

K O N I N K L I J K N E D E R L A N D S  
M E T E O R O L O G I S C H I N S T I T U U T

D e B i l t

WETENSCHAPPELIJK RAPPORT

W.R. 74-15

F.Th.M. Nieuwstadt

Het Gaussische pluimmodel

De Bilt, 1974

Publikationsnummer: K.N.M.I. W.R. 74-15 (M.O.)

U.D.C.: 551.501.4 :  
551.551 :  
518.5

## INHOUD

		blz.
	INLEIDING	
I	DIFFUSIE DOOR TURBULENTE BEWEGINGEN	1
II	HET GAUSSISCHE PLUIMMODEL	9
III	TOEPASSING VAN HET GAUSSISCHE PLUIMMODEL IN DE ATMOSFEER	16
IV	DISPERSIECOËFFICIËNTEN	22
V	DE INVLOED VAN DE MEETDUUR OP DE CONCENTRATIE	26
VI	PLUIMSTIJGING	29
VII	MENGLAAG	34
VIII	DE WINDSNELHEID IN HET GAUSSISCHE PLUIMMODEL	37
IX	DE PUNTBRONBENADERING IN DE REALITEIT	39
X	VERLIESPROCESSEN IN HET GAUSSISCHE PLUIMMODEL	41
XI	OPPERVLAKTEBRON	43
XII	FOUTENBRONNEN IN HET GAUSSISCHE PLUIMMODEL	45
XIII	DE CONCENTRATIEVERDELING GEMIDDELD OVER EEN LANGE PERIODE	47
	REFERENTIES	
	TABELLEN	
	FIGUREN	

Legends to figures

1. The energy spectrum of wind fluctuations in the atmosphere.
2. Coordinates for the Gaussian plume model.
3. The  $\sigma_y$  dispersion coefficient according to Pasquill-Gifford.
4. The  $\sigma_z$  dispersion coefficient according to Pasquill-Gifford.
5. The  $\sigma_y$  dispersion coefficient according to Singer-Smith.
6. The  $\sigma_z$  dispersion coefficient according to Singer-Smith.
7. The difference between  $1 / \overline{[1/u]}$  and  $\bar{u}$ .
8. The concentration averaged over a winter season from the emissions from five point-sources.

## SUMMARY

The Gaussian plume model is widely used for dispersion calculations. In this report a survey is given of the theoretical background of the model. The model is applied to the calculation of a long term averaged concentration from the emissions from point- and area sources.

In chapter I a short introduction is given into turbulent diffusion theory. The formula of the Gaussian plume model is derived in the second chapter by using this theory. The restrictions on the use of the Gaussian plume model in the atmosphere, which are primarily non-stationarity and non-homogeneity, are discussed in chapter III.

In the following chapter the different parameters in the model are treated. The chapters IV, V, VI, VII and VIII are devoted to respectively the dispersion coefficients, the observation time during which the concentration is averaged, plume rise, mixing layer and wind velocity. In these chapters the parameters that are used in the KNMI computer programme of the Gaussian plume model are given.

In chapter IX the concentration in the neighbourhood of a real point source, for instance a stack, is discussed in comparison with the concentration distribution of the Gaussian model, which is only valid for an ideal point source.

The influence on the concentration distribution due to deposition and decay processes is treated in chapter X. In chapter XI an area source model based on the simplified ATDL-model of Gifford and Hanna is discussed.

Chapter XII is devoted to the possible errors in the calculated averaged concentrations over a short term, in the order of one hour. It is concluded that the possible variation in the results of the short term averaged concentration calculations limit the use of the Gaussian plume model for such calculations. It is felt that the Gaussian plume model can only be applied usefully for the calculation of long term (season, year) averaged concentrations.

In the last chapter the formulas and the modifications of the Gaussian plume model for the calculation of long term averaged concentrations are given.

This long term averaged model has been programmed on a computer. With this programme long term averaged concentrations can be calculated for a great number of point- and area sources, and for the climatological conditions characteristic of the Netherlands.

-o-o-o-

## INLEIDING

Bij een berekening van de verspreiding van luchtverontreiniging in de atmosfeer wordt gebruikgemaakt van modellen. Eén van de meest bekende modellen is het Gaussische pluimmodel. Dit model is gebaseerd op de veronderstelling, dat in een homogene en stationaire turbulente stroming de emissie uit een puntbron volgens een Gaussische verdeling wordt verspreid.

Op het KNMI is een computerprogramma ontwikkeld, gebaseerd op het Gaussische pluimmodel, voor de berekening van de concentratieverdeling gemiddeld over een lange periode bij een emissie uit een groot aantal bronnen. De theoretische grondslagen van het Gaussische pluimmodel en dus de theoretische basis van het computerprogramma worden in de hiernavolgende hoofdstukken uitgebreid behandeld.

In de eerste hoofdstukken wordt de theorie van de diffusie in een turbulente stroming besproken. Hierop zijn de theoretische achtergronden van het Gaussische pluimmodel gebaseerd. De verschillende veronderstellingen, die aan het Gaussische pluimmodel ten grondslag liggen, komen hierbij in de juiste samenhang ter sprake.

De vergelijking van het Gaussische pluimmodel zal worden afgeleid. De verschillende parameters, die in het model een rol spelen, worden afzonderlijk besproken, voor zover dit noodzakelijk is in verband met het gebruik van deze parameters in het computerprogramma. In de meeste gevallen wordt voor een meer volledige behandeling van de diverse parameters verwezen naar de literatuur.

De mogelijke fouten in een berekening met het Gaussische pluimmodel worden nader beschouwd. Hieruit kan dan worden geconcludeerd dat het Gaussische pluimmodel alleen geschikt is voor de berekening van een concentratieverdeling gemiddeld over een lange periode, bijvoorbeeld een seizoen, een jaar.

Voor een juiste appreciatie en interpretatie van de resultaten, die met het computerprogramma worden verkregen, is een begrip van de theoretische achtergronden van het Gaussische pluimmodel, zoals deze hier worden beschreven, noodzakelijk.

## I. DIFFUSIE DOOR TURBULENTE BEWEGINGEN

De stroming in de atmosferische grenslaag nabij het aardoppervlak, voor wat betreft de verspreiding van luchtverontreiniging op bijv. regionale schaal het meest interessante gebied, is meestal turbulent. Het materiaal afkomstig uit een puntbron, bijv. een schoorsteen, zal door de gemiddelde wind worden getransporteerd, terwijl de op deze manier ontstane pluim door turbulente bewegingen zal worden verspreid. Verspreiding door turbulentie is bijzonder efficiënt en veel groter dan moleculaire diffusie, zodat dit laatste proces mag worden verwaarloosd. De eigenschappen van turbulente stromingen zullen, voor zover van belang voor de verspreiding van luchtverontreiniging in de atmosfeer, slechts summier kunnen worden besproken. Voor een goede inleiding op dit gebied wordt verwezen naar Tennekes en Lumley [1], Csanady [2] en Pasquill [3].

Een volledige, theoretische oplossing van de vergelijkingen voor de verspreiding van turbulente bewegingen is tot nu toe niet gevonden. Slechts in het geval van de dispersie door stationaire en homogene turbulentie is een beperkte theoretische aanpak mogelijk (Taylor [4]). Stationaire en homogene turbulentie is gedefinieerd als turbulentie, waarvan de eigenschappen geen functie zijn van plaats en tijd. Atmosferische turbulentie is meestal niet stationair, als men zich beperkt tot tijdschalen die van belang zijn bij de verspreiding uit een puntbron. De atmosferische toestand kent bijv. een dagelijkse, maar ook een seizoensvariatie. Door de aanwezigheid van het aardoppervlak is in de nabijheid hiervan de turbulentie een functie van de hoogte boven het aardoppervlak en dus niet homogeen. Niettemin zijn de resultaten van de theorie van homogene en stationaire turbulentie bruikbaar in de atmosfeer als een eerste schatting van de verspreiding.

