gebeurtenis C wordt gegeven door de vergelijkingen (7a, b en c). We kijken dus naar de kans dat het niveau s wordt overschreden onder de voorwaarde dat C zich voordoet. Deze voorwaarde houdt in dat we ons uitsluitend beperken tot de $M_D(k)$-waarden in de partiële reeks.

Voor het basisniveau s_D kunnen we het laagste niveau in de Appendices 1 en 2 aanhouden. Als $s = s_D$ dan geldt $P_s = 1$; voor $s > s_D$ neemt P_s exponentieel af met $s-s_D$. De zogenaamde schaalparameter β_D is afhankelijk van de duur.

Stel nu dat de gebeurtenis C zich gemiddeld λ maal per jaar (of seizoen) voordoet. We hebben dan een partiële reeks waarin het niveau s_D gemiddeld λ maal in de basisperiode wordt overschreden. Daar de basisperiode K uurvakken bevat is de kans dat de gebeurtenis C zich op een willekeurig uurvak voordoet gelijk aan:

$$\Pr(C) = \lambda/K. \qquad (16)$$

Als wij voor s_D het kleinste kwantiel aanhouden dat in deze publikatie wordt gegeven dan zal meestal gelden dat $\lambda = 10$ of soms $\lambda = 5$ (bij D = 24 en D = 48 uren in de 3-maandelijkse seizoenen).

In de vorige paragrafen was het niveau $s(\mu)$ gedefinieerd als het niveau dat gemiddeld μ maal per jaar (of seizoen) in de partiële reeks werd overschreden. Bij een dergelijke overschrijding moet dus zowel gelden dat $\underline{M}_D(k) > s(\mu)$ èn dat de gebeurtenis C zich voordoet. Analoog aan verg. (16)

geldt nu:

$$\Pr\{\underline{M}_D(k) > s(\mu) \text{ èn } C\} = \mu/K. \tag{17}$$

Nu is uit de waarschijnlijkheidsrekening bekend dat:

$$\Pr\{\underline{M}_D(k) > s(\mu) \text{ èn } C\} = \Pr\{\underline{M}_D(k) > s(\mu) | C\} \times \Pr(C) . \tag{18}$$

Substitutie van (15), (16) en (17) in (18) geeft:

$$\frac{\mu}{K} = e^{-\{s(\mu)-s_D\}/\beta_D} \cdot \frac{\lambda}{K} . \tag{19}$$

Enig omwerken leidt tenslotte tot de volgende relatie tussen s(μ) en μ:

$$s(\mu) = s_D + \beta_D \ln \lambda - \beta_D \ln \mu . \tag{20}$$

Daar de eerste twee termen in het rechterlid constanten zijn krijgen we dus een rechtlijnig verband tussen s(μ) en ln μ als aan de exponentiële aanname is voldaan.

Voor een aantal partiële reeksen, die op het gehele jaar betrekking hebben, is in fig. 6 het landgemiddelde van $\hat{s}(\mu)$ tegen μ uitgezet op halflogaritmisch papier. Voor D = 48 uren heeft men een fraai rechtlijnig verband. Dit is echter niet het geval voor korte duren. Zet men daarentegen $\hat{s}(\mu)$ tegen μ uit op dubbellogaritmisch papier, dan krijgt men juist voor korte duren een keurig rechtlijnig verband, zie fig. 7. Men spreekt dan van een <u>log-exponentiële verdeling</u> of ook wel <u>Pareto-verdeling</u>.

Daar bij korte duren de meeste hoge neerslagsommen in het zomerhalfjaar voorkomen vinden we ook bij de partiële reeksen van het zomerhalfjaar dat voor deze duren de hoogten van de overschrijdingen in goede benadering een log-exponentiële verdeling hebben. Daarentegen krijgt men in het winterhalfjaar voor alle duren een redelijke aanpassing met behulp van de exponentiële verdeling.

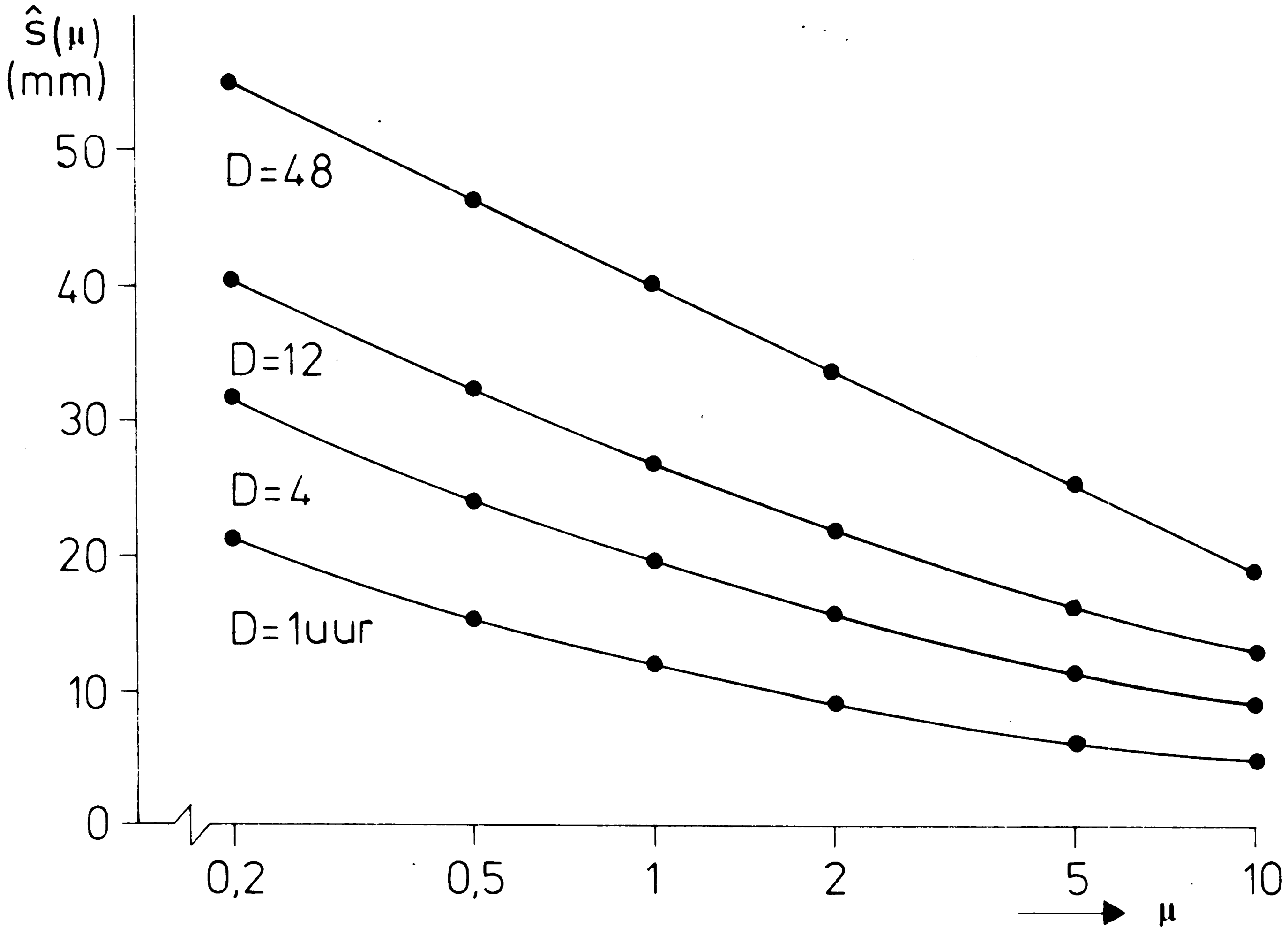

Fig. 6. Geschatte waarde $\hat{s}(\mu)$ van de neerslaghoeveelheid, die gemiddeld μ maal per jaar in de partiële reeks wordt overschreden voor verschillende duren D. De waarde $\hat{s}(\mu)$ is de steekproef mediaan van de vijf stations: De Kooy, Eelde, De Bilt, Vlissingen en Beek (zie Appendix 2). De verticale as is lineair, terwijl de horizontale as een logaritmische schaal heeft.

