

KONINKLIJK NEDERLANDS
METEOROLOGISCH INSTITUUT

De Bilt

WETENSCHAPPELIJK RAPPORT

W.R. 77-4

A.P.M. Baede en J. Reiff

Resultaten van een experiment betreffende
de voorspelbaarheid van de golven $n=3-10$
in een 5-daags gemiddeld barotroop model.

De Bilt, 1977

Publikationsnummer: K.N.M.I. W.R. 77-4 (MO)

U.D.C.: 551.509.313 :
551.509.5

Summary

In this report the results are discussed of an experiment concerning the predictability of meteorological waves with zonal wave number $n = 3-10$, by using time and space smoothed real 500 mbar fields in a simple hemispheric equivalent barotropic gridpoint model.

For spectral models it was shown by Puri and Bourke (1974) and Rasmussen (1974) that an increase of the resolution of the model has a strong influence on the predictability, not only of the smallest waves, but also of the large spectral components.

For gridpoint models it was shown by Miyakoda et al. (1971) that a reduction of the gridpoint distance from 270 km to 135 km considerably improves the forecast of the longer waves.

In this study we test the hypothesis that a possible source of errors in a 120h forecast for $n = 3-10$ waves consists of the numerical non-linear interaction of these waves with the smaller ones, which are noisy already after a short prediction time period.

To test this hypothesis we use a hemispheric equivalent barotropic model, which is described in sections 2 and 3, and start with a 5-day mean 500 mbar stream function as initial field to smooth out the short waves. The model is a finite difference model with fourth-order accuracy in space and second-order accuracy in time. A Cressman correction is used to avoid the fast spurious westward movement of the long waves. A non-linear balance equation is used to obtain the stream function from the 500 mbar height field. Verification results, using the anomaly correlation coefficient c_a and the persistency coefficient c_p , which are also used by Miyakoda et al. (1972), are given in section 4. First results are given on the basis of 5-day mean NMC analyses. For 36 cases c_a was larger than c_p in all wave classes ($n = 1-2, 3-5, 6-10$). Only for the wave class $n = 6-10$ c_a was significantly larger than c_p at a 5% significance level.

(See figures 1, 2 and paragraph 4.3). The same experiments were repeated with analyses of the Royal Netherlands Meteorological Institute (KNMI), which have a poorer quality. South of 40° North these analyses are very noisy and therefore extra smoothing of the initial fields was necessary (4.5.1). For 37 cases c_a was larger than c_p in all wave classes, but in no wave class c_a was significantly better. The averaged \bar{c}_a , calculated over the whole northern hemisphere, was nearly equal to \bar{c}_p , which was not the case in the experiments with the NMC analyses. (See figures 1, 4, 6 and paragraph 4.5.2).

To test the hypothesis mentioned before, also 120h forecasts were made with synoptic KNMI-analyses where the central day of the corresponding 5-day period was taken as the initial situation. Also in this case no significant improvement of c_a over c_p for the waves $n = 3-10$ was observed, so the hypothesis could not be proved (figure 5 and paragraph 4.5.2).

Nevertheless the 120h results obtained with a very simple time-averaged equivalent barotropic model on the basis of the NMC 5-day mean 500 mbar analyses are amazing.

Inhoud

1. Inleiding
 - 1.1 Doel van het project
 - 1.2 Literatuur
 - 1.3 Korte beschrijving van de inhoud

2. Het equivalent-barotrope model
 - 2.1 Beknopte afleiding
 - 2.2 Tijdsmiddeling in een barotroop model
 - 2.3 Ruimtelijk verwijderen van korte golven in een barotroop model

3. Beschrijving van de numerieke aspecten van het gebruikte model
 - 3.1 De numerieke oplossingsmethode
 - 3.1.1 Het eigenlijke model
 - 3.1.2 Initialisering
 - 3.1.3 Zonalisering in het gebruikte model
 - 3.2 Objectieve verificatiemethode

4. Beschrijving van de experimenten en discussie van de resultaten
 - 4.1 Optimalisering van parameters
 - 4.1.1 Shuman-smoothing
 - 4.1.2 De tijdstaplenge Δt
 - 4.1.3 De convergentie-nauwkeurigheid ϵ
 - 4.1.4 De Cressman-correctie M
 - 4.1.5 De overrelaxatiefactor α
 - 4.2 Vergelijken van twee initialiseringsmethoden
 - 4.3 Experimenten met Amerikaanse pentadegemiddelden
 - 4.4 Verdere experimenten met Amerikaanse pentadegemiddelden
 - 4.4.1 Foutenpersistentie
 - 4.4.2 Klimatologische vorticitetsadvectie

4.5 Experimenten op basis van KNMI-analyses

4.5.1 Kwaliteit van de KNMI-analyses

4.5.2 Vergelijking van resultaten met pentadegemiddelden en synoptische kaarten

4.5.3 Ruimtelijk verwijderen van korte golven met behulp van de Fourier-analyse

5. Conclusies

Referenties

Figuren

Annex A:

1. Beschrijving van versie 9 van het gebruikte programma (12-6-1975)
2. Parameterlijst
3. Programmatekst*

* Aanwezig bij de auteurs en in de KNMI-bibliotheek.
Op verzoek verkrijgbaar.

1. Inleiding

1.1 Doel van het project

In dit W.R. worden resultaten van 120-uurs voorspellingen met een tijdsgemiddeld (soms ruimtegemiddeld) equivalent barotroop model beschreven, waarin de korte golven t.g.v. tijdsmiddeling (soms ruimtemiddeling) in de uitgangstoestand zijn verwijderd. Nagegaan wordt of het verwijderen van de korte golven nadelige invloed heeft op het voorspellen van de middellange en lange golven.¹⁾

Dat korte golven de voorspelling van langere golven beïnvloeden wordt in de literatuur reeds beschreven: Miyakoda (1971) vond, dat bij een verkleining van de roosterpuntafstand van 270 km op middelbare breedte tot 135 km niet alleen de voorspelling van de kleinere golven in het model verbetert, maar ook de voorspelling van de langste componenten sterk verbeterd wordt. Ook studies van spectrale modellen hebben aangetoond, dat uitbreiding van het spectrum met een aantal kortgolfige componenten een sterke invloed heeft op het gedrag van de langgolfige spectrale componenten in een 120-uurs barotrope voorspelling. (Puri and Bourke 1974, Rasmussen 1974).

Een goede beschrijving van de korte golven levert een betere voorspelling van de langere golven, maar bij een slechte beschrijving van de korte golven mag een verminderde voorspelbaarheid van de langere golven worden verwacht. Juist in een vrij grootmazig roosterpuntmodel lopen na enige tijd de amplitudes van de korte golven niet-realistisch op. Dit komt door de eindige roosterpuntafstand en het energietransport in de richting van de kortste golven. De korte golven tonen na enige (voorspel-)dagen een ruizig beeld.

Ons vermoeden is, dat dit laatste verschijnsel de voorspelbaarheid van langere golven in een grootmazig roosterpuntmodel nadelig beïnvloedt, waardoor het beter is de wisselwerking tussen korte en langere golven niet expliciet te berekenen, maar te parametriseren. De meest eenvoudige parametrisatie is weglaten van deze interactie. In het onderstaande wordt nagegaan of dit weglaten tot dezelfde, betere of slechtere 120-uurs voorspellingen van de langere golven leidt.

1) Middellange en lange golflengten hebben een zonaal golfgetal $n = 3-10$; op gematigde breedten betekent dit dat de golflengte tussen de 3000 en 7000 km ligt. Korte golven worden gedefinieerd door $n > 15$, d.w.z. op gematigde breedten $\lambda < 2000$ km.

Mochten de resultaten hetzelfde zijn of beter, dan zou het mogelijk zijn m.b.v. een grof rooster (dus weinig rekentijd!) het grootcirculatiepatroon te voorspellen. Verder zou dan gedacht kunnen worden aan herhaling van dit experiment met barocliene modellen waarin de interactie tussen lange en middellange golven enerzijds en de korte golven anderzijds beter geparаметriseerd wordt.¹⁾

In dit onderzoek werden de korte golven op twee manieren weggestreken of verzwakt. Allereerst door tijdsgemiddelde, in ons geval 5-daags gemiddelde kaarten, zogenaamde pentg kaarten, te nemen waardoor de snellopende kleinere systemen weggemiddeld werden, terwijl de langzaam lopende middelgrote en zeer grote systemen nog nauwelijks worden aangetast. Ten tweede door ruimtelijk afgekapte Fourier-spectra in synoptische kaarten te berekenen en deze als uitgangstoestand voor een voorspelling te nemen. De tijds- en ruimtegmiddele kaarten worden als uitgangstoestand voor een tijds- respectievelijk ruimtelijk gemiddelde equivalent-barotrope voorspelvergelijking voor het noordelijk halfrond gebruikt. Zie hiervoor de paragrafen 2.2 en 2.3. Voor een reeks uitgangstoestanden wordt nagegaan hoe goed de middellange en lange golven in een 120-uurs verwachting, zoals boven omschreven, voorspeld kunnen worden, vergeleken met de overeenkomstige 120-uurs voorspellingen in een niet-gemiddeld model met een niet-gemiddelde uitgangstoestand. De resultaten hiervan worden beschreven in de paragrafen 4.3 tot en met 4.5.

1) Uit berekeningen met behulp van synoptische kaarten van Van den Dool (1975, blz. 101 e.v.) blijkt, dat in de kinetische energievergelijking, die het transport en de omzetting van 15-daags gemiddelde kaarten beschrijft, twee grote termen elkaar vaak plaatselijk compenseren. Deze termen zijn: omzetting van 15-daags gemiddelde potentiële energie en kinetische energie, en uitwisseling van kinetische energie tussen het 15-daags gemiddelde en de snellere eddies. Het is dus mogelijk dat ook in een 5-daags gemiddelde deze twee omzettingstermen elkaar plaatselijk compenseren en dat de verandering van 5-daags gemiddelde energie (en misschien vortociteit!) kan worden beschreven door de transportterm $J(\nabla^2 \bar{\psi} + f, \bar{\psi})$ alléén, dus barotroop. Mocht dit het geval zijn, dan zal bij de verbetering van de voorspelling van $\frac{\partial \nabla^2 \bar{\psi}}{\partial t}$ niet alleen de wisselwerkings-term $\frac{\partial(\nabla^2 \psi', \psi')}{\partial t}$ (zie ook 2.h) geparаметriseerd moeten worden, maar tegelijkertijd óók de omzetting van 5-daags gemiddelde potentiële energie \rightarrow 5-daags gemiddelde kinetische energie.

1.2 Literatuur

Het idee van het gebruik van pentg kaarten is niet nieuw. Clapp (1953, 1956) probeerde in 1953 al met behulp van de barotrope vorticiteitsvergelijking pentg kaarten te voorspellen. Voor de enkele gevallen waarvoor hij een voorspelling maakte, nam hij, bij gebrek aan een computer, een tijdstap van 24 uur. Zijn resultaten waren gelijkwaardig aan 24-uurs synoptische voorspellingen voor het grootschalige circulatiepatroon.

Clapp en Berson (1953) probeerden deze resultaten te verbeteren door veronderstellingen te maken voor termen, die in de bovengeschetste experimenten met een "tijdsgemiddelde" barotrope vorticiteitsvergelijking verwaarloosd worden. Ze namen als extra termen respectievelijk mee: een term, die de klimatologische vorticiteitsadvectie beschrijft (Clapp 1953) en een term, die uitgaat van de veronderstelling dat er fouten in het model zijn (bronnen en putten van vorticititeit), welke **geografisch bepaald** zijn. (Berson 1953). In 4.4.1 en 4.4.2 wordt hier nog op teruggekomen. Bovendien zullen resultaten van analoge experimenten, welke door de auteurs zijn gedaan, worden behandeld.

Pellegrini (1965) suggereerde, dat een 5-daags gemiddeld equivalent-barotroop model veel betere resultaten geeft met gebergteteterm dan zónder gebergteteterm. J. van Maanen toonde in zijn afstudeeronderzoek aan dat deze suggestie niet juist is. (J. van Maanen 1974).

H. Sigtryggsson en A. Wiin-Nielsen (1957) hebben 48-uurs barotrope voorspellingen uitgevoerd met als uitgangstoestand ruimtelijk gladgestreken 500 mbar velden met behulp van een door Fjörtoft ontwikkelde gladstrijkprocedure. Deze voorspellingen werden vergeleken met 48-uurs voorspellingen met behulp van de overeenkomstige synoptische uitgangstoestand. De voorspellingen gemaakt met behulp van de gladgestreken velden bleken iets beter te zijn.

Bij alle bovenaangehaalde literatuur moet echter bedacht worden, dat er resultaten worden gegeven op basis van slechts enkele berekende voorspellingen. Ten gevolge van betere computerfaciliteiten zijn de auteurs van dit W.R. echter in staat geweest

verschillende van de bovengenoemde suggesties voor een lange reeks van gevallen te onderzoeken.

1.3 Korte beschrijving van de inhoud.

Om bovengenoemde experimenten met 5-daags gemiddelde kaarten te kunnen uitvoeren, hebben J. van Maanen (toen nog werkzaam bij het Instituut voor Meteorologisch Onderzoek te Utrecht) en de auteurs een numeriek programma ontwikkeld op de Cyber-74 van het A.C.C.U. te Utrecht. Dit programma voert de numerieke integratie uit van een equivalent barotroop model. Het rekenrooster is een octagon en beslaat de stereografische kaart van het noordelijk halfrond tot ongeveer 15° NB; de roosterpuntsafstand op 60° NB komt overeen met 375 km, gelijk aan het KNMI-BK3 rooster. Er wordt gerekend met een 4e orde differentieschema; bovendien wordt een Cressman-correctie toegepast, zodat de langste golven ($n = 1,2$) in de voorspelling een sterk persistent karakter vertonen. Een korte beschrijving van het equivalent barotrope model wordt in hoofdstuk 2 gegeven, een verdere uiteenzetting van de numerieke aspecten in hoofdstuk 3.

Met het model zijn twee groepen van experimenten gedaan. Allereerst werd voor 36 gevallen een 120-uurs prognose van het 500 mbar patroon berekend. Als uitgangstoestanden werden de op dat moment als enig beschikbare pentag kaarten, die van het Amerikaanse NMC gebruikt. Nagegaan werd of de lange en middelbare golven ($n = 3-10$) in een 120-uurs prognose beter scoorden dan de persistentie. Dit bleek het geval te zijn. Bovendien werden de resultaten voor verschillende golfgebieden vergeleken met het werk van Miyakoda (1975).

Daarna werd nagegaan, aan de hand van de toen pas beschikbaar komende KNMI-analyses, of de lange en middelbare golven in 5-daags gemiddelde prognoses inderdaad beter voorspeld werden dan dezelfde golven in 120-uurs prognoses van de overeenkomstige synoptische 500 mbar kaarten van de centrale dagen van deze pentades. Dit bleek voor de KNMI-analyses niet het geval te zijn. In hoofdstuk 4 worden de resultaten van beide groepen van experimenten gegeven, terwijl in hoofdstuk 5 conclusies worden getrokken. In Annex A tenslotte wordt een stroomdiagram plus een korte beschrijving gegeven van het numerieke programma op de Cyber-74.

2. Het equivalent-barotrope model

2.1 Beknopte afleiding

De juistheid van de hypothese, die in 1.1 is geschetst, kan alleen worden nagegaan door een reeks numerieke voorspellingen te doen met synoptische uitgangstoestanden en deze te vergelijken met een overeenkomstige reeks numerieke voorspellingen, maar nu met als uitgangstoestanden kaarten waarin de kleine golven verzwakt of weggestreken zijn. Van beide reeksen zal dan de mate van voorspelbaarheid van de middelbare en lange golven vergeleken moeten worden.

Rekening houdende met a) de beschikbare rekentijd en b) de lengte van de reeks experimenten nodig om een mogelijk significant resultaat te kunnen verkrijgen, is gekozen voor een numeriek model op basis van de equivalent-barotrope vorticitetsvergelijking.

In diverse tekstboeken over meteorologie wordt het equivalent-barotrope model behandeld (Haltiner 1971, Holton 1972). Daarom wordt in dit W.R. slechts summier geschetst hoe vanuit de bewegingsvergelijkingen de equivalent-barotrope vorticitetsvergelijking kan worden afgeleid.

Door de bewegingsvergelijkingen voor v_y en v_x respectievelijk naar x en y te differentiëren en deze van elkaar af te trekken, wordt de volledige vorticitetsvergelijking verkregen:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla}(\zeta + f) - (\zeta + f) \frac{\partial \omega}{\partial p} + \omega \frac{\partial \zeta}{\partial p} + \vec{k} \cdot \vec{\nabla} \omega \times \frac{\partial \vec{v}}{\partial p} = 0 \quad (2.a)$$

(zie Haltiner 3.43), waarbij een rechtshandig x, y, p assenstelsel is verondersteld.

p = de druk

$\vec{v} = (v_x, v_y)$, de "horizontale" snelheid

$\omega = \frac{dp}{dt}$, de verticale windsnelheid in p -coördinaten

$\zeta = \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y}$, de relatieve vorticitet

$f = 2 \Omega \sin \varphi$, de Coriolisparameter, waarbij

φ = de geostrofische breedte en

Ω = de hoeksnelheid van de aarde = $7.2926 \text{ rad s}^{-1}$ voorstelt.

\vec{k} = een eenheidsvector langs de p-as.

Deze vergelijking is nog te ingewikkeld om met behulp van onze rekenfaciliteiten snel tot 120-uurs voorspellingen te kunnen komen.

O.a. daarom worden nu een aantal veronderstellingen ingevoerd:

1e Alleen het divergentievrije gedeelte van de wind wordt meegenomen, zodat er een stroomfunctieveld ψ bestaat, zodanig dat

$$\vec{v} = \vec{k} \times \text{grad } \psi, \quad \text{en} \quad \zeta = \nabla^2 \psi \quad (2.b)$$

In de quasi-geostrofische benadering betekent dit, dat $\psi = \frac{gz}{f}$, waarbij z de geopotentiële hoogte en g de gravitatieversnelling voorstelt. Wordt de balansvergelijking gebruikt, dan wordt ψ op een meer gecompliceerde manier uit z verkregen (zie 3.1.2).

2e Verondersteld wordt dat de atmosfeer in goede benadering "equivalent-barotroop" is, wat wil zeggen dat in ieder drukvlak het isothermenpatroon evenwijdig is met het isohypsenpatroon, zodat a) er geen warmte-advectie is en b) de wind met de hoogte alleen van snelheid, maar niet van richting verandert.

3e Verder wordt geëist dat de overblijvende vorticitetsvergelijking moet voldoen aan de voorwaarde, dat, geïntegreerd over de gehele atmosfeer, geen kinetische energie verloren gaat in de tijd.

De geïntegreerde vorticitetsvergelijking, geldig voor het "equivalent-barotrope" vlak, het 500 mbar vlak, ziet er na deze veronderstellingen nu als volgt uit (zie Haltiner 6.9):

$$\frac{\partial \nabla^2 \psi}{\partial t} - J(\nabla^2 \psi + f, \psi) = M \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (2.c)$$

waarbij het rechterlid een zgn. Cressman-correctie voorstelt, die ervoor zorgt, dat de langste golven ($n = 1,2$) gedurende de voorspelperiode praktisch stationair blijven. In het model is $M = 1,5 \times 10^{-12}$ genomen (zie 4.1.4).

Verder is

$$J(a,b) = \frac{\partial a}{\partial x} \frac{\partial b}{\partial y} - \frac{\partial b}{\partial x} \frac{\partial a}{\partial y} \quad (2.d)$$

Het voordeel van vergelijking (2.c) ligt in haar eenvoud; een hypothese, zoals die in (1.1) is geschetst, kan met behulp van (2.c) en met gebruikmaking van een snelle computer nog in een redelijke tijd worden getest. Een nadeel van het gebruik van (2.c) is echter, dat zich na 120 uur wreekt dat de atmosfeer zich niet exact barotroop gedraagt. Een barotroop model voert bijvoorbeeld bij de meeste uitgangstoestanden gedurende de voorspeltijd impuls naar de straalstroom toe, terwijl er geen impuls wordt afgevoerd. (Zie 3.1.3). Correcter zou het dan ook zijn een baroclien model te gebruiken, waarbij ook nog fysische processen zoals de interactie met het zeewater, de stralingsbalans en de wrijving worden meegenomen. Zoals echter reeds eerder is opgemerkt (1.1), is het bij positief resultaat mogelijk het model in deze zin uit te breiden.