Eerst wordt de dispersie van een instantane lozing uit een puntbron in de oorsprong van een  $x, y, z$ -assenstelsel beschouwd (Csanady [2]). De turbulentie is stationair en homogeen en de gemiddelde snelheid is gelijk aan nul. De resultaten zijn echter eenvoudig tot het geval van een gemiddelde snelheid ongelijk aan nul te generaliseren door de



keuze van een meebewegend assenstelsel. Een grote hoeveelheid deeltjes, die op het tijdstip  $t=0$  in de oorsprong wordt losgelaten, zal zich ten gevolge van de turbulente snelheidsfluctuaties gaan verspreiden. Hierbij wordt verondersteld, dat elk deeltje de luchtbeweging volledig volgt en dus op elk moment de snelheid van zijn omgeving aanneemt. Omdat turbulentie opgebouwd gedacht kan worden uit wervels van verschillende afmetingen waarbinnen de snelheden gecorreleerd zijn, zal een herhaling van het experiment met een instantane bron in dezelfde situatie een andere uitkomst opleveren. Hierbij beperkt men zich tot diffusietijden klein of gelijk t.o.v. de tijdschaal van de turbulentie. Als men diffusietijden veel groter dan de turbulente tijdschaal beschouwt, kan het effect van de turbulente diffusie worden beschreven op dezelfde wijze als de verspreiding door moleculaire diffusie. De wolk van deeltjes van één experiment is voor dit geval wel representatief voor de gemiddelde verspreiding. (Csanady [2]).

Het gemiddelde over een groot aantal experimenten wordt nu gedefinieerd als het ensemble-gemiddelde en geeft dus per definitie de gemiddelde verspreiding. Voor dit ensemble-gemiddelde kan de volgende formule worden afgeleid (Taylor [4]).

$$\frac{d\overline{x^2}}{dt} = 2 \overline{v_1'^2} \int_0^t R_{Lx}(\tau) d\tau \quad (I.1)$$

$\overline{x^2}$  is een maat voor de verspreiding van de deeltjes in de x-richting. Voor de verspreiding in de y- en z-richting gelden overeenkomstige formules. De Lagrangiaanse snelheidsfluctuatie  $\underline{v}'$  van een deeltje is gedefinieerd volgens

$$\underline{v} = \overline{\underline{v}} + \underline{v}' \quad \underline{v} = (v_1, v_2, v_3) \quad (I.2)$$

Hierin is  $\underline{v}$  de momentane snelheid van een deeltje en  $\overline{\underline{v}}$  de gemiddelde snelheid van dat deeltje, die in dit geval per definitie gelijk aan nul is. De term  $\overline{v_1'^2}$  in (I.1) is voor stationaire en homogene turbulentie in de meeste gevallen gelijk aan  $\overline{u_1'^2}$ . (Csanady [2]). De Euleriaanse snelheidsfluctuatie  $\underline{u}'$  is gedefinieerd als

$$\underline{u} = \overline{\underline{u}} + \underline{u}' \quad \underline{u} = (u_1, u_2, u_3) \quad (I.3)$$

Hierin is  $\underline{u}$  de momentane snelheid in een vast punt en  $\overline{u}$  de gemiddelde snelheid in een vast punt, die eveneens voor dit geval per definitie gelijk aan nul is.

De functie  $R_{Lx}(\tau)$ , gedefinieerd als de Lagrangiaanse snelheids-correlatie, is de correlatie tussen de snelheid in de x-richting van een deeltje op het tijdstip  $t_0$  en het tijdstip  $t_0 + \tau$ .

$$R_{Lx}(\tau) = \frac{\overline{v_1'(t_0) v_1'(t_0 + \tau)}}{\overline{v_1'^2}} \quad (\text{I.4})$$

Omdat verondersteld is, dat de turbulentie stationair en homogeen is, is de correlatiefunctie alleen een functie van de tijds-separatie  $\tau$  en niet van  $t_0$ . Wegens de homogeniteit zal deze correlatiefunctie voor alle deeltjes gelijk zijn. Omdat het vrijwel onmogelijk is de snelheden van deeltjes te meten, is de exacte vorm van deze correlatiefunctie zelfs voor dit geïdealiseerde geval niet bekend. Enkele belangrijke eigenschappen van deze correlatiefunctie zijn niet-temin uit theoretische overwegingen af te leiden. Als  $\tau \rightarrow 0$ , wordt  $R_L(\tau)$  gelijk aan 1, want de snelheid van elk deeltje is natuurlijk volledig gecorreleerd met zichzelf. Als  $\tau \rightarrow \infty$  gaat  $R_L(\tau)$  naar 0, want na lange tijd zullen de snelheden niet meer gecorreleerd zijn. Substitutie van deze limietwaarden voor  $R_L(\tau)$  in (I.1) geeft:

$$\begin{aligned} \overline{x^2} &\sim \overline{u_1'^2} t^2 & t \rightarrow 0 \\ \overline{x^2} &\sim 2 \overline{u_1'^2} T_{Lx} t & t \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (\text{I.5})$$

$$T_{Lx} = \int_0^{\infty} R_{Lx}(\tau) d\tau$$

Voor de verspreiding in de y- en z-richting kunnen analoge schattingen als in (I.5) worden verkregen.  $T_{Lx}$  staat bekend als de Lagrangiaanse tijdschaal van de turbulentie. De resultaten van (I.5) zijn limietgevallen voor tijden veel kleiner en veel groter dan  $T_{Lx}$ . De overgang tussen beide uitdrukkingen als  $t \approx T_{Lx}$ , hangt af van de vorm van de correlatiefunctie.

Een verband kan worden gevonden tussen de hierboven afgeleide spreidingsmaat en de gemiddelde concentratieverdeling  $\overline{\chi}$ , (Csanady [2]):

$$\overline{x^2} = \sigma_x^2 = \frac{1}{Q} \iiint_{-\infty}^{\infty} x^2 \overline{\chi}(x, y, z, t) dx dy dz \quad (\text{I.6})$$

Hierin is  $\tilde{Q}$  de bronsterkte van de instantane bron. Bovenstaande formule geeft aan, dat de spreidingsmaat  $\overline{x^2}$  gelijk is aan het tweede moment  $\sigma_x^2$  van de concentratiefunctie. Deze  $\sigma_x$  staat ook wel bekend als de dispersiecoëfficiënt. Analoge vergelijkingen kunnen worden afgeleid voor de y- en de z-richting.

Een groter inzicht in de dispersie door stationaire en homogene turbulentie kan worden verkregen door de hierboven afgeleide resultaten te herschrijven m.b.v. het Lagrangiaanse turbulente energiespectrum. Dit spectrum geeft de decompositie van de bewegingsenergie van een deeltje in Fouriercomponenten. Voor een volledige beschrijving van het energiespectrum wordt verwezen naar [1] en [3]. Een fundamenteel resultaat van Taylor [5] is, dat de correlatiefunctie (I.4) en het spectrum elkaars Fourier-getransformeerde zijn:

$$\begin{aligned} F_{Lx}(n) &= 4 \int_0^{\infty} R_{Lx}(\tau) \cos 2\pi n \tau \, d\tau \\ R_{Lx}(\tau) &= \int_0^{\infty} F_{Lx}(n) \cos 2\pi n \tau \, dn \end{aligned} \quad (I.7)$$

De uitdrukkingen voor de overige coördinaatrichtingen zijn analoog.