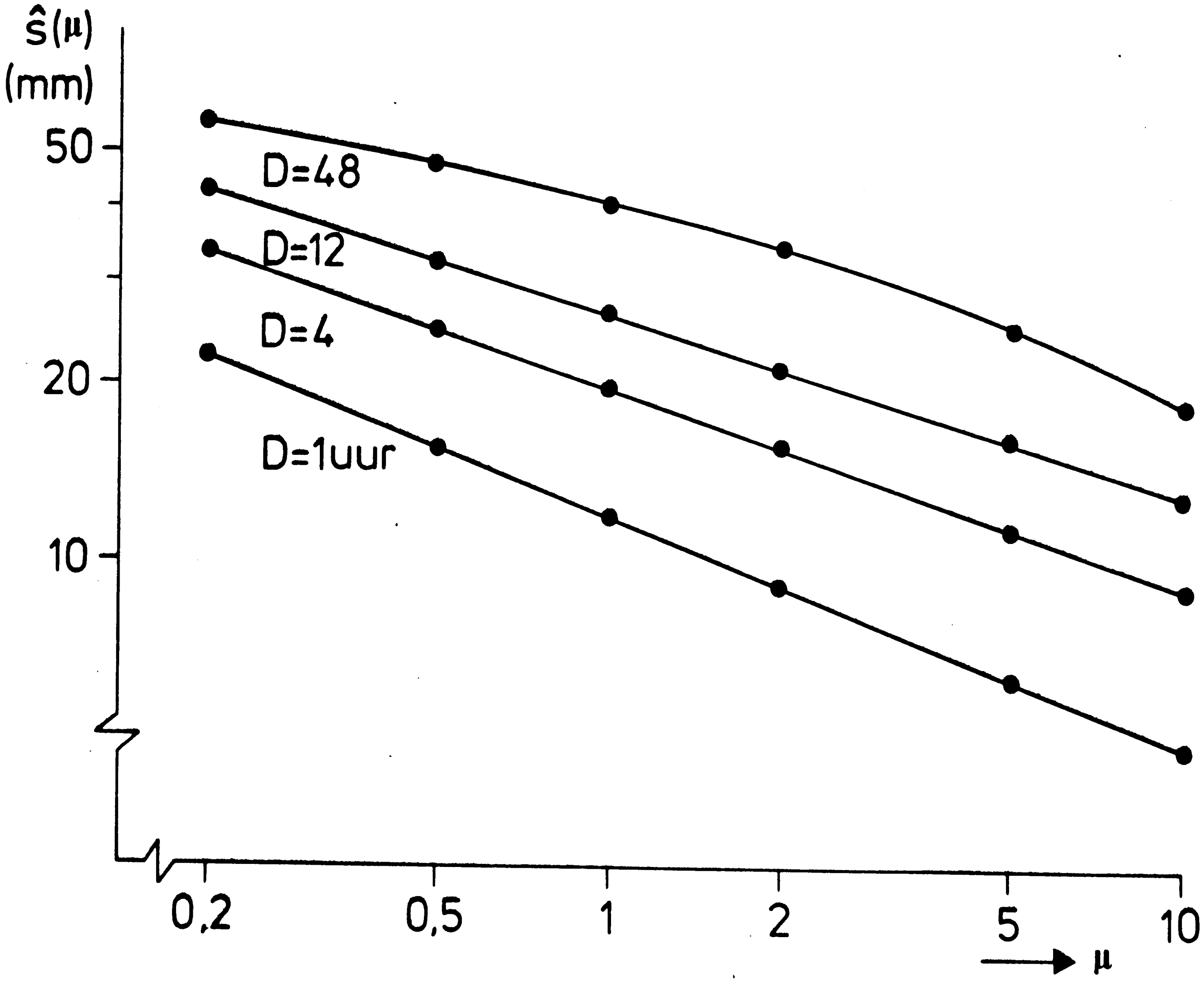

Fig. 7. Zie fig. 6, maar nu beide assen logaritmisch.

Hoewel het mogelijk is aan grafieken als fig. 6 een schatting voor de parameter β_D te ontlenen is dit niet aan te bevelen. Een betere methode wordt gegeven in deel I van het Engelse Flood Studies Report (N.E.R.C., 1975, par. 2.7.5) en het reeds eerder genoemde artikel van Cunnane (1973).

Tot nu toe werd verondersteld dat de parameters van het model binnen een bepaalde basisperiode niet veranderen. Dit is niet altijd het geval. Bij een basisperiode van een jaar is er een duidelijk seizoenverloop en heeft men voor korte duren ook te maken met een dagelijkse gang. Het gevolg hiervan is bijvoorbeeld dat grootheden als Pr(C) in verg. (16) afhangen van de ligging van het uurvak in de basisperiode.

Het is echter niet zo dat men altijd met dit verloop rekening hoeft te houden. De Poisson-verdeling in verg. (10) blijft bijvoorbeeld geldig. Bovendien is het voor veel toepassingen toelaatbaar met een exponentiële verdeling te werken waarvan de parameter β_D voor elk uurvak hetzelfde is. We zullen daarom een mogelijk verloop van de grootte van de parameters binnen de basisperiode verder buiten beschouwing laten.

7. De verdeling van extreme waarden

In deze paragraaf zal worden ingegaan op de verdeling van de hoogste waarde in een basisperiode (jaar of seizoen):

$$\underline{Z}_D = \max_{1 \leqslant k \leqslant K} \underline{M}_D(k). \qquad (21)$$

Stel nu dat voor de overschrijdingen van het basisniveau aan de Poisson-aanname is voldaan. Er is dan geen persistentie in de opeenvolging van de overschrijdingen van dit niveau. We nemen tevens aan dat de hoogten van de verschillende overschrijdingen onderling onafhankelijk zijn. Er is dan ook geen persistentie in de overschrijdingen van de niveaus $s > s_D$, zodat ook voor deze niveaus geldt dat het aantal overschrijdingen een Poisson-verdeling heeft.

De kans dat een bepaalde piek in de partiële reeks ook het niveau $s > s_D$ overschrijdt was in de vorige paragraaf gedefinieerd als:

$$P_s = \Pr\{\underline{M}_D(k) > s \mid C\}. \qquad (22)$$

Als het basisniveau s_D gemiddeld λ maal per jaar wordt overschreden, dan wordt het niveau s gemiddeld $\lambda\ P_s$ maal per jaar overschreden. Het aantal overschrijdingen $\underline{N}$ van het niveau s in een bepaalde basisperiode heeft derhalve een Poisson-verdeling met parameter $\lambda\ P_s$.

Nu is de gebeurtenis $\underline{Z}_D \leqslant s$ equivalent aan de gebeurtenis dat er geen overschrijdingen van het niveau s zijn. Uit (10) volgt dan:

$$\Pr(\underline{Z}_D \leqslant s) = \Pr\ (\underline{N} = 0) = e^{-\lambda\ P_s}, \quad s \geqslant s_D. \qquad (23)$$

Als $s = s_D$ dan is $P_s = 1$ en gaat (23) over in:

$$\Pr(\underline{Z}_D \leqslant s_D) = e^{-\lambda}. \qquad (24)$$

Hier kunnen we voor λ meestal de waarde 10 aanhouden. De kans in verg. (24) is dan te verwaarlozen (zie ook fig. 4).

Verg. (23) geldt voor een willekeurige kansverdeling P_s. In het speciale geval van de exponentiële verdeling, verg. (15), krijgen we:

$$\Pr(\underline{Z}_D \leqslant s) = e^{-\lambda e^{-(s-s_D)/\beta_D}}, \qquad s \geqslant s_D. \tag{25}$$

Verg. (25) kan worden omgewerkt tot:

$$\Pr(\underline{Z}_D \leqslant s) = e^{-e^{-\alpha(s-u)}}, \qquad s \geqslant s_D \tag{26}$$

waarbij

$$\alpha = 1/\beta_D \tag{27a}$$

en

$$u = s_D + \beta_D \ln \lambda \ . \tag{27b}$$

Verg. (26) stelt een Gumbel-verdeling voor die bij $s = s_D$ is afgeknot. Deze verdeling is in Nederland vaak toegepast om de kansverdeling van neerslagextremen te beschrijven.

Substitutie van (27a) en (27b) in (20) geeft:

$$s(\mu) = u - \frac{1}{\alpha} \ln \mu \ . \tag{28}$$

Indien men de parameters van de Gumbel-verdeling kent, dan kan men voor elke waarde van μ het niveau $s(\mu)$ uitrekenen dat gemiddeld μ maal per jaar in de partiële reeks wordt overschreden. Verg. (28) stelt ons dus in staat om uit een kansverdeling van extreme waarden de kwantielen van de neerslagpieken in de partiële reeks te berekenen.

Voor de geldigheid van (26) moet echter zowel aan de Poisson-aanname als aan de exponentiële aanname voldaan zijn. Dit is niet altijd het geval. Zo werd bijv. in de vorige paragraaf aangetoond dat voor sommige duren de neerslagpieken bij benadering een log-exponentiële verdeling hadden in plaats van een exponentiële verdeling. De verdeling van de maxima is dan een log-Gumbel-verdeling in plaats van een Gumbel-verdeling. Toch kunnen we ook in dit geval, zij het met enige voorzichtigheid, van de vergelijkingen (26) en (28) gebruik maken.

We kijken eerst naar het niveau s(1) dat gemiddeld één maal per jaar wordt overschreden. Volgens verg. (28) geldt hiervoor:

$$s(1) = u \ . \tag{29}$$

Substitutie van (29) in (26) geeft:

$$\Pr\{\underline{Z}_D \leqslant s(1)\} = e^{-1} . \qquad (30)$$

Deze vergelijking volgt echter ook direct uit (10) wegens:

$$\Pr\{\underline{Z}_D \leqslant s(1)\} = \Pr(\underline{N} = 0) = e^{-1} \qquad (31)$$

daar $\mu = 1$. Bij deze laatste afleiding hebben we niet van de exponentiële aanname gebruik gemaakt.