2.2 Tijdsmiddeling in een barotroop model

Door (2.c) toe te passen op een 500 mbar kaart waarin de korte golven zijn verzwakt of weggestroken, hetgeen voor het nagaan van eerdergenoemde hypothese noodzakelijk is, wordt een extra fout geïntroduceerd. In deze paragraaf wordt nagegaan welke termen in een tijds gemiddeld barotroop model worden verwaarloosd om met behulp van een tijdsgemiddelde 500 mbar kaart, waarin de korte golven praktisch zijn verdwenen, een 120-uurs voorspelling te kunnen maken. Bij de aanvang van dit project waren 5-daags gemiddelde NMC-analyses beschikbaar, de zgn. pentg kaarten, waarmee Clapp in het verleden reeds verschillende succesvolle voorspellingen maakte. (Zie 1.2).

Het verschil tussen het synoptische veld van de centrale dag van het pentadegemiddelde ψ en het pentg-veld $\bar{\psi}$ noemen we ψ' , zodat geldt

$$\psi = \bar{\psi} + \psi' \quad (2.e)$$

We willen $\bar{\psi}$ voor een termijn van 120 uur voorspellen en kunnen dit, als we op verschillende tijdstippen $\frac{\partial(\nabla^2 - M)\bar{\psi}}{\partial t}$ uitrekenen.

Deze term komt voor in vergelijking (2.f), die we verkrijgen door (2.c) over 5 dagen (één pentade) te middelen:

$$\frac{\partial(\nabla^2 - M)}{t} \bar{\psi} = J(\nabla^2 \bar{\psi} + f, \bar{\psi}) + \overline{J(\nabla^2 \psi', \psi')} \quad (2.f)$$

De meest rechtse term in (2.f) kennen we niet. Deze term beschrijft de bijdrage aan de interactie tussen de lange en middellange golven enerzijds (we nemen aan dat deze volledig door $\bar{\psi}$ worden beschreven) en de korte golven anderzijds (die in ψ' voorkomen). In onze berekeningen hebben we deze interactieterm opzettelijk weggelaten, hetgeen in de inleiding van dit W.R. reeds beargumenteerd werd. Door zowel $\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial t}$ in (2.f) zonder de meest rechtse term, als $\frac{\partial \psi'}{\partial t}$ met behulp van synoptische kaarten met (2.c) te berekenen en de 120-uurs voorspelling van de middellange golven in beide gevallen te vergelijken, hopen we aan te tonen dat het verwaarlozen van de meest rechtse term in (2.f) op het resultaat van de 120-uurs voorspelling van de middellange golven geen nadelige invloed heeft.

2.3 Ruimtelijk verwijderen van korte golven in een barotroop model

Naast het verwijderen van korte golven door tijdsgemiddelde kaarten te gebruiken, is het ook mogelijk de korte golven met behulp van een filter direkt te verwijderen. Een methode om dit te doen is ontwikkeld door Kuipers. Bij deze methode wordt gebruik gemaakt van dubbele Fourier-ontwikkeling van het veld op het stereografisch rooster volgens

$$\psi(x, y) = \psi_0 + \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n A_{pq} \sin\left(\frac{qx}{L} \pi\right) \sin\left(\frac{py}{L} \pi\right) \quad (2.g)$$

met $p+q \leq n+1$

waarin ψ_0 de gemiddelde hoogte op de rand;
 x, y coördinaten op het stereografische veld;
 L de lengte van het stereografische rooster.

Het $n \times n$ aantal punten bepaalt de bovengrens n van de reeks.
 In ons geval is $n = 48$. Voor verdere details zie Baede et al.
 (1976). Na deze ontwikkeling wordt een veld $\psi_m(x, y)$ geconstrueerd,
 waarbij bij de m -de Fourier-component wordt afgekapt, volgens:

$$\psi_m(x, y) = \psi_0 + \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^m A_{pq} \sin\left(\frac{qx}{L} \pi\right) \sin\left(\frac{qy}{L} \pi\right) \quad (2.h)$$

met $p+q \leq m+1$
 $m < n$

Het kortgolvig gedeelte van het spectrum is hier dus weggelaten.
 Afkappen in het Fourier-spectrum is analoog aan het nemen van
 een zeker gewogen gemiddelde in de ruimte (op randmoeilijkheden na).
 Als we aannemen, dat $\psi_m(x, y) = \hat{\psi}_m(x, y)$, waarbij $\hat{\psi}_m(x, y)$ uit
 ruimtelijk middelen is verkregen en we verder definiëren

$$\psi = \hat{\psi}_m + \psi'' \quad (2.i)$$

dan geldt analoog aan (2.f)

$$\frac{\partial(\nabla^2 - M)\hat{\psi}_m}{\partial t} = J(\nabla^2 \hat{\psi}_m + f, \hat{\psi}_m) + J(\nabla^2 \psi'', \psi'') \quad (2.j)$$

Door $\frac{\partial \hat{\psi}_m}{\partial t}$ te berekenen zal, analoog aan de berekening van $\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial t}$,
 de meest rechtse term in (2.j) verwaarloosd moeten worden.

3. Beschrijving van de numerieke aspecten van het gebruikte model

3.1 De numerieke oplossingsmethode

In dit hoofdstuk zal in het kort geschetst worden, welke numerieke oplossingsmethode is gebruikt om tot 120-uurs voorspellingen met behulp van de equivalent-barotrope vergelijking (2.f) te komen. In 3.1.1 wordt het eigenlijke model beschreven, terwijl in 3.1.2 de initialiseringsprocedure wordt behandeld. In 3.1.3 wordt tenslotte iets over de zonalisering (een typisch kenmerk van een barotroop model) gezegd.

3.1.1 Het eigenlijke model

Vergelijking (2.f) heeft in het algemeen geen analytische oplossing. Daarom wordt de differentiaalvergelijking in een differentievergelijking omgezet. Deze ziet er als volgt uit. (Zie Haltiner 6.15).

$$(\nabla^2 - M) \Delta \psi = \frac{\Delta t}{4} \mathcal{J} \left(\frac{m^2}{d^2} \nabla^2 \psi + f, \psi \right) \quad (3.a)$$

waarbij op een rooster, dat als volgt is genummerd

$$\begin{array}{ccccc}
 & & \dot{9} & & \\
 & & \dot{5} & \dot{1} & \dot{6} \\
 \dot{12} & \dot{4} & \dot{0} & \dot{2} & \dot{10} \\
 & & \dot{8} & \dot{3} & \dot{7} \\
 & & \dot{11} & &
 \end{array} \quad (3.b)$$

De differentie-operator $\nabla^2 \psi$ als volgt is gedefinieerd:

$$\nabla^2 \psi_0 = \psi_1 + \psi_2 + \psi_3 + \psi_4 - 4 \psi_0 \quad (3.c)$$

en de Jacobiaan differentie-operator is gedefinieerd als:

$$\begin{aligned}
 J(A,B) = & \left[\frac{4}{9} \{ (A_3 - A_1) \times (B_2 - B_4) - (A_2 - A_4) \times (B_3 - B_1) \} \right. \\
 & - \frac{1}{18} \{ (A_3 - A_1) \times (B_{10} - B_{12}) - (A_{10} - A_{12}) \times (B_3 - B_1) \} \\
 & + \frac{1}{18} \{ (A_2 - A_4) \times (B_{11} - B_9) - (A_{11} - A_9) \times (B_2 - B_4) \} \\
 & \left. + \frac{1}{144} \{ (A_{11} - A_9) \times (B_{10} - B_{12}) - (A_{10} - A_{12}) \times (B_{11} - B_9) \} \right] \times 4
 \end{aligned} \tag{13.d}$$

waardoor hiervoor een zogenaamd 4e orde differentieschema wordt toegepast.

m is een schaalfactor, die bepaald wordt door de projectie waarmee wordt gewerkt. In dit W.R. wordt gerekend op een stereografische projectie van het noordelijk halfrond, waarbij vanuit de zuidpool geprojecteerd wordt. Het rooster is achthoekig; de rand van de achthoek ligt ongeveer op 15° NB. De afstand tussen twee roosterpunten bedraagt op 60° NB 375 km, zodat (zie Haltiner 1.34)

$$m = (1 + \sin 60^\circ) / (1 + \sin \varphi) \tag{3.e}$$

en d = de roosterpuntsafstand = 375 km.

De differentievergelijking (3.a) wordt nu op de volgende wijze opgelost. Het veld ψ is elke tijdstap t in ieder roosterpunt bekend, zodat het rechter lid van (3.a) op t kan worden uitgerekend. Vergelijking (3.a) is dus teruggebracht tot een Helmholtz-vergelijking, waarvan het rechter lid F bekend is en waaruit de tendens $\Delta\psi$ wordt opgelost:

$$(\nabla^2 - M) \Delta\psi = F \tag{3.f}$$

waarbij op de rand van het grid $\Delta\psi$ en de afgeleide van $\Delta\psi$ in de normale richting gelijk aan nul worden genomen.

De numerieke relaxatie-methode, die hiervoor wordt gebruikt, heeft een gisveld voor de tendens $\Delta\psi(t)$ nodig. Dit gisveld, $\Delta\psi^{(1)}(t)$, wordt verkregen door hiervoor de tendens van $\Delta\psi$ op tijdstip t-1 in te vullen. Voor elk roosterpunt zal er nu een residu

$R^{(1)}$ bestaan, waarbij

$$R^{(1)} = \Delta\psi_1^{(1)} + \Delta\psi_2^{(1)} + \Delta\psi_3^{(1)} + \Delta\psi_4^{(1)} - (4+M) \Delta\psi_0^{(1)} - F \quad (3.g)$$

want door het gisveld $\Delta\psi^{(1)}$ in (3.f) in te vullen, zal nog niet exact aan deze vergelijking zijn voldaan. De **residu's** van alle roosterpunten $R^{(1)}$ wordt gebruikt om een nieuw gisveld voor de volgende relaxatiestap $\Delta\psi^{(2)}$ te verkrijgen.

Algemeen geldt, dat voor de n-de naar de n+1-de relaxatiestap het nieuwe gisveld op de volgende manier verkregen wordt:

$$\Delta\psi^{(n+1)} = \Delta\psi^{(n)} + \frac{\alpha R^{(n)}}{4+M} \quad (3.h)$$

waarbij α een door de praktijk bepaalde overrelaxatiefactor is. (Zie 4.1.5).

Door dit relaxatieproces herhaalde malen toe te passen, wordt R_{\max} steeds kleiner, hetgeen betekent dat $\Delta\psi^{(n)}$ voor alle roosterpunten convergeert naar $\Delta\psi^{(n+1)}$ voor grote n. In het numerieke programma wordt het relaxatieproces na N stappen afgebroken, als geldt dat $|R_{\max}^{(N)}| < \epsilon$, waarbij ϵ een van tevoren bepaalde convergentienauwkeurigheid is. (Zie 4.1.3).

Na het oplossen van de Helmholtz-vergelijking is de tendens op tijdstip t, $\Delta\psi(t)$, voldoende nauwkeurig bepaald. Het nieuwe stroomfunctieveld op tijdstip t+1, $\psi(t+1)$, wordt nu verkregen door een centraal differentieschema toe te passen:

$$\psi(t+1) = \psi(t-1) + 2 \Delta\psi(t)$$

In de experimenten, die in dit W.R. worden beschreven, wordt voortdurend een tijdstap van één uur toegepast. (Zie 4.1.2).

3.1.2 Initialisering

Tijdens de eerste tijdstap in een voorspelling kan echter geen centrale tijdsdifferentie worden toegepast; daarom wordt voor deze tijdstap een voorwaartse tijdsdifferentie toegepast en wordt - om de fout klein te houden - bovendien een tijdstap van een halfuur genomen, zodat geldt

$$\psi(t = \frac{1}{2}) = \psi(t = 0) + \frac{1}{2} \Delta \psi(t = 0) \quad (3.i)$$

Het tendensgisveld, dat tijdens de eerste tijdstap in de eerste relaxatiestap van de Helmholtz-vergelijking moet worden gekozen, omdat het niet uit een eerder tendensveld kan worden afgeleid, wordt gelijk aan nul genomen.

Het moeilijkste initialisatieprobleem is echter het afleiden van het stroomfunctieveld ψ uit het 500 mbar geopotentialveld z . Als we de geostrofische veronderstelling gebruiken is er geen probleem, dan geldt

$$\psi = \frac{g}{f} z \quad (3.j)$$

Als we echter de balansvergelijking gebruiken, wat in het algemeen beter is (zie 4.2), zal deze eerst moeten worden opgelost. De balansvergelijking, die een verband tussen ψ en z geeft, ziet er als volgt uit:

$$f \nabla^2 \psi + 2 \int (\psi_x, \psi_y) + \nabla f \cdot \nabla \psi - g \nabla^2 z = 0 \quad (3.k)$$

Aangetoond kan worden dat de Jacobiaan invariant is onder rotaties van het assenstelsel. Door hiervan gebruik te maken en de vergelijking verder om te werken, gaat (3.k) over in (zie W.R. 69-3 formule 5.27 en Miyakoda 1960)

$$\nabla^2 \psi = - \frac{fd^2}{m^2} + \sqrt{\frac{2gd^2 \nabla^2 z}{m^2} + \left(\frac{fd^2}{m^2}\right)^2 + A^2 + B^2} - \nabla f \cdot \nabla \psi \frac{d^2}{m^2} \quad (3.l)$$

waarbij (3.l) reeds in differentievorm geschreven is (zie (3.b))

en verder

$$A^2 + B^2 = (\nabla^2 \psi)^2 - (\psi_1 + \psi_3 - \psi_2 - \psi_4)^2 - (\psi_5 + \psi_7 - 2\psi_0)(\psi_6 + \psi_8 - 2\psi_0) \quad (3.m)$$

en

$$\nabla f \cdot \nabla \psi = (f_1 - f_0)(\psi_1 - \psi_0) + (f_2 - f_0)(\psi_2 - \psi_0) + (f_3 - f_0)(\psi_3 - \psi_0) + (f_4 - f_0)(\psi_4 - \psi_0) \quad (3.n)$$

Vergelijking (3.1) wordt opgelost met behulp van twee iteratieve processen:

- 1e een binnenloop, waarbij het rechter lid van (3.1) bekend wordt verondersteld en er een Poisson-vergelijking wordt opgelost. Na formule (3.g) staat hoe zo'n vergelijking iteratief wordt opgelost; (3.1) is echter eenvoudiger, daar $M = 0$ is.
- 2e een tweede, buitenste iteratieloop. Deze is nodig, omdat het veld dat in de Poisson-vergelijking moet worden opgelost, ψ , ook in het rechter lid van (3.1) voorkomt. Het ψ -veld, dat uit de Poisson-vergelijking wordt gevonden, wordt in het rechter lid van (3.1) gesubstitueerd en de Poisson-vergelijking wordt opnieuw opgelost, net zo lang tot het veld ψ^{n+1} naar ψ^n convergeert.

De details van de numerieke procedure om de balansvergelijking op te lossen staan in W.R. 69-3 en worden hier niet herhaald. Omdat tijdens onze experimenten een verschillend rooster werd gebruikt, nl. een stereografisch rooster, dat het noordelijk halfrond tot ongeveer 15° NB beslaat, waren een aantal wijzigingen noodzakelijk:

- 1e Gedurende het oplossen van de Poisson-vergelijking tijdens de eerste stap van de buitenste loop wordt in het rechter lid van (3.1) $\psi^0 = \frac{g}{f} z$ genomen. Als eerste gisveld voor ψ in het linkerlid van (3.1), voor de allereerste iteratie van de binnenloop (het oplossen van de Poisson-vergelijking), wordt ook $\psi = \frac{g}{f} z$ genomen.

2e De numerieke procedure werkt alleen, als vergelijking (3.1) elliptisch is. Dit komt neer op de eis, dat

$$2g \frac{d^2}{m^2} \nabla^2 z + \left(\frac{fd^2}{m^2} \right)^2 - \nabla f \nabla \psi \frac{d^2}{m^2} \geq 0, \quad (3.0)$$

een eis, die op lagere breedte waar f klein is, soms moeilijk is te verwezenlijken. Tijdens de eerste iteratiestap van de buitenste loop wordt nagegaan of aan eis (3.0) is voldaan en eventueel het z -veld veranderd. (Zie W.R. 69-3, onder formule 5.45).

Wij vonden, dat ondanks deze aanpassing van het z -veld het ψ -veld in vele gevallen op zuidelijke breedte toch niet convergeerde. Na tien iteratiestappen wordt in ons programma eis (3.0) echter opnieuw gesteld, maar nu met het ψ^{10} -veld van de tiende iteratiestap in (3.0) in plaats van ψ^1 en wordt het z -veld opnieuw veranderd. De balansvergelijking convergeert nu in aanmerkelijk meer gevallen.

3e De convergentienauwkeurigheid ε in de Poisson-procedure wordt gedurende de buitenste iteratieloop gevarieerd om het totaal aantal iteraties in binnen- en buitenloop te minimaliseren. ε^1 wordt $2 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ gekozen, voor $1 < i \leq 10$ kiezen we $\varepsilon^{i+1} = \frac{2}{3} \varepsilon^i$, voor $i \geq 10$ nemen we $\varepsilon \approx 4 \times 10^{-2} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. De convergentienauwkeurigheid voor de buitenste iteratiestap werd gelijk genomen aan $5 \times 10^{-2} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$.

4e Er werd met verschillende randprocedures geëxperimenteerd. De eenvoudige veronderstelling, de rand tijdens de iteratieprocessen constant te houden, nl. gelijk aan $\psi^0 = \frac{Kz}{f}$, voldeed echter het beste.

Ondanks een reeks experimenten met variabele convergentienauwkeurigheden, met verschillende randcondities, met het herhaalde malen stellen van de ellipticiteitsconditie blijkt, dat in een aantal gevallen ψ niet uit (3.1) kon worden opgelost. (Bij het toepassen van de hierboven geschetste initialiseringsprocedure en met het 30 \times gladstrijken van het beginveld lukte het slechts 37 van de 73 keer uit een synoptisch KNMI 500 mbar hoogteveld een stroomfunctieveld af te leiden. Dit kwam

voornamelijk door een teveel aan vortciteit in korte golven op zuidelijke breedten. Zie 4.5.1).

In 33 van de 37 gevallen dat een stroomfunctieveld uit een synoptische 500 mbar kaart werd berekend, werden 23 tot 25 buitenste iteratiestappen gebruikt, terwijl het aantal stappen nodig om de Poisson-vergelijking op te lossen varieerde van (56-42) gemiddeld tijdens de eerste drie buitenste iteraties tot (7-2) tijdens de laatste drie buitenste iteraties.

Voor vier gevallen werden meer dan 25 buitenste iteratiestappen gebruikt, nl. 26 tot 28. In deze gevallen werd gemiddeld tijdens de laatste drie iteratiestappen 4 tot 13 keer geïtereerd voordat de Poisson-vergelijking was opgelost.

3.1.3 Zonalisering in het gebruikte model

Een bekend verschijnsel in een barotroop model is dat van de zonalisering: ten gevolge van de gemiddelde ZW-NO stand van de trogen rug-assen ten zuiden van de straalstroom zal er in een barotroop model eddy-kinetische energie naar de straalstroom toe worden getransporteerd. Deze eddy-kinetische energie wordt daar omgezet in zonale kinetische energie.

Dat dit inderdaad gebeurt, laat tabel 14 zien, waar de zonale kinetische energie $\frac{1}{2} \bar{u}^2$ en de eddy-kinetische energie $\frac{1}{2}(\overline{u'^2 + v'^2})$ (waarbij u' de afwijking van het zonale gemiddelde \bar{u} is) worden gegeven voor verschillende breedtegraden, zowel voor de analyse ($t = 0$ uur) als voor de barotrope prognose ($t = 120$ uur).

Tabel 1 laat bovendien zien, dat zonalisering in de winter veel sterker optreedt dan in de zomer, hetgeen een gevolg is van de grotere temperatuurgradiënt tussen pool en equator in de winter.

	winter (t=0)		winter (t=120)		zomer (t=0)		zomer (t=120)	
	$\frac{1}{2} \bar{u}^2$	$\frac{1}{2} \overline{(u'^2+v'^2)}$	$\frac{1}{2} \bar{u}^2$	$\frac{1}{2} \overline{(u'^2+v'^2)}$	$\frac{1}{2} \bar{u}^2$	$\frac{1}{2} \overline{(u'^2+v'^2)}$	$\frac{1}{2} \bar{u}^2$	$\frac{1}{2} \overline{(u'^2+v'^2)}$
40°	173.2	55.8	194.8	40.0	39.2	18.7	28.0	21.6
50°	145.6	84.0	153.0	64.0	31.2	29.4	36.3	31.0
60°	17.5	66.3	23.2	56.0	9.1	31.4	14.6	23.4

Tabel 1. Zonalisering in het equivalent-barotrope model. \bar{u} is de zonaal gemiddelde west-oost component van de wind, u' is de plaatselijke afwijking van dat gemiddelde en v' de zuid-noord component van de wind. De gemiddelde resultaten van de USA 5-daags gemiddelde (pentg) kaarten met pentadenummer 1,2,3,4 en 38,39,40,41 van 1972 zijn gegeven. De gebruikte eenheid is m^2/s^2 .