Uit de hierboven besproken eigenschappen van de correlatiefunctie zijn de volgende eigenschappen van het spectrum af te leiden:

$$\begin{aligned} F_{Lx}(0) &= 4 \int_0^{\infty} R_{Lx}(\tau) \, d\tau = 4 T_{Lx} \\ \int_0^{\infty} F_{Lx}(n) \, dn &= 1 \end{aligned} \quad (I.8)$$

Substitutie van (I.7) in (I.1) leidt tot:

$$\overline{x^2} = \overline{u_1^2} t^2 \int_0^{\infty} F_{Lx}(n) \frac{\sin^2 \pi n t}{(\pi n t)^2} \, dn \quad (I.9)$$

De gewichtsfunctie  $\sin^2 \pi n t / (\pi n t)^2$  heeft de volgende eigenschappen:

$$\begin{aligned} \frac{\sin^2 \pi n t}{(\pi n t)^2} &\rightarrow 1 && t \rightarrow 0, n \text{ vast} \\ \frac{\sin^2 \pi n t}{(\pi n t)^2} &\approx 1 && n \ll 1/t \\ \frac{\sin^2 \pi n t}{(\pi n t)^2} &\approx 0 && n \gg 1/t \\ 2t \frac{\sin^2 \pi n t}{(\pi n t)^2} &\rightarrow \delta(t) && t \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (I.10)$$

Hierin is  $\delta(t)$  de Dirac-deltafunctie waarvoor geldt  $\int_0^\infty f(t) \delta(t) dt = f(0)$ . Uit (I.10) volgt, dat voor  $t \approx 0$  het gehele spectrum bijdraagt aan de dispersie. Naarmate  $t$  toeneemt, wordt de bijdrage aan de verspreiding door het hoogfrequent gedeelte van het spectrum kleiner. In het limietgeval, als  $t \rightarrow \infty$ , wordt de verspreiding alleen bepaald door  $F_L(0)$ .

Tot nu toe is vrijwel alleen gebruikgemaakt van de Lagrangiaanse snelheid (I.2), die betrekking heeft op de snelheid van een deeltje zelf. De snelheden, die gemeten worden in een vast punt, zijn gedefinieerd als Euleriaanse snelheden (I.3). Het is duidelijk dat Euleriaanse snelheden experimenteel eenvoudiger zijn te meten.

Met behulp van de Euleriaanse snelheden kan analoog aan (I.4) een correlatiefunctie worden gedefinieerd:

$$R_{\text{Ex}}(\tau) = \frac{\overline{u'_1(t_0) u'_1(t_0 + \tau)}}{\overline{u'^2_1}} \quad (I.11)$$

De bruikbaarheid van de vergelijkingen voor de verspreiding van een wolk zou aanmerkelijk groter worden, als deze konden worden uitgedrukt in Euleriaanse grootheden. Het is tot nu toe echter niet mogelijk gebleken een theoretisch verband te vinden tussen de Euleriaanse snelheidsrelatie (I.11) en de Lagrangiaanse snelheidsrelatie (I.4). Vaak wordt echter de volgende benadering gebruikt.

Beide correlaties hebben dezelfde vorm maar de Lagrangiaanse correlatiefunctie nadert langzamer tot nul als  $\tau \rightarrow \infty$  dan de Euleriaanse correlatiefunctie (Hay and Pasquill [6]).

$$R_E(\tau) = R_L(\xi) \text{ met } \xi = \beta\tau \quad (\text{I.12})$$

De schaalfactor  $\beta$  is gedefinieerd als de verhouding tussen de Lagrangiaanse en de Euleriaanse tijdschaal.

$$\begin{aligned} \beta &= T_L / T_E \\ T_E &= \int_0^{\infty} R_E(\tau) d\tau \\ T_L &= \int_0^{\infty} R_L(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (\text{I.13})$$

Uit metingen is gebleken, dat de  $\beta$  een functie is van o.a. windsnelheid en stabiliteit. Vaak echter wordt voor  $\beta$  als een benadering de waarde 4 gekozen.

Substitutie van (I.12) in (I.7) en (I.9) leidt tot

$$\overline{x^2} = \sigma_x^2 = u_1'^2 t^2 \int_0^{\infty} F_{Ex}(n) \frac{\sin^2 \frac{\pi n t}{\beta}}{\left(\frac{\pi n t}{\beta}\right)^2} dn \quad (\text{I.14})$$

Deze formule kan worden gebruikt om de dispersiecoëfficiënten voor de verschillende richtingen te berekenen, als de  $\beta$  en de Euleriaanse spectra voor de verschillende richtingen bekend zijn.

De hierboven besproken vergelijkingen kunnen na een eenvoudige modificatie worden toegepast op de dispersie door homogene, stationaire turbulentie gesuperponeerd op een uniforme gemiddelde stroming  $U$  in bijv. de  $x$ -richting. Voor dit geval kan worden afgeleid, dat het zwaartepunt  $x_0$  van de deeltjeswolk zich in de  $x$ -richting zal bewegen met een snelheid  $\bar{U}$ .

$$x_0 = \bar{U} t \quad (\text{I.15})$$

Voor de verspreiding van de wolk rond het zwaartepunt kan dan de formule (I.1) worden gebruikt, waarbij voor de tijd  $t$  de reistijd kan

kan worden gesubstitueerd:  $t = x_0/U$ . Voor de dispersie in de drie richtingen leidt dit tot

$$\frac{d\sigma_x^2}{dx_0} = \frac{d\overline{(x-x_0)^2}}{dx_0} = \frac{2\overline{u_1'^2}}{U} \int_0^{x_0/U} R_{Lx}(\tau) d\tau$$

$$\frac{d\sigma_y^2}{dx_0} = \frac{d\overline{y^2}}{dx_0} = \frac{2\overline{u_2'^2}}{U} \int_0^{x_0/U} R_{Ly}(\tau) d\tau \quad (I.16)$$

$$\frac{d\sigma_z^2}{dx_0} = \frac{d\overline{z^2}}{dx_0} = \frac{2\overline{u_3'^2}}{U} \int_0^{x_0/U} R_{Lz}(\tau) d\tau$$

Deze resultaten kunnen nu worden toegepast op de verspreiding door homogene en stationaire turbulentie van een continue lozing uit een puntbron in een uniforme gemiddelde stroming. De continue puntbron wordt daarbij vervangen door een reeks van instantane puntbronnen, waarvan de verspreiding gegeven wordt door vergelijking (I.16). De verspreiding van de lozing uit deze continue puntbron kan vervolgens door integratie over alle instantane puntbronnen worden bepaald. Er volgt nu dat de pluimdimensies alleen een functie zijn van de afstand tot de continue puntbron en niet meer van de tijd. M.a.w., de continue puntbron geeft aanleiding tot een stationaire pluim. Deze stationariteit heeft het grote voordeel, dat het ensemble-gemiddelde, zoals dit hierboven steeds is gebruikt, mag worden vervangen door het in de praktijk beter bruikbare tijdsgemiddelde.

Als wordt verondersteld dat de emissie uit een schoorsteen redelijk benaderd kan worden door een continue puntbron, levert de hierboven beschreven theorie bruikbare resultaten voor de verspreiding van de emissie uit een schoorsteen in de atmosfeer, mits de atmosferische turbulentie kan worden benaderd door stationaire en homogene turbulentie en de gemiddelde windsnelheid als uniform en stationair kan worden beschouwd.

In dit hoofdstuk is getracht de theoretische achtergronden van verspreiding door turbulente bewegingen aan te geven. Op de voorgrond treedt het feit, dat de theoretische resultaten zeer beperkt zijn en alleen geldig voor een geïdealiseerd geval. Voor een uitbreiding van de theorie voor bijv. stromingen met afschuiving wordt verwezen naar Csanady [2].

Een theorie is hierboven besproken voor de verspreiding van een instantane puntbron. Een vergelijking is afgeleid voor het tweede moment van de concentratieverdelingsfunctie. De eigenlijke funktionele vorm van de concentratieverdeling is niet ter sprake geweest. Hierop zal in het volgende hoofdstuk worden ingegaan.

## II. HET GAUSSISCHE PLUIMMODEL

In het voorgaande hoofdstuk zijn enige theoretische resultaten besproken voor de verspreiding van een instantane puntbron in een homogeen, stationair turbulent veld. Alleen het tweede moment van de gemiddelde concentratieverdeling, ofwel de dispersiecoëfficiënt, is ter sprake gekomen. Om van deze resultaten gebruik te kunnen maken, moet de funktionele vorm van de concentratieverdeling zelf bekend zijn. Een formele afleiding van deze verdeling is niet mogelijk, maar zowel theoretische als experimentele overwegingen leiden tot een Gaussische verdeling. Hierbij moet worden benadrukt, dat deze Gaussische verdeling alleen experimenteel bevestigd is voor homogene en stationaire turbulentie, zoals deze bijv. bij benadering optreedt in het midden van een turbulente pijpstroming.