We hebben dus nu het resultaat dat voor $s = s(1)$ verg. (26) ook geldig is voor een verdeling die niet exponentieel is. Men kan echter ook zonder problemen van de vergelijkingen (26) en (28) gebruik maken voor niveaus s in de omgeving van s(1). De grootte van deze omgeving hangt af van de mate waarin de verdeling van de neerslagpieken afwijkt van de exponentiële verdeling. Hoewel de verdelingen in fig. 6 niet allemaal exponentieel zijn, kan men voor $0{,}2 \leqslant \mu \leqslant 2$ het verloop van $s(\mu)$ met ln μ redelijk door een rechte lijn benaderen. Voor deze waarden van μ mag men dan (26) en (28) toepassen. Voor zeer lage niveaus en evt. zeer hoge niveaus kan de Gumbel-verdeling in verg. (26) een zeer slechte benadering zijn voor de kansverdeling van het maximum Z_D en is derhalve dan niet te gebruiken.

Iets dergelijks geldt ook met betrekking tot de Poisson-aanname. Persistentie kan ernstige consequenties hebben voor de vorm van de verdeling van de extreme waarden. Dit is vooral het geval indien persistentie zich voordoet bij de overschrijdingen van een betrekkelijk hoog niveau. Bij neerslagreeksen doet persistentie zich echter hoofdzakelijk voor bij lage waarden van s. Hoewel de verdeling van het aantal overschrijdingen in een bepaalde basisperiode dan afwijkt van een Poisson-verdeling (zie tabel 3), heeft dit vrijwel geen invloed op de verdeling van het maximum $\underline{Z}_D$.

8. Verschillen in de tijd

De kwantielen in deze publikatie hebben betrekking op neerslagcijfers voor het tijdvak 1961-1980. Daar de neerslag een klimatologisch element is dat zeer variabel is in de tijd kan men zich afvragen in hoeverre men andere uitkomsten zou hebben gekregen indien men was uitgegaan van een ander tijdvak. Om deze vraag enigszins te beantwoorden zullen in deze paragraaf de hier gegeven kwantielen vergeleken worden met getallen uit andere publikaties (Buishand en Velds, 1980 en Buishand, 1983a). In deze publikaties ligt de nadruk op de kansverdeling van extreme waarden. Door gebruik te maken van verg. (28) kunnen we nu echter de verschillende kwantielen van de neerslagpieken in de partiële reeks uit de parameters van de Gumbel-verdeling bepalen. We zullen ons hoofdzakelijk beperken tot niveaus die gemiddeld eens per 5 jaar (μ = 0,2) tot tweemaal per jaar (μ = 2) worden overschreden. Voor deze niveaus is wat de verdeling van het maximum betreft meestal redelijk voldaan aan de veronderstellingen die aan de Gumbel-verdeling ten grondslag liggen. Verschillen tussen de hier gegeven kwantielen en de waarden die uit andere publikaties volgen liggen dan ook niet aan verschillende berekeningsmethoden maar zijn hoofdzakelijk het gevolg van klimaatfluctuaties.

Als eerste voorbeeld beschouwen we de verdeling van de jaarmaxima van dagsommen uit een publikatie van Buishand (1983a). De getallen in deze publikatie berusten op de neerslagcijfers van 15 stations over het 55-jarige tijdvak 1920-1974. Deze stations zijn vrij regelmatig over Nederland verspreid.

In eerste instantie werd de verdeling van de jaarmaxima benaderd door een Gumbel-verdeling met parameters u = 28,4 (mm) en $1/\alpha$ = 7,40 (mm). Evenals de getallen in Appendix 2 wordt door deze Gumbel-verdeling een of ander landgemiddelde beschreven.

Met behulp van verg. (28) krijgen we nu:

$$s_{1\ \mathrm{dag}}(\mu) = 28{,}4 - 7{,}40 \ln \mu \, . \qquad (32)$$

Deze vergelijking geeft voor verschillende waarden van μ de kwantielen van de dagsommen. Deze kunnen echter niet direct met de kwantielen van 24-uursommen in deze publikatie worden vergeleken. De dagsommen hebben immers betrekking op een 24-uurlijkse periode, die steeds begint op het tijdstip dat de regenmeter wordt afgetapt (ongeveer 9 uur wintertijd), terwijl een 24-uursom op elk willekeurig uur kan beginnen. Tussen $s_{24\ \mathrm{uur}}(\mu)$ en $s_{1\ \mathrm{dag}}(\mu)$ bestaat ruwweg de volgende empirische relatie (Buishand en Velds, 1980, par. 8.1.4):

$$s_{24\ \mathrm{uur}}(\mu) \simeq 1{,}13\ s_{1\ \mathrm{dag}}(\mu) \tag{33}$$

zodat we krijgen:

$$s_{24\ \mathrm{uur}}(\mu) \simeq 32{,}1 - 8{,}36 \ln \mu\ . \tag{34}$$

In fig. 8 is dit verband op halflogaritmisch papier uitgezet. De punten in deze figuur zijn de landgemiddelden van $\hat{s}(\mu)$ uit Appendix 2. Voor $\mu \leqslant 2$ liggen de punten vrijwel op de rechte lijn, zodat we mogen concluderen dat de getallen in deze publikatie in redelijke overeenstemming zijn met die in Buishand (1983a). Voor $\mu > 2$ treden er wel enige afwijkingen op, doch dan is de geldigheid van (34) aan twijfel onderhevig.

Als tweede voorbeeld beschouwen we de verdeling van de extreme waarden van de neerslag uit het boek van Buishand en Velds (1980, hfst. 8). De getallen uit dit boek berusten op de neerslagcijfers van De Bilt voor het 72-jarige tijdvak 1906-1977. Hierbij werd voor duren korter dan 4 uren uitgegaan van continue registraties (pluviograafstroken); voor duren van 4 uren en langer werd echter gebruik gemaakt van een magneetband met uursommen. Het jaarmaximum van een 60-minutensom in Buishand en Velds (1980) heeft dus betrekking op de neerslaghoeveelheid, die in een willekeurig tijdsinterval van 60 minuten is gevallen. Dit in tegenstelling tot de 1-uurlijkse sommen in deze publikatie, die steeds betrekking hebben op de neerslaghoeveelheid tussen twee klokuren. Evenals bij de vergelijking tussen dagsommen en 24-uursommen maken we gebruik van een ruwe benadering om $s_{60\ \mathrm{min}}(\mu)$ en $s_{1\mathrm{uur}}(\mu)$ in elkaar om te rekenen:

$$s_{60\ \mathrm{min}}(\mu) \simeq 1{,}13\ s_{1\ \mathrm{uur}}(\mu)\ . \tag{35}$$

In tabel 4 worden enige kwantielen van de D-uurlijkse sommen van De Bilt vergeleken met de landgemiddelden uit Appendix 2. Voor de partiële reeksen die betrekking hebben op het gehele jaar zijn de verschillen gering. De hier