3.2 Objectieve verificatiemethode

Om de prestaties van een model te kunnen toetsen, onderling te vergelijken en de uitwerking van wijzigingen in het model te kunnen bepalen, is objectieve verificatie essentieel. Daartoe hebben we gebruik gemaakt van het systeem van verificatiegrootheden, zoals dat is beschreven en gebruikt door Miyakoda et al. (1972). Voor een beschrijving van dit systeem en zijn eigenschappen verwijzen wij naar deze publikatie en de daarin gegeven referenties. Hier geven wij slechts de definitie van de door ons gebruikte grootheden en enkele eigenschappen.

Definiëren we:

$$\delta z(t) = z_p(t) - z_t(t)$$

waarin $z_p(t)$ en $z_t(t)$ de voorspelde en waargenomen hoogte van het 500 mbar vlak zijn.

$$\Delta z(t) = z(t) - z_n$$

waarin z_n de maand-normale hoogte van het 500 mbar vlak is.

Middeling van een grootheid x is gedefinieerd door:

$$\bar{x} = \frac{\sum_i \frac{1}{m_i^2} x_i}{\sum_i \frac{1}{m_i^2}}$$

waarin x_i de waarde in roosterpunt i en m_i de bijbehorende kaart-schaalfactor voorstelt, waarbij gesommeerd wordt over alle roosterpunten.

De volgende verificatiegrootheden zijn nu door ons toegepast:

standaarddeviatie:

$$s_a = \sqrt{(\delta z - \bar{\delta z})^2} \quad (3.p)$$

anomaliecorrelatie:

$$c_a = \frac{\overline{\Delta z_p(t) \Delta z_t(t)}}{\sqrt{(\Delta z_p)^2} \sqrt{(\Delta z_t)^2}} \quad (3.q)$$

tendenscorrelatie:

$$c_i = \frac{\overline{[z_p(t) - z_t(0)] [z_t(t) - z_t(0)]}}{\sqrt{[z_p(t) - z_t(0)]^2} \sqrt{[z_t(t) - z_t(0)]^2}} \quad (3.r)$$

Om te kunnen vaststellen of de prognose een positief resultaat heeft opgeleverd, worden c_a en s_a vergeleken met de grootheden c_p en s_p , die uit c_a en s_a ontstaan door te veronderstellen dat het voorspelde hoogteveld identiek is aan het uitgangshoogteveld (persistentie), d.w.z. door in formules (3.p) en (3.q) $z_p(t)$ te vervangen door $z_t(0)$:

persistentie-standaarddeviatie:

$$s_p = \sqrt{\{z_t(t) - z_t(0) - [z_t(t) - z_t(0)]\}^2} \quad (3.s)$$

persistentiecorrelatie:

$$c_p = \frac{\overline{\Delta z_t(0) \Delta z_t(t)}}{\sqrt{\Delta z_t(0)^2} \sqrt{\Delta z_t(t)^2}} \quad (3.t)$$

Men kan aantonen dat, indien het model geen systematische afwijking van de klimatologische normaal voorspelt, de volgende limieten gelden:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} c_a = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} c_i = 0.5$$

Eveneens in navolging van Miyakoda hebben we geverifieerd in onderscheiden spectraalgebieden en wel voor de golfgetallen $k = 1-2$, $k = 3-5$, $k = 6-10$ langs 40°N en 60°N . Daartoe wordt het hoogteveld z en het normaalveld z_n fourier geanalyseerd langs deze breedtegraden; vervolgens worden de componenten, behorende tot de onderscheiden gebieden, weer opgeteld en een tweetal verificatie-scores worden berekend, nl. c_a en c_p .

De maandnormalen ontleenden we aanvankelijk aan de publikatie van Jacobs (1958). Daarmee zijn de in 4.3 te bespreken experimenten met Amerikaanse pentg's geverifieerd. Later kregen we de beschikking over de recentere maandnormalen van Crutcher en Meserve (1970). Deze hebben we toegepast bij de verificatie van de experimenten met KNMI-analyses, te bespreken in 4.5.

4. Beschrijving van de experimenten en discussie van de resultaten

4.1 Optimalisering van parameters

Alvorens over te gaan tot een bespreking van de resultaten moeten eerst enige experimenten met Amerikaanse pentadegemiddelden (pentg kaarten) worden besproken, die zijn gedaan om enkele modelparameters te optimaliseren, en wel: de toepassing van de Shuman-smoothing, de lengte Δt van de tijdstap, de convergentienauwkeurigheid ϵ , die bij de numerieke oplossing van de Poisson- of Helmholtz-vergelijking wordt toegepast, de Cressman-correctie M en tenslotte de overrelaxatiefactor α .

4.1.1 Shuman-smoothing

Gedurende het rekenproces zal er zich ten gevolge van numerieke effecten meer en meer vorticititeit ophopen in de korte golfjes. Dit proces bedreigt op den duur de stabiliteit van het rekenschema (niet-lineaire instabiliteit) en daarom is regelmatig gladstrijken van het stroomfunctieveld door middel van de zgn. Shuman-smoother noodzakelijk. Voor de theoretische achtergrond van deze smoother verwijzen we naar Shuman (1957). Opeenhoping van vorticititeit in de korte golfjes laat zich vooral goed aflezen aan de sterke toename van het gemiddelde van de relatieve vorticititeit $\Delta|\bar{\zeta}|$. Tabel 2 laat de toename van deze grootte zien na een 120-uurs voorspelling, tezamen met de verandering van de gemiddelde hoogte $\Delta\bar{h}$ en van de gemiddelde kinetische energie $\Delta\bar{E}$, indien geen Shuman-smoothing wordt toegepast. Hierbij moet bedacht worden dat de laatste twee grootheden in een barotrope atmosfeer behouden moeten blijven.

	geen smoothing	1x per 48 uur	1x per 24 uur	3x per 24 uur
$\Delta \bar{\zeta} $	+22 %	-4.5 %	-4.5 %	-10 %
$\Delta\bar{h}$	+5.3 m	+4.0 m	+4.2 m	+2.2 m
$\Delta\bar{E}$	+1.3 %	-2 %	-2.1 %	-7 %

Tabel 2. Effect van verschillende gladstrijkstrategieën op de verandering van de absolute waarde der gemiddelde relatieve vorticititeit, de gemiddelde hoogte en de gemiddelde kinetische energie na 120 uur. Uitgangstoestand: USA pentg kaart 55, 1971.

Tabel 2 laat tevens het effect zien van verschillende gladstrijkstrategieën op dezelfde grootheden. Zolang maar niet te vaak wordt gladgestreken, is de invloed op het kinetisch energiebehoud gering. Ook de verandering van de gemiddelde hoogte is niet onrustbarend. Op grond van de resultaten in deze tabel is bij de experimenten met Amerikaanse pentg's gekozen voor toepassing van één enkelvoudige Shuman-smoother per 48 uur. Daarnaast bleek het nuttig steeds vóór het begin van de berekeningen het beginveld driemaal glad te strijken.

Om redenen, die in 4.5.1 worden uiteengezet, bleek het noodzakelijk de KNMI-analyses en de daaruit berekende pentg's, die in latere experimenten werden gebruikt, te onderwerpen aan een veel sterkere smoothing, en wel het beginveld nl.: 30 maal en verder éénmaal per 48 uur, zoals gebruikelijk. Tabel 3 toont het effect van deze sterke smoothing op $\Delta|\zeta|$, Δh en ΔE . In deze tabel is het gemiddelde resultaat gegeven van 37 prognoses van pentg's en synoptische 500 mbar kaarten.

	$\Delta \zeta $	ΔE	Δh
synoptisch	-12.83 %	-8.92 %	-12.4 m
pentg	-7.29 %	-4.95 %	-7.5 m

Tabel 3. De verandering van de absolute waarde van de gemiddelde relatieve vortciteit, de gemiddelde kinetische energie en de gemiddelde hoogte na 30 x gladstrijken van het beginveld + éénmaal per 48 uur gladstrijken in een 120-uurs prognose. De gemiddelde resultaten van 37 prognoses van KNMI pentg 500 mbar kaarten en de overeenkomstige KNMI synoptische 500 mbar kaarten zijn weergegeven.

4.1.2 De tijdstaplenge Δt

In het algemeen wordt in gefilterde barotrope modellen een tijdstaplenge van één uur toegepast. Omdat in het hier beschreven onderzoek de korte snellopende golven worden gereduceerd, **hetzij** door ruimtelijk gladstrijken **hetzij** door tijdsmiddeling, werd geprobeerd of wellicht langere tijdstappen mogelijk waren. Hoewel bij een tijdstaplenge $\Delta t = 2$ uur de meeste pentadegemiddelde stroomfuncties tijdens het rekenproces niet instabiel werden en dezelfde resultaten opleverden als met een tijdstap van 1 uur, werd toch nauwelijks tijdwinst geboekt, omdat het aantal relaxatiestappen bij de oplossing van de Helmholtz-vergelijking ongeveer tweemaal zo groot bleek te zijn. In enige gevallen bleek bovendien wel instabiliteit op te treden, die niet te onderdrukken **was door intensiever gladstrijken**. Om deze redenen is gekozen voor de gebruikelijke tijdstaplenge van één uur.

4.1.3 De convergentienauwkeurigheid

Bij de in 3.1.1 beschreven methode voor de oplossing van de Poisson-vergelijking ($M = 0$) of Helmholtz-vergelijking:

$$(\nabla^2 - M) \Delta z = \frac{\Delta t g}{4\bar{f}} \mathcal{J} \left(\frac{m^2}{d^2} \nabla^2 z + f, z \right) \quad (4.a)$$

wordt de relaxatie zo lang doorgevoerd tot het residue overal kleiner is dan een voorgeschreven waarde ϵ . De grootte van ϵ moet experimenteel worden vastgesteld. Door objectieve verificatie van 120-uursprognoses van pentg's met tijdstap $\Delta t = 1$ uur bleek dat het resultaat onafhankelijk was van ϵ voor waarden gelegen tussen $1 \cdot 10^{-3}$ en $5 \cdot 10^{-2}$. Voor alle volgende experimenten werd daarom $\epsilon = 2 \cdot 10^{-2}$ gekozen. In het operationele KNMI-programma BK-3 wordt $\epsilon = 0.36 \times 10^{-2} \text{ m}^2 \text{ s}$ gekozen.

4.1.4 De Cressman-correctie M

Ter beteugeling van de snelle retrograde beweging van de langste atmosferische golven werd door Cressman een correctieterm met te kiezen M (zie vgl.(4.a)) ingevoerd. Deze is in hoofdstuk 2 besproken. Door ons zijn enige experimenten gedaan waarbij de resultaten bij verschillende waarden van M zijn vergeleken. Tabel 4 laat, als voorbeeld, de tendenscorrelatie c_i zien voor verschillende waarden van M bij een 120-uurs prognose op basis van de USA pentg kaart 40, 1969. Het is duidelijk dat de tendenscorrelatie geen verbetering meer laat zien boven $M = 1.5 \times 10^{-12}$. Ook door ons is daarom deze waarde van de Cressman-correctie gebruikt. Toepassing van deze correctie heeft als nevenvoordeel, dat de totale rekentijd met een factor 2 wordt verkleind, zoals in Baede et al. (1974) wordt aangetoond.

M	0	1×10^{-12}	1.5×10^{-12}	2×10^{-12}
c_i	.31	.53	.54	.54

Tabel 4. De tendenscorrelatie c_i voor verschillende waarden van M . Uitgangstoestand: USA pentg kaart 40, 1969.

4.1.5 De overrelaxatiefactor

Het aantal relaxatiestappen dat nodig is voor de oplossing van de Helmholtz-vergelijking (4.a) is sterk afhankelijk van de grootte van de overrelaxatiefactor α (zie 3.1.1). Experimenteel (zie Baede et al., 1974) werd vastgesteld dat de optimale waarde voor $M = 0$ (Poisson-vergelijking) gelijk is aan $\alpha = 1.35$, terwijl voor $M = 1.5 \times 10^{-12}$ de waarde $\alpha = 1.85$ werd gevonden.

Tot slot geeft tabel 5 een overzicht van de door ons gebruikte waarden der parameters.

aantal malen gladstrijken vooraf/tijdens	Δt	$s (m^2 s^{-1})$	M	α
USA pentg : 1 x/48 uur	1 uur	$2 \cdot 10^{-2}$	1.5×10^{-12}	} Poisson 1.35 Helmholtz 1.85
KNMI pentg : 30 x/48 uur	1 uur	$2 \cdot 10^{-2}$	1.5×10^{-12}	

Tabel 5. Overzicht van de door ons gebruikte parameters. Voor verklaring zie tekst.

4.2 Vergelijken van twee initialiseringsmethoden

In 3.1.2 is uiteengezet wat het theoretisch verband is tussen het hoogteveld en het stroomfunctieveld. De berekening van het stroomfunctieveld uit het hoogteveld heet "initialisering". Er zijn door ons twee initialiseringsmethoden vergeleken en wel de oplossing van de eenvoudige geostrofische vergelijking:

$$\psi = \frac{gz}{f}$$

en de oplossing van de balansvergelijking:

$$f \nabla^2 \psi + 2 \mathbf{J}(\psi_x, \psi_y) + \nabla f \nabla \psi - \nabla^2 \Phi = 0$$

met $\Phi = gz$.

Wij presenteren hier de resultaten van de vergelijking van prognoses gebaseerd op beide methoden van initialisering. In tabel 6 worden de correlatiecoëfficiënt c_a en de standaarddeviatie s_a vergeleken

van 120-uurs prognoses van acht USA pentg's, drie pentg's gebaseerd op KNMI-analyses en vier synoptische kaarten (eveneens KNMI-analyses). Vrijwel steeds blijken de prognoses, gebaseerd op de initialisatie m.b.v. de balansvergelijking, beter te zijn. Daarom werd besloten het verdere onderzoek te verrichten op basis van de balansstroomfunctie. Dit gaf bij de USA pentg's geen problemen, doch bij de KNMI pentg's bleek het dikwijls onmogelijk de balansvergelijking numeriek op te lossen om redenen, die nader worden besproken in 4.5.

	balans		geostrofisch		c_p
	s_a	c_a	s_a	c_a	
USA pentade					
2, 1971	12.68	.51	14.29	.39	.42
3, 1971	14.04	.46	15.38	.38	.24
4, 1971	9.27	.65	10.26	.56	.44
19, 1969	7.86	.68	8.07	.67	.58
20, 1969	8.66	.55	8.84	.57	.50
38, 1969	4.57	.70	4.58	.71	.38
55, 1971	5.53	.69	5.84	.67	.48
56, 1971	6.09	.64	6.84	.61	.54
KNMI pentade					
4, 1974	10.53	.59	10.74	.56	.39
5, 1974	10.08	.65	11.36	.57	.66
6, 1974	12.31	.62	13.39	.50	.59
KNMI synopt.					
18-1-1974	13.41	.48	13.79	.45	.10
23-1-1974	14.02	.53	15.71	.40	.55
28-1-1974	16.94	.50	17.76	.33	.37
22-2-1974	14.79	.50	15.75	.39	.34

Tabel 6. Vergelijking van verificatiescores bij twee initialiseringsmethoden. In alle gevallen werd het beginveld driemaal gesmoothed en werd vervolgens éénmaal per 48 uur gladgestreken. Zie voor de betekenis van s_a , c_a en c_p paragraaf 3.2.

4.3 Experimenten met Amerikaanse pentadegemiddelden

Met behulp van de **tijdsgemiddelde vortcriteitsvergelijking (2.f)** en gebruik makend van de parameters zoals die hierboven zijn vastgesteld, is een aantal 120-uurs prognoses berekend, uitgaande van de door het Amerikaanse NMC verstrekte vijfdaagsgemiddelde hoogtekaarten van het noordelijk halfrond (verder aangeduid als USA pentg's). Deze kaarten worden door het NMC verspreid op $5^{\circ} \times 5^{\circ}$ snijpunten van lengte- en breedtegraden (geografisch rooster). Tabel 7 geeft een overzicht van de 38 gevallen, die zijn bestudeerd. Het in deze tabel en elders in dit W.R. gebruikte pentadenummer correspondeert met de nummering van de Internationale Pentade-indeling (Meteorologische Codes, pag. 232).

Winter	Lente	Zomer	Herfst
2 } 3 } 1971 4 }	19 } 20 } 1969 21 }	38 } 39 } 1969 40 }	55 } 56 } 1971 57 }
1 } 2 } 1972 3 } 4 }	21 } 22 } 1971 23 } 24 }	38 } 39 } 1972 40 } 41 }	55 } 56 } 1969 57 } 58 }
4 } 5 } 6 } 7 } 1974 8 } 9 } 10 } 11 }	12 } 13 } 1974		

Tabel 7. Overzicht van de gebruikte Amerikaanse pentadegemiddelde 500 mbar kaarten. Het pentadenummer en het jaartal zijn gegeven.

In deze tabel vormen 28 gevallen een regelmatig over de seizoenen verdeelde selectie uit recente jaren. Deze selectie vond niet plaats op grond van enig criterium, maar door louter toeval. De laatste 10 gevallen vormen een reeks uit 1974, die later nog is gebruikt ter vergelijking met de vijfdaags-gemiddelde 500 mbar KNMI-analyses (KNMI pentg's). Op deze vergelijking zal nog nader worden teruggekomen. **Uitsplitsing over de seizoenen was niet zinvol.**

De verificatieresultaten van de bestudeerde 38 gevallen zijn samengevat in fig. 1. Hierin zijn weergegeven de anomaliecorrelatie c_a en de persistentiecorrelatie c_p voor de in 3.2 besproken onderscheiden golfgebieden geanalyseerd op 40° en 60° NB, evenals die voor het gehele noordelijke halfrond (pijlen). De spectrale correlaties van 40° en 60° NB zijn hier gemiddeld. De in tabel 8 aangegeven percentages geven de met behulp van de gepaarde t-toets tweezijdig berekende kans aan, dat c_a en c_p slechts toevallig van elkaar verschillen. Hieruit blijkt dat c_a voor het golfgebied $k = 6-10$ significant (5% tweezijdig) van c_p verschilt. Ook de totale c_a verschilt zeer significant van de totale c_p , zodat moet worden geconcludeerd dat een barotroop model in ieder geval in staat is pentadegemiddelde hoogtepatronen met enig succes (120 uur vooruit) te voorspellen, althans indien wordt uitgegaan van de Amerikaanse analyses.

	totaal		k = 1-2		k = 3-5		k = 6-10	
	c_a	c_p	c_a	c_p	c_a	c_p	c_a	c_p
	.55	.47	.52	.50	.42	.33	.25	.09
t	4.04		.38		1.75		2.61	
significant niveau	< 0.06 %		>> 20 %		8 %		1.4 %	

Tabel 8. Overzicht van de gemiddelde anomaliecorrelatie en de persistentiecorrelatie van de 38 prognoses van Amerikaanse pentadegemiddelde 500 mbar kaarten. Bovendien zijn de resultaten gegeven van de toetsing van het verschil tussen c_a en c_p m.b.v. de gepaarde t-toets.