Het eerste moment van de concentratieverdeling is het zwaartepunt. Het zwaartepunt van een instantane bron in een turbulente stroming met een gemiddelde snelheid  $U=0$  blijft voor alle tijden gelijk aan de oorsprong, waar de bron op tijdstip  $t=0$  is geïnitieerd. Voor een bron in een stroming met een gemiddelde snelheid  $U$  volgt uit het vorige hoofdstuk in vergelijking (I.15) voor de plaats van het zwaartepunt  $(x_0, y_0, z_0)$

$$x_0 = U t \quad , \quad y_0 = 0 \quad , \quad z_0 = 0 \quad \text{(II.1)}$$

Voor het tweede moment van de concentratieverdeling kunnen de resultaten uit hoofdstuk I wordentoegepast. Een Gaussische verdeling is volledig vastgelegd, als het eerste en tweede moment bekend zijn. Voor de concentratieverdeling van een instantane puntbron, met de sterkte  $\tilde{Q}$ , in een uniforme stroming in de x-richting ter grootte  $U$  en in een homogeen, stationair turbulent veld, volgt hiermee

$$\bar{\chi}(x, y, z, t) = \frac{\tilde{Q}}{(2\pi)^{3/2} \sigma_x \sigma_y \sigma_z} e^{-\frac{(x-Ut)^2}{2\sigma_x^2}} e^{-y^2/2\sigma_y^2} e^{-z^2/2\sigma_z^2} \quad \text{(II.2)}$$



De dispersiecoëfficiënten  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  en  $\sigma_z$  worden gegeven door vergelijking (I.16).

Aan het einde van hoofdstuk I is aangegeven hoe de verspreiding van de lozing uit een continue puntbron mag worden vervangen door de verspreiding van een reeks instantane bronnen. M.b.v. de in vergelijking (II.2) geformuleerde concentratieverdeling van een instantane bron kan de concentratieverdeling van een continue puntbron worden afgeleid.

Er wordt daarbij verondersteld, dat de continue bron  $Q$  gram materiaal per tijdseenheid uitwerpt. Deze bron wordt nu vervangen door een serie instantane bronnen, die met een tijdsinterval  $dt$  lozen met een bronsterkte  $\tilde{Q} = Q dt$ . De concentratieverdeling van de continue bron kan dan worden verkregen door een tijdsintegratie over de reeks instantane bronnen.

$$\bar{\chi}(x,y,z) = \frac{Q}{(2\pi)^{3/2}} \int_0^\infty e^{-\frac{(x-Ut)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2} - \frac{z^2}{2\sigma_z^2}} e^{-\frac{dt}{\sigma_x\sigma_y\sigma_z}} \quad (II.3)$$

Bovenstaande integratie kan niet worden uitgevoerd, tenzij het verband tussen  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  en  $\sigma_z$  en de tijd  $t$  bekend is. Formeel wordt dit verband gegeven door (I.9). Voor kleine diffusietijden geldt echter dat de dispersiecoëfficiënten evenredig zijn met de tijd (I.5). Voor dit eenvoudige verband blijkt het mogelijk de integraal (II.3) op te lossen.

$$\bar{\chi}(x,y,z) = \frac{\overline{u_1^2} Q}{(2\pi)^{3/2} \overline{u_2^2} \overline{u_3^2} r^2} e^{-\frac{U}{2\overline{u_1^2}}} \left\{ 1 + \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{Ux}{\overline{u_1^2} r} e^{-\frac{U^2 x^2}{2\overline{u_1^2} r^2}} \operatorname{erfc}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{Ux}{\overline{u_1^2} r}\right) \right\} \quad (II.4)$$

$$\text{met } r^2 = x^2 + \frac{\overline{u_1^2}}{\overline{u_2^2}} y^2 + \frac{\overline{u_1^2}}{\overline{u_3^2}} z^2 \quad \operatorname{erfc}(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_t^\infty e^{-s^2} ds$$

Als verondersteld kan worden dat  $\sqrt{\overline{u_1^2}}/U$ ,  $\sqrt{\overline{u_2^2}}/U$  en  $\sqrt{\overline{u_3^2}}/U \ll 1$ , hetgeen voor de meeste praktische toepassingen het geval is, blijkt uit de evaluatie van (II.4) dat de pluim beperkt blijft tot een smalle kegel stroomafwaarts van de bron. M.a.w., de pluim is slank. In deze

slanke pluim geldt voor de  $r$  in (II-4) de benadering  $r \approx x$ .  
 Toepassing van deze benaderingen op (II.4) leidt tot de volgende  
 vergelijking, die dus alleen geldig is in de pluim:

$$\bar{\chi}(x,y,z) = \frac{Q}{2\pi\sigma_y\sigma_z U} e^{-y^2/2\sigma_y^2} e^{-z^2/2\sigma_z^2} \quad (\text{II.5})$$

Bij de afleiding van deze vergelijking is toegepast, dat de  
 dispersiecoëfficiënten  $\sigma_y$  en  $\sigma_z$  lineair variëren met de tijd  
 $t = x/U$  volgens (I.5).

De turbulente verspreiding in de  $x$ -richting is in vergelijking  
 (II.5) weggevallen. Dit is het gevolg van de slanke pluimbenadering,  
 waarin a.h.w. wordt verondersteld dat de concentratiegradiënten in  
 de  $x$ -richting verwaarloosbaar zijn t.o.v. de gradiënten in de  $y$ - en  
 $z$ -richting.

Ver van de bron, ofwel voor grote diffusietijden, geldt het  
 asymptotisch gedrag uit (I.5) voor  $t \rightarrow \infty$ . Substitutie in (II.3)  
 leidt eveneens tot een oplosbare integraal, waarvan de oplossing  
 luidt:

$$\bar{\chi} = \frac{Q}{2\pi C_y C_z r} e^{-\frac{r}{C_x} \frac{U}{x}} e^{\frac{U}{C_x} \frac{x}{x}} \quad (\text{II.6})$$

$$r = \sqrt{x^2 + \frac{C_x^2}{C_y^2} y^2 + \frac{C_x^2}{C_z^2} z^2}, \quad \sigma_x = C_x t^{\frac{1}{2}}, \quad \sigma_y = C_y t^{\frac{1}{2}}, \quad \sigma_z = C_z t^{\frac{1}{2}}$$

$$t = x/U$$

Toepassing van de slanke pluimbenadering geeft:

$$r \sim x$$

$$r \sim x \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{C_x^2}{C_y^2} \frac{y^2}{x^2} + \frac{1}{2} \frac{C_x^2}{C_z^2} \frac{z^2}{x^2} \right) \quad (\text{II.7})$$

Substitutie in (II.6) leidt dan eveneens tot de formule van de  
 Gaussische pluim (II.5).

In de beide limietgevallen van de dispersiecoëfficiënten is na toepassing van de slanke pluimbenadering een Gaussische verdeling voor de concentratie gevonden. Er mag worden verwacht dat deze Gaussische verdeling (II.5) eveneens een goede benadering van de concentratiefunctie vormt in het overgangsgebied tussen de beide limietgevallen. Er kan dus worden gesteld, dat de concentratieverdeling binnen een pluim kan worden beschreven door:

$$\bar{\chi}(x, y, z) = \frac{Q}{2\pi \sigma_y(x) \sigma_z(x) U} e^{-y^2/2\sigma_y^2(x)} e^{-z^2/2\sigma_z^2(x)} \quad (\text{II.8})$$

Bij de hierboven beschreven afleiding is uitgegaan van een pluimbenadering door een reeks instantane bronnen, waarvan de dispersie in hoofdstuk I m.b.v. een statistische analyse van de bewegingen van turbulente deeltjes is afgeleid. De Gaussische concentratieverdeling kan ook op een andere manier worden afgeleid, door uit te gaan van de continuïteitswet.