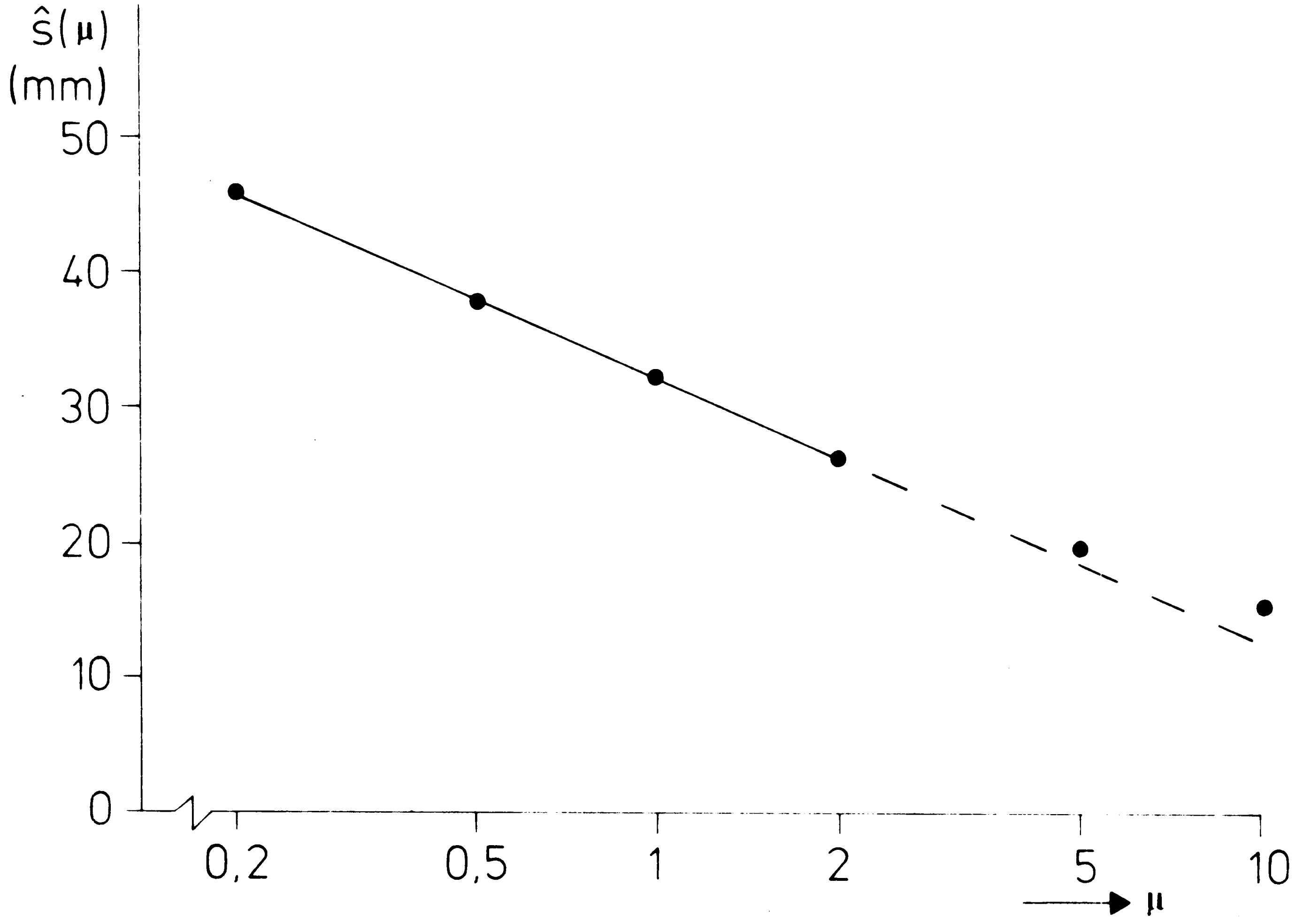

Fig. 8. Geschatte waarden $\hat{s}(\mu)$ van de 24-uursom, die gemiddeld μ maal per jaar in de partiële reeks wordt overschreden. De getrokken lijn is afgeleid uit een Gumbel-verdeling die is aangepast op de dagsommen van 15 langjarige reeksen (Buishand, 1983a). De punten zijn de mediaanwaarden van de vijf stations uit deze publikatie (zie Appendix 2).

Tabel 4. Neerslaghoeveelheden (mm) in D-uurlijkse tijdvakken die gemiddeld μ maal per jaar worden overschreden in de partiële reeks. De waarden voor het tijdvak 1906-1977 berusten op neerslaggegevens van De Bilt, terwijl de getallen voor het tijdvak 1961-1980 de mediaanwaarden zijn van de vijf stations uit deze publikatie (Appendix 2). De laatste getallen zijn onderstreept indien zij meer dan 10% afwijken van de waarden voor het tijdvak 1906-1977.

Basisperiode	Duur D	$\mu = 1$		$\mu = 0,5$		$\mu = 0,2$	
	(uren)	1906-77	1961-80	1906-77	1961-80	1906-77	1961-80
jaar (jan-dec)	1	12,5	12,0	15,9	15,4	20,3	21,2
	4	21,0	20,2	25,7	23,7	31,8	33,4
	12	27,5	26,6	32,6	32,0	39,4	40,8
	48	41,1	40,4	47,7	45,7	56,3	54,8
winterhalfjaar	4*	12,0	13,2	14,3	15,0	17,2	18,3
	12	18,4	19,8	22,0	23,9	26,8	30,8
	48	29,6	32,8	35,7	39,4	43,7	53,2
zomerhalfjaar	4*	20,5	18,7	25,2	22,6	31,6	33,4
	12*	26,0	24,0	31,3	30,2	38,3	38,7
	48	37,7	36,9	44,3	42,4	53,1	52,2

* Deze gevallen zijn niet opgenomen in de publikatie van Buishand en Velds (1980).

gepubliceerde landgemiddelden voor het tijdvak 1961-1980 verschillen in vrijwel alle gevallen minder dan 5% van de waarden van De Bilt voor het tijdvak 1906-1977. Voor het winterhalfjaar zijn de getallen uit Appendix 2 van deze publikatie altijd hoger dan die van De Bilt voor het tijdvak 1906-1977, terwijl ze voor het zomerhalfjaar daarentegen meestal iets lager zijn. Vooral voor de wat langere duren zijn de verschillen in het winterhalfjaar vrij groot. Bij een duur van 48 uren is er zelfs een verschil van bijna 10 mm (ongeveer 20%!) voor het niveau dat gemiddeld eens in de 5 jaar (μ = 0,2) wordt overschreden. Op dit verschil zal nader worden ingegaan in de volgende paragraaf.

9. Betrouwbaarheidsuitspraken over kwantielen

In de vorige paragrafen werden uitspraken gedaan over plaatselijke verschillen en verschillen in de tijd. Hiertoe werden kwantielen van verschillende reeksen met elkaar vergeleken. Een deel van de verschillen tussen de waarden van twee verschillende reeksen moet worden toegeschreven aan een toevalseffect. Om de grootte van dit toevalseffect te kwantificeren zullen in deze paragraaf enige betrouwbaarheidsuitspraken worden gedaan omtrent de ware grootte van s(μ). Eerst beschouwen we het niveau dat gemiddeld eens in de 5 jaar wordt overschreden ($\mu = 0,2$); daarna gaan we in op het niveau dat gemiddeld 10x per jaar wordt overschreden ($\mu = 10$). Ten slotte zullen we enige opmerkingen maken over mediaanwaarden van steekproefkwantielen van verschillende stations (landgemiddelden).

Het niveau dat gemiddeld eens in de 5 jaar wordt overschreden ($\mu = 0,2$)

In een reeks van 20 jaren wordt het niveau s(0,2) gemiddeld 4 maal overschreden. Daar bij een dergelijk hoog niveau geen persistentie optreedt geldt dat het aantal overschrijdingen $\underline{N}$ een Poisson-verdeling heeft met parameter 4. Door gebruik te maken van deze eigenschap kunnen we voor s(0,2) een parametervrij betrouwbaarheidsinterval construeren (Kendall and Stuart, 1973, par. 32.8 en 32.9). Een 95%-betrouwbaarheidsinterval voor dit kwantiel heeft de volgende gedaante:

$$q_9 < s(0,2) < q_1 \qquad (36)$$

waarbij de grenzen q_1 en q_9 gedefinieerd zijn door (8). Dit betrouwbaarheidsinterval is als volgt verkregen.

Voor de bovengrens van het betrouwbaarheidinterval nemen we de <u>kleinste</u> q_i waarvoor $\Pr\{\underline{q}_i < s(0,2)\} < 0,025$. Dit blijkt slechts voor $i = 1$ te gelden. De kans dat de grootste waarde $\underline{q}_1$ het niveau s(0,2) niet overschrijdt volgt uit:

$$\Pr\{\underline{q}_1 < s(0,2)\} = \Pr(\underline{N} = 0) = e^{-4} = 0,0183. \qquad (37)$$

Voor de ondergrens van het betrouwbaarheidsinterval nemen we de <u>grootste</u> q_i waarvoor $\Pr\{\underline{q}_i > s(0,2)\} < 0,025$. Met behulp van een tabel voor Poissonkansen (Pearson and Hartley, 1976, Table 7) wordt hiervoor $\underline{q}_9$ gevonden, waarvoor geldt:

$$\Pr\{\underline{q}_9 > s(0,2)\} = \Pr\{\underline{N} \geqslant 9\} = 0,0214. \qquad (38)$$

Namelijk de gebeurtenis dat $\underline{q}_9 > s(0,2)$ is equivalent aan de gebeurtenis dat $\underline{N} \geqslant 9$ (er zijn dan 9 of meer waarnemingen die het niveau $s(0,2)$ overschrijden).

Uit (37) en (38) volgt dat de werkelijke betrouwbaarheidscoëfficiënt iets groter is dan 0,95, namelijk 0,9603.

Als eerste voorbeeld beschouwen we de 48-uursommen van het station Beek voor het zomerhalfjaar. Voor de neerslagsommen in de partiële reeks vinden we $q_9 = 43,0$ mm en $q_1 = 89,8$ mm. We krijgen dus een zeer lang betrouwbaarheidsinterval. De ondergrens verschilt bijna 10 mm (dit is ongeveer 20%) van de waarde van $\hat{s}(0,2)$ in Appendix 1 (dit is q_4). Voor de bovengrens zijn de verschillen nog groter. Hierbij moet echter worden opgemerkt dat bij de constructie van dit betrouwbaarheidsinterval geen aannamen werden gedaan omtrent de verdeling van de neerslagpieken in de partiële reeks. Doet men dat wel dan krijgt men een veel korter betrouwbaarheidsinterval. Gaat men er bijvoorbeeld vanuit dat de hoogten van de overschrijdingen exponentieel verdeeld zijn dan krijgt men een betrouwbaarheidsinterval met ondergrens 46,0 mm en met bovengrens 58,4 mm (hierbij is dezelfde betrouwbaarheidscoëfficiënt aangehouden als in (36)).