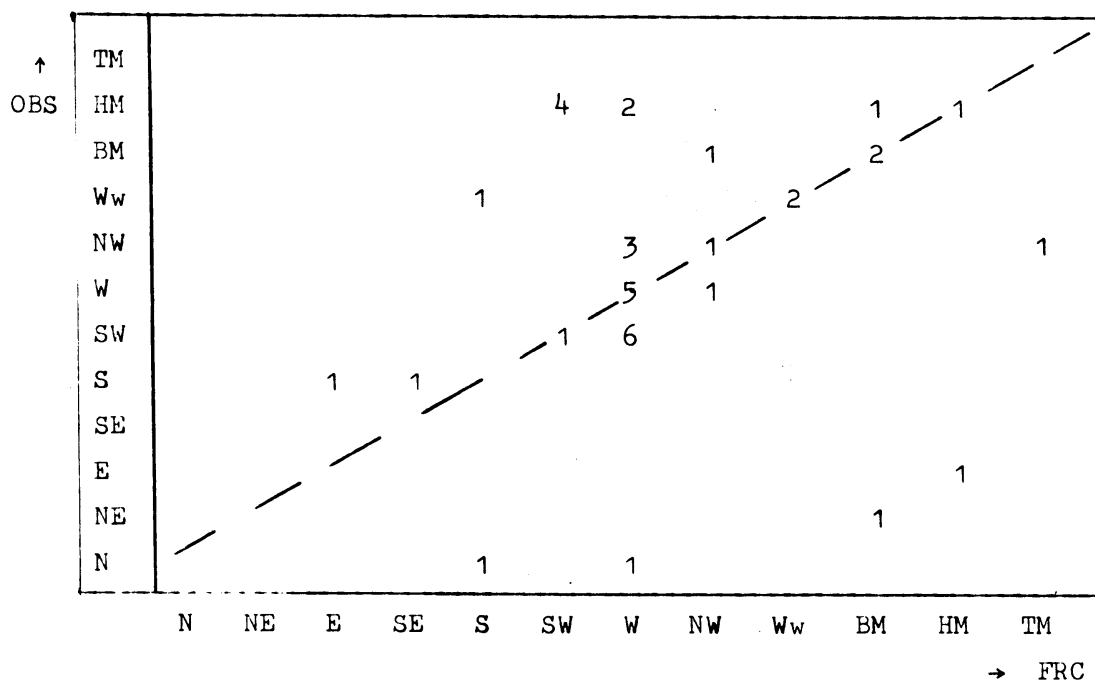
Om enig idee te krijgen van wat deze resultaten nu betekenen, presenteren we in fig. 2 de resultaten van Miyakoda's 120-uurs prognoses op basis van 12 synoptische winterkaarten m.b.v. het bekende 9-lagen GFDL-model (Miyakoda et al., 1974). De breedte-gordel waarover de spectrale correlaties zijn gemiddeld (35° - 45° NB) wijkt af van de door ons gebruikte (40° - 60° NB) maar dit lijkt niet essentieel. Het resultaat van Miyakoda's prognoses wijkt volstrekt af van onze resultaten. Neemt bij ons c_a af bij toenemend golfgetal, by Miyakoda gebeurt het omgekeerde. In het bijzonder de zeer lage score voor de allerlangste, planetaire, golven valt bij Miyakoda op. In ons barotrope model is de Cressman-correctie verantwoordelijk voor het feit dat c_a voor deze golven vrijwel gelijk is aan c_p . Immers, deze correctie zorgt ervoor dat de langste golven zich slechts zeer langzaam bewegen en zich in hoge mate persistent gedragen. Het opmerkelijke is nu, dat het grote GFDL-model waarin zoveel fysische processen zijn ingebouwd, niet in staat is hetzelfde te bereiken. Eerder onderzoek van Miyakoda (Miyakoda et al., 1971) suggereert dat door verkleining van de roosterafstand, waardoor de interactie tussen korte en lange golven beter wordt beschreven, het gedrag van de langste golven ook beter wordt voorspeld. De grote winst wordt door Miyakoda geboekt in het golfgebied $k = 6-10$. Het is dit golfgebied waarop de barokliene processen in de atmosfeer hun grote invloed uitoefenen en hier schiet ons model uiteraard te kort. Bij de voorspelling van nog kortere golven $k = 10-20$ presteert ook het GFDL-model niets meer.

Hoewel nu objectief is gebleken dat vijfdaagsgemiddelde 500 mbar hoogtekaarten met enig succes met behulp van een barotroop model kunnen worden voorspeld, betekent dit niet noodzakelijkerwijs dat deze prognoses ook bruikbaar zijn als hulpmiddel voor de weersverwachtingsmeteoroloog. Daarom werden de 120-uurs prognoses ter subjectieve beoordeling voorgelegd aan twee meteorologen, die ervaring hebben met de weekverwachting. Hierbij werd als eerste vraag gesteld een vergelijking te maken tussen het voorspelde en opgetreden gemiddelde stromingspatroon. Deze beoordeling vond plaats in vijf klassen, variërend van "goed" tot "slecht". De resultaten zijn weergegeven in tabel 9.

meteoroloog	goed	vrij goed	matig	vrij goed	slecht
1	4	12	12	7	3
2	2	14	9	5	8

Tabel 9. Subjectieve beoordeling door twee meteorologen van 38 barotrope 120-uurs prognoses van Amerikaanse pentadegemiddelde 500 mbar kaarten.

Zeer weinig voorspellingen werden als goed beoordeeld, de meeste als matig tot vrij goed. Omdat de voorspelling van een vijfdaags-gemiddeld stromingspatroon waardevol kan zijn, niet zozeer als voorspelling van een precies gedetailleerd stromingspatroon, maar veeleer als voorspelling van een circulatietype, werd ook hiervan een vergelijkende beoordeling gevraagd. Van zowel het voorspelde als het opgetreden patroon werd gevraagd de GWL te bepalen. In slechts 40 % van de gevallen bleken beide overeen te stemmen. Tabel 10 toont het verband tussen voorspelde en opgetreden circulatietypen (geclassificeerd door meteoroloog 2) waarbij niet de GWL's doch een minder gedetailleerde indeling is gebruikt. Opmerkelijk is hier, dat



Tabel 10. Vergelijking van subjectief geclassificeerde voorspelde (FRC) en waargenomen (OBS) circulatietypen van Amerikaanse pentadegemiddelde 500 mbar patronen.

bijna de helft van de voorspelde stromingspatronen als westcirculatie is geclassificeerd, hoewel slechts 20 % van de voorspelde pentade 500 mbar patronen een westcirculatie te zien gaf. Dit hangt samen met de sterke zonalisering, die optreedt in een barotroop model. (Zie 3.1.3). De voorspelde hoogte van het 500 mbar vlak boven Europa werd in het algemeen te laag bevonden. De voorspelde gradiënt boven West-Europa was in het algemeen redelijk, maar als er een duidelijke afwijking was, was de voorspelde gradiënt vrijwel steeds te klein.

Op de vraag tenslotte of de voorspelde kaarten positief aan de weekverwachting zouden hebben bijgedragen, antwoordden beide meteorologen dat ze wellicht als extra hulpmiddel bruikbaar zouden zijn, doch niet als basis om de verwachting op te funderen.

Het is na het voorafgaande nog niet duidelijk of de prestatie bij het voorspellen van pentadegemiddelde 500 mbar patronen nu ook werkelijk is te danken aan de middeling over vijf dagen, of dat wellicht barotrope voorspellingen van niet-tijdgemiddelde synoptische kaarten eenzelfde positieve score zouden behalen. Om dit na te gaan zijn experimenten gedaan met KNMI-analyses, welke experimenten zullen worden besproken in 4.5. In 4.4 wordt eerst nog een tweetal experimenten met de USA pentg's besproken.

4.4 Verdere experimenten met Amerikaanse pentadegemiddelden

Zoals reeds in 1.2 is uiteengezet, hebben verschillende auteurs in de vijftiger jaren zich reeds bezig gehouden met het probleem van de voorspelling van tijdgemiddelde kaarten met behulp van een barotroop model. Berson (1953) en Clapp (1953) hebben methoden gesuggereerd om de eenvoudige barotrope voorspelling te verbeteren. Gebrek aan rekenfaciliteiten verhinderde hen echter hun ideeën voldoende te toetsen. In deze paragraaf wordt beschreven hoe wij beide suggesties hebben onderzocht en helaas ook beide hebben moeten verwerpen.

4.4.1 Foutenpersistentie

Zoals in hoofdstuk 2 is aangetoond, kan de barotrope voorspelvergelijking voor een tijdgemiddelde stroomfunctie $\bar{\Psi}$ geschreven worden als

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \bar{\Psi} = J(\nabla^2 \bar{\Psi} + f, \bar{\Psi}) + \overline{J(\nabla^2 \psi', \psi')} + A \quad (4.b)$$

De laatste twee termen beschrijven de eddy-vorticitetsadvectie en de bronnen en putten van vorticititeit. Kennen we slechts het tijdgemiddelde veld $\bar{\Psi}$, dan zullen beide termen in dit gemiddelde veld moeten worden uitgedrukt. De eenvoudigste veronderstelling, ter grondslag liggende aan dit onderzoek, is dat beide termen voor de voorspelling van het grootschalige circulatiepatroon verwaarloosbaar zijn. De fout in de voorspelling kan dan worden gezien als het gecombineerde effect van numerieke effecten en deze verwaarlozingen. Berson veronderstelde nu dat de fysische processen, die aan de laatste term A ten grondslag liggen (bijv. warmtebronnen en -putten), in sterke mate geografisch vastliggen en in de tijd slechts langzaam veranderen. Is dit het geval, dan zou verwacht mogen worden dat ook de geografische verdeling van de voorspelfout persistentie vertoont. Optelling van de voorspelfout van de vorige tijdgemiddelde kaart bij de barotrope voorspelling van de volgende kaart zou dan kunnen leiden tot verbetering van de voorspelling. De suggestie van Berson kan op twee manieren worden onderzocht. In de eerste plaats kan het foutenveld statistisch op persistentie worden onderzocht. In de tweede plaats kan worden bekeken of optelling van het vorige foutenveld bij de prognose inderdaad tot verbetering leidt. Wij hebben de tweede methode gekozen en wel uitgaande van de eerste 28 gevallen in tabel 7. Omdat voor de eerste dag van een serie geen voorafgaand foutenveld bekend was, bleven er 20 gevallen over, die onderzocht konden worden. In tabel 11 worden de resultaten met en zonder foutenpersistentie vergeleken. Opvallend is de zeer significante (gepaarde t-toets) stijging van de gemiddelde standaarddeviatie, terwijl de anomaliecorrelatie c_a géén significante verbetering te zien geeft. De gemiddelde tendenscorrelatie c_1 wordt zelfs zeer

significant kleiner. Dit suggereert dat er geen correlatie bestaat tussen de foutenvelden van twee opeenvolgende prognoses en dat de veronderstelling van persistentie onjuist is. Het succes dat Berson vermeldt met deze methode in vier gevallen (zij het over een voorspelperiode van drie dagen) is dan ook waarschijnlijk toevallig.

totaal			k=1-2	k=3-5	k=6-10							
s_a		c_a		c_i		c_a						
+	-	+	-	+	-	+	-					
10.70	7.77	.53	.55	.22	.48	.55	.51	.39	.39	.26	.29	
8.15		1.14		8.95								t-toets
<< 1 %		> 20 %		<< 1 %								2-z overschrijdingskans

Tabel 11. Overzicht van de resultaten met (+) en zonder (-) fouten-persistentie. Het verschil tussen $c_a(+)$ en $c_a(-)$ is getoetst met de gepaarde t-toets. De resultaten hebben betrekking op 28 verschillende gevallen.

4.4.2 Klimatologische vorticitateitsadvectie

Clapp (1953) merkte op dat vgl. (4.a) voor willekeurige tijds-gemiddelde stromingspatronen **geldt en dus ook voor "normale" circulatiepatronen**, d.w.z. circulatiepatronen van bijvoorbeeld een bepaalde maand gemiddeld over een groot aantal jaren. Geven we een dergelijke tijds-middeling aan met een suffix N, dan volgt:

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi_N = J(\nabla^2 \psi_N + f, \psi_N) + J(\nabla^2 \psi', \psi')_N + \Delta_N \quad (4.b')$$

waarbij een accent nu de synoptische afwijking van het normale patroon aanduidt. De vorticitateitstendens van normale patronen is zo klein, dat de linkerzijde van vgl. (4.b') kan worden verwaarloosd. Dan volgt:

$$\Delta_N + J(\nabla^2 \psi', \psi')_N \approx - J(\nabla^2 \psi_N + f, \psi_N) \quad (4.c)$$

Clapp veronderstelde nu dat de som van de laatste twee termen van vgl. (4.a), maar nu genomen voor een vijfdaagse tijds-middeling!, in

eerste benadering gelijk aan de maandnormale waarde. Deze maandnormale waarde kan volgens vgl. (4.c) worden gelijkgesteld aan de maandnormale absolute vorticitheidsadvectie (a.v.a.), zodat (4.a) herschreven kan worden als:

$$\nabla^2 \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial t} \approx J(\nabla^2 \bar{\psi} + f, \bar{\psi}) - J(\nabla^2 \psi_N + f, \psi_N) \quad (4.d)$$

De correctieterm aan de rechterzijde van deze vergelijking kan eenmalig uit bijv. maandnormaalkaarten worden berekend. De fysische grondslag voor deze veronderstelling heeft te maken met de idee dat ook de normale vorticitheidsadvectie wordt bepaald door normale, geografisch vastliggende, bronnen en putten van vorticititeit, zoals gebergten, warme en koude plekken op zee, etc. Bij toepassing van vgl. (4.d) zou dan in ieder geval met deze normale bronnen en putten rekening worden gehouden en zou de voorspelling gemiddeld beter moeten worden.

Hoewel ook hier weer wordt verondersteld, dat een geografisch vastliggende correctie tot verbetering van de prognose zou moeten leiden, terwijl we in de vorige paragraaf gezien hebben dat dit waarschijnlijk niet het geval is, hebben we toch nagegaan of Clapp's suggestie realiseerbaar was. Clapp maakte bij zijn experiment gebruik van de februari-500 mbar-normaalkaart, gepubliceerd door het U.S. Weather Bureau (1952). Hij berekende de absolute vorticitheidsadvectie van deze normaalkaart en meende te kunnen vaststellen dat gebieden met positieve a.v.a. vooral te vinden waren nabij koude gebieden zoals N. Canada en Siberië, terwijl negatieve a.v.a. vooral in de buurt van warme gebieden te vinden was. Bovendien meende hij een aantal a.v.a.-gebieden te kunnen verklaren door de aanwezigheid van gebergten. Wij berekenden de a.v.a. van de februari-normaalkaart, die ons ter beschikking stond (Jacobs, 1958) en moesten vaststellen dat er geen enkele relatie te ontdekken was tussen ons a.v.a.-patroon en dat berekend door Clapp. Dit suggereert, dat kleine wijzigingen in het normale stromingspatroon een fatale invloed hebben op het a.v.a.-patroon. Dit kon ook worden aangetoond door het aanbrengen van enkele willekeurige wijzigingen in onze februari-normaalkaart van slechts enkele decameters. Hoewel het stromingspatroon zelf slechts nauwelijks waarneembare wijzigingen onderging,

werd het a.v.a.-patroon rond de aangebrachte verstoring aanzienlijk en onherkenbaar veranderd. Daarom moet worden geconcludeerd dat, mocht Clapp's idee al enige waarde hebben, de uitvoerbaarheid ervan vrijwel onmogelijk is.

4.5 Experimenten op basis van KNMI-analyses

Aan het einde van paragraaf 4.3 is reeds gesteld, dat weliswaar was vastgesteld dat een 120-uurs prognose van een pent-gemiddelde kaart met enig succes kan plaatsvinden, maar dat nog niet duidelijk was of dit het gevolg is van de tijdsmiddeling of eenvoudig de prestatie van de barotrope prognose. Om het effect van tijdsmiddeling te kunnen bestuderen, werd besloten de 120-uurs prognose van een pentadegemiddelde te vergelijken met de prognose van de centrale dag van de betreffende pentade. Omdat de Amerikaanse synoptische analyses, die ten grondslag liggen aan de door hen gepubliceerde pentadegemiddelden, niet beschikbaar waren, is dit experiment uitgevoerd met de sinds januari 1974 beschikbare KNMI-analyses. Dit opende tevens de mogelijkheid te bestuderen of verwijdering van de kortste golven door ruimtelijk **middelen (vgl. 2.j) i.p.v. tijdsmiddeling (3.f) dezelfde of wellicht zelfs betere resultaten zou opleveren.** Omdat het werken met KNMI-analyses ernstige moeilijkheden met zich bracht, beginnen we deze paragraaf met een discussie betreffende de kwaliteit van deze analyses en wijden we enige aandacht aan een vergelijking tussen KNMI- en USA-pentadegemiddelden. Daarna bespreken we achtereenvolgens de resultaten van onze experimenten met tijdsmiddeling en ruimtelijk gladstrijken.

4.5.1 Kwaliteit van de KNMI-analyses

Bij de berekening van de stroomfunctie m.b.v. de balansvergelijking uit het hoogteveld, dat door het KNMI-analyseprogramma geleverd wordt, werden ernstige moeilijkheden ondervonden. Ook de werkgroep Numerieke Verwachtingen had deze moeilijkheden ervaren. In het bijzonder met synoptische analyses, maar ook in mindere mate met pentadegemiddelden, bleek het onmogelijk de balansvergelijking

numeriek op te lossen, omdat de relaxatieprocedure (zie 3.1.2) niet convergeerde. De oorzaak van deze moeilijkheden bleek te liggen in een overmaat aan vorticititeit op lage geografische breedte, waardoor in te veel roosterpunten niet aan de ellipticiteitsconditie werd voldaan. Inspectie van de analyses deed vermoeden, dat de kortste golfjes te sterk waren vertegenwoordigd. Daarom werd besloten het gemiddelde energiespectrum van de KNMI-analyses te berekenen en na te gaan of dit vermoeden juist was. Voor dit experiment werden tien 500 mbar analyses genomen uit de periode 18 januari t/m 4 maart 1974 met een onderling tijdsverschil van tenminste vijf dagen, zodat ze als onafhankelijk mogen worden beschouwd. De roosterpuntanalyses op het polair stereografisch rooster werden getransformeerd naar het rooster van $5^{\circ} \times 5^{\circ}$ snijpunten van breedte- en lengtecirkels (geografisch rooster) met behulp van een in samenwerking met Kuipers ontwikkelde interpolatieprocedure (Baede et al., 1976). Dit veld werd vervolgens langs breedtecirkels om de tien graden Fourier-geanalyseerd en daaruit werd het geostrofische meridionale kinetische energiespectrum berekend. Uit theoretische overwegingen, maar ook uit experimenteel onderzoek, is bekend dat het kortgolvige deel van het spectrum de volgende vorm heeft (Leith, 1968 en Julien et al., 1970):

$$\log E_k \sim -\alpha \log k$$

waarin α dicht bij 3 moet liggen. Met behulp van de kleinste kwadratenmethode werd α berekend uit het gemiddelde spectrum van de tien 500 mbar kaarten in het golfgetalgebied $k = 8-20$. Fig. 3 toont het resultaat voor verschillende breedtegraden. Uit deze figuur wordt direkt duidelijk dat vooral op lagere breedte α veel te klein is, zodat de kortste golven veel te sterk zijn vertegenwoordigd. Omdat de vorticititeit van een golf met golfgetal k en amplitude $A(k)$ evenredig is met $k^2 A_k$, zijn het vooral de kortgolvige componenten, die sterk tot de totale vorticititeit bijdragen. Blijkbaar is ook de drievoudige toepassing van de Shuman-smoother (zie 4.1.1) onvoldoende om deze kortgolvige componenten te

onderdrukken.*) Daarom werd besloten de KNMI-analyses en de daaruit berekende pentadegemiddelden te onderwerpen aan een dertigvoudig toegepaste Shuman-smoother. Het bleek nu nog steeds niet mogelijk in alle gevallen de balansvergelijking numeriek op te lossen, doch het aantal bruikbare gevallen was nu voldoende groot. In enkele gevallen (synoptische kaarten en pentadegemiddelden) bekeken we het effect van deze sterke smoothing op het eindresultaat. De 120-uurs prognoses van een drietal centrale dagen (aangeduid met het pentadenummer +100) en de overeenkomstige pentadegemiddelden werden vergeleken en de resultaten in tabel 12 samengevat. De standaarddeviaties blijken door toenemende smoothing iets

(pent)nr.	totaal				k=1-2		k=3-5		k=6-10	
	s_a		c_a		c_a		c_a		c_a	
	3x	30x	3x	30x	3x	30x	3x	30x	3x	30x
4	10.53	9.84	.59	.58	.49	.52	.49	.48	.68	.65
5	10.08	9.96	.65	.65	.78	.78	.63	.65	-.03	-.12
6	12.31	11.67	.62	.62	.86	.86	.54	.51	.11	.27
104	13.41	12.98	.48	.45	.53	.50	.52	.54	-.44	-.54
105	14.02	13.84	.53	.50	.80	.77	.24	.34	.11	.30
106	16.94	14.67	.50	.53	.74	.76	.55	.62	-.01	.15

Tabel 12. Vergelijking van de objectieve verificatieresultaten van 120-uurs prognoses van drie KNMI pentadegemiddelde en drie overeenkomstige synoptische 500 mbar kaarten na resp. 3 en 30 maal smoothing van het beginveld.

te dalen. De invloed op de correlatiecoëfficiënt c_a blijkt bij de synoptische kaarten vrij gering en bij de vijfdaagsgemiddelde kaarten vrijwel nihil, behalve bij de kortste golven $k = 6-10$.

