K O N I N K L IJ K N E D E R L A N D S
M E T E O R O L O G I S C H I N S T I T U U T

D e B i l t

WETENSCHAPPELIJK RAPPORT

W.R. 76-14

H.M. van den Dool

Verwachtingen van de maandgemiddelde temperatuur m.b.v. overgangsregels

De Bilt, 1976

Publikatienummer: K.N.M.I. W.R. 76-14 (MO)

U.D.C.: 551.509.53 :
551.509.335

Summary

In this paper the interrelationship between monthly mean temperatures (T30) in De Bilt is used in order to derive forecast rules of a pure statistical nature. Knowing the value of T30 of the previous month it is possible to indicate a range of temperatures for the next month which are more likely to occur than may be expected on the basis of climatology only. Such ranges of temperatures can be found by comparing the climatological and conditional frequency-distributions of T30.
These frequency-distributions were computed from the Labryn dataset (1735-1944) extended to 1975.
The forecast rules reflect mainly persistence which is highest during late winter and late summer. During the transitional months no better than climatological forecasts can be given.
Averaged over the year forecasts of T30, of this statistical nature, are 5 to 7% better than climatological chance.

Inhoudsopgave

		Pag.
	Inleiding	1
	Notaties	1
	Gegevens	1
1.	Overgangswaarschijnlijkheden	3
2.	Toepassen van overgangswaarschijnlijkheden bij de voorspelling	7
3.	Een verfijning van de overgangsregels	11
4.	Diskussie	23
5.	Verder onderzoek	24
6.	Konklusies	24
	Referenties	25

Verwachtingen van de maandgemiddelde temperatuur m.b.v. overgangsregels

Inleiding

In dit verslag worden enige regels gepresenteerd, die van belang zijn voor de voorspelling van de maandgemiddelde temperatuur. De aard van deze regels is puur statistisch. Er is onderzocht of de temperatuur van de vorige maand enige voorspellende waarde heeft voor de in te zetten klasse van temperaturen voor de komende maand.

Notaties

T30 = de maandgemiddelde temperatuur.

f(T1,T2) = de klimatologische kans op een T30, $T1 \leqslant T30 < T2$.

$f(T1,T2/K_i)$ = de kans op een T30, $T1 \leqslant T30 < T2$, indien de gemiddelde temperatuur van de voorafgaande maand in de klasse K_i viel.

K_i is één van de drie temperatuurklassen: A(bove), N(ormal) en B(elow). De tercielindeling is in principe zo gekozen, dat de kans op een A, B of N 1/3 is.

x_{ij} is het aantal malen dat de klasse K_j optrad na een maand, die als K_i werd geklassificeerd.

$$x_{i.} = \sum_{j=1}^{3} x_{ij}$$ de som over de i-de rij.

$$x_{.j} = \sum_{i=1}^{3} x_{ij}$$ de som over de j-de kolom.

K_iK_j = het aantal malen K_j na een K_i in de vorige maand in %:

$$K_iK_j = x_{ij}/x_{i.}$$

Gegevens

Om regels af te leiden is de zgn. Labrijn-reeks [1] , aangevuld tot december 1975, onderzocht. Deze data-set van maandgemiddelde temperaturen begint in 1735. Alle temperaturen T30 zijn geklassificeerd als warm (A), normaal (N) of koud (B). Om deze indeling uit te voeren zijn klassegrenzen bepaald, geldig voor de gehele periode. Een januari, die in de 18-de eeuw als koud gold, doet dat nu nog. Deze werkwijze kan bekritiseerd worden omdat er bij een veranderend klimaat perioden zijn, bijv. warme perioden, waarin het voorkomen van een A veel waarschijnlijker wordt dan van een B. Het is echter moeilijk een aanpak aan te geven waarop dit soort kritiek niet geleverd kan worden. In tabel 1 zijn de tercielgrenzen gegeven.

Tabel 1. Tercielgrenzen voor T30 te De Bilt, gebaseerd op de periode 1735-1975. Voorbeeld: T30 in januari wordt als normaal geklassificeerd, indien $0.3 \leqslant T30 \leqslant 2.6$.

jan.	feb.	maart	april	mei	juni	juli	aug.	sept.	okt.	nov.	dec.
0.3 2.6	1.7 3.7	3.7 5.3	7.4 8.6	11.5 12.7	14.7 15.7	16.1 17.2	16.0 16.9	13.6 14.6	9.4 10.4	4.6 5.9	1.7 3.8

Het is praktisch onmogelijk precies A, N en B ieder 1/3 te krijgen door de tercielgrenzen goed te kiezen. Vooral als de spreiding in de T30 waarden gering is, zoals in zomer en najaar, kan een verschuiving van 0.1 °C in de tercielgrenzen het aantal maanden dat in een klasse valt zeer sterk beïnvloeden. In tabel 2 geven we de precieze aantallen (in procenten) per klasse en per maand.

Tabel 2. Het aantal malen A, B en N in % in de periode 1735-1975 met de tercielgrenzen als gegeven in tabel 1.