Als tweede voorbeeld beschouwen we de verdeling van uursommen van Vlissingen. Nemen we als basisperiode het gehele jaar dan vinden we $q_9 = 15,3$ mm en $q_1 = 36,9$ mm. Ook nu verschilt de ondergrens ongeveer 20% van de waarde in Appendix 1 en zijn voor de bovengrens de verschillen nog veel groter. Door nu weer een aanname te doen omtrent de verdeling van de hoogten van de overschrijdingen kan men een korter betrouwbaarheidsinterval voor $s(0,2)$ krijgen (in dit geval verdient de log-exponentiële verdeling de voorkeur boven de exponentiële verdeling, zie de figuren 6 en 7).

Het niveau dat gemiddeld 10 maal per jaar wordt overschreden ($\mu = 10$)

Om een betrouwbaarheidsinterval voor s(10) te construeren gaan we ervan uit dat in een reeks van 20 jaren het aantal overschrijdingen van dit niveau een Poisson-verdeling heeft met parameter 200. Hierbij wordt dus weer de veronderstelling gemaakt dat er geen persistentie is in de partiële reeks. Uit de resultaten in tabel 3 blijkt dat dit enigszins twijfelachtig is. Daar het slechts om een klein effect gaat zullen we hiervoor niet corrigeren. Een Poisson-verdeling met parameter 200 kan uitstekend benaderd worden door een normale verdeling.

Voor het kwantiel s(10) leidt de Poisson-aanname tot het volgende 95%-betrouwbaarheidsinterval:

$$q_{229} < s(10) < q_{172}. \qquad (39)$$

Om de ondergrens van het betrouwbaarheidsinterval te bepalen is het nodig dat iets meer dan 200 pieken geselecteerd worden.

Voor de 48-uursommen van het station Beek (zomerhalfjaar) vinden we $q_{229} = 11,3$ mm en $q_{172} = 14,1$ mm. Beide grenzen verschillen bijna 1,5 mm (ruim 10%) van de waarde voor $\hat{s}(10)$ in Appendix 1.

Voor de uursommen van Vlissingen wordt gevonden dat $q_{229} = 4,5$ mm en $q_{172} = 5,1$ mm. Voor deze korte duur hebben we dus een zeer kort betrouwbaarheidsinterval.

In tabel 1 werden de waarden van $\hat{s}(10)$ onderstreept indien zij meer dan 10% verschillen van het landgemiddelde. Op grond van het bovenstaande kan geconcludeerd worden dat het vrij onwaarschijnlijk is dat dergelijke verschillen louter het gevolg zijn van toevallige fluctuaties.

Mediaanwaarden van steekproefkwantielen (landgemiddelden)

Een landgemiddelde van een bepaald steekproefkwantiel heeft een kleinere standaardafwijking dan de waarden van de individuele stations (het betrouwbaarheidsinterval voor $s(\mu)$ wordt daardoor korter). In hoeverre er een reductie van de standaardafwijking optreedt wordt bepaald door de mate van samenhang tussen de neerslagreeksen van de verschillende stations.

In de zomermaanden is er slechts een geringe correlatie tussen de neerslagreeksen van de vijf stations. De mate van afhankelijkheid neemt bovendien af met de hoogte van het niveau (effect van lokale zware buien). Voor de kwantielen van de neerslag in de zomer (of het zomerhalfjaar) heeft het middelen tussen stations daardoor een zeer gunstig effect op de nauwkeurigheid van de geschatte waarden. Dit geldt ook voor de kwantielen van de neerslagsommen in de partiële reeksen die betrekking hebben op het gehele jaar, daar de meeste neerslagpieken in het zomerhalfjaar worden aangetroffen.

In de wintermaanden is de samenhang tussen de verschillende reeksen sterker dan in de zomermaanden. Bovendien neemt de mate van afhankelijkheid toe met de hoogte van het niveau (Buishand, 1983b). Dit heeft tot gevolg dat met name voor de wat hogere niveaus (kleine μ) het middelen vrijwel geen effect heeft. De mediaanwaarden van de steekproefkwantielen voor de winterhalfjaren van het tijdvak 1961-1980 in tabel 4 hebben dan ook een geringere nauwkeurigheid dan die voor het zomerhalfjaar (vooral indien μ klein is). Dit verklaart de vrij grote verschillen tussen de waarden voor 1961-1980 en die voor 1906-1977 in deze tabel. De getallen voor het langere tijdvak 1906-1977 verdienen in dit geval de voorkeur.

10. Conclusies

Deze publikatie geeft een uitbreiding van de informatie over de verdeling van neerslaghoeveelheden in Nederland. In tegenstelling tot andere publikaties wordt hier uitvoerig aandacht geschonken aan niveaus die gemiddeld 5 of 10 maal per jaar (seizoen) worden overschreden. Deze kwantielen kunnen moeilijk uit een verdeling van extreme waarden worden afgeleid (bijv. doordat voor dergeljke lage niveaus niet altijd voldaan is aan de veronderstellingen die aan de Gumbel-verdeling ten grondslag liggen).

Er zijn in het algemeen slechts geringe plaatselijke verschillen m.b.t. de waarde van een bepaald kwantiel. Men kan daarom vrijwel overal in Nederland gebruik maken van de mediaanwaarden (landgemiddelden) van de stations De Kooy, Eelde, De Bilt, Vlissingen en Beek in Appendix 2. Een uitzondering vormt het station De Kooy voor bepaalde seizoenen. Voor het niveau dat gemiddeld 5 tot 10 maal per jaar wordt overschreden wijken de waarden van dit station in het zomerhalfjaar, de lente, de zomer en de herfst vrij sterk af van de landgemiddelden in Appendix 2. De verschillen bedragen in de meeste gevallen 10 tot 15%.

Doordat van vier van de vijf stations de uurlijkse registraties van de neerslag pas tegen het einde van de jaren vijftig aanvingen, hebben de hier gegeven getallen betrekking op een vrij kort tijdvak (1961-1980). Een vergelijking met de verdeling van jaarmaxima uit andere publikaties leert dat de hier gegeven waarden redelijk representatief zijn voor een langer tijdvak indien we als basisperiode het jaar nemen. Nemen we daarentegen als basisperiode een bepaald seizoen dan is de overeenkomst met getallen die elders gepubliceerd zijn soms minder goed. Dit geldt met name voor het winterhalfjaar. Vooral voor de langere duren zijn de getallen voor het winterhalfjaar in deze publikatie aan de hoge kant. Voor praktische toepassingen is het aan te bevelen voor het winterhalfjaar zo veel mogelijk uit te gaan van getallen, die op een langer tijdvak zijn gebaseerd. Deze worden o.a. gegeven door Buishand en Velds (1980) en Buishand (1983a).

Dankbetuiging

De werkzaamheden voor deze publikatie vonden plaats in het kader van het project Klimatologische Normalen voor het tijdvak 1951-1980. Over de constructie van de partiële reeksen en de vormgeving van de tabellen in Appendix 1 vond uitvoerig overleg plaats met drs. H.J. Krijnen. Hem wordt tevens dank gebracht voor het kritisch doorlezen van het manuscript. Daarnaast waren enige opmerkingen op een eerdere versie van dr.ir. M.A.J. van Montfort (Landbouwhogeschool), dr.ir. Ph.Th. Stol (Instituut voor Cultuurtechniek en Waterhuishouding) en ir. J.V. Witter (Landbouwhogeschool) zeer waardevol. De auteur is voorts dank verschuldigd aan de heer A.C. Patist, die het zeer uitvoerige programmeerwerk voor zijn rekening nam.

Literatuur

Buishand, T.A. (1983a): Uitzonderlijk hoge neerslaghoeveelheden en de theorie van de extreme waarden. Te verschijnen in Cultuurtechnisch Tijdschrift.

Buishand, T.A. (1983b): Bivariate extreme value data and the station-year method. Submitted to J. of Hydrology.

Buishand, T.A. (1983c): Zware neerslag in het winterhalfjaar. Publikatie in voorbereiding.

Buishand, T.A. en C.A. Velds (1980): Klimaat van Nederland 1. Neerslag en verdamping. Staatsuitgeverij, 's-Gravenhage.

C.T.G.R.E.F. (1979): Analyse des pluies de 1 à 10 jours sur 300 postes metropolitains. Centre Technique du Gênie Rural des Eaux et des Forêts (C.T.G.R.E.F.), Division Hydrologie Hydraulique Fluviale, Antony, France.

Cunnane, C. (1973): A particular comparison of annual maxima and partial duration series methods of flood frequency prediction. J. Hydrol., 18, 257-271.