De nu te bespreken experimenten zijn gebaseerd op die pentades van het jaar 1974, waarvan zowel de synoptische 00z 500 mbar kaart van de centrale dag als de pentadegemiddelde kaart na een dertig maal

*) Achteraf heeft J. van Maanen aangetoond (J. van Maanen, 1976), dat de gladstrijker, die in het KNMI-analyseprogramma werd gebruikt, golven met een golfhoogte van zes roosterpunten versterkte. Juist in gegevensschaarse gebieden, zoals op zuidelijke breedte, zou dit misschien gedeeltelijk het ruizige karakter van de KNMI-analyses voor een gedeelte kunnen verklaren.

herhaalde Shuman-smoothing de stroomfunctie kan worden berekend met behulp van de balansvergelijking. Dit reduceerde het totale aantal gevallen tot 37. Het kleinste aantal gevallen is uit de winter en de lente afkomstig, omdat deze analyses meer problemen opleverden dan die der overige seizoenen, waarschijnlijk ten gevolge van de veel sterkere gradiënten. Tabel 13 geeft een overzicht van de pentades, die voor deze studie zijn gebruikt.

Winter	Lente	Zomer	Herfst
4	12	34	47
5	20	35	48
6	22	36	51
7	26	37	52
69	27	38	53
70	29	39	54
72	30	40	55
		41	56
		42	59
		43	60
		44	61
			62

Tabel 13. Overzicht van de gebruikte KNMI pentadegemiddelde 500 mbar kaarten van 1974. Het pentadenummer is gegeven.

4.5.2 Vergelijking van resultaten met pentadegemiddelde en synoptische kaarten

De gemiddelde resultaten van de prognoses op basis van de 37 synoptische en pentadegemiddelde 500 mbar kaarten zijn weergegeven in tabel 14. Uitsplitsing naar seizoen had geen zin, gezien het betrekkelijk geringe aantal gevallen. In deze tabel staan aangegeven de gemiddelde standaarddeviatie s_a en verder de gemiddelde correlaties c_a en c_p , zowel de totale correlatie als de spectraal opgesplitste correlatie op gematigde breedte.

	totaal		k=1-2		k=3-5		k=6-10	
	p	c	p	c	p	c	p	c
s_a	7.99	11.41	-	-	-	-	-	-
c_a	.50	.33	.49	.31	.45	.32	.18	.09
c_p	.48	.29	.45	.28	.41	.26	.06	.04
t	1.18	1.88	.69	.49	.80	1.01	1.64	.57
%	>20	7	>>20	>>20	>>20	>20	12	>>20

Tabel 14. Overzicht van de gemiddelde verificatiescores voor KNMI-pentadegemiddelden (p) en centrale dagen (c). Bovendien zijn de resultaten gegeven van de toetsing van het verschil tussen c_a en c_p met behulp van de gepaarde t-toets.

Opvallende verschillen tussen de pentadegemiddelden enerzijds en de bijbehorende centrale dagen anderzijds zijn: de veel kleinere standaarddeviatie en de grotere persistentiecorrelatie van de pentadegemiddelden. Dit is direct verklaarbaar uit het feit dat tijdsmiddeling de snellopende, dus weinig persistente, componenten uitfiltert. Bovendien valt op dat c_a steeds groter is dan c_p , doch in geen enkele geval blijkt dit verschil significant, indien met de gepaarde t-toets op tweezijdige 5 % overschrijdingskans getoetst wordt. Deze resultaten zijn ook weergegeven in de figuren 4 en 5. Het beeld dat deze figuren tonen is in sterke mate gelijk aan het beeld dat wordt geboden door de resultaten met USA-pentg's (fig. 1), met dit verschil dat hier noch bij de KNMI-pentg's noch bij de synoptische kaarten enig significant verschil met persistentie kan worden aangetoond. Fig. 6 geeft nog een vergelijking tussen de resultaten van de 38 USA-pentg's en de 37 KNMI-pentg's. Ook hier ziet men hetzelfde beeld, zij het dat juist in het golfgebied $k = 6-10$, waarin de USA-pentg's een positieve score behalen, de KNMI-pentg's duidelijk minder presteren. Opvallend is, dat bij de KNMI-pentg's c_a over het gehele veld nauwelijks groter is dan c_p , terwijl dit bij de USA-pentg's wel duidelijk het geval is. Vermoedelijk is dit te wijten aan de slechte kwaliteit van de KNMI-analyses op zuidelijke breedten.

De conclusie moet zijn, dat met dit experiment niet kan worden aangetoond dat de significante prestatie bij de 120-uurs prognose, zoals die m.b.v. USA-pentg's is verkregen te danken is aan de tijdsmiddeling. De significante prestatie m.b.v. de USA pentg-kaarten kan namelijk niet worden gereproduceerd met KNMI-pentadekaarten.

Over de mogelijke oorzaak van dit resultaat kunnen we slechts speculeren. De mogelijkheid bestaat dat de significantie van de prestatie met de USA-pentg's op toeval berust; deze kans is echter 0.06 %. Ons lijkt het evenwel waarschijnlijk dat de slechte kwaliteit van de KNMI-analyses oorzaak van het falen is. Hiervoor zijn twee redenen aan te voeren:

- 1e Het ruizige karakter van de synoptische analyses laat ook na tijdsmiddeling over vijf dagen zijn sporen na in het spectrum. Om dit na te gaan worden in fig. 7 de energiespectra op 45° N vergeleken van de USA- en KNMI-pentadegemiddelden van pent. 4, 1974. In de langste golven bevat het KNMI-pentg meer energie maar het is toch vooral in de kortere golven dat grote verschillen gaan optreden. Golfgetal $k = 20$ van het KNMI-spectrum bevat zelfs ruim vijf maal zoveel energie als hetzelfde golfgetal van het USA-spectrum. Fig. 8 laat voor dezelfde pentade de correlatie zien tussen de fasen van de golven in de KNMI- en de USA-kaart. Voor golfgetallen $k = 1-10$ bestaat er een goede correlatie, doch voor grotere golfgetallen gaat deze correlatie al spoedig verloren, hetgeen suggereert dat deze kortere golven als ruis moeten worden beschouwd. De vrij sterke aanwezigheid van deze ruis in het spectrum kan niettemin een funeste invloed uitoefenen op de numerieke voorspelling.
- 2e Gewerkt werd met niet-bijgestuurde analyses. Na november 1976 werden voor de 36-uurs KNMI-voorspelling bijgestuurde analyses gebruikt, omdat de niet-bijgestuurde analyses minder goed overeenkwamen met subjectieve analyses, die door de meteorologen worden uitgevoerd.

Nadat was gebleken dat het energiespectrum van de KNMI pentg-kaarten zodanig is, dat het inderdaad waarschijnlijk is dat resultaten, die m.b.v. USA pentg-kaarten zijn gehaald, niet met KNMI-analyses gereproduceerd kunnen worden, is geprobeerd op een andere manier dan tijdsmiddeling tot gladgestreken KNMI-kaarten te komen. Dit experiment wordt in de volgende paragraaf beschreven.

4.5.3 Experimenten met ruimtelijk afgekapte velden

Bij de experimenten met ruimtelijk afgekapte velden werd gebruik gemaakt van de door Kuipers ontwikkelde methode om het stereografische veld in een dubbele "Fourier"-reeks te ontwikkelen en maar een beperkt aantal componenten van dit veld mee te nemen, zoals is beschreven in paragraaf 2.3. Het gehele veld wordt beschreven met 48×48 componenten.

Met behulp van vier uitgangssituaties werd onderzocht of er een bepaalde afkapwaarde m bestaat, waarbij de middellange en lange golven nog goed voorspeld worden. Hiertoe werd voor elk van deze uitgangstoestanden $m = 10, 20, 25, 30, 35, 40$ en 48 genomen en de grootte van c_a na een 120-uurs voorspelling voor de verschillende golfgroepen ($n = 1-2, 3-5, 6-10$) nagegaan. De resultaten zijn gegeven in de figuren 9 t/m 12.

Uit deze figuren blijkt, dat er géén afkapgetal m bestaat, waarbij de middellange en lange golven nog redelijk worden beschreven. Bij de ene uitgangssituatie (de centrale dag van pentade n) ligt m tussen 20 en 25, bij andere uitgangssituaties is dit totaal anders. Hoewel het aantal van vier uitgangssituaties klein is, lijkt het erop dat ruimtelijk afkappen de 120-uurs c_a -score van de verschillende golflengtegebieden doet verminderen. Ruimtelijk afkappen lijkt dus een slechter resultaat te geven dan middelen in de tijd.

Hierbij moeten echter de volgende opmerkingen worden gemaakt. Afkappen in het ruimtelijke dubbele Fourier-spectrum, zoals in deze experimenten is gebeurd, is niet helemaal correct. Beter zou het geweest zijn het veld op de bol rechtstreeks in bolfuncties $y_{lm}(\varphi, \lambda)$ te ontwikkelen en deze ontwikkeling op een geschikte wijze af te breken.

Verder is bij het afleiden van (2.j) aangenomen, dat ruimtelijk afkappen equivalent is met een zeker ruimtelijk gewogen gemiddelde; d.w.z. dat $\psi_m(x,y) = \hat{\psi}_m(x,y)$. Bij een oneindig groot veld is er zeker een gladstrijkopoperator te bedenken waarbij dit het geval is. Bij een veld met een rand zullen er echter randeffecten optreden, waardoor deze veronderstelling niet meer volledig geldt, hetgeen als consequentie heeft dat vergelijking (2.j) niet meer volledig correct is, als we voor $\hat{\psi}_m$ de functie ψ_m substitueren.

5. Conclusies

De voornaamste resultaten van het onderzoek, zoals die in de voorgaande hoofdstukken werden beschreven, zijn:

- 1e In een serie van 36 120-uurs prognoses m.b.v. een tijdsgemiddelde equivalent-barotrope vergelijking en uitgaande van vijfdaags-gemiddelde 500 mbar USA-analyses scoren de golven $n = 6-10$, die grotendeels het circulatietype bepalen, significant beter dan de persistentie (4.3). Pogingen om deze prognoses nog verder te verbeteren door het invoeren van een gebergtetterm of fouten-persistentie leverden géén resultaat op (4.4).
- 2e Dit resultaat kon niet gereproduceerd worden door vijfdaags-gemiddelde KNMI-analyses te gebruiken. Bij gebruikmaking van 37 (voor dit doel slechtere, zie 4.5.1) vijfdaagsgemiddelde KNMI-analyses werd in alle golfgebieden wel een beter, maar niet significant beter resultaat behaald dan door persistentie kon worden verkregen (4.5.2).
- 3e Bij een vergelijking tussen de resultaten van een serie van 37 120-uurs prognoses uitgaande van vijfdaagsgemiddelde KNMI-analyses en niet-tijdsgemiddelde synoptische 500 mbar analyses (genomen op de overeenkomstige centrale dag) werd in geen enkel golfgebied een significant verschil gevonden. Beide series scoorden niet beter dan persistentie (4.5.2).
- 4e 120-uurs voorspellingen met ruimtelijk afgekapte, niet-tijdsgemiddelde KNMI-analyses leverden geen significant beter resultaat op dan voorspellingen met niet-afgekapte velden (4.5.3).

Hoewel het resultaat van 120-uurs prognoses met USA-pentadegemiddelden positief was en zo'n resultaat ook bij de weekverwachting zou kunnen worden gebruikt, kon het helaas niet met behulp van KNMI-analyses gereproduceerd worden. Hier was de c_a -score in alle golfgebieden wel beter dan persistentie, maar in geen enkel golfgebied significant beter. Dit laatste, tegenvallende, resultaat komt vermoedelijk door het ruizige karakter van de KNMI-analyses vergeleken met de USA-analyses.

Eventueel verder onderzoek aan de veronderstelling, dat het wegmiddelen van korte golven in de uitgangstoestand bij een 120-uurs voorspelling het resultaat voor middellange en lange golven onveranderd laat of zelfs verbetert, moet wachten op betere KNMI-analyses. Na een positief resultaat bij verdere proeven kunnen dan barocliene effecten en/of de geparametriseerde invloed van de kleine golven op de grote meegenomen worden. Hoe de invloed van kleine golven op grote geparametriseerd moet worden, is een apart probleem waarvoor eerst fenomenologische studies nodig zijn.

Op zichzelf is het resultaat dat met behulp van de gemiddelde vijfdaagse USA-analyses wordt gehaald wel frappant. Met behulp van een sterk vereenvoudigde vergelijking (de equivalent-barotrope aanname) en met behulp van een gemiddelde uitgangstoestand kunnen na 120 uur de middellange golven evengoed worden voorspeld als Miyakoda doet met een complex algemeen circulatiemodel.

Dankbetuiging

Wij zijn vooral Drs. J. van Maanen veel dank verschuldigd. Hij heeft mede het model helpen ontwikkelen en heeft de invloed van gebergten op een deel van de hierboven geschetste resultaten (met behulp van USA-analyses) nagegaan. (J. van Maanen 1973).

De leiding van het computercentrum van de Universiteit van Utrecht, het A.C.C.U., zijn we dankbaar voor de toestemming die we hebben gekregen om van de rekenfaciliteiten van het centrum gebruik te maken, en het personeel van het A.C.C.U. voor de grote bereidwilligheid om problemen te helpen oplossen.

Verder willen we onze collega's binnen het K.N.M.I. van de afdeling MU-A, in het bijzonder Dr. C. Schuurmans, Ir. J.D. Opsteegh en Dr. H.M. van den Doel, bedanken voor de talloze discussies waardoor de vaak technische numerieke problemen konden worden opgelost.

Ten slotte dank aan W. van de Geer en Drs. H. Krijnen, die zo vriendelijk waren de resultaten van het model voor een eventueel gebruik binnen de weekverwachting te beoordelen, en aan Drs. W. Kuipers voor het gebruik van zijn Fourier-componentenanalyse.

References

- A.P.M. Baede, W.J.A. Kuipers, J. Reiff. An interpolation method, based on double Fourier expansion, for the calculation of atmospheric kinetic energy spectra, compared with bilinear interpolation. *Journal of the Atmospheric Sciences* 33, 1976, 764-767.
- A.P.M. Baede, J.P. Opsteegh, J. Reiff. Verbetering van de barotrope prognoses op de achthoek en verkorting van de rekentijd door invoering van de Cressman-correctie. K.N.M.I. Niet gepubliceerd intern verslag. (1974).
- F.A. Berson. A quantitative analysis of the evolution of large-scale flow with regard to the effect of eddy-motion. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 79, 1953, 210-223.
- Ph.F. Clapp. Application of the barotropic tendency equation to medium-range forecasting. *Tellus V*, 1953, 80-94.
- Ph.F. Clapp. Some considerations involved in preparing long-range forecasts by numerical methods. *Journal of Meteorology* 13, 1956, 341-350.
- H.L. Crutcher, J.M. Meserve. Atlases of the selected level heights, temperatures and dew points for the Northern Hemisphere. U.S. Government printing office, 1970.
- H.M. van den Dool. Three studies on spectral structures of the horizontal atmospheric motion in the time domain. Thesis, Utrecht, 1975.
- J.P. Gerrity Jr., R.D. McPherson, P.D. Polger. On the efficient reduction of truncation errors in numerical weather prediction models. *Monthly Weather Review*, August 1972, 637.
- G.J. Haltiner. *Numerical Weather Prediction*. John Wiley and Sons, 1971.
- J.R. Holton. *An introduction to dynamic meteorology*. Academic Press, 1972.
- I. Jacobs. *Meteorologische Abhandlungen Band IV, Heft 2*, 1958.
- P.R. Julian, W.M. Washington, L. Hembree, C. Ridley. On the spectral distribution of large-scale atmospheric kinetic energy. *Journal of the Atmospheric Sciences* 27, 1970, 376-387.
- C.E. Leith. Diffusion approximation for the two-dimensional turbulence. *Phys. Fluids* 11, 1968, 671-672.
- J. van Maanen. De invloed van gebergten in een barotroop model. *Doctoraalscriptie*.

- J. van Maanen. De gladstrijker in het objectieve analyseprogramma. K.N.M.I. Niet gepubliceerd intern verslag (1976.)
- K. Miyakoda. Numerical solution of the balance equation. Technical Report of the Japan Meteorological Agency 3, 1960, 15-34.
- K. Miyakoda, R.F. Strickler, C.J. Nappo, P.L. Baker, G.D. Hembree. The effect of the horizontal grid resolution in an atmospheric circulation model. Journal of the Atmospheric Sciences 28, May 1971, 481-499.
- K. Miyakoda, G.D. Hembree, R.F. Strickler, I. Shulman. Cumulative Results of Extended Forecasts Experiments: I. Model Performance for Winter Cases. Monthly Weather Review 100, December 1972, 836-855.
- F. Pellegrini. A tentative experiment in the prediction of the 500 mb five-day mean hemispheric charts. 1964. WMO No. 162.TP.69. (WMO Symposium, Boulder, Colorado).
- K. Puri, W. Bourke. Implications of horizontal resolution in spectral model integrations. Monthly Weather Review 102, 1974, 333-347.
- E. Rasmussen. An investigation of the truncation errors in a barotropic primitive equations model on spectral form. Institut för Teoretisk Meteorologi, Report No. 5, 1974.
- F.G. Shuman. Numerical methods in weather prediction II. Smoothing and filtering. Monthly Weather Review 85, 1957, 357-361.
- H. Sigtryggsson, A. Wiin-Nielsen. Experiments in numerical forecasting, using space-smoothed fields. Tellus IX, 1957, 296-312.
- Beschrijving van programma's voor de EL-X8. K.N.M.I. Wetenschappelijk Rapport 69-3.

Figuurbeschrijvingen

- Figure 1 Results of 120-hour forecasts with 5-day mean NMC 500 mbar analyses are given for the whole octagon (the arrows halfway on the left) and for different wavenumber classes at $40-60^{\circ}$ N. These numbers represent a mean of 38 results.
- Figure 2 Mean 500 mbar results of 120-hour forecasts from 12 synoptic initial situations are given as calculated by Miyakoda et al. See for further explanation text to figure 1.
- Figure 3 The fitted α in the relation $\log E_k \sim -\alpha \log k$ are given for different latitude values. These α are found from 10 KNMI-analyses and compared with the theoretical value 3. (See also 4.5).
- Figure 4 Mean results of 37 120-hour forecasts with 5-day mean 500 mbar KNMI-analyses are given. See for further explanation figure 1.
- Figure 5 Mean results of 37 120-hour forecasts with (corresponding to the pentads used in figure 4) synoptic KNMI-analyses are given. See for further explanation figure 1.
- Figure 6 Results obtained with the NMC and KNMI 500 mbar 5-day mean charts are given. (Not the same situations are used!). C_a is given for both of them. See further figure 1.
- Figure 7 Energy spectra of KNMI and NMC analyses compared with the theoretical value for the inertial subrange k^{-3} . Spectra are given at 45° N, for pentad 4, 1974. (See also 4.5).

- Figure 8 Phases of fourier-components of the energy spectra used in figure 7 are compared. A dot with number 1 means that the phases of fourier-component 1 are compared. (See also 4.5).
- Figure 9 Results of 120-hour forecasts are shown as a function of a spacial cut-off parameter m . ($m = 10, 20, 25, 30, 40$ or 48). One central-day is used as an initial situation. The results are presented as c_a 's for different wavenumber classes between $40-60^\circ$ N. Also the total c_a for the whole northern hemisphere is given as a function of the cut-off wavenumber. Initial situation: 500 mbar central-day of KNMI pentad 4.
- Figure 10 As figure 9, but the central day of pentad 70 as initial situation.
- Figure 11 As figure 9, but the central day of pentad 43 as initial situation.
- Figure 12 As figure 9, but the central day of pentad 20 as initial situation.