%	jan.	feb.	maart	april	mei	juni	juli	aug.	sept.	okt.	nov.	dec.
A	33	32	33	38	36	32	32	34	32	34	32	33
N	33	34	32	32	32	34	37	35	37	30	35	34
B	34	34	35	30	32	34	31	31	31	36	33	33

1. <u>Overgangswaarschijnlijkheden</u>

Uit tabel 2 kunnen we aflezen dat bij voorbeeld de kans op een A in januari 33% is. De vraag die we ons nu stellen in dit voorbeeld: Is de opgetreden temperatuurklasse in december van invloed op deze kans? Hiertoe gaan we na hoe de verdeling in A, N en B is na een A in december, vervolgens na een N in december en tenslotte na een B in december. Dit wordt als volgt genoteerd. AA is de kans op een A in januari na een A in december etc. In het algemeen is K_iK_j de kans op klasse K_j na een opgetreden K_i. Bij de kans K_iK_j hoort een aantal malen x_{ij} dat de opeenvolging van K_i, K_j ook werkelijk optrad in de beschouwde maanden. De 9 overgangsmogelijkheden worden in een matrix gerangschikt.

$$\begin{pmatrix} x_{11}\ (AA) & x_{12}(AN) & x_{13}\ (AB) \\ x_{21}\ (NA) & x_{22}(NN) & x_{23}\ (NB) \\ x_{31}\ (BA) & x_{32}(BN) & x_{33}\ (BB) \end{pmatrix}$$

Voorts worden de sommen van x_{ij} over kolommen en rijen toegevoegd. Door de 12 paren van opeenvolgende maanden over 241 jaar te onderzoeken, komen we tenslotte op 12 overgangsmatrices in tabel 3.

Tabel 3. Overgangsmatrices voor alle 12 paren van maanden.
De elementen van iedere matrix zijn gegeven in absoluut aantal en in percentage (tussen haakjes). Sterke afwijkingen van het verwachte aantal zijn onderstreept. Naast en onder de matrix zijn sommen over rijen en kolommen gegeven. Per matrix is ook een χ^2 bepaald en de overschrijdingskans.

jan./feb.

$$\begin{array}{cccc}
 & & x_{i.} & \\
 & \begin{pmatrix} 32\ (40) & 33\ (41) & \underline{15\ (19)} \\ 28\ (35) & 27\ (34) & 24\ (31) \\ \underline{17\ (20)} & 21\ (26) & \underline{44\ (54)} \end{pmatrix} & \begin{matrix} 80 \\ 79 \\ 82 \end{matrix} & \chi^2 = 22\ (0.02\%) \\
x_{.j} & \begin{matrix} 77 & \quad 81 & \quad 83 \end{matrix} & x_{..} = 241 &
\end{array}$$

feb./mrt

$$\begin{array}{cccc}
 & & x_{i.} & \\
 & \begin{pmatrix} \underline{37\ (48)} & 23\ (30) & \underline{17\ (22)} \\ 30\ (37) & 31\ (38) & \underline{20\ (25)} \\ \underline{12\ (14)} & 24\ (29) & \underline{47\ (57)} \end{pmatrix} & \begin{matrix} 77 \\ 81 \\ 83 \end{matrix} & \chi^2 = 32\ (<0.001\%) \\
x_{.j} & \begin{matrix} 79 & \quad 78 & \quad 84 \end{matrix} & 241 &
\end{array}$$

mrt/apr.

$$\begin{array}{rcc}
 & & x_{i\cdot} \\
 & \begin{pmatrix} \underline{40\ (51)} & 26\ (33) & \underline{13\ (16)} \\ 28\ (36) & 27\ (35) & 23\ (29) \\ \underline{23\ (27)} & 24\ (29) & \underline{37\ (44)} \end{pmatrix} & \begin{matrix} 79 \\ 78 \\ 84 \end{matrix} \\
x_{\cdot j} & \begin{matrix} 91 & \quad 77 & \quad 73 \end{matrix} & 241
\end{array} \qquad \chi^2 = 17\ (0.2\%)$$

apr./mei

$$\begin{array}{rcc}
 & & x_{i\cdot} \\
 & \begin{pmatrix} 33\ (36) & 33\ (36) & 25\ (28) \\ 23\ (30) & 26\ (34) & 28\ (36) \\ 30\ (34) & 18\ (25) & 25\ (41) \end{pmatrix} & \begin{matrix} 91 \\ 77 \\ 73 \end{matrix} \\
x_{\cdot j} & \begin{matrix} 86 & \quad 77 & \quad 78 \end{matrix} & 241
\end{array} \qquad \chi^2 = 5\ (29\%)$$

mei/juni

$$\begin{array}{rcc}
 & & x_{i\cdot} \\
 & \begin{pmatrix} 32\ (37) & 25\ (29) & 29\ (34) \\ 24\ (31) & 30\ (39) & 23\ (30) \\ 22\ (28) & 27\ (35) & 29\ (37) \end{pmatrix} & \begin{matrix} 86 \\ 77 \\ 78 \end{matrix} \\
x_{\cdot j} & \begin{matrix} 78 & \quad 82 & \quad 81 \end{matrix} & 241
\end{array} \qquad \chi^2 = 3\ (56\%)$$

juni/juli

$$\begin{array}{rcc}
 & & x_{i\cdot} \\
 & \begin{pmatrix} \underline{35\ (45)} & 28\ (36) & \underline{15\ (19)} \\ 20\ (25) & 38\ (46) & 24\ (29) \\ 23\ (28) & 22\ (28) & \underline{36\ (44)} \end{pmatrix} & \begin{matrix} 78 \\ 82 \\ 81 \end{matrix} \\
x_{\cdot j} & \begin{matrix} 78 & \quad 88 & \quad 75 \end{matrix} & 241
\end{array} \qquad \chi^2 = 18\ (0.1\%)$$

juli/aug.

$$\begin{array}{rcc}
 & & x_{i\cdot} \\
 & \begin{pmatrix} \underline{39\ (50)} & 25\ (32) & \underline{14\ (18)} \\ 22\ (25) & 36\ (41) & 30\ (34) \\ 20\ (27) & 24\ (32) & \underline{31\ (41)} \end{pmatrix} & \begin{matrix} 78 \\ 88 \\ 75 \end{matrix} \\
x_{\cdot j} & \begin{matrix} 81 & \quad 85 & \quad 75 \end{matrix} & 241
\end{array} \qquad \chi^2 = 18\ (0.1\%)$$

aug./sept.