Cunnane, C. (1979): A note on the Poisson assumption in partial duration series models. Water Resources Research, 1979, 489-494.

Folland, C.K. and M.G. Colgate (1978): Recent and planned studies in the Meteorological Office with an application to urban drainage design. In: Proc. Int. Urban Drainage Conf., Southampton, pp. 51-70.

Kendall, M.G. and A.D. Stuart (1973): The advanced theory of statistics. Three-volume edition, Vol. 2: Inference and relationship, 3rd edition. Charles Griffin & Co. Ltd., London.

K.N.M.I. (1982): Klimatologische gegevens van Nederlandse stations No. 10. Normalen en standaardafwijkingen voor het tijdvak 1951-1980. K.N.M.I. publikatie 150-10, De Bilt.

Kregten, S.J. van (1972): Regengegevens ten behoeve van de berekening van rioleringen. H_2O, 5, 451-460.

N.E.R.C. (1975): Flood studies Report. Vol. 1: Hydrological studies. Natural Environment Research Council (N.E.R.C.), London.

Pearson, E.S. and H.O. Hartley (1976): Biometrika tables for statisticians. Vol. 1, 3rd edition. Biometrika Trust, London.

Appendix 1

Neerslaghoeveelheden in D-uurlijkse tijdvakken die gemiddeld μ maal per jaar (μ = 0,2-10) worden overschreden voor de stations De Kooy, Eelde, De Bilt, Vlissingen en Beek.

Estimated quantiles of D-hour precipitation amounts for various exceedance rates μ (μ = 0.2-10 times per year) for the stations De Kooy, Eelde, De Bilt, Vlissingen and Beek.

TIJDVAK 1961-1980

PARTIAL DURATION SERIES OF AMOUNTS IN D-HOUR PERIODS

HOEVEELHEDEN IN D-UURLIJKSE TIJDVAKKEN (ZONDER OVERLAPPING)

JAAR (JAN-DEC)

STATION EN NUMMER		D-UURLIJKSE TIJDVAKKEN						
	GEMIDDELD	1	2	4	6	12	24	48
235 DE KOOY	10X PER JAAR	4,4	6,3	8,8	10,4	12,5	14,8	17,6
	5X	6,0	8,4	11,2	12,8	16,1	19,4	25,2
	2X	8,4	11,5	15,6	17,4	21,4	26,8	34,1
	1X	11,9	15,5	18,5	21,2	27,7	32,6	40,4
	0,5X	15,4	19,0	22,6	26,6	32,0	38,0	49,2
	0,2X	25,5	38,8	42,1	47,7	47,7	47,7	56,0
280 EELDE	10X PER JAAR	4,6	6,5	8,7	10,1	12,2	15,2	18,8
	5X	6,3	8,5	11,3	12,7	16,0	19,7	25,5
	2X	8,8	11,5	14,6	17,2	20,5	24,8	32,3
	1X	11,4	14,6	17,5	19,7	24,6	28,1	37,3
	0,5X	14,2	17,6	20,7	21,8	23,9	34,1	43,3
	0,2X	17,4	20,7	26,4	27,8	33,9	44,6	51,5
260 DE BILT	10X PER JAAR	4,8	6,9	9,4	10,9	13,5	16,4	20,1
	5X	6,6	9,2	12,3	14,0	17,5	21,4	27,8
	2X	9,4	13,5	17,1	19,3	23,9	27,8	35,4
	1X	12,0	17,1	21,2	23,9	27,3	33,2	41,0
	0,5X	17,8	21,0	25,6	28,3	32,5	36,0	45,7
	0,2X	22,4	29,7	33,4	33,6	38,7	45,7	55,3
310 VLISSINGEN	10X PER JAAR	4,7	6,7	9,1	10,3	12,5	15,2	18,8
	5X	6,3	8,8	11,8	13,6	16,7	20,3	25,2
	2X	9,3	12,1	15,7	17,8	22,3	26,4	34,6
	1X	12,2	15,5	20,2	23,0	26,4	33,2	40,3
	0,5X	15,2	20,2	23,7	26,8	31,7	38,5	45,2
	0,2X	19,7	27,8	35,4	36,5	40,8	43,0	53,2
380 BEEK L	10X PER JAAR	4,7	6,5	8,9	10,5	12,8	15,4	18,7
	5X	6,5	8,9	11,3	13,2	16,2	19,6	24,4
	2X	9,9	13,2	16,1	17,8	21,7	25,8	33,8
	1X	13,0	16,2	20,2	21,9	26,6	31,1	40,9
	0,5X	16,3	20,0	24,5	26,3	33,2	38,3	46,8
	0,2X	21,2	28,0	33,4	36,8	43,1	48,0	54,8

* * *

PARTIAL DURATION SERIES OF AMOUNTS IN D-HOUR PERIODS

HOEVEELHEDEN IN D-UURLIJKSE TIJDVAKKEN (ZONDER OVERLAPPING)

WINTERHALFJAAR (1 OKT-31 MRT)

STATION EN NUMMER		D-UURLIJKSE TIJDVAKKEN						
	GEMIDDELD	1	2	4	6	12	24	48
235 DE KOOY	10X PER WINTERHALFJAAR	2,9	4,4	6,4	7,6	9,5	11,0	12,3
	5X	3,8	6,0	8,2	9,8	11,9	15,0	18,3
	2X	5,1	7,6	10,7	12,8	16,2	20,3	26,9
	1X	6,2	9,0	13,2	15,4	19,8	25,3	32,8
	0,5X	7,1	10,8	15,0	17,4	23,1	29,5	40,0
	0,2X	8,5	12,5	18,3	21,9	32,0	45,9	53,6
280 EELDE	10X PER WINTERHALFJAAR	2,6	3,9	5,6	6,6	8,3	9,7	10,9
	5X	3,5	5,0	7,4	9,1	11,0	13,8	17,8
	2X	4,5	6,9	9,8	12,1	14,8	19,5	26,5
	1X	5,2	8,5	12,4	15,5	19,0	23,5	29,9
	0,5X	6,3	9,6	13,6	17,2	21,6	26,6	37,1
	0,2X	7,7	10,5	16,0	18,3	26,6	34,3	45,7
260 DE BILT	10X PER WINTERHALFJAAR	2,9	4,5	6,5	7,6	9,3	10,7	12,5
	5X	3,7	5,8	8,2	9,9	12,6	14,7	18,8
	2X	5,0	7,3	10,3	13,0	17,4	21,5	28,7
	1X	5,8	9,5	13,6	16,6	21,6	25,9	32,8
	0,5X	7,0	10,8	16,0	19,2	24,6	29,2	39,4
	0,2X	8,7	13,5	18,3	21,2	30,8	33,8	53,7
310 VLISSINGEN	10X PER WINTERHALFJAAR	2,9	4,4	6,1	7,2	8,8	10,5	11,7
	5X	3,8	5,8	7,9	9,4	12,0	14,6	19,2
	2X	5,0	7,6	10,6	12,9	16,6	20,9	25,9
	1X	6,1	9,0	13,4	15,9	21,1	24,7	33,7
	0,5X	8,2	10,4	15,4	17,8	25,5	31,7	40,4
	0,2X	12,2	16,7	23,7	26,7	32,8	47,1	53,2
380 BEEK L	10X PER WINTERHALFJAAR	2,7	4,2	5,9	6,9	9,0	10,6	11,6
	5X	3,4	5,5	7,5	9,5	12,2	14,7	18,1
	2X	4,8	7,1	10,2	12,3	15,5	19,7	26,4
	1X	5,8	8,8	11,5	14,1	18,2	24,4	30,8
	0,5X	7,6	10,0	14,0	17,8	23,9	28,3	30,9
	0,2X	8,0	12,7	18,1	21,7	27,2	31,8	46,2

****

PARTIAL DURATION SERIES OF AMOUNTS IN D-HOUR PERIODS

HOEVEELHEDEN IN D-UURLIJKSE TIJDVAKKEN (ZONDER OVERLAPPING)

ZOMERHALFJAAR (1 APR-30 SEP)