120 hour forecast results of
 5 DAY MEAN USA - ANALYSES
 (N = 38)
 40° - 60°

— Anomaly correlation coefficient (C_a)
 - - - - - Persistence correlation coefficient (C_p)

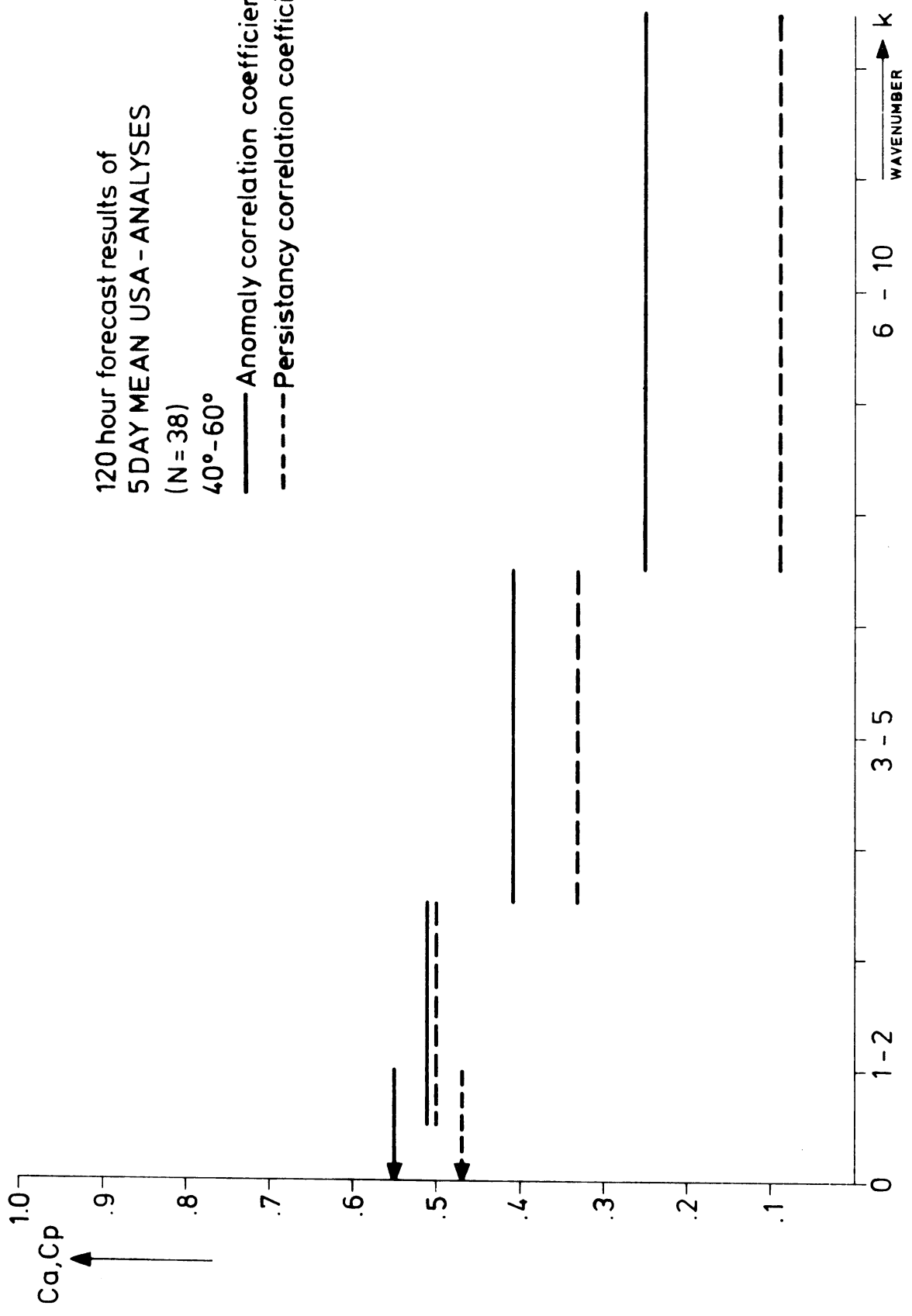


Fig. 1

120 hour forecast results of
 The general circulation model of
 MIYAKODA
 (N = 12)
 35° - 45° N
 ——— Ca
 - - - - Cp

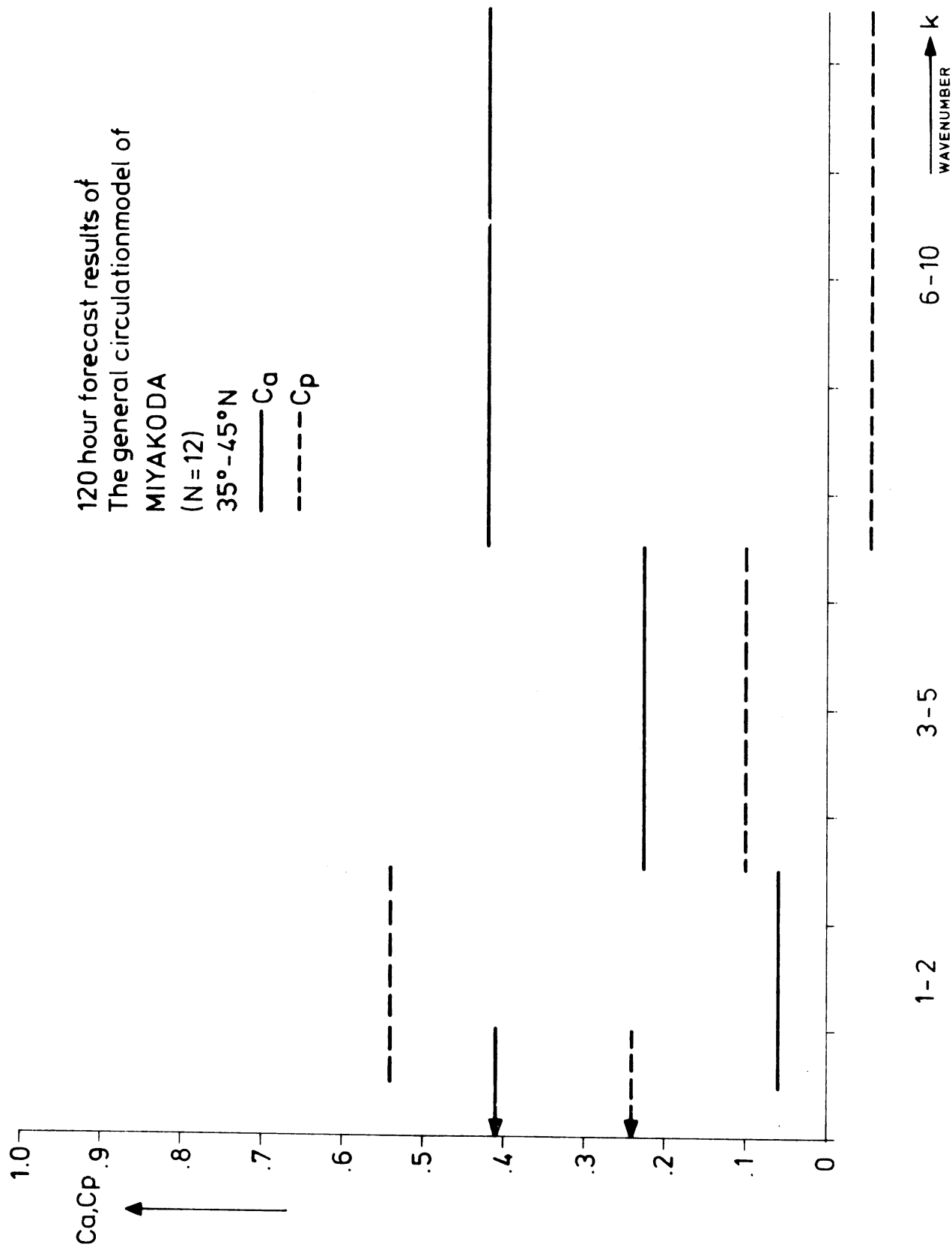


Fig. 2

10 SYNOPTIC 500 mbar - KNMI analyses

are used to determine α in the

relation : $\log E_k \sim - \alpha \log K$

α is given as a function of
the latitude φ

----- $\alpha = 3$ (theoretical value)

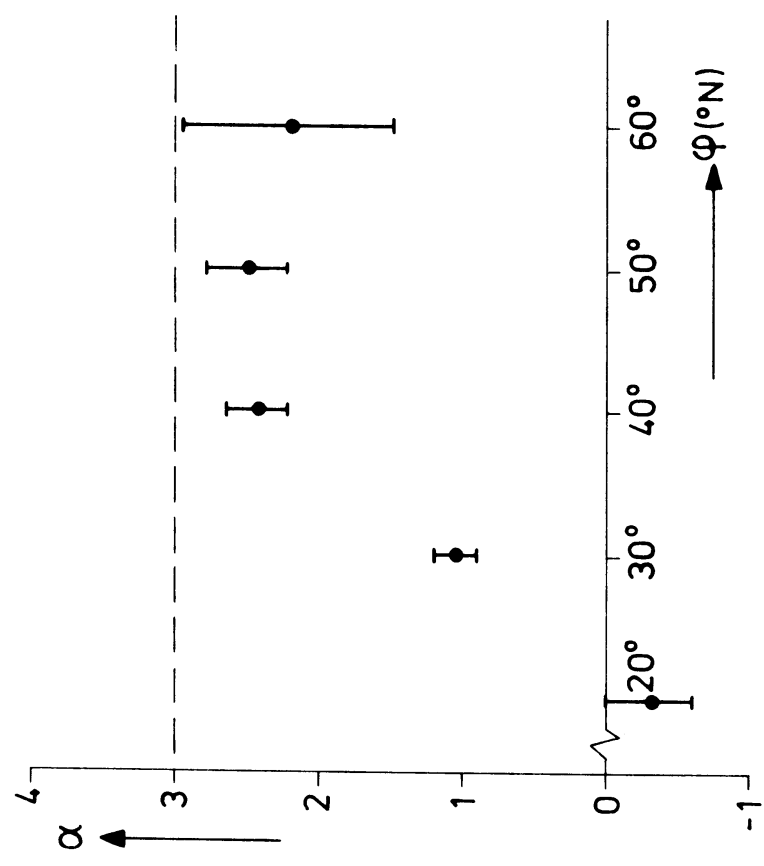


Fig. 3

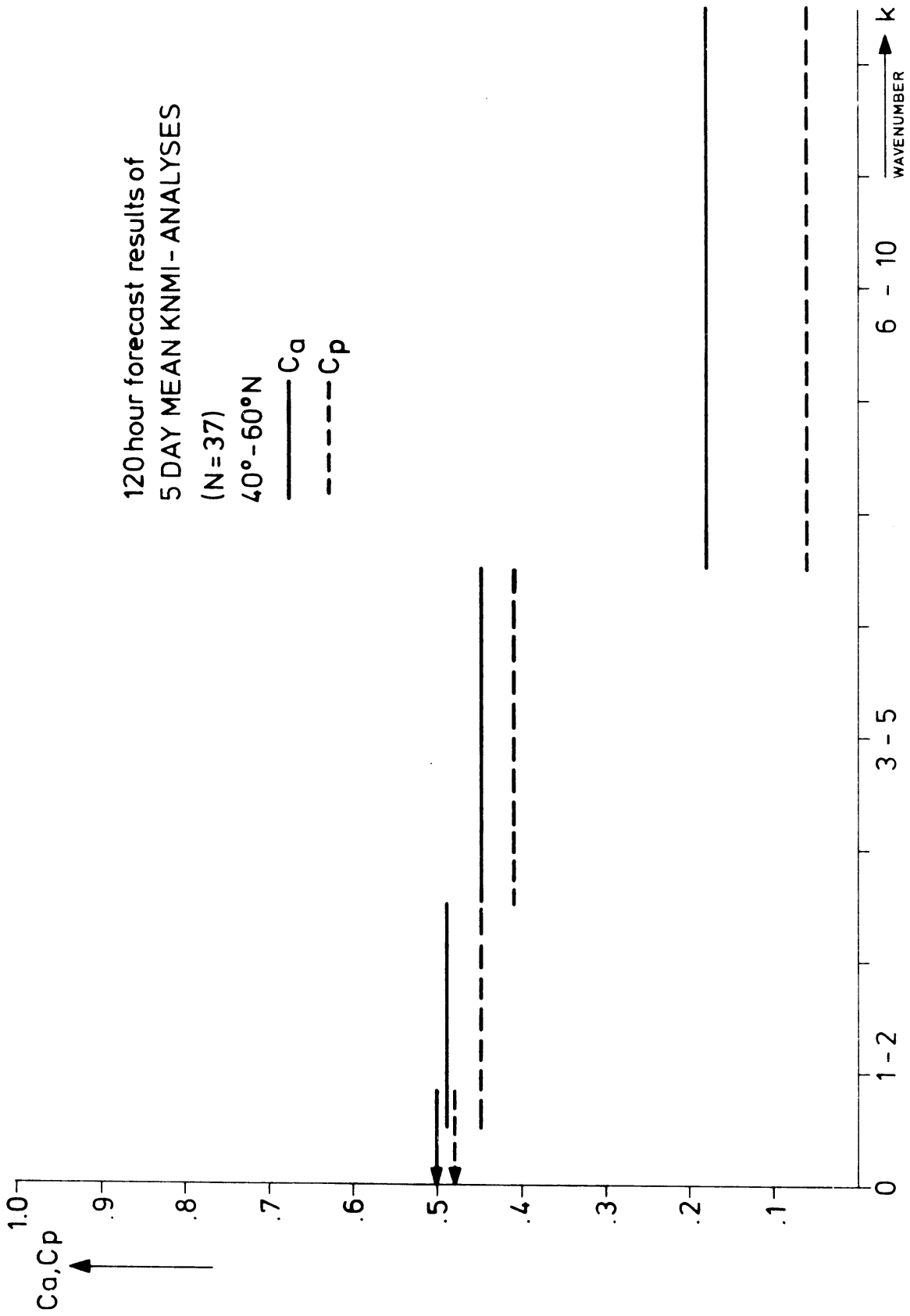


Fig. 4

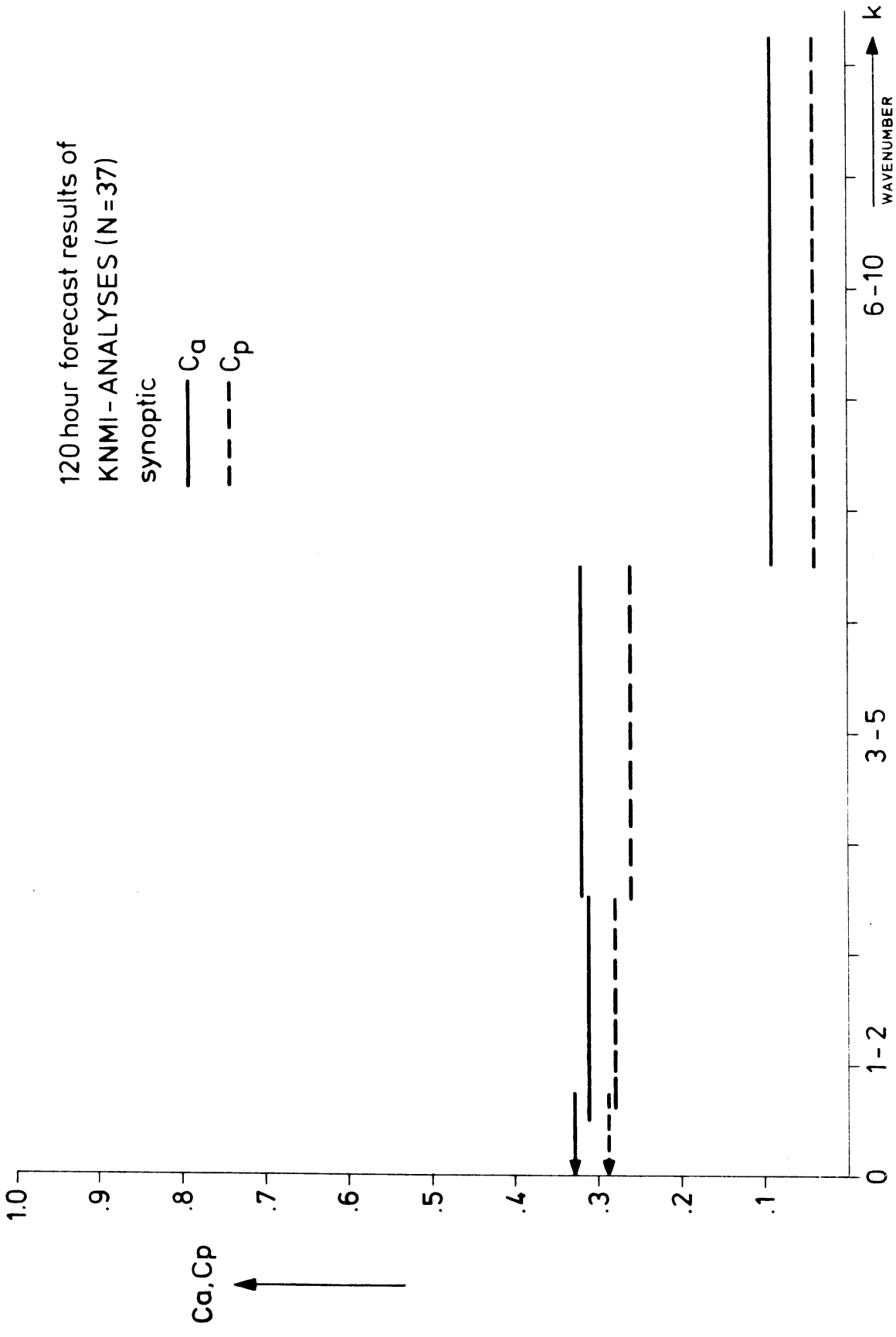


Fig. 5

Comparison between results of USA 120 hour forecasts of pentad charts (N=38) and KNMI 120 hour forecasts of pentad charts (N=37)

— USA (C_d)
 - - - KNMI (C_d)