$$\begin{array}{rcc}
 & & x_{i\cdot} \\
 & \begin{pmatrix} \underline{40\ (49)} & 27\ (33) & \underline{14\ (18)} \\ 23\ (27) & 35\ (41) & 27\ (32) \\ \underline{15\ (20)} & 26\ (35) & \underline{34\ (45)} \end{pmatrix} & \begin{matrix} 81 \\ 85 \\ 75 \end{matrix} \\
x_{\cdot j} & \begin{matrix} 78 & \quad 88 & \quad 75 \end{matrix} & 241
\end{array} \qquad \chi^2 = 23\ (0.01\%)$$

sept./okt.

$$\begin{array}{ccc} & & x_{i.} \\ & \begin{pmatrix} 29\ (37) & 27\ (35) & 22\ (28) \\ 30\ (34) & 26\ (30) & 32\ (36) \\ 23\ (31) & 20\ (26) & 32\ (43) \end{pmatrix} & \begin{array}{c} 78 \\ 88 \\ 75 \end{array} \\ x_{.j} & \begin{array}{ccc} 82 & 73 & 86 \end{array} & 241 \end{array} \qquad \chi^2 = 2\ (74\%)$$

okt./nov.

$$\begin{array}{ccc} & & x_{i.} \\ & \begin{pmatrix} 22\ (27) & 34\ (41) & 26\ (32) \\ 29\ (40) & 24\ (33) & 20\ (27) \\ 27\ (31) & 26\ (31) & 33\ (38) \end{pmatrix} & \begin{array}{c} 82 \\ 73 \\ 86 \end{array} \\ x_{.j} & \begin{array}{ccc} 78 & 84 & 79 \end{array} & 241 \end{array} \qquad \chi^2 = 6\ (19\%)$$

nov./dec.

$$\begin{array}{ccc} & & x_{i.} \\ & \begin{pmatrix} 32\ (41) & 27\ (35) & 19\ (24) \\ 34\ (40) & 27\ (32) & 23\ (28) \\ \underline{14\ (18)} & 28\ (35) & \underline{37\ (47)} \end{pmatrix} & \begin{array}{c} 78 \\ 84 \\ 79 \end{array} \\ x_{.j} & \begin{array}{ccc} 80 & 82 & 79 \end{array} & 241 \end{array} \qquad \chi^2 = 16\ (0.3\%)$$

dec./jan.

$$\begin{array}{ccc} & & x_{i.} \\ & \begin{pmatrix} 31\ (39) & 30\ (38) & \underline{19\ (23)} \\ 30\ (37) & 28\ (34) & 24\ (29) \\ 19\ (24) & 21\ (27) & \underline{39\ (49)} \end{pmatrix} & \begin{array}{c} 80 \\ 82 \\ 79 \end{array} \\ x_{.j} & \begin{array}{ccc} 80 & 79 & 82 \end{array} & 241 \end{array} \qquad \chi^2 = 13\ (0.1\%)$$

De vraag of de temperatuur in januari wordt beïnvloed door de klasse waarin de gemiddelde decembertemperatuur viel kan nu worden beantwoord. Een A in januari is het meest voorgekomen na een A in december, nl. 39% i.p.v. de verwachte 33%, zie de matrix dec./jan. in tabel 3. Een N in januari komt het meest voor na een A in december, en een B na een B. We zien hier al een bepaalde lijn in. Afwijkingen van normaal hebben enigszins de neiging voort te bestaan.

In het algemeen wijken de getallen af van de verwachte 33% (bij benadering). Een zekere mate van persistentie zou moeten blijken uit het domineren van de diagonaalelementen AA, NN en BB. Antipersistentie blijkt uit hoge percentages voor BA en AB. Bekijken we de 12 matrices, dan zijn BB en AA meestal onder de grootste elementen. Dit is met name het geval in de winter, vroeg voorjaar, zomer en vroege herfst, wanneer af en toe 50% wordt gehaald. De elementen BA en AB zijn in de winter en zomer klein, in de overgangsseizoenen echter wat groter. AB is maximaal (ongeveer 33%) in mei/juni en okt./nov. Een dergelijk verloop vertoont ook BA.

De getallen geven de indruk dat de persistentie het grootst is kort na de winter en aan het einde van de zomer. De maximale waarden van BB en AA ijlen ongeveer 2 à 3 maanden na op het minimum, respektievelijk maximum in de inkomende straling van de zon. Een dergelijk resultaat werd ook gemeld door Gordon [6], die een temperatuurreeks van 250 jaar voor midden-Engeland onderzocht.

Voor de overgang tussen twee onafhankelijke maanden kunnen voor de diverse matrix-elementen $K_i K_j$ percentages worden verwacht zoals gegeven in tabel 2. Door het toeval zal de praktisch gevonden waarde kunnen afwijken van 33%. We zullen nu testen of de afwijkingen in tabel 3 voldoende groot zijn om van een afhankelijkheid van maandgemiddelde temperaturen te kunnen spreken. Dit is uiteraard van belang bij de toepassing van de matrices bij verwachtingen van de maandgemiddelde temperatuur.

Test 1

Voor ieder element van de matrices kan de verwachtingswaarde in % gevonden worden in tabel 2. We vatten het nu op als een steekproef van lengte 241/3 uit een alternatieve verdeling met $p = 1/3$, $q = 2/3$, $\mu = 33\%$ en $\sigma = \sqrt{\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot 81} \approx 4.2 \approx 5\%$.
We zijn daarom geneigd die elementen in de matrices van tabel 3, die minstens 10% van de verwachtingswaarde afwijken, als signifikant afwijkend te beschouwen. Deze elementen zijn onderstreept. We zien dat alleen in de overgangsmaanden geen der elementen reëel afwijkt van de verwachtingswaarde. In de overige maanden zitten een aantal voorkeursovergangen, die als voorspelregel wellicht te gebruiken zijn.