STATION EN NUMMER		D-UURLIJKSE TIJDVAKKEN						
	GEMIDDELD	1	2	4	6	12	24	48
235 DE KOOY	10X PER ZOMERHALFJAAR	3,6	5,2	6,9	8,0	9,3	10,5	11,0
	5X	5,2	7,0	9,8	11,1	13,2	14,8	17,2
	2X	8,3	11,2	14,8	16,7	18,5	24,0	28,4
	1X	11,9	15,5	17,7	19,4	23,6	30,5	37,5
	0,5X	15,4	19,0	22,6	26,6	31,2	37,0	46,1
	0,2X	25,5	38,8	42,1	47,7	47,7	47,7	56,0
280 EELDE	10X PER ZOMERHALFJAAR	4,3	5,7	7,2	8,4	10,0	11,4	13,1
	5X	6,0	7,9	10,0	11,2	13,7	16,7	19,8
	2X	8,6	11,2	14,2	16,0	18,6	22,4	27,9
	1X	11,4	14,6	17,3	19,5	23,0	26,5	33,6
	0,5X	14,2	17,6	20,7	21,8	28,7	30,3	36,1
	0,2X	17,4	20,7	26,4	27,8	33,9	44,6	45,6
260 DE BILT	10X PER ZOMERHALFJAAR	4,3	5,9	7,8	8,8	10,5	11,3	13,2
	5X	6,4	8,2	10,9	12,1	14,8	17,4	21,3
	2X	9,2	13,0	16,2	18,3	21,7	26,0	32,3
	1X	11,7	16,6	20,3	22,9	27,0	32,0	38,7
	0,5X	16,1	20,4	25,6	28,3	30,9	36,0	44,4
	0,2X	22,4	29,7	33,4	33,6	38,7	45,7	52,2
310 VLISSINGEN	10X PER ZOMERHALFJAAR	4,2	5,9	7,3	8,3	9,6	10,4	11,2
	5X	5,9	8,0	10,1	11,3	14,1	16,1	19,0
	2X	9,1	11,6	14,5	16,2	19,8	24,3	29,4
	1X	10,6	14,6	18,7	22,2	24,0	27,7	36,5
	0,5X	14,2	18,5	22,3	24,7	28,9	36,4	41,2
	0,2X	19,7	25,4	26,8	29,7	36,5	41,0	47,7
380 BEEK L	10X PER ZOMERHALFJAAR	4,0	5,5	7,2	8,2	9,6	11,1	12,7
	5X	5,8	8,2	10,2	11,6	14,0	16,3	20,4
	2X	9,9	12,5	13,8	16,8	19,9	22,8	27,1
	1X	13,0	16,1	19,9	20,9	24,1	28,2	36,9
	0,5X	16,3	20,0	24,5	26,3	30,2	36,5	42,4
	0,2X	21,2	28,0	33,4	36,8	43,1	46,0	54,0

****

TIJDVAK 1961-1980

PARTIAL DURATION SERIES OF AMOUNTS IN D-HOUR PERIODS

HOEVEELHEDEN IN D-UURLIJKSE TIJDVAKKEN (ZONDER OVERLAPPING)

WINTER (DEC-JAN-FEB)

STATION EN NUMMER		D-UURLIJKSE TIJDVAKKEN						
	GEMIDDELD	1	2	4	6	12	24	48
235 DE KOOY	10X PER WINTER	1,8	2,8	3,9	4,5	5,5	—	—
	5X	2,5	3,9	5,6	6,6	8,1	9,9	11,5
	2X	3,3	5,3	7,8	9,2	11,6	14,1	17,7
	1X	4,0	6,3	8,9	10,6	14,0	17,2	22,4
	0,5X	4,8	6,9	10,6	13,6	17,8	20,5	29,7
	0,2X	6,0	9,2	13,8	16,7	21,4	29,7	40,0
280 EELDE	10X PER WINTER	1,7	2,6	3,7	4,3	5,1	—	—
	5X	2,4	3,6	5,2	6,3	7,9	9,2	10,5
	2X	3,4	4,9	7,4	9,3	11,5	14,3	19,7
	1X	4,3	6,1	9,3	12,1	15,2	18,9	25,4
	0,5X	4,7	8,4	12,3	14,9	18,7	22,6	29,7
	0,2X	6,1	9,8	14,8	17,9	21,6	28,0	38,4
260 DE BILT	10X PER WINTER	1,9	3,0	4,3	4,9	5,6	—	—
	5X	2,6	4,3	6,0	7,1	9,2	10,4	12,2
	2X	3,7	5,8	8,2	10,2	13,2	16,2	19,5
	1X	4,3	6,9	9,9	12,2	16,4	20,7	26,4
	0,5X	5,2	8,2	11,4	14,3	20,9	25,0	32,2
	0,2X	6,0	9,8	14,8	18,3	24,9	33,0	45,6
310 VLISSINGEN	10X PER WINTER	1,9	2,9	4,0	4,5	5,3	—	—
	5X	2,7	4,1	5,7	6,7	8,2	9,8	10,7
	2X	3,6	5,5	7,8	9,4	11,9	14,5	18,9
	1X	4,2	6,8	9,8	10,9	14,2	17,0	23,3
	0,5X	5,0	8,0	11,9	14,8	17,0	21,5	27,8
	0,2X	6,3	9,7	14,2	17,0	22,1	24,7	34,6
380 BEEK L	10X PER WINTER	1,7	2,7	3,7	4,4	5,2	—	—
	5X	2,5	3,8	5,4	6,4	8,3	10,0	11,2
	2X	3,3	5,3	7,4	9,1	12,2	14,6	18,6
	1X	4,4	6,3	9,0	11,5	14,2	18,1	24,6
	0,5X	5,5	7,5	10,8	13,7	17,1	22,7	29,6
	0,2X	7,0	9,2	12,3	15,2	22,3	30,1	40,9

****

PARTIAL DURATION SERIES OF AMOUNTS IN D-HOUR PERIODS

HOEVEELHEDEN IN D-UURLIJKSE TIJDVAKKEN (ZONDER OVERLAPPING)

LENTE (MRT-APR-MEI)

STATION EN NUMMER		D-UURLIJKSE TIJDVAKKEN						
	GEMIDDELD	1	2	4	6	12	24	48
235 DE KOOY	10X PER LENTE	1,7	2,5	3,5	3,9	4,5	—	—
	5X	2,3	3,6	5,0	5,8	7,1	8,0	8,9
	2X	3,3	4,9	6,9	8,3	10,0	11,5	14,4
	1X	4,0	6,0	8,7	9,9	12,9	14,2	17,6
	0,5X	5,0	7,0	10,1	11,5	14,8	17,2	19,9
	0,2X	6,5	8,0	11,3	14,5	17,2	20,1	24,8
280 EELDE	10X PER LENTE	1,9	2,8	3,9	4,5	5,1	—	—
	5X	2,8	4,2	6,0	6,6	8,2	9,2	10,1
	2X	4,6	6,5	8,5	9,4	11,8	14,2	16,6
	1X	6,1	7,8	9,8	11,9	14,5	17,9	20,9
	0,5X	7,5	9,6	13,3	16,0	17,2	20,4	26,4
	0,2X	9,8	12,3	17,2	19,3	20,2	24,3	32,3
260 DE BILT	10X PER LENTE	2,0	3,0	4,2	4,7	5,5	—	—
	5X	2,9	4,3	6,1	6,8	8,2	9,5	11,0
	2X	4,7	6,6	8,6	9,7	12,2	13,9	17,1
	1X	5,8	8,0	10,0	12,0	15,0	18,2	21,7
	0,5X	7,5	11,9	14,3	17,7	19,8	21,6	30,6
	0,2X	9,2	14,3	21,5	21,8	26,8	28,2	36,5
310 VLISSINGEN	10X PER LENTE	1,7	2,6	3,5	3,9	4,7	—	—
	5X	2,6	4,0	5,3	6,2	7,4	8,3	8,9
	2X	3,9	6,0	7,8	8,8	10,5	12,5	14,6
	1X	4,8	6,8	8,9	10,2	13,1	15,2	19,8
	0,5X	6,5	8,0	9,8	11,6	14,7	18,0	23,1
	0,2X	8,0	9,8	11,4	13,3	17,6	22,2	25,3
380 BEEK L	10X PER LENTE	2,1	3,0	4,1	4,6	5,3	—	—
	5X	2,8	4,2	5,5	6,5	7,8	9,3	11,2
	2X	4,2	5,7	7,7	9,5	11,0	14,2	17,4
	1X	5,1	7,1	9,4	11,6	14,3	17,4	22,1
	0,5X	7,4	8,7	10,6	13,1	17,4	19,4	26,6
	0,2X	9,6	11,7	13,4	15,1	20,3	24,8	28,4

* * *

PARTIAL DURATION SERIES OF AMOUNTS IN D-HOUR PERIODS

HOEVEELHEDEN IN D-UURLIJKSE TIJDVAKKEN (ZONDER OVERLAPPING)

ZOMER (JUN-JUL-AUG)