Als  $\chi$  en  $u$  de momentane concentratieverdeling en snelheid voorstellen, geldt

$$\begin{aligned} \chi &= \bar{\chi} + \chi' \\ u &= \bar{u} + u' \end{aligned} \quad (\text{II.9})$$

Hierin zijn  $\bar{u}$  en  $\bar{\chi}$  respectievelijk de gemiddelde snelheid en de gemiddelde concentratie en  $u'$  en  $\chi'$  de fluktuaties rond het gemiddelde ( $\bar{\chi}' = 0$  en  $\bar{u}' = 0$ ). De continuïteitswet toegepast op een volume  $V$  geeft:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \chi \, dv = - \iint_S \chi \, \underline{u} \cdot \underline{n} \, ds \quad (\text{II.10})$$

De  $S$  stelt het oppervlak voor, dat het volume  $V$  omsluit en het inwendig produkt  $\underline{u} \cdot \underline{n}$  de component van de snelheid in de richting van de uitwendige normaal  $\underline{n}$  op  $S$ . Het transport uit het volume  $V$  door moleculaire diffusie is hierbij verwaarloosd. Als wordt verondersteld dat het medium incompressibel is, d.w.z.  $\nabla \cdot \underline{u} = 0$ , kan m.b.v. het Gauss-divergentie theorema en de formule (II.9) voor de gemiddelde concentratie de volgende vergelijking worden afgeleid:

$$\frac{\partial \bar{\chi}}{\partial t} + \bar{u} \cdot \nabla \bar{\chi} = - \nabla \cdot \overline{u' \chi'} \quad (\text{II.11})$$

Hierin is  $\nabla$  de bekende nabla operator. De term aan de rechterkant van (II.11) is de gradiënt van een massaflux t.g.v. het transport door turbulente fluktuaties. Deze flux wordt vaak op de volgende manier beschreven:

$$- \overline{u' \chi'} = \left( k_x \frac{\partial \bar{\chi}}{\partial x}, k_y \frac{\partial \bar{\chi}}{\partial y}, k_z \frac{\partial \bar{\chi}}{\partial z} \right) \quad (\text{II.12})$$

De k-coëfficiënten ( $k_x, k_y, k_z$ ) zijn een eigenschap van de turbulente stroming. In het algemeen geldt

$$k \sim u_s l_s \quad (\text{II.13})$$

Hierin is  $u_s$  een schaal voor de turbulente snelheidsfluktuaties en  $l_s$  een lengteschaal van de turbulente wervels, die bijdragen tot de verspreiding. Het gebruik van een k-coëfficiënt, m.a.w. een lineair verband tussen de turbulente massaflux en de lokale concentratiegradiënt, is niet in alle gevallen te rechtvaardigen. Een voorwaarde is, dat de lengteschaal, waarover de verspreiding wordt beschouwd, veel groter is dan de turbulente lengteschaal  $l_s$  (Lamb [7]).

Substitutie van (II.12) in (II.11) en de veronderstelling, dat alleen de gemiddelde snelheid in de x-richting:  $U$  ongelijk aan nul is, leidt tot:

$$\frac{\partial \bar{\chi}}{\partial t} + U \frac{\partial \bar{\chi}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} k_x \frac{\partial \bar{\chi}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} k_y \frac{\partial \bar{\chi}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} k_z \frac{\partial \bar{\chi}}{\partial z} \quad (\text{II.14})$$

Deze vergelijking is verwant aan de parabolische diffusievergelijking met constante coëfficiënten, waarvoor standaardoplossingstechnieken bekend zijn.

Het is mogelijk deze vergelijking (II.14) als basisvergelijking te kiezen voor een verspreidingsmodel. M.b.v. de k-coëfficiënten wordt dan de verspreiding door turbulentie gemodelleerd. Een oplossing van vergelijking (II.14) met een willekeurige vorm voor de k-coëfficiënten en voor willekeurige rand- en beginwaarden kan eventueel numeriek gevonden worden (Berlyand [8] en Reynolds [9]).

Een praktisch nadeel van deze methode is, dat de coëfficiënten en het snelheidsveld als functie van de coördinaten ingevoerd moeten worden, zodat de invoer bij de berekening snel zeer groot wordt.

De oplossing van vergelijking (II.14) voor een instantane puntbron in de oorsprong wordt gegeven door (II.2), als voor  $k_x$ ,  $k_y$  en  $k_z$  de volgende uitdrukkingen gesubstitueerd worden:

$$k_x = \frac{1}{2} \frac{d\sigma_x^2}{dt}, \quad k_y = \frac{1}{2} \frac{d\sigma_y^2}{dt}, \quad k_z = \frac{1}{2} \frac{d\sigma_z^2}{dt} \quad (\text{II.15})$$

De oplossing van de continue puntbron volgt uit de stationaire vorm van (II.14):

$$U \frac{\partial \bar{\chi}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} k_y \frac{\partial \bar{\chi}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} k_z \frac{\partial \bar{\chi}}{\partial z} \quad (\text{II.16})$$

Bij de afleiding van (II.16) uit (II.14) is de slanke pluimbenadering toegepast. In dit verband bestaat deze benadering uit het verwaarlozen van de turbulente diffusieterm in de x-richting (de eerste term aan de rechterkant van (II.14)) t.o.v. de advectieterm in de x-richting (de eerste term aan de linkerkant in (II.16)). Deze benadering kan worden toegepast als

$$U_s L_s \gg u_s l_s \quad (\text{II.17})$$

Hierin is  $U_s$  de snelheidsschaal van de gemiddelde stroming en  $L_s$  de lengteschaal van de gemiddelde concentratieverdeling in de x-richting. De  $u_s$  en  $l_s$  zijn resp. de snelheids- en lengteschaal van de turbulentie. In de meeste gevallen is aan (II.17) voldaan, zodat de vereenvoudigde vergelijking (II.16) kan worden toegepast voor een continue bron.

De snelheid  $U$  in (II.16) wordt verondersteld geen functie te zijn van de y- en z-coördinaat. (Een functioneel verband tussen  $U$  en de x-coördinaat is dan uitgesloten wegens de voorwaarde van incompressibiliteit). M.a.w., de snelheid is uniform. Het is dan mogelijk een transformatie van de tijdscoördinaat naar de x-coördinaat uit te voeren volgens

$$x = U t \quad (\text{II.18})$$

Hiermee kunnen de  $k$ -coëfficiënten (II.15) als functie van de  $x$ -coördinaat uitgedrukt worden.

De oplossing (II.16) voor een continue puntbron in de oorsprong, met een emissie van  $Q$  gr/s, wordt gegeven door een oplossing van (II.16), die voldoet aan de volgende randvoorwaarden:

$$\begin{aligned} y \rightarrow \pm \infty & \quad \bar{\chi} \rightarrow 0 \\ z \rightarrow \pm \infty & \quad \bar{\chi} \rightarrow 0 \\ x = 0 & \quad \bar{\chi} = \frac{Q}{U} \delta(z) \delta(y) \end{aligned} \quad (\text{II.19})$$

Hier is  $\delta$  de bekende Dirac deltafunctie. De oplossing is identiek aan vergelijking (II.8).

Hiermee is op verschillende manieren het Gaussische pluimmodel (II.8) voor een continue emitterende puntbron afgeleid. De afleidingen zijn echter alleen mogelijk geweest m.b.v. een aantal belangrijke veronderstellingen, zoals homogene en stationaire turbulentie, uniforme en stationaire gemiddelde windsnelheid, slanke pluimbenadering. Op laboratoriumschaal is het Gaussische pluimmodel geverifieerd en men mag dus verwachten dat door dit pluimmodel de verspreiding in een stationair en homogeen turbulent veld redelijk wordt beschreven. Echter een toepassing op die verspreidingsproblemen, waarvoor de hier gemaakte veronderstellingen zeker niet opgaan, zoals bijv. in de atmosfeer, moet met de nodige omzichtigheid geschieden. Men zal dan moeten beseffen, dat in veel gevallen het toepassen van het Gaussische pluimmodel theoretisch niet gerechtvaardigd is. Het Gaussische pluimmodel kan niettemin toch worden toegepast, als experimenteel kan worden aangetoond, dat de resultaten in overeenstemming zijn met de werkelijkheid.