Test 2

Men kan ook de matrix in zijn geheel beschouwen. De grootheid

$$\sum_{j=1}^{3} \sum_{i=1}^{3} \left(x_{ij} - (x_{i.} \cdot x_{.j}) / n\right)^2 / \left((x_{i.} \cdot x_{.j}) / n\right) \qquad (n = 241)$$

voldoet aan een $\chi^2_{[4]}$ -verdeling. $(x_{i.} . x_{.j})/n$ stelt voor de geschatte verwachtingswaarde van x_{ij} onder de nulhypothese dat het beschouwde paar van maanden onderling ongekorreleerd is. Met behulp van de reeds in tabel 3 vermelde sommen over rijen en kolommen, $x_{i.}$ en $x_{.j}$, kan de toetsgrootheid worden uitgerekend. Voor χ^2 = 9.49, 11.1, 13.3 en 14.9 gelden eenzijdige overschrijdingskansen van resp. 5, 2½, 1 en ½ %. De berekende χ^2-waarden en de overschrijdingskansen zijn in tabel 3 toegevoegd. We zien uit deze waarden dat er reden is om aan te nemen dat de meeste maanden onderling afhankelijk zijn. De mate waarin dit het geval is, vertoont een duidelijke halfjaarlijkse gang. In april/mei, mei/juni, sept./okt. en okt./nov. is de samenhang tussen de maanden onderling te verwaarlozen. Gesommeerd over de 12 maanden bedraagt χ^2 175. Het aantal vrijheidsgraden is nu 48. De overschrijdingskans van ½ % ligt bij $\chi^2_{[48]} \approx 80$. We mogen dus veilig konkluderen dat in het algemeen de maanden onderling samenhangen.

Test 1 en test 2 leveren vergelijkbare resultaten op.

Test 3

Men kan ook testen door na te gaan of de matrices in tabel 3, opgemaakt over 241 jaar, voor verschillende tijdvakken hetzelfde beeld vertonen. Is zulks het geval, dan kunnen er verwachtingen mee worden gemaakt. Aangezien het daar uiteindelijk om gaat, zal deze test 3 wat uitvoerige worden besproken in sektie 2.

2. Toepassen van overgangswaarschijnlijkheden bij de voorspelling

Teneinde de voorspellende waarde van bepaalde voorkeursovergangen te testen, hebben we de reeks van 241 jaar gesplitst in twee perioden, nl. 1735 t/m 1934 en 1935 t/m 1975. De overgangsmatrices werden bepaald voor de eerste twee eeuwen. Als voorbeeld geven we hier de aantallen x_{ij} voor jan./feb.:

$$\begin{pmatrix} 25 & 23 & 14 \\ 22 & 23 & 20 \\ 15 & 21 & 37 \end{pmatrix}$$

Voor jan./feb. gelden dan de navolgende regels:

Na een A in januari → een A (in februari) bij een inzet van één klasse, A en N bij een inzet van twee klassen.

Evenzo	N	→	N
	N	→	N/A
	B	→	B
	B	→	B/N

Deze regels, afgeleid uit 200 jaar gegevens, worden nu toegepast op de laatste 41, onafhankelijke, jaren. De opgetreden matrix over deze 41 jaar ziet er als volgt uit:

$$\begin{pmatrix} 7 & 10 & 1 \\ 6 & 4 & 4 \\ 2 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

Uit de opgetreden matrix over 41 jaar valt te konkluderen dat de regels, gebaseerd op de twee eeuwen eraan voorafgaand, zin zouden hebben gehad. De PI voor jan./feb. kan nu worden opgemaakt.

a) Inzet 1 klasse

Regel	Aantal treffers	Inzet	
A → A	7	41/9	
N → N	4	41/9	
B → B	7	41/9	
	18	13.7	PI = (18-13.7)/41 = 0.10

b) Inzet 2 klassen

Regel	Aantal treffers	Inzet	
A → A/N	17	82/9	
N → N/A	10	82/9	
B → B/N	7	82/9	
	34	27.4	PI = (34-27.4)/41 = 0.16

Op het afhankelijke materiaal bedraagt de PI zowel bij inzet van één als van twee klassen 0.09 voor jan./feb. Op het onafhankelijke materiaal blijken de regels het niet minder te doen.
Voor alle 12 paren van maanden zijn de resultaten in tabel 4 samengevat.

Tabel 4. Verifikatie van regels afgeleid op 1735-1934 en toegepast op 1935-1975. In de tweede en derde kolom staat de PI voor het onafhankelijke materiaal bij een inzet van één resp. twee klassen. In de vierde en vijfde kolom hetzelfde voor het afhankelijke materiaal. Tussen haakjes de PI bij een gemodificeerde inzet (zie tekst).

maanden	1935-1975		1735-1934	
	1 klasse	2 klassen	1 klasse	2 klassen
jan./feb.	0.10 (0.07)	0.16 (0.12)	0.09	0.09
feb./mrt	0.13 (0.10)	0.09 (0.07)	0.15	0.14
mrt/apr.	0.09 (0.05)	0.01 (0.05)	0.11	0.10
apr./mei	-0.02 (-0.07)	0.01 (0.00)	0.06	0.07
mei/juni	-0.07 (-0.05)	-0.01 (0.02)	0.05	0.05
juni/juli	0.08 (0.12)	0.06 (0.07)	0.12	0.10
juli/aug.	0.18 (0.17)	0.04 (0.07)	0.09	0.12
aug./sept.	0.15 (0.20)	0.16 (0.10)	0.10	0.11
sept./okt.	-0.04 (-0.02)	0.04 (-0.05)	0.07	0.05
okt./nov.	0.01 (0.02)	-0.03 (-0.10)	0.08	0.07
nov./dec.	0.03 (0.00)	0.01 (0.00)	0.11	0.12
dec./jan.	0.06 (0.00)	0.06 (0.02)	0.09	0.08
totaal	0.06	0.05		

Het resultaat van de derde test is in wezen gelijk aan dat van de tests 1 en 2. In de overgangsmaanden zijn geen houdbare regels te vinden van het type $K_i \rightarrow K_j$. In de andere maanden, met name in jan./feb./mrt en juli/aug./sept., zijn enkele regels te geven, die een behoorlijk resultaat halen, zeker vergeleken met de meer arbeidsintensieve operationele maandverwachtingsmethoden. [2].