STATION EN NUMMER		D-UURLIJKSE TIJDVAKKEN						
	GEMIDDELD	1	2	4	6	12	24	48
235 DE KOOY	10X PER ZOMER	2,5	3,7	4,7	5,2	5,7	—	—
	5X	4,2	5,8	7,9	9,0	9,9	11,1	12,1
	2X	7,4	10,1	12,5	13,5	16,0	18,3	22,0
	1X	10,5	13,8	16,7	17,8	20,8	25,9	30,0
	0,5X	15,1	19,0	22,5	23,7	29,2	32,9	39,8
	0,2X	25,5	38,8	42,1	47,7	47,7	47,7	51,9
280 EELDE	10X PER ZOMER	3,0	4,1	5,1	5,9	6,8	—	—
	5X	4,8	6,4	8,2	9,2	10,8	12,4	14,1
	2X	7,6	9,4	11,8	13,7	16,9	19,7	24,8
	1X	9,4	11,8	15,2	16,9	20,2	23,3	30,7
	0,5X	13,3	14,7	19,6	20,6	24,0	26,9	35,2
	0,2X	17,4	19,6	26,2	26,5	31,7	34,1	44,6
260 DE BILT	10X PER ZOMER	3,2	4,3	5,4	6,1	7,0	—	—
	5X	5,1	7,3	9,1	10,3	12,0	13,5	15,3
	2X	8,0	11,6	14,0	16,0	19,3	21,9	27,8
	1X	10,7	15,0	18,2	20,3	24,7	28,0	35,2
	0,5X	14,1	18,1	22,8	24,4	29,0	34,6	42,1
	0,2X	21,1	26,5	28,4	32,0	38,7	45,7	52,2
310 VLISSINGEN	10X PER ZOMER	3,1	4,1	4,9	5,6	6,5	—	—
	5X	4,9	6,8	9,2	10,0	11,4	12,4	13,6
	2X	8,4	11,1	13,8	15,7	18,6	21,6	27,1
	1X	10,4	14,3	18,0	21,1	23,7	26,7	33,8
	0,5X	14,2	18,2	22,3	24,7	28,9	36,2	40,1
	0,2X	19,7	25,4	26,8	29,7	36,5	41,0	47,7
380 BEEK L	10X PER ZOMER	3,1	4,2	5,2	5,8	6,7	—	—
	5X	4,8	6,6	8,6	9,6	11,3	13,0	14,3
	2X	8,8	11,2	13,2	16,0	18,3	20,9	24,2
	1X	11,4	15,7	18,4	20,1	22,3	26,2	34,8
	0,5X	15,8	18,5	22,8	25,1	27,7	33,4	41,1
	0,2X	21,2	27,9	28,3	33,4	39,2	46,0	54,0

PARTIAL DURATION SERIES OF AMOUNTS IN D-HOUR PERIODS

HOEVEELHEDEN IN D-UURLIJKSE TIJDVAKKEN (ZONDER OVERLAPPING)

HERFST (SEP-OKT-NOV)

STATION EN NUMMER		D-UURLIJKSE TIJDVAKKEN						
	GEMIDDELD	1	2	4	6	12	24	48
235 DE KOOY	10X PER HERFST	2,9	4,2	5,7	6,6	7,7	—	—
	5X	3,9	5,9	8,1	9,6	11,6	13,6	15,2
	2X	5,5	8,1	11,2	12,9	16,4	20,8	27,0
	1X	6,6	9,9	14,4	16,5	20,8	26,7	34,3
	0,5X	8,2	12,3	17,0	19,4	26,5	29,5	40,1
	0,2X	12,2	15,9	18,9	21,9	30,3	37,2	49,2
280 EELDE	10X PER HERFST	2,2	3,3	4,5	5,3	6,3	—	—
	5X	3,3	4,8	6,6	7,6	9,7	11,6	13,3
	2X	4,9	7,4	9,6	11,6	14,1	18,5	24,6
	1X	6,3	9,0	12,4	15,3	18,2	23,4	29,6
	0,5X	9,5	11,7	14,6	17,9	23,9	27,3	37,1
	0,2X	11,4	16,2	18,2	19,8	29,3	34,3	45,7
260 DE BILT	10X PER HERFST	2,5	3,6	4,8	5,5	6,5	—	—
	5X	3,4	5,1	7,2	8,5	10,1	11,8	14,1
	2X	4,8	6,7	10,1	11,8	15,4	18,8	25,8
	1X	6,0	9,8	12,4	14,7	19,3	25,2	32,3
	0,5X	7,4	11,4	16,9	19,3	22,5	27,3	37,4
	0,2X	10,4	16,0	21,3	24,8	26,0	32,4	42,6
310 VLISSINGEN	10X PER HERFST	2,5	3,7	4,9	5,5	6,3	—	—
	5X	3,8	5,5	7,1	8,1	10,1	11,6	12,7
	2X	5,5	7,6	10,1	12,6	15,6	19,1	24,3
	1X	6,8	9,5	13,4	15,3	20,4	24,8	34,8
	0,5X	9,0	12,3	16,2	18,3	24,9	31,5	41,2
	0,2X	12,3	18,2	23,7	26,7	29,8	41,4	53,2
380 BEEK L	10X PER HERFST	2,3	3,3	4,3	5,0	5,8	—	—
	5X	3,3	5,3	7,2	8,4	10,4	11,2	12,6
	2X	5,1	7,3	10,3	12,1	14,3	17,7	22,6
	1X	6,7	9,8	12,0	13,8	18,2	22,2	28,6
	0,5X	8,3	11,2	16,2	18,1	23,9	25,8	33,9
	0,2X	12,9	17,4	21,1	24,1	28,2	34,9	44,1

* * *

Appendix 2

Landgemiddelden (mediaanwaarden) van neerslaghoeveelheden in D-uurlijkse tijdvakken die gemiddeld μ maal per jaar (μ = 0,2-10) worden overschreden.

Average values (sample median) of estimated quantiles of D-hour precipitation amounts for various exceedance rates μ (μ=0.2-10 times per year).

Amount of Precipitation (mm)

Neerslaghoeveelheid (mm)

Tijdvak 1961-1980

Partial duration series of amounts in D-hour periods

Hoeveelheden in D-uurlijkse tijdvakken (zonder overlapping)

Gemiddeld	D-uurlijkse tijdvakken						
	1	2	4	6	12	24	48
10x per jaar	4,7	6,5	8,9	10,4	12,5	15,2	18,8
5x	6,3	8,8	11,3	13,2	16,2	19,7	25,2
2x	9,3	12,1	15,7	17,8	21,7	26,4	34,1
1x	12,0	15,5	20,2	21,9	26,6	32,6	40,4
0,5x	15,4	20,0	23,7	26,6	32,0	38,0	45,7
0,2x	21,2	28,0	33,4	36,5	40,8	45,7	54,8
10x per winterhalfjaar	2,9	4,4	6,1	7,2	9,0	10,6	11,7
5x	3,7	5,8	7,9	9,5	12,0	14,7	18,3
2x	5,0	7,3	10,3	12,8	16,2	20,3	26,5
1x	5,8	9,0	13,2	15,5	19,8	24,7	32,8
0,5x	7,1	10,4	15,0	17,8	23,9	29,2	39,4
0,2x	8,5	12,7	18,3	21,7	30,8	34,3	53,2
10x per zomerhalfjaar	4,2	5,7	7,2	8,3	9,6	11,1	12,7
5x	5,9	8,0	10,1	11,3	14,0	16,3	19,8
2x	9,1	11,6	14,5	16,7	19,8	24,0	28,4
1x	11,7	15,5	18,7	20,9	24,0	28,2	36,9
0,5x	15,4	19,0	22,6	26,3	30,2	36,4	42,4
0,2x	21,2	28,0	33,4	33,6	38,7	45,7	52,2

Gemiddeld	D-uurlijkse tijdvakken						
	1	2	4	6	12	24	48
10x per winter	1,8	2,8	3,9	4,5	5,3	-	-
5x	2,5	3,9	5,6	6,6	8,2	9,9	11,2
2x	3,4	5,3	7,8	9,3	11,9	14,5	18,9
1x	4,3	6,3	9,3	11,5	14,2	18,1	24,6
0,5x	5,0	8,0	11,4	14,3	17,8	22,6	29,7
0,2x	6,1	9,7	14,2	17,0	22,1	29,7	40,0
10x per lente	1,9	2,8	3,9	4,5	5,1	-	-
5x	2,8	4,2	5,5	6,5	7,8	9,2	10,1
2x	4,2	6,0	7,8	9,4	11,0	13,9	16,6
1x	5,1	7,1	9,4	11,6	14,3	17,4	20,9
0,5x	7,4	8,7	10,6	13,1	17,2	19,4	26,4
0,2x	9,2	11,7	13,4	15,1	20,2	24,3	28,4
10x per zomer	3,1	4,1	5,1	5,8	6,7	-	-
5x	4,8	6,6	8,6	9,6	11,3	12,4	14,1
2x	8,0	11,1	13,2	15,7	18,3	20,9	24,8
1x	10,5	14,3	18,0	20,1	22,3	26,2	33,8
0,5x	14,2	18,2	22,5	24,4	28,9	33,4	40,1
0,2x	21,1	26,5	28,3	32,0	38,7	45,7	51,9
10x per herfst	2,5	3,6	4,8	5,5	6,3	-	-
5x	3,4	5,3	7,2	8,4	10,1	11,6	13,3
2x	5,1	7,4	10,1	12,1	15,4	18,8	24,6
1x	6,6	9,8	12,4	15,3	19,3	24,8	32,3
0,5x	8,3	11,7	16,2	18,3	23,9	27,3	37,4
0,2x	12,2	16,2	21,1	24,1	29,3	34,9	45,7