### III. TOEPASSING VAN HET GAUSSISCHE PLUIMMODEL IN DE ATMOSFEER

In de voorgaande hoofdstukken is afgeleid, dat de verspreiding uit een continu emitterende bron, door homogene en stationaire turbulentie, goed wordt benaderd door het Gaussische pluimmodel. De toepassing van dit verspreidingsmodel op een continu emitterende bron in de atmosfeer is echter niet zonder meer te rechtvaardigen, omdat een aantal veronderstellingen, waarvan bij de theoretische afleiding gebruik is gemaakt, in dit geval niet meer mag worden ingevoerd.

De stroming in de atmosfeer, die in de meeste gevallen turbulent is, vertoont fluktuaties waarvan de tijdschalen sterk uiteenlopen. Er zijn snelle fluktuaties in de windrichting en windsnelheid, waarvan de tijdschaal in de orde van seconden ligt, maar ook bestaan er fluktuaties met een tijdschaal van één dag, bekend als de zogenaamde dagelijkse gang, in bijv. de windsnelheid. Een energiespectrum van de windsnelheid (figuur 1) toont, dat de energie over vele frekwenties is verdeeld (Lumley en Panofsky [10]).

Vaak worden de fluktuaties met een periode kleiner dan één uur aangeduid als turbulentie vergelijkbaar met het begrip turbulentie, dat in de vorige hoofdstukken ter sprake is geweest. Deze atmosferische turbulentie is een functie van lokale grootheden, zoals o.a. ruwheid van het aardoppervlak, windsnelheid en stabiliteit van de atmosfeer. De fluktuaties met een grotere tijdschaal zijn niet meer te beschouwen als turbulentie in die zin, zoals die hierboven wordt gehanteerd. Deze fluktuaties worden veroorzaakt door effecten, die niet meer als lokaal zijn te beschouwen, zoals bijv. storingen op synoptische schaal.

Bij perioden in de orde van één uur kan in sommige gevallen worden aangetoond, dat het energiespectrum een zogenaamde "spectral gap" vertoont (Fiedler en Panofsky [11]). D.w.z. het energiespectrum vertoont een minimum (figuur 1). Als van het bestaan van deze "spectral gap" kan worden uitgegaan, is een onderscheid in fluktuaties met een periode groter en kleiner dan één uur meer aannemelijk. Gedurende één uur kan nu een zinvolle definitie van een gemiddelde windsnelheid en

van een gemiddelde windrichting worden gemaakt. De fluktuaties met een periode groter dan een uur zijn te beschouwen als variaties van de uurlijkse gemiddelden. Voor de argumentatie, dat een dergelijke definitie alleen zin heeft bij het bestaan van een "spectral gap", wordt verwezen naar Lumley en Panofsky [10]. M.a.w., gedurende één uur kan de windrichting en windsnelheid bij benadering als stationair worden beschouwd.

Het Gaussische pluimmodel is in het vorige hoofdstuk afgeleid voor een stationaire situatie. In de atmosfeer is dit model dus alleen toepasbaar gedurende een tijdvak, waarin de toestand als stationair kan worden beschouwd. Deze periode zal, zoals hierboven is besproken, in de orde van één uur zijn. Dit tijdvak kan worden beschouwd als de tijd, waarin de pluim zich in één gedefinieerde richting beweegt, terwijl de turbulente fluktuaties met een periode kleiner dan één uur voor de verspreiding loodrecht op de windrichting zorgdragen. Met bijv. een gemiddelde windsnelheid van ca. 5 m/s volgt hieruit, dat het Gaussische pluimmodel slechts tot enkele tientallen kilometers van de bron geldig zal kunnen zijn.

Wordt de verspreiding uit een bron gedurende een langer tijdvak beschouwd dan één uur, dan zal met de langzame fluktuaties rekening moeten worden gehouden. Zoals hierboven besproken, veroorzaken deze fluktuaties een variatie in de uurlijkse gemiddelden. Door nu het Gaussische pluimmodel voor meerdere tijdvakken van één uur toe te passen en het resultaat te sommeren, kan een berekening voor een langer tijdvak dan één uur worden uitgevoerd. Deze methode ligt ten grondslag aan de later te bespreken lang termijn modellen.

Het bestaan van de "spectral gap", waarop de hierboven gevolgde redenering voor een belangrijk gedeelte steunt, is in veel gevallen twijfelachtig. Een periode, die bij benadering als stationair kan worden opgevat, kan voor deze gevallen niet meer worden gedefinieerd.

Een concreet voorbeeld hiervan is een frontpassage, waardoor de windrichting sterk kan variëren binnen een kort tijdsbestek. De toepassing van het Gaussische pluimmodel zonder modificaties op een dergelijke situatie kan dan tot verkeerde resultaten leiden.

Aan de voorwaarde van homogene turbulentie kan in de atmosfeer nooit worden voldaan: ten eerste door de aanwezigheid van het



aardoppervlak, die wegens de geen-slip conditie aan het aardoppervlak een verandering van de snelheid met de hoogte veroorzaakt; ten tweede door de rotatie van de aarde, die resulteert in de Corioliskracht, die samen met de wrijving een verandering van de windrichting met de hoogte veroorzaakt. Deze twee oorzaken van inhomogeniteit kunnen aanvankelijk worden verwaarloosd, als de pluimdimensies kleiner zijn dan de schaal van de inhomogeniteiten. Naarmate de afstand tot de bron toeneemt en dus de pluimdimensies toenemen, zullen deze inhomogeniteiten echter van grotere invloed zijn. Voor een theoretische behandeling van de invloed van een windsnelheidsgradiënt en een windrichtingsgradiënt op de dispersie wordt verwezen naar Csanady [2].

In de atmosfeer bestaat echter nog een andere bron van inhomogeniteit: de toestand van het aardoppervlak. Er bestaat geen vlak en glad aardoppervlak, tenzij misschien een wateroppervlak bij niet te grote windsnelheid. Op het land vertoont echter vrijwel elk oppervlak kleine inhomogeniteiten, zoals bomen, heggen, huizen, enz., zodat er in de buurt van dit oppervlak geen sprake kan zijn van homogene turbulentie. Er wordt nu verondersteld dat de resultaten berekend m.b.v. het Gaussische pluimmodel nog steeds bruikbaar zijn, mits de berekende concentratie als een soort gebiedsgemiddelde wordt beschouwd. De details in de concentratieverdeling op kleine schaal, veroorzaakt door verstoringen ten gevolge van inhomogeniteiten, worden dus verwaarloosd. M.a.w., het aardoppervlak inclusief de kleine inhomogeniteiten wordt als een "quasi"-homogeen oppervlak beschouwd op een schaal, die groter is dan de dimensies van de inhomogeniteiten. Deze zijn a.h.w. te beschouwen als ruwheden, die alleen een vergroting van de turbulentie-intensiteit tot gevolg hebben, maar het stromingspatroon niet wezenlijk beïnvloeden.

Behalve de bovengenoemde kleine verstoringen bestaan er ook grotere inhomogeniteiten van het aardoppervlak, waardoor de veronderstelling van homogene turbulentie niet kan worden ingevoerd. Hierbij wordt gedacht aan bijv. heuvels, bergen, dalen, land-zee overgangen enz. De schaal van deze inhomogeniteiten is zo groot, dat het Gaussische pluimmodel in een groot gebied niet geldig is en, eventueel met enige modificaties, slechts met de grootste voorzichtigheid nog kan worden toegepast.

Afgezien van dit laatste geval zullen de hierboven besproken, altijd aanwezige inhomogeniteiten tot gevolg hebben dat het Gaussische pluimmodel slechts over een beperkt gebied geldig is. Zodra de laterale dimensies van de pluim in de buurt van 100 m zullen liggen, zal de invloed van de homogeniteit in de windsnelheid en de windrichting op de verspreiding niet meer verwaarloosbaar zijn. Voor deze effecten is echter gedeeltelijk gecorrigeerd wegens de experimentele bepaling van de dispersiecoëfficiënten.

Er kan dus geconcludeerd worden dat het Gaussische pluimmodel de beste resultaten zal geven, indien de afstand tot de bron slechts enkele tientallen kilometers bedraagt. Indien de concentratieberekeningen worden uitgevoerd voor een grotere afstand, moeten de resultaten met de nodige voorzichtigheid worden gehanteerd. (Mahoney [12]).