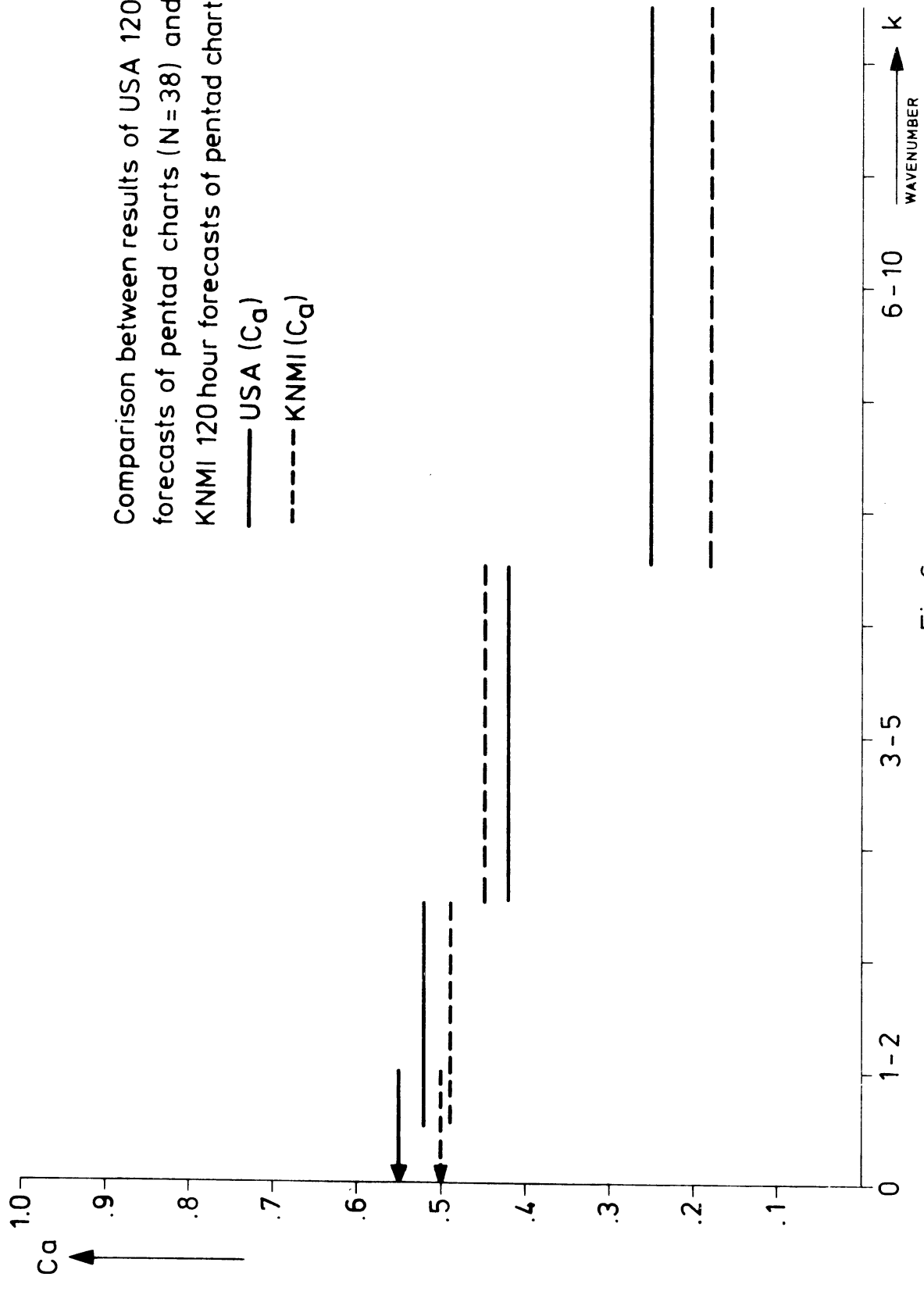


Fig. 6

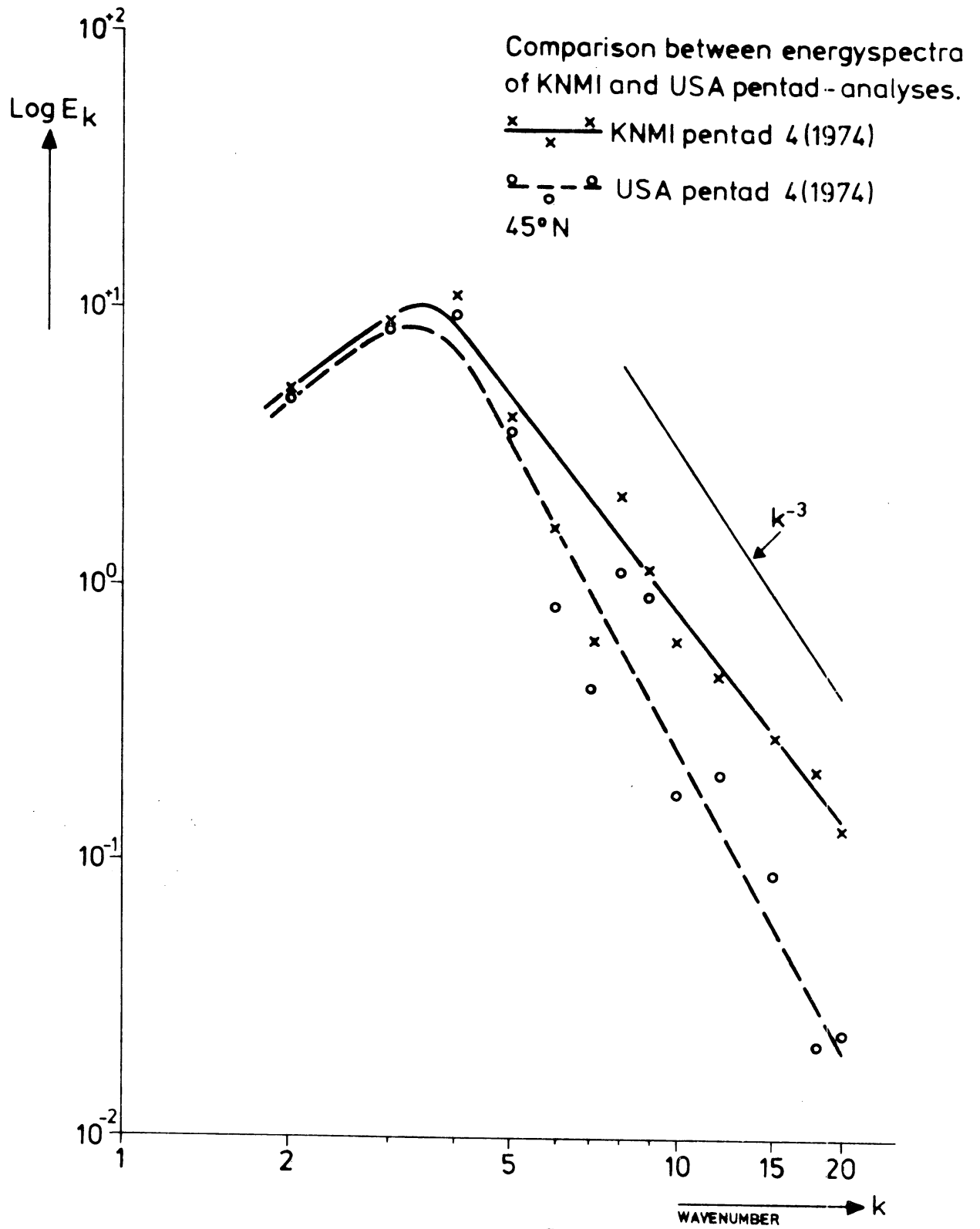


Fig. 7

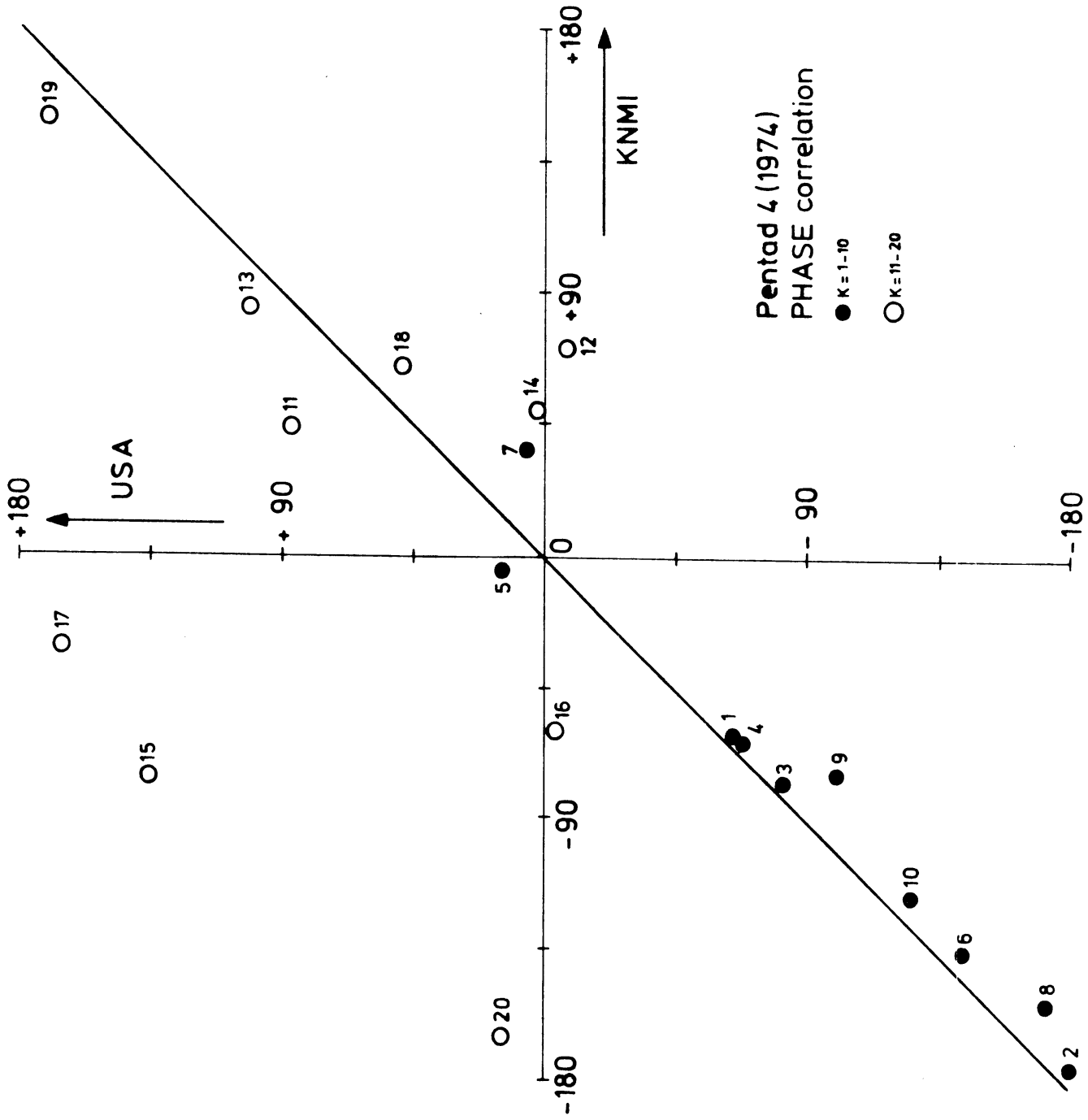
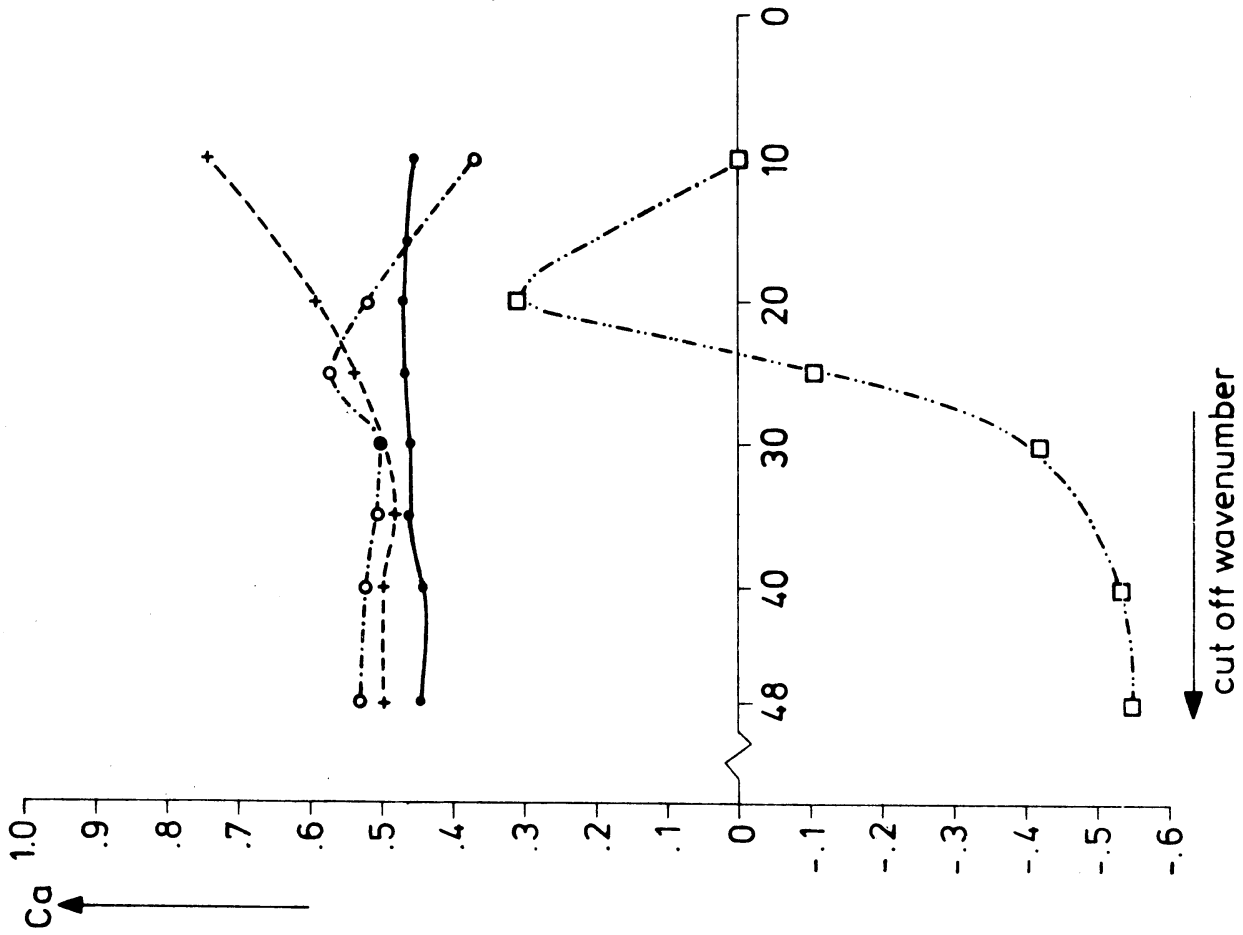


Fig. 8



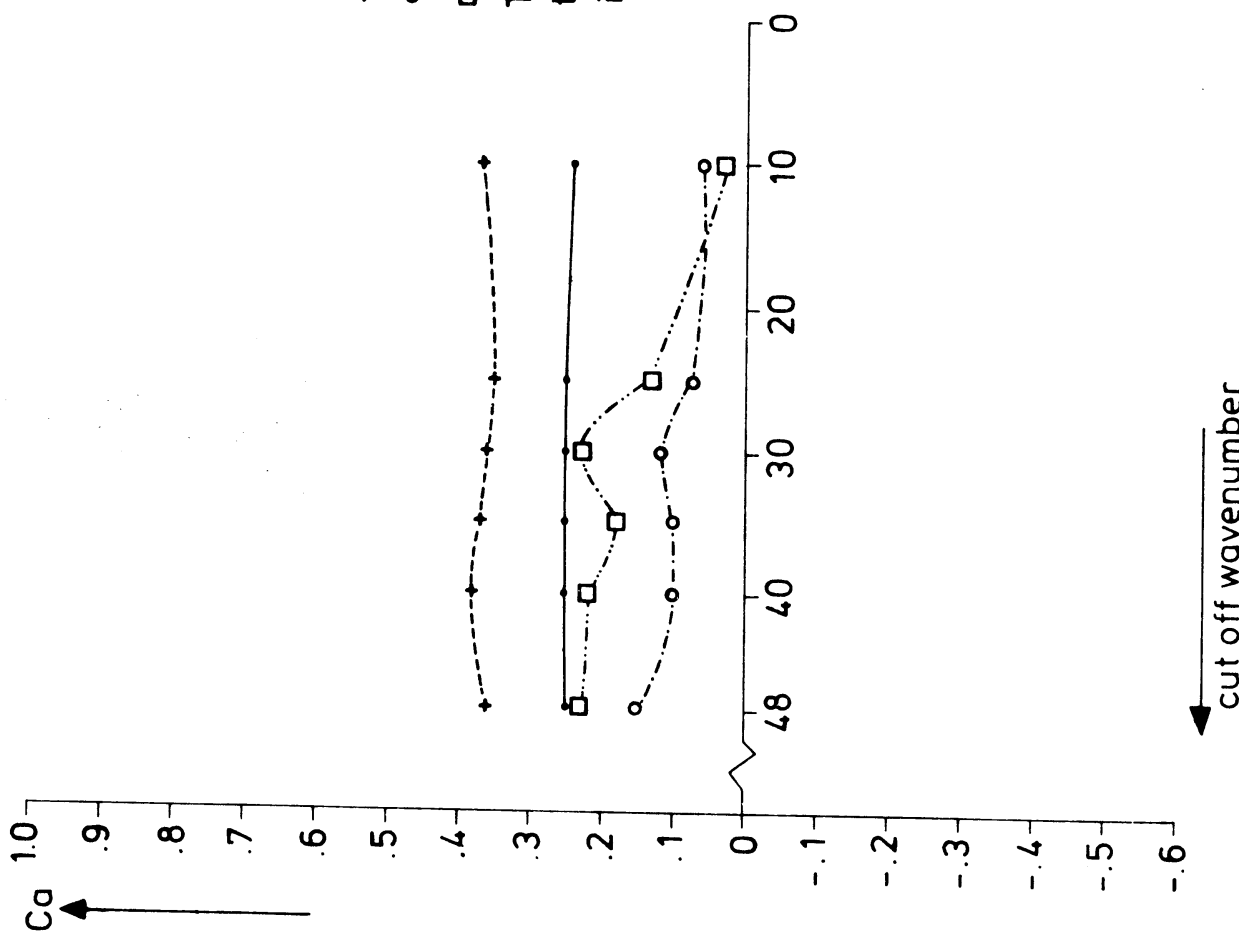
C_a is given as a function of different wavenumbers m

(m is the spatial cut off wavenumber of a double Fourier series)

- total
- - - + - - - 1 - 2
- ...o... 3 - 5
- · - · - □ 6 - 10

The central day of pentad 4 of the KNMI - analyses are used as initial situation.

Fig. 9



C_a is given as a function of different wavenumbers m (m is the spatial cut off wavenumber of a double Fourier series)

- total
- - - + - + 1 - 2
- o - - - o 3 - 5
- - - - □ 6 - 10

The central day of pentad 70 of the KNMI - analyses are used as initial situation.