Bij de verifikatie, waarvan de resultaten in tabel 4 zijn te vinden, is ervan uitgegaan dat de klimatologische kans gedurende de laatste 41 jaar en de totale periode van 241 jaar niet verschillen. In werkelijkheid zijn de laatste 41 jaar betrekkelijk warm geweest. In het voorbeeld van de overgang jan./feb. over 1935-1975 zijn meer A's dan B's te vinden. Of de PI-cijfers in de tweede en derde kolom van tabel 4 hier sterk door worden beïnvloed, zal moeten worden nagegaan. Houden we er rekening mee dat de verdeling in A, B en N over de verifikatieperiode geen 1/3, 1/3 en 1/3 is, dan worden de tweede en derde kolom uit tabel 4 vervangen door de getallen tussen haakjes. Op onderdelen krijgen we afwijkende antwoorden; het algemene beeld is echter hetzelfde. Het is moeilijk te zeggen of de antwoorden betrouwbaarder worden bij een gemodificeerde inzet. In extreme voorbeelden kan zich het navolgende voordoen. Stel, we geven voor alle 41 januari's een B en achteraf blijkt dat er geen enkele B is voorgekomen, dan zijn alle forecasts fout. Het aantal treffers is 0, de inzet bleek achteraf echter ook 0 te zijn, zodat de PI 0 is. Hadden we A/N gegeven voor alle 41 januari's, dan waren alle forecasts juist geweest. Achteraf blijkt echter de inzet 1 geweest te zijn, m.a.w. een PI van 0. Deze twee extreme voorbeelden geven aan hoe moeilijk de interpretatie van het PI-cijfer wordt, indien men verifieert over een zo lange termijn dat de klimatologie verandert. Bij maandverwachtingen is dit echter onvermijdelijk. Na 10 jaar heeft men pas 120 verwachtingen.

Gemiddeld over het jaar haalt de methode van overgangsregels een PI van ongeveer 0.05. Voor praktisch gebruik is dit bijzonder weinig. De operationele methoden liggen echter niet of nauwelijks hoger. [2] en [3]. In bepaalde maanden heeft de hier gebruikte methode een hogere PI. In de late zomer en late winter loopt de PI op tot waarden van 0.10 à 0.15. Misschien kunnen in die maanden overgangsregels worden benut.

We geven nu een lijstje van overgangsregels, die zijn gebaseerd op 241 jaar en die voorts voldoen aan:

1) de kans op een treffer in de komende maand is minstens 50%;
2) de kans op een treffer is minstens 10% groter dan de klimatologische kans.

   Dit laatste garandeert een bijdrage in de PI van minstens 10%. Indien er twee mogelijkheden zijn, bijv. A→ A en A→A/N, die beide aan de twee voorwaarden voldoen, dan kiezen we die met de hoogste PI-bijdrage.

maanden	regel	kans op treffer	inzet	bijdrage PI
jan./feb.	A → A/N	81%	66%	15%
jan./feb.	B → B	54%	34%	20%
feb./mrt	A → A/N	78%	65%	13%
feb./mrt	N → A/N	75%	65%	10%
feb./mrt	B → B	57%	35%	22%
mrt/april	A → A/N	84%	70%	14%
mrt/april	B → B/N	73%	62%	11%
juni/juli	A → A/N	81%	69%	12%
juli/aug.	A → A/N	82%	69%	13%
aug./sept.	A → A/N	82%	69%	13%
aug./sept.	B → B/N	80%	68%	12%
nov./dec.	B → B/N	82%	67%	15%
dec./jan.	A → A/N	77%	66%	11%

In 13 van de 36 gevallen kan een uitspraak worden gedaan over T30 in de volgende maand. In de overige 23 gevallen is geen temperatuurklasse aan te wijzen, die met grotere kans zal optreden dan de klimatologische. Over die 13 gevallen is de PI gemiddeld 0.14. In de andere gevallen is de PI als 0 te beschouwen. Gemiddeld (13 . 0.14 + 23 . 0)/36 = 0.05.

3. Een verfijning van de overgangsregels

Het bezwaarlijke van de regels gegeven aan het einde van sektie 2 is, dat T30 voor de komende maand in klassen moet worden opgegeven. Het werkt wellicht beter wanneer voor de komende maand een prikwaarde plus marge mag worden opgegeven. Dit kan leiden tot de inzet van temperaturen uit zowel de A, B, als N klasse, terwijl de inzet toch niet hoger is dan 50 of 60%. De werkwijze is nu als volgt. Bij gegeven temperatuurklasse in de afgelopen maand wordt de frekwentieverdeling bepaald van temperaturen in de maand erna. Dit wordt uitgevoerd voor 241 jaar en levert de konditionele frekwentieverdeling $f(T1,T2/K_i)$. In het algemeen zal $f(T1,T2/K_i)$ afwijken van de klimatologische frekwentieverdeling $f(T1,T2)$, waarbij niets wordt geëist over de temperatuur in de voorafgaande maand. We proberen nu een temperatuurinterval (a,b) te vinden, zó dat $f(a,b/K_i) - f(a,b)$ gemaximaliseerd wordt. D.w.z. dat de kans op een treffer - klimatologische kans op een treffer, de bijdrage aan de PI, maximaal wordt. a en b zijn beide veelvouden van ½ C. Evenals in het voorgaande laten we alleen die intervallen (a,b) toe, die ook nog voldoen aan:

1) kans op een treffer 50% : $f(a,b/k_i) \geqslant 50\%$

2) PI-bijdrage minstens 10% : $f(a,b/k_i) - f(a,b) \geqslant 10\%$

Voorts moet het interval (a,b) aaneengesloten zijn, met één uitzondering, nl. extreme klassen mogen wel worden ingezet. Bijv. T30 $\leqslant$ -1.0 of T30 $\geqslant$ 4.0 voor een januarimaand. In tabel 5 geven we per maand frekwentieverdelingen met stapjes van 0.5 C afgerond op gehele %, nl.

1) de klimatologische f(T1,T2);

2) na een A in de vorige maand f(T1,T2/A);

3) na een N in de vorige maand f(T1,T2/N);

4) na een B in de vorige maand f(T1,T2/B).

f(T1,T2) is steeds bepaald uit 241 maanden, de overige drie konditionele verdelingen uit ongeveer 80 maanden.

Met behulp van tabel 5 (zie blz. 13) gaan we nu f(T1,T2) vergelijken met $f(T1,T2/K_i)$ en zoeken een interval (a,b) waarvoor het verschil tussen de twee verdelingen maximaal wordt. We vinden dan uiteraard alle regels die in sektie 2 werden gegeven terug, alleen iets verfijnd en uitgebreid.

maanden	temp. klasse voorafg.maand	T30 volgende maand	kans op treffer	inzet	PI-bijdrage
jan./feb.	A	$\geqslant$2.5	71%	56%	15%
jan./feb.	B	<2.5	62%	44%	18%
feb./mrt	A	$\geqslant$4.5	66%	51%	15%
feb./mrt	N	4.0 $\leqslant$ T30 < 7.0	66%	54%	12%
feb./mrt	B	<4.0	60%	38%	22%
mrt/april	A	$\geqslant$8.0	68%	54%	14%
mrt/april	B	<8.5	70%	59%	11%
april/mei	B	T30 < 10.5 of T30 $\geqslant$ 13.0	58%	43%	15%
juni/juli	A	$\geqslant$17.0	57%	44%	13%
juli/aug.	A	$\geqslant$17.0	50%	34%	16%
aug./sept.	A	$\geqslant$14.0	74%	55%	19%
aug./sept.	B	12.0 $\leqslant$ T30 < 14.0	64%	42%	22%
nov./dec.	A	$\geqslant$2.5	68%	58%	10%
nov./dec.	B	<2.5	61%	42%	19%
dec./jan.	A	$\geqslant$ -0.5	88%	75%	13%
dec./jan.	B	<1.0	60%	43%	17%

Tabel 5. Klimatologische en 3 konditionele frekwentieverdelingen van T30 voor alle 12 maanden. In de linkerkolom staat de temperatuuras met stapjes van 0.5 C. De frekwentieverdeling is gegeven in gehele (afgeronde) procenten. Een streepje (-) staat voor "nooit voorgekomen". Voorbeeld: een T30 in februari $5.0 \leqslant T30 < 5.5$ komt in 6% van de gevallen voor. Na een A in januari echter in 13% van de gevallen, na een N in 4% en na een B in 2% van de gevallen.

jan./feb.	f(T1,T2)	f(T1,T2/A)	f(T1,T2/N	f(T1,T2/B)
7 .	0	-	1	-
.	2	1	5	1
6 .	4	5	4	2
.	6	13	4	2
5 .	7	10	5	7
.	8	8	11	5
4 .	10	10	13	6
.	11	14	10	9
3 .	7	11	6	5
.	7	6	6	7
2 .	6	8	6	5
.	7	5	9	6
1 .	5	3	5	7
.	3	-	3	7
0 .	5	5	4	7
.	2	1	4	2
-1 .	2	1	1	4
.	1	-	-	4
-2 .	1	-	-	4
.	1	-	1	1
-3 .	1	-	-	2
.	-	-	-	-
-4 .	0	-	-	1
.	-	-	-	-
-5 .	1	-	-	2
.	0	-	-	1
-6 .	-	-	-	-
.	0	-	1	-
-7 .				

feb./mrt	f(T1,T2)	f(T1,T2/A)	f(T1,T2/N)	f(T1,T2/B)
9 .				
.				
8 .	1	3	-	-
.	2	3	1	1
7 .	5	12	4	1
.	7	9	12	1
6 .	9	13	11	4
.	7	8	7	5
5 .	9	6	11	10
.	10	13	10	8
4 .	11	10	14	10
.	8	4	9	12
3 .	10	5	7	18
.	7	10	5	5
2 .	4	1	5	6
.	4	1	-	10
1 .	2	1	1	4
.	0	-	-	1
0 .	1	-	1	2
.	0	-	1	-
-1 .	0	-	-	1
.	-	-	-	-
-2 .	-	-	-	-
.	0	-	-	1
-3 .				