Zoals duidelijk is uit vergelijking (II.8) vertoont het Gaussische pluimmodel een singulariteit als  $U$  nadert tot nul. De oorzaak hiervan is, dat bij de afleiding van (II.8) de diffusie in de richting van de wind verwaarloosd is t.o.v. de advectie door de wind. Dit impliceert, dat het model alleen bruikbaar is voor voldoende grote windsnelheid:  $U > \text{ca. } 2 \text{ m/s}$ . De meeste interessante perioden in de meteorologie v.w.b. de luchtverontreiniging worden gekenmerkt door een zwakke windsnelheid, zodat een verspreidingsmodel gebaseerd op het Gaussische pluimmodel dan niet bruikbaar is. Voor dergelijke perioden zullen andere verspreidingsmodellen gebruikt moeten worden, die voor een groot gedeelte nog moeten worden ontwikkeld.

In vergelijking (II.8) is de formule van het Gaussische pluimmodel beschreven voor de verspreiding uit een continue puntbron in de oorsprong in een homogene en stationaire stroming met de snelheid  $U$ .

In de atmosfeer heeft men het meest te maken met een continue emitterende bron op een zekere hoogte  $H$  boven het aardoppervlak. De oorsprong van het assenstelsel wordt nu op het aardoppervlak ter plaatse van de bron gelegd. Er wordt verondersteld dat de pluim door het aardoppervlak volledig wordt gereflekteerd. Er wordt dus verondersteld, dat in eerste instantie geen verlies aan het aardoppervlak zal optreden. Hiermee zal dus a.h.w. een bovengrens voor de concentraties aan de grond gevonden worden, omdat er in de meeste praktische gevallen wel een dergelijk verlies zal optreden. Dit kan in de formule

worden gebracht door een puntbron ter plaatse  $x=y=0$  en  $z=H-H$  [m] is dus de effectieve hoogte boven het aardoppervlak - te reflektieren t.o.v. dit aardoppervlak (figuur 2). Dit leidt tot de formule

$$\chi = \frac{Q}{2\pi \sigma_y \sigma_z U} e^{-\frac{y^2}{2\sigma_y^2} - \frac{(z+H)^2}{2\sigma_z^2} - \frac{(z-H)^2}{2\sigma_z^2}} \quad (\text{III.1})$$

Hierin is  $Q$  [gr/s] de sterkte van de bron,  $U$  [m/s] de windsnelheid en dus de transportsnelheid van de pluim,  $\sigma_y$  en  $\sigma_z$  [m] de dispersiecoëfficiënten loodrecht op de windrichting langs resp. de  $y$ - en de  $z$ -as.

Door deze vergelijking wordt aan continuïteit voldaan. Als de horizontale materiaalflux door een vertikaal oppervlak wordt beschouwd, kan de volgende vergelijking worden afgeleid:

$$Q = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} U \chi \, dz \, dy \quad (\text{III.2})$$

Voor de concentratie op leefniveau, die in de meeste gevallen wordt gezocht, wordt de concentratie op het niveau  $z=0$  genomen.

$$\chi_{z=0} = \frac{Q}{\pi \sigma_y \sigma_z U} e^{-\frac{y^2}{2\sigma_y^2} - \frac{H^2}{2\sigma_z^2}} \quad (\text{III.3})$$

De concentratie op grondniveau onder de pluimas volgt uit (III.3) door  $y=0$  te stellen.

$$\chi_{z=0, y=0} = \frac{Q}{\pi \sigma_y \sigma_z U} e^{-\frac{H^2}{2\sigma_z^2}} \quad (\text{III.4})$$

Mit hoofdstuk I volgt dat de dispersiecoëfficiënten een monotoon toenemende functie van de afstand  $x$  tot de bron zijn. Hieruit volgt dat de concentratie tot nul nadert als  $x \rightarrow \infty$ . Omdat verder wordt verondersteld dat de dispersiecoëfficiënten tot nul naderen als  $x \rightarrow 0$  - volgens de definitie van een puntbron - volgt uit vergelijking (III.4) dat  $\chi$  tot nul nadert als  $x \rightarrow 0$ , mits  $H$  ongelijk aan nul is. Hieruit

volgt dat de concentratie ergens maximaal moet worden.

Er wordt verondersteld, dat  $\sigma_y/\sigma_z$  constant is, dus onafhankelijk van  $x$ . Dit is echter meestal niet het geval, maar als een illustratie van het gedrag van (III.4) is een dergelijke veronderstelling toch gerechtvaardigd. Voor het maximum van de concentratie volgt dan

$$x_{z=0, y=0, \max} = \frac{Q}{\pi U e H^2} \cdot \frac{\sigma_z}{\sigma_y} \quad \text{als } \sigma_z = H/\sqrt{2} \quad (\text{III.5})$$

Uit deze vergelijking volgt dat de maximale concentratie omgekeerd evenredig is met de effectieve hoogte in het kwadraat ( $\sigma_z/\sigma_y$  is constant). De maximale concentratie is dus sterk afhankelijk van de effectieve bronhoogte.

#### IV. DISPERSIECOËFFICIËNTEN

De dispersiecoëfficiënten  $\sigma_y$  en  $\sigma_z$  in vergelijking (III.1) vormen een maat voor de turbulente dispersie van een pluim loodrecht op de windrichting. Ten gevolge van deze dispersie zullen de afmetingen van de pluim loodrecht op de windrichting toenemen naarmate de afstand tot de bron toeneemt. M.a.w., de dispersiecoëfficiënten zijn een monotoon toenemende functie van  $x$ .

In hoofdstuk I is voor homogene en stationaire turbulentie een theorie geformuleerd, waarmee de dispersiecoëfficiënten berekend kunnen worden uit het spectrum van de turbulente windfluctuaties. Zoals in het vorige hoofdstuk besproken, kan voor de atmosfeer de veronderstelling homogene en stationaire turbulentie niet worden ingevoerd. Ook is de waarde van  $\beta$ , die in de theorie het verband tussen de Euleriaanse en de Lagrangiaanse correlatiecoëfficiënt aangeeft, in de atmosfeer voor alle omstandigheden nog niet bepaald.

Er zal dus in de eerste plaats gebruik moeten worden gemaakt van dispersiecoëfficiënten, die bepaald zijn m.b.v. experimenten. In [13] en [14] is een aantal dispersie-experimenten en dispersiecoëfficiënten beschreven.

Een classificatie van de dispersiecoëfficiënten zal moeten geschieden aan de hand van de mate van turbulentie in de atmosfeer, bijv. d.m.v. de turbulentie-intensiteit  $i$ .

$$i = \sqrt{|\underline{u}'|^2} / \bar{u} \quad (\text{IV.1})$$

Omdat het in de meeste gevallen niet mogelijk is een direkte maat voor de turbulentie-intensiteit te verkrijgen, zoals bijv. uit windfluctuatiemetingen, zal naar een andere, meer praktische methode gezocht moeten worden om de turbulentie-intensiteit en daarmee ook de dispersiecoëfficiënten te kunnen classificeren.

Turbulentie in de atmosfeer kan op verschillende manieren worden geproduceerd. In de eerste plaats is er produktie door wind, of beter geformuleerd, door de gradiënt in het windsnelheidsprofiel in de buurt

van het aardoppervlak. Verder wordt turbulentie geproduceerd door verwarming van lucht aan het aardoppervlak, dat weer op zijn beurt verwarmd is door zonnestraling. Anderzijds is ook de omgekeerde situatie mogelijk, dat turbulentie wordt onderdrukt door afkoeling van lucht aan het aardoppervlak, dat bijv. 's nachts door uitstraling eerst zelf sterk afkoelt. Voor een meer uitgebreide beschrijving van deze productieprocessen van atmosferische turbulentie wordt verwezen naar [1] en [15].

Een andere faktor, die van groot belang is voor de turbulentie-intensiteit boven het aardoppervlak, is de ruwheid van het aardoppervlak. Naarmate de ruwheid toeneemt, zal ook de turbulentie-intensiteit toenemen.

De turbulentie-intensiteit zal eveneens een functie zijn van de hoogte boven het aardoppervlak. Bij de classificatie van dispersiecoëfficiënten moet dus rekening worden gehouden met de hoogte waarop de verspreiding plaatsvindt.