Fig. 10

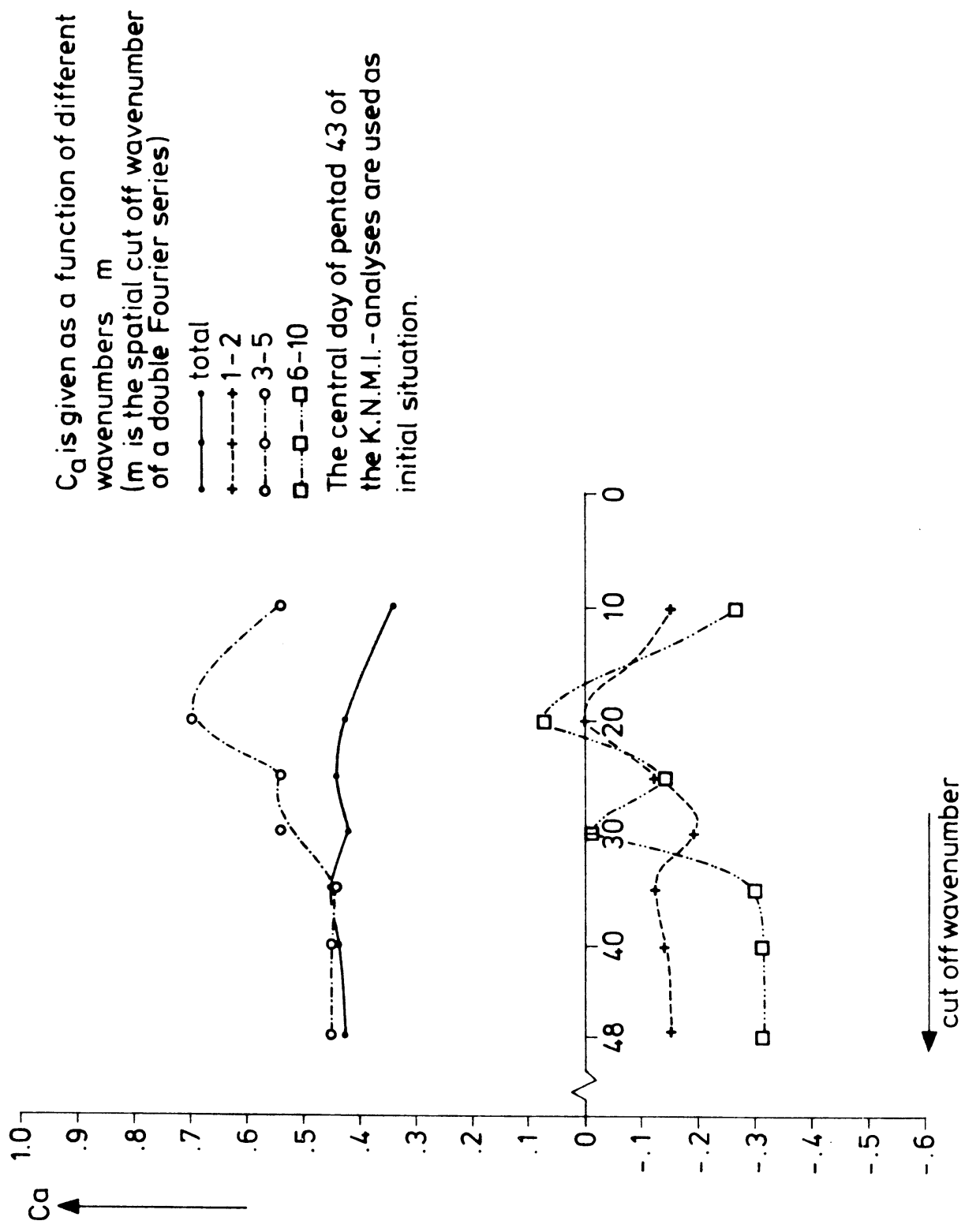


Fig.11

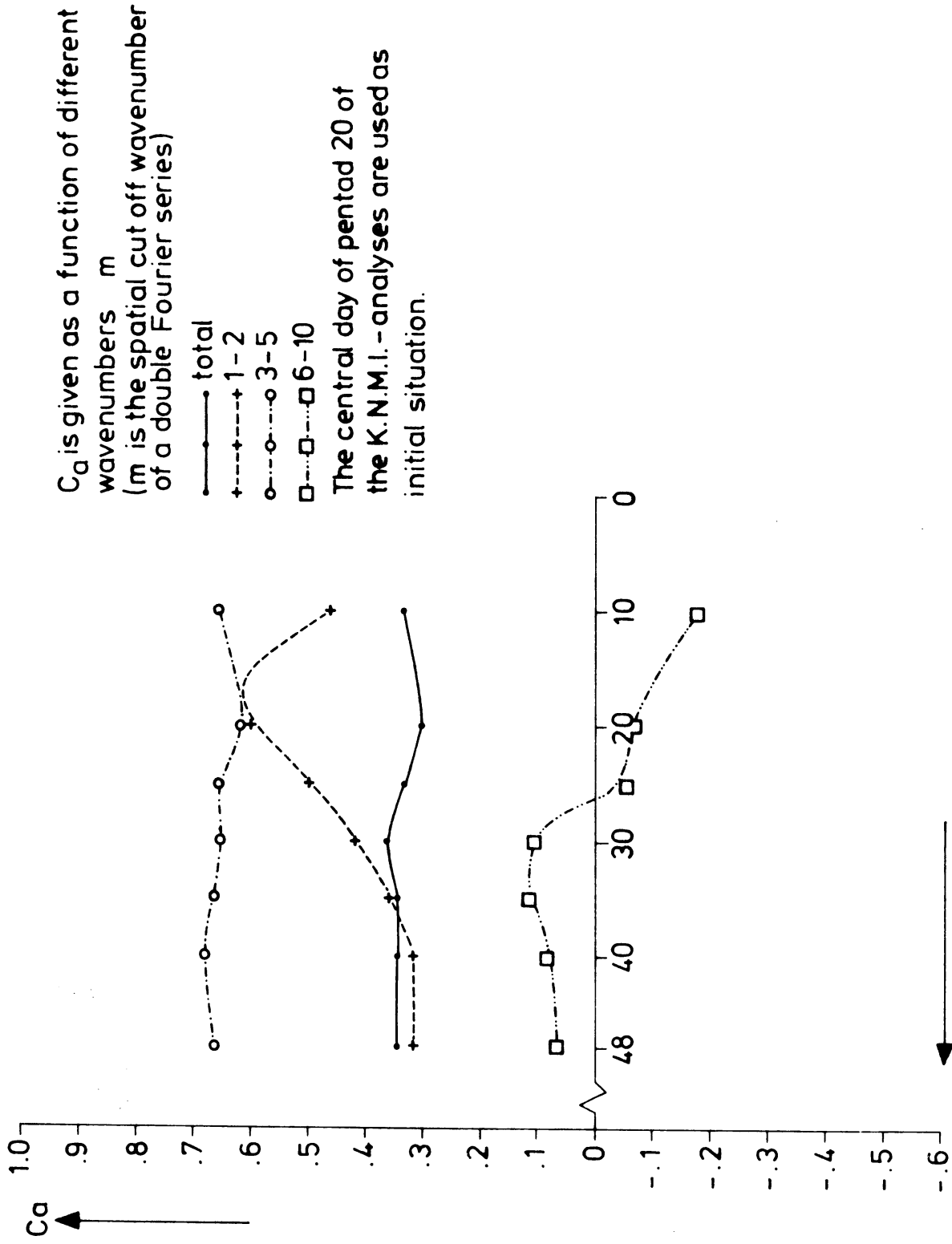
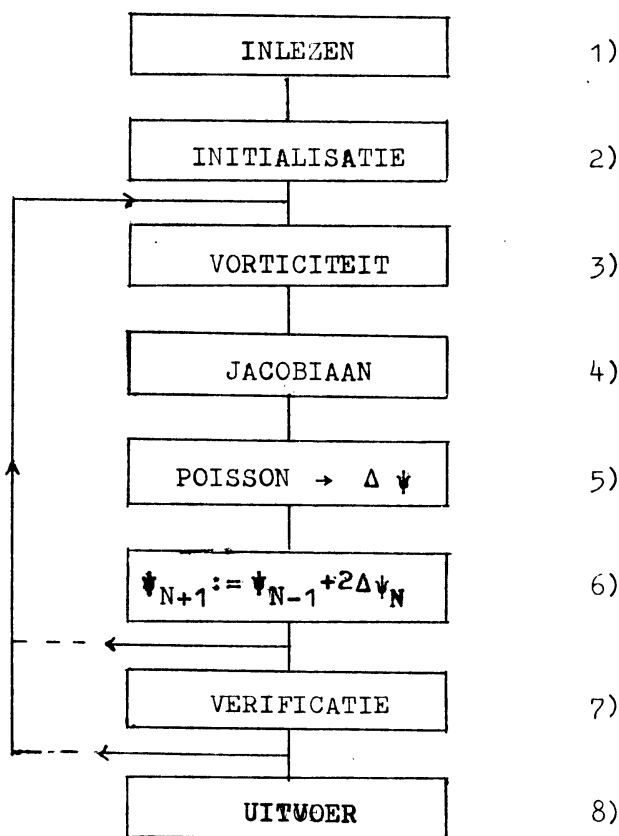


Fig. 12

Annex A

1. Beschrijving van versie 9 van het gebruikte programma (12.6.'76)

Allereerst volgt hier een sterk vereenvoudigd flow-diagram van het programma, dat **BARO** heet. De cijfers verwijzen naar uitleg, die later volgt, nadat eerst nog een lijst van subroutines + het kaarten-deck waar deze in voorkomen is gegeven.



Het programma wordt gedraaid op een C.D.C. Cyber 73/26 onder SCOPE 3.4.1. Het is geschreven in fortran. Een 120-uurs prognose duurt gemiddeld 8 minuten, terwijl er maximaal **20 K geheugen** gebruikt wordt.

Het programma is op de volgende manier met behulp van subroutines opgebouwd:

<u>Subroutines</u>	<u>Kaartdeck</u>
Hoofdprogramma BARO	PROG
CORIOL (MF)	ROOSTER
FISTA	"
TERUG	"
HEMIS (N, IS)	SHEMIS
VORT (M)	PHYSICS
JACOB (MO, MF)	"
POISSON (BASIC LANGUAGE)	"
Z9PRPSZ (X) (BASIC LANGUAGE)	"
BALANS (MF, MP)	SBALANS
INVERB (MF, MP)	"
BERG (MF, MG)	SBERG
SMBERG (MG, MH, IP)	"
FOURIER (N1, N2, N3)	SFOUR
GRANAL (N1, N2)	"
KUIPERS (N1)	"
BANAL (N1)	"
RAND2 (N, NR)	HULP
SMOOTH1 (MO, MR, NA, MR)	"
ZONAAL (N1, N2, N3)	"
VERIF (MZ, MW, MM)	SVERIF
TENDENS (MZ, MW)	"
FUNCTION STANDEV (A, B)	"
" CORREL (A, B, C)	"
ERROR (ERR, IER)	INOUT
INTER	"
PRHEM	"
LEES	"
LEESGLF (N, AMPL, U, V)	"
LEESV (N)	"
PRNT (IM, LZ)	"
PLOT (VV, GRENS 1, GRENS 2)	SLOT
PLOT2 (VV, GRENS 1, GRENS 2)	"
VUL (ISYMB)	"

1. Het inlezen

Achtereenvolgens worden in het programma het coriolisveld (MF-veld) en schaalfactorveld (MQ-veld), het gebergteveld (MG) en het hoogteveld (M) ingelezen of berekend. Dit gebeurt op een ingewikkelde manier, daar in het programma deze velden op het achthoekig stereografische rooster bekend moeten zijn, terwijl ze vaak oorspronkelijk op een geografisch $5^{\circ} \times 5^{\circ}$ -rooster worden ingelezen.

In het algemeen kan op twee manieren worden ingelezen: van ponskaarten of van magnetic tapes (files).

Als MF en MQ niet van magnetic file worden ingelezen, moeten ze worden berekend met behulp van de subroutine CORIOL (L10=1).

Wanneer het gebergteveld wordt ingelezen, kan dit van file (L10~~≠~~1) of van kaarten gebeuren. Het lezen vanaf kaarten gebeurt met KK3=1, waarbij op de achthoek ingelezen wordt.

Het hoogteveld kan nu van file worden ingelezen (L10~~≠~~1 of 2) of met behulp van de subroutine KUIPERS (door wie deze methode is ontwikkeld) uit bewaarde fourier-hoofdcomponenten worden gemaakt (L10=2). Als L10=1, wordt de subroutine HEMIS (M, KK10) aangeroepen. KK10 bepaalt nu verder hoe het hoogteveld wordt gemaakt. Zie hiervoor de parameterlijst.

Soms wordt het veld op $5^{\circ} \times 5^{\circ}$ -roosterpunten ingelezen. De subroutines HEMIS en FISTA zorgen dan voor een transformatie van het geografisch naar het achthoekig rooster.

Als het hoogteveld van file is ingelezen, kan met L4=1 de bijbehorende maandnormaal van file worden ingelezen, die in het verificatiegedeelte van het programma wordt gebruikt.

Tijdens het inlezen kunnen er velden worden uitgeprint of met behulp van de lineprinter worden "geplot". PRNT print de getalwaarden van de roosterpunten uit. PLOT wordt gebruikt om op schaal 1:60.000 de achthoek op stereografische projectie te plotten. PLOT2 wordt gebruikt om op schaal 1:30.000 het Atlantische en Europese gebied te plotten. Zowel PLOT als PLOT2 maken gebruik van de subroutine VUL.

Als de subroutines LEES en LEESGLF in HEMIS aangeroepen zijn, worden ook de subroutines INTER en PRHEM gebruikt. PRHEM wordt gebruikt om getallen in het geografisch rooster langs een breedtegraad uit te printen.

Na het inlezen kunnen de velden worden gladgestreken met behulp van SMOOTH1 . Over het gebruik hiervan zie de punten 4.1.1 en 4.5.1 in dit W.R.

2. Initialisatie

Als KK9=1 wordt in BALANS het hoogteveld in een stroomfunctieveld omgezet. Hiervoor wordt de niet-lineaire balansvergelijking gebruikt. Zie de punten 3.1.2 en 4.2 in dit W.R.)

3. Vorticiteit

Na de initialisatie wordt de do-loop, waarbij de flux van het stroomfunctieveld $\Delta\psi$ elk uur opnieuw wordt uitgerekend, doorlôpen. (Deze loop start bij statement 107). De vorticiteit wordt uitgerekend in VORT. Aan het einde van de subroutine VORT worden eventueel (met behulp van MM7 en MM9) de gemiddelde hoogte, de gemiddelde absolute waarde van de relatieve vorticiteit en de gemiddelde energie uitgeprint.

4. Jacobiaan

Het tweede lid van de Helmholtz-vergelijking (zie 2.h) wordt in JACOB uitgerekend. Er wordt hiervoor een 9-punts Jacobiaan gebruikt, die uit een 4-de orde differentieschema volgt. Als de bergterm wordt meegenomen, wordt de subroutine BERG aangeroepen. Als KK8=0, wordt in BERG een 9-punts Jacobiaan gebruikt, anders een 5-punts.

5. Poisson

De Helmholtz- of Poisson-vergelijking wordt opgelost in POISSON. Omdat deze iteratieve procedure veel tijd vergt, zijn POISSON en de hierbij gebruikte Z9PRPSZ in basis language geschreven. Het ACCU-rekencentrum is hierbij behulpzaam geweest.

6. $\Delta\psi$

Het nieuwe veld ψ_{N+1} op tijdstip $N=1$ wordt verkregen uit het oude veld ψ_{N-1} door te gebruiken $\psi_{N+1} = \psi_{N-1} + 2\Delta\psi_N$. De rand van alle velden blijft constant. De op één na buitenste rand wordt verkregen door lineair te interpoleren tussen de rand en de rand -2. Dit gebeurt in RAND2. Als het berekende veld tweemaal de do-loop heeft doorlopen (op tijdstip $AS=1$), wordt direkt naar statement 107 teruggegaan. Bij $AS=0.5$ of AS groter, wordt eerst gekeken of er geverifieerd of iets uitgeprint moet worden, voordat naar het begin van de do-loop 107 wordt teruggesprongen.

7. Verificatie

Als het hoogteveld met behulp van de subroutine LEES of van file is ingelezen ($KK10=1$) kan er op veelvouden van 12 hele uren worden geverifieerd.

Als $L3 < 0$, wordt er niet geverifieerd.

Als $L3 > 0$, wordt er op $LM=120 \cdot L3 \approx 12$ uur, op 120, en op $LP=120 + L3 \approx 12$ uur geverifieerd.

Als $L3 = 0$, wordt er op veelvouden van 120 uur geverifieerd.

Bij het verifiëren worden het benodigde maandnormale 500 mbar veld en het pentadebeld, waarmee het berekende veld vergeleken wordt, van file of van kaarten ($L10=1$) ingelezen.

Als de balansvergelijking wordt gebruikt ($KK9=1$), worden om de vijf breedtegraden (tussen 20° en 65° NB) langs een breedtegraad gemiddelde grootheden uitgeprint, zoals de zonale wind \bar{u} en de eddy-kinetische energie (zie 3.1.3). Ook worden het fourierspectrum van het hoogteveld, het kinetische energiespectrum en het vorticititeitsspectrum uitgeprint van 45° NB.

Om dit mogelijk te maken, worden eerst BANAL en GRANAL aangeroepen, die gebruik maken van de fourier-componentenanalyse van Kuipers, daarna worden de subroutines ZONAAL en FOURIER aangeroepen.

Alvorens te verifiëren wordt eerst met INVERB de balansvergelijking geïnverteerd.

Hierna vindt de werkelijke verificatie plaats in VERIF en TENDENS, waar ook de functies STANDEV(iatie) en CORREL(latie) gebruikt worden. Zie hiervoor ook 3.2.

De verificatie eindigt bij statement 9. Hierna wordt met MM9 en MM8 geregeld, wanneer de procedures ZONAAL en FOURIER buiten de verificatie-uren worden aangeropen. Soms wordt hierna gladgestreken (als KK7+10) en worden ZONAAL en FOURIER weer opgeroepen om het effect van het gladstrijken na te gaan.

8. Uitvoer

Aan het einde van het programma wordt bij label 1003 nagegaan of een voldoende aantal (R2) tijdstappen gerekend is. Zo ja, dan wordt naar 123 toegesprongen. Daarna wordt eventueel geïnverteerd in INVERB en op diverse manieren via de regeldrukker "geplot". Met KK11 wordt aangegeven hoe vaak het programma herstart wordt. Is dit een voldoende aantal malen gebeurd, dan wordt via label 1239 naar 1238 gesprongen, waarna het programma wordt beëindigd.

-o-o-o-

2. Parameterlijst Program Bart. (versie 9)

Naam	Betekenis	"normale" waarde	Format
①			
Z1	afstand roosterpunten op 60°N in meters	375000	F10.0
IO	eerste punt van achthoek	14	I10
IQ	I-coördinaat linker bovenhoek	1	I10
JQ	J-coördinaat linker bovenhoek	1	I10
LEN	lengte rooster	48	I10
LBR	breedte rooster	48	I10
TIJD	lengte tijdstap in seconden	3600	F10.0
ICH	controle parameter	999 (verplicht)	I10
②			
IEPS	max. fout in iteratie Poissonvgl. <u>Opm.:</u> De hier gegeven waarde geldt <u>niet</u> in Inverb en Balans.	20	I5
R2	aantal tijdstappen		F10.2
R3	Cressman-correctie	0.15	F10.2
R4	verzwakkingsfactor gebergte		F10.2
R5	=1 : print Leesglf		F10.2
③			
L1	=1 : print beginveld ongesmoothed		I5
L2	=1 : print beginveld gesmoothed		I5
L3	<0 : geen verificatie =0 : VERIF en TENDENS alléén op veelvouden van 120 uur =n : óók op veelvouden van 120 + n * 12 uur		I5
L4	=1 : er vindt verificatie tegen maand-normalen plaats		I5
L5	=1 : er vindt verificatie van spectraalgebieden plaats		I5
L6			I5
L7	=1 : iedere tijdstap wordt het nieuw berekende veld M geprint		I5
L8	=1 : door LEES ingelezen veld wordt geprint		I5
L9			I5
L10	{ =2 : velden worden in fouriercomp. van p.f. gelezen en op stereografisch projectie berekend { =1 : velden worden van kaarten ingelezen op geografisch rooster { ≠1 of 2: velden worden van p.f. gelezen op stereo- grafisch rooster		I5

Naam	Betekenis	Format
L11	=1 : van het eindveld wordt een plot $1:30 \times 10^6$ gemaakt (zgn. BK-3 plot)	I5
L12		I5
L13		I5
L14		I5
L15		I5
L16		I5
④		
KK1	=0 : geen gebergte, $\neq 0$ berg wordt opgeroepen =n (n=9,13 of 21): n-punts smoother in gebergte =99: ongesmoothde berg wordt opgeroepen	I2
KK2	=n : smooth beginveld n maal	I2
KK3	=1 : lees gebergte op stereografisch rooster vanaf kaarten =2 : lees gebergte op geografisch rooster vanaf kaarten (vervallen)	I2
KK4		I2
KK5	=1 : schrijft tussenresultaat M-veld weg op file "weg" na iedere tijdstap	I2
KK6	=1 : schrijft gebergteveld MG , weg op file "weg"	I2
KK7	=0 : hoogte- of stroomveld wordt niet gesmoothed, behalve wellicht op begintijdstip (zie KK2) =n : na elke n tijdstappen wordt hoogte- of stroomveld éénmaal gesmoothed	I2
KK8	=0 : 9-punts Jacobiaan in BERG $\neq 0$: 5-punts Jacobiaan in BERG	I2
KK9	=0 : geostrofisch =1 : balans	I2
KK10	=n : CALL HEMIS (M,u) op tijdstap 0 d.w.z.: n=1 : CALL LEES: beginveld op geografisch rooster n=2 } vervallen n=3 } n=4 : CALL LEESGLF (6,60.,20.,V): Haurwitz proefgolf n=5 : CALL LEESGLF (NZ,AMPL,U,V): Haurwitz proefgolf: zie kaart 7 n=6 : CALL BANAL: veld wordt in fouriercomp. van p.f. gelezen en analytisch op geografisch rooster uitgerekend	I2

Naam	Betekenis	Format
⑤		
KK11	=n : programma wordt n x herstart (n moet minstens 1 zijn!)	I2
KK12	=1 : variabele f in Jacobiaan	I2
KK13	=1 : variabele f in BERG	I2
KK14		I2
KK15	programmaversie nr.	I2
KK16	=n : GRANAL: aantal fouriercomp. dat wordt berekend KUIPERS en BANAL: aantal fouriercomp. dat aan de procedure wordt aangeboden KK16 is maximaal 48	I2
KK17	=n : aantal fouriercomp. dat in KUIPERS wordt gebruikt ter berekening van het veld op stereografisch rooster (max. 48)	I2
KK18	>0 : fourierontwikkeling in GRANAL wordt weggeschreven naar file INT	I2
KK19	=n : aantal fouriercomp. dat in BANAL wordt gebruikt ter berekening van het veld op geografisch rooster (max. 48)	I2
KK20		I2
⑥		
MM1	niet gebruiken!, wordt intern gebruikt	I2
MM2		I2
MM3	=1 : print gebergte op stereografisch rooster	I2
MM4	=1 : plot gebergte op stereografisch rooster	I2
MM5		I2
MM6	=1 : aan het einde van POISSON wordt het aantal relaxatiestappen IRELAX, de bereikte nauwkeurigheid RMAX en het tijdstip AS afgedrukt in iedere tijdstap	I2
MM7	=1 : iedere tijdstap wordt energie, vortichiteit en gemiddelde hoogte afgedrukt	I2
MM8	=1 : iedere tijdstap wordt TERUG, ZONAAL (40,65,5) en FOURIER (45,45,5) aangeroepen en het stroom- functieveld geplot	I2
MM9	=n : iedere n tijdstappen wordt de energie, vortichiteit en gemiddelde hoogte afgedrukt; iedere 2 * n tijdstappen wordt TERUG, ZONAAL (40,65,5) en FOURIER (45.45.5) aangeroepen, het stroomfunctie- veld geplot en IRELAX afgedrukt. <u>Opm.:</u> MM9 mag niet 0 zijn: error mode 2 !	I2
MM10		I2

Naam	Betekenis	Format
⑦	Haurwitzgolf	
N2	golfgetal (aantal golflengtes per 2π)	I10
AMPL	amplitudes op 45° N (meters)	F10.2
U	snelheid stroom op 45° N (m/s)	F10.2

Volgorde van inlezen getalkarakters:

1° parametergetalkaarten

2° gebergte

3° beginveld

4° maandnormaal

5° }
 . } verificatievelden (iedere 120 uur één)
 : }
 . }

2° t/m 5° KK11 maal herhalen

Alle velden op geografisch rooster.