mrt/april	f(T1,T2)	f(T1,T2/A)	f(T1,T2/N)	f(T1,T2/B)
12 .				
.				
11 .	1	3	-	1
.	2	3	-	5
10 .	7	10	9	1
.	7	9	9	5
9 .	12	16	10	11
.	11	15	12	7
8 .	12	13	9	14
.	12	11	15	11
7 .	9	8	12	7
.	9	6	12	8
6 .	8	3	8	13
.	5	4	3	7
5 .	3	-	1	7
.	1	-	1	1
4 .	0	-	-	1

april/mei	f(T1,T2)	f(T1,T2/A)	f(T1,T2/N)	f(T1,T2/B)
17 .				
.				
16 .	0	-	1	-
.	1	1	1	-
15 .	2	3	1	-
.	2	2	-	4
14 .	5	4	1	8
.	8	5	9	8
13 .	11	13	6	14
.	16	15	22	10
12 .	12	13	8	14
.	12	14	13	8
11 .	12	11	17	10
.	5	9	5	1
10 .	9	4	10	12
.	4	2	1	8
9 .	2	1	3	1
.	-	-	-	-
8 .	-	-	-	-
.	0	-	-	1
7 .				

mei/juni	f(T1,T2)	f(T1,T2/A)	f(T1,T2/N)	f(T1,T2/B)
19 .				
	1	2	-	1
.				
	1	1	1	-
18 .				
	2	2	3	3
.				
	4	6	5	1
17 .				
	5	6	5	4
.				
	12	13	12	12
16 .				
	13	13	12	15
.				
	14	12	14	17
15 .				
	17	20	19	10
.				
	15	14	18	12
14 .				
	5	6	3	8
.				
	5	1	6	9
13 .				
	2	2	1	4
.				
	2	2	-	4
12 .				
	0	-	-	1
.				
11 .				

juni/juli	f(T1,T2)	f(T1,T2/A)	f(T1,T2/N)	f(T1,T2/B)
21 .				
	0	1	-	-
.				
	1	1	1	1
20 .				
	1	4	-	-
.				
	2	5	1	-
19 .				
	5	8	4	4
.				
	10	8	13	10
18 .				
	9	13	4	11
.				
	15	17	10	19
17 .				
	14	13	24	5
.				
	12	12	16	10
16 .				
	11	13	7	12
.				
	10	5	9	17
15 .				
	5	1	9	6
.				
	2	-	2	2
14 .				
	1	-	-	2
.				
13 .				

juli/aug.	f(T1,T2)	f(T1,T2/A)	f(T1,T2/N)	f(T1,T2/B)
20 .				
	2	4	1	1
.				
	3	6	1	-
19 .				
	2	5	-	-
.				
	5	8	3	3
18 .				
	9	10	9	8
.				
	14	17	10	15
17 .				
	17	13	23	16
.				
	18	19	18	16
16 .				
	13	10	16	13
.				
	11	6	9	17
15 .				
	4	-	5	8
.				
	3	1	5	3
14 .				
aug./sept.				
17 .				
	0	1	-	-
.				
	2	4	2	1
16 .				
	4	2	8	-
.				
	7	14	4	3
15 .				
	12	15	11	9
.				
	13	20	11	9
14 .				
	17	19	21	9
.				
	16	11	14	24
13 .				
	15	10	14	20
.				
	8	2	7	16
12 .				
	2	-	4	4
.				
	3	2	5	3
11 .				
	-	-	-	-
.				
	0	-	-	1
10 .				

sept./okt.	f(T1,T2)	f(T1,T2/A)	f(T1,T2/N)	f(T1,T2/B)
15 .				
.				
14 .	0	-	1	-
.	-	-	-	-
13 .	0	-	1	-
.	2	5	1	-
12 .	-	1	-	-
.	6	4	8	5
11 .	10	15	10	5
.	15	12	13	20
10 .	14	15	14	12
.	15	18	15	12
9 .	13	9	15	16
.	9	8	8	11
8 .	7	5	7	8
.	3	1	3	5
7 .	3	3	5	1
.	1	-	-	4
6 .	1	4	-	-

okt./nov.	f(T1,T2)	f(T1,T2/A)	f(T1,T2/N)	f(T1,T2/B)
10 .				
.				
	0	-	-	1
9 .				
	1	-	1	1
.				
	1	1	1	1
8 .				
	7	10	7	3
.				
	7	2	8	9
7 .				
	9	6	10	10
.				
	8	7	12	5
6 .				
	15	17	14	15
.				
	12	12	12	12
5 .				
	11	20	10	5
.				
	8	7	10	8
4 .				
	8	7	4	13
.				
	3	2	3	5
3 .				
	5	6	5	3
.				
	2	-	1	3
2 .				
	1	-	-	2
.				
	1	1	1	-
1 .				
	1	-	-	2
.				
0 .				

nov./dec.	f(T1,T2)	f(T1,T2/A)	f(T1,T2/N)	f(T1,T2/B)
.				
	2	4	1	-
7 .				
	1	3	1	-
.				
	1	1	1	1
6 .				
	4	6	2	4
.				
	7	9	11	1
5 .				
	7	9	10	4
.				
	9	6	12	8
4 .				
	8	8	11	6
.				
	9	6	10	10
3 .				
	10	15	8	5
.				
	7	6	4	10
2 .				
	5	3	5	9
.				
	5	5	4	8
1 .				
	5	4	4	8
.				
	5	6	4	6
0 .				
	4	1	4	8
.				
	2	3	-	3
-1 .				
	2	1	5	1
.				
	0	1	-	-
-2 .				
	2	1	4	3
.				
	1	-	-	3
-3 .				
	1	-	1	1
.				
	-	-	-	-
-4 .				
	0	-	-	1
.				
	0	-	1	-
-5 .				
	-	-	-	-
.				
	0	-	-	1
-6 .				

dec./jan.	f(T1,T2)	f(T1,T2/A)	f(T1,T2/N)	f(T1,T2/B)
7 .				
.				
6 .	2	6	1	-
.	0	-	1	-
5 .	2	3	2	1
.	5	8	6	-
4 .	6	9	4	6
.	7	3	12	5
3 .	6	5	5	9
.	8	10	9	5
2 .	8	10	11	4
.	6	6	5	8
1 .	5	5	5	4
.	8	9	7	9
0 .	7	8	6	9
.	5	6	7	3
-1 .	3	3	5	3
.	4	3	5	4
-2 .	4	1	4	6
.	4	1	1	9
-3 .	2	3	-	3
.	1	1	-	3
-4 .	1	-	-	4
.	1	-	1	1
-5 .	0	-	1	-
.	2	3	-	4
-6 .	0	-	-	1
.	-	-	-	-
-7 .	1	-	1	1

Na de doorvoering van de verfijning blijken we in 16 van de 36 gevallen een zinnige uitspraak te kunnen doen over T30 van de komende maand. Gemiddeld over deze 16 gevallen is de PI 0.15. Beschouwen we de overige 20 gevallen als forecasts met een PI 0, dan behalen we gemiddeld een PI van 0.07.

4. Diskussie

In de sekties 2 en 3 zijn regels gegeven die, met enige zekerheid, een meer dan klimatologische kans hebben gerealiseerd te worden.

De regels in sektie 2 kunnen grofweg worden samengevat onder de noemer "persistentie". In werkelijkheid is het iets genuanceerder. Allereerst wordt gezegd wanneer wel en wanneer niet de normaalklasse in de inzet moet worden opgenomen. Voorts wordt gezegd in welke maanden zelfs persistentie geen zinvolle verwachting is.

De regels gegeven in sektie 3 zijn een verfijning van de regels in sektie 2. Er is dan ook sprake van een verdere nuancering van het gebruik van de persistentieverwachting. Eén van de regels in sektie 3 valt bijzonder op, nl. die waarbij na een koude april een extreme mei wordt aangegeven. Dit is gedeeltelijk anti-persistentie.

Bij de afleiding van de regels is een betrekkelijk willekeurig kriterium gehanteerd, nl. dat de kans op een treffer minstens 50% moest zijn. Hiermee is de situatie van de forecaster enigszins recht gedaan. Immers, wie een verwachting maakt zal een bepaald percentage treffers willen halen. Verlagen we ons kriterium tot 25% treffers, dan kunnen we veel meer regels handhaven en vermoedelijk ook een fors hogere PI behalen. Het steekproefeffekt gaat echter wel een grote rol spelen, indien men zeer korte trajekten (a,b) beschouwt.

In vergelijking met de meer officiële en ook meer arbeidsintensieve maandverwachtingen (zie [2]) valt een methode, die een PI van ~0.07 oplevert, niet uit de toon. Men kan het echter beter zò interpreteren: iedere methode, synoptisch of fysisch, moet qua PI boven 0.07 uitkomen, wil er sprake zijn van meetbaar meteorologisch inzicht in de komende maandgemiddelde temperatuur. De hier gepresenteerde methode is niets meer dan een handig gebruik van de klimatologie.

5. Verder onderzoek

1. Men kan in dit soort onderzoek andere weerselementen betrekken, zoals de neerslagcijfers per maand waarvan ook een lange reeks voorhanden is.

2. De klassifikatie van de zeewatertemperatuur in het Atlantische gebied blijkt door het jaar heen niet of nauwelijks van prognostische waarde [2]. Echter uit een studie van Oerlemans [4] blijkt, dat dit in de winter wel degelijk het geval is.

3. De zgn. tweejarige cyclus, die over de laatste 75 jaar met name in de zomer onmiskenbaar aanwezig is, kan worden benut.

4. Nyberg [5] heeft soortgelijk onderzoek gedaan voor Stockholm. Hij karakteriseerde een maand niet alleen door T30, maar tevens door de gemiddelde temperatuur over de laatste 5 dagen en door het etmaalgemiddelde van de allerlaatste dag. Het is denkbaar dat tendenzen, die zich in het laatst van de maand manifesteren, prognostische waarde hebben voor de gehele komende maand.

5. Voor zover we het verschijnsel "persistentie" willen verklaren, moet ook worden onderzocht in welke maanden de circulatie persistent is. Persistentie in circulatie is misschien niet de enige, maar vermoedelijk wel een belangrijke reden voor persistentie in weerselementen.

6. Konklusies

Door gebruik te maken van overgangswaarschijnlijkheden en konditionele frekwentieverdelingen is de maandgemiddelde temperatuur te voorspellen met een PI in de orde van 0.05 à 0.07. In bepaalde maanden van het jaar ligt dit cijfer aanmerkelijk hoger: 0.10 tot 0.15. In andere maanden, de zgn. overgangsmaanden, ligt de PI van deze methode vrijwel op 0.

-o-o-o-

Referenties

1. A. Labrijn, 1945
Het klimaat van Nederland gedurende de laatste twee en een halve eeuw.
Med. en Verh. no. 49 KNMI.

2. A.P.M. Baede, H.J. Krijnen, J. Reiff m.m.v. J.L. Nap, 1976
Weersverwachtingen voor perioden van meer dan 3 dagen vooruit, zowel in Nederland als daarbuiten.
KNMI Verslagen V-274.

3. H.M. van den Dool m.m.v. J.L. Nap, 1976
Grenzen aan de prestatie-index met betrekking tot verwachtingen van de maandgemiddelde temperatuur.
KNMI Verslagen V-277.

4. J. Oerlemans, 1975
On the occurrence of "Groszwetterlagen" in winter related to anomalies in North Atlantic sea temperatures.
Met. Rundschau, 28, pp. 83-88.

5. Alf Nyberg, 1975
An experiment in forecasting monthly mean temperatures in Stockholm.
Tellus, 27, pp. 34-37.

6. A.H. Gordon, 1976
The frequency distribution of changes in the mean temperature from one month to the next.
Met. Magaz., 105, pp. 197-200.

-o-o-o-