Met behulp van de windsnelheid en de straling zijn door Pasquill [16] de dispersiecoëfficiënten geclassificeerd volgens een aantal zogenaamde stabiliteitsklassen. De naam "stabiliteitsklassen" is verwarrend, omdat deze klassen niet zozeer een classificatie van de stabiliteit van de atmosfeer geven, die in principe slechts drie klassen zou moeten kennen: stabiel, neutraal en onstabiel, dan wel met deze classificatie een maat wordt gegeven voor de turbulentie en daarmee voor de mate waarin de atmosfeer materiaal kan verspreiden.

De classificatie van Pasquill vereist de meting van globale straling. Een meting van deze grootheid geschiedt slechts op weinig plaatsen. Daarom zijn er methoden ontwikkeld, waarmee m.b.v. de gegevens, die uurlijks op een groot aantal stations worden verzameld, een classificatie volgens stabiliteitsklassen kan worden berekend. Een aantal van deze methoden om de stabiliteitsklasse te berekenen zijn verzameld in [13].

Aan een classificatie van dispersiecoëfficiënten m.b.v. stabiliteitsklassen kleven echter enige bezwaren. In de eerste plaats is het moeilijk, zo niet onmogelijk, de atmosferische turbulentie-intensiteit m.b.v. een discreet aantal klassen te kenmerken. De atmosferische turbulentie-intensiteit zal continu van bovengenoemde parameters afhangen. Binnen elke klasse zal dus de atmosferische situatie nog

kunnen variëren, zodat een stabiliteitsklasse mag worden beschouwd als een ruwe begrenzing van een groot aantal mogelijke situaties (zie Golder [17]). De dispersiecoëfficiënten, die bij elke stabiliteitsklasse bepaald zijn, zijn dus niet meer dan een maat voor de verspreiding binnen die klasse, waarvan in aktuele gevallen afwijkingen mogelijk zijn. Ten tweede is het vrijwel onmogelijk een eenduidig verband te vinden tussen de weerparameters zoals windsnelheid, bewolking, etc., die bij de bepaling van de stabiliteitsklasse worden gebruikt, en de atmosferische turbulentie-intensiteit. In bijzondere gevallen kunnen aanzienlijke verschillen optreden tussen de aan de hand van de weerparameters bepaalde stabiliteitsklasse en de op grond van de aanwezige turbulentie-intensiteit te verwachten stabiliteitsklasse.

Geconcludeerd mag worden, dat een classificatie m.b.v. stabiliteitsklassen niet meer dan een ruwe schatting van de atmosferische turbulentie-intensiteit en daarmee ook van de dispersiecoëfficiënten zal kunnen geven. Indien mogelijk zal in de eerste plaats gebruikgemaakt moeten worden van windfluktuatiemetingen. Hierbij moet worden vermeld, dat dit reeds is geconcludeerd door Pasquill zelf [16] bij het publiceren van bovenvermelde stabiliteitsklassen.

Bij de berekeningen, die hierna zullen worden uitgevoerd, zal worden gebruikgemaakt van een stabiliteitsklasse-definitie volgens de KNMI-methode. Deze methode, die gebaseerd is op het gebruik van bekende weerparameters, is beschreven in [13] en [18]. De benaming van de stabiliteitsklassen is gelijk aan die, gebruikt door Pasquill:

A zeer onstabiel, B onstabiel, C zwak onstabiel, D neutraal, E zwak stabiel en F stabiel. Voor een vergelijking met andere stabiliteitsklasse-definities zie referentie [13].

Geclassificeerd volgens bovengenoemde stabiliteitsklassen worden de dispersiecoëfficiënten gegeven als funktie van de afstand tot de bron. Omdat, zoals reeds is vermeld, de atmosferische turbulentie en daarmee ook de dispersiecoëfficiënten een funktie zijn van de hoogte tot het aardoppervlak, wordt gebruikgemaakt van twee stel dispersiecoëfficiënten.

Het eerste stel dispersiecoëfficiënten is gebaseerd op de theorie van Hay en Pasquill [6] en een aantal dispersie-experimenten verricht tijdens het projekt "Prairie grass" [19]. Deze dispersie-experimenten

zijn verricht m.b.v. lage bronnen en de afgeleide dispersiecoëfficiënten zijn dus het best toepasbaar op lage bronnen, waarbij de verspreiding door oppervlaktelaagturbulentie plaatsvindt. M.a.w., voor bronnen met een effectieve hoogte minder dan ongeveer 50 m.

De andere dispersiecoëfficiënten zijn gebaseerd op dispersieproeven met een 108 m hoge bron beschreven door Singer en Smith [20]. Deze dispersiecoëfficiënten zijn dus bruikbaar voor bronnen met een grotere effectieve hoogte. Deze dispersiecoëfficiënten zijn gebaseerd op een stabiliteitsklassedefinitie volgens Singer en Smith [21]. Tussen deze stabiliteitsklassen en die van Pasquill is een verband gekozen, dat is vermeld in tabel 1.

Deze dispersiecoëfficiënten zijn nader aangegeven in tabel 2 en in de figuren 3 t/m 6.

In beide gevallen zijn de dispersiecoëfficiënten gebaseerd op experimenten in een landelijke omgeving. Zoals hierboven besproken, zal de toestand van het aardoppervlak, met name de ruwheid, van invloed zijn op de dispersiecoëfficiënten. Er kan dus worden gesteld, dat de hier voorgestelde dispersiecoëfficiënten in de eerste plaats alleen kunnen worden toegepast bij berekeningen voor een oppervlak overeenkomend met het gebied waar de experimenten zijn uitgevoerd.

Voor gebieden met een andere ruwheid, bijv. stedelijke gebieden, dienen de dispersiecoëfficiënten gemodificeerd te worden. Door o.a. Mc.Elroy [22] zijn dispersie-experimenten uitgevoerd in een stedelijke omgeving. Uit deze studie kan worden geconcludeerd, dat aanvankelijk zowel  $\sigma_y$  als  $\sigma_z$  aanzienlijk groter zijn dan de overeenkomstige waarden voor een minder ruw oppervlak. Naarmate de afstand tot de bron toeneemt, nadert de  $\sigma_y$ -waarde tot de overeenkomstige  $\sigma_y$ -waarde boven een oppervlak met een lage ruwheid. De  $\sigma_z$  blijft voor alle afstanden groter. Een benadering van deze  $\sigma_z$  kan worden gevonden door de  $\sigma_z$ -waarde boven een minder ruw oppervlak te gebruiken, die behoort bij een stabiliteitsklasse verschoven naar de onstabiele kant t.o.v. de heersende stabiliteitsklasse. In veel gevallen wordt over één stabiliteitsklasse verschoven.



## V. DE INVLOED VAN DE MEETDUUR OP DE CONCENTRATIE

Zoals reeds meerdere malen is benadrukt, is één van de grondslagen van het Gaussische pluimmodel de veronderstelling van een stationaire en homogene situatie.

Als in een dergelijke situatie in een punt stroomafwaarts van de bron de concentratie als functie van de meetduur, waarover de concentratie wordt gemeten en gemiddeld, wordt beschouwd, zal gevonden worden dat de concentratie een functie van deze meetduur is. De oorzaak hiervan is, dat de turbulentie opgebouwd gedacht kan worden uit wervels met verschillende tijdschalen. Bij een zekere waarde van de meetduur wordt de pluimverspreiding alleen beheerst door turbulente wervels met een tijdschaal gelijk aan of kleiner dan de meetduur. Wervels met een grotere tijdschaal zullen gedurende de meetperiode de pluim slechts als een geheel verplaatsen. M.a.w., de dispersiecoëfficiënten zijn een functie van de meetduur.

Naarmate de meetduur toeneemt, zal meer van de turbulentie aan de verspreiding bijdragen, totdat op een gegeven moment het gehele turbulente spectrum de verspreiding bepaalt. Dit zal het geval zijn als de meetduur veel groter is dan de tijdschaal (I.13). De dispersiecoëfficiënten zijn dan verder onafhankelijk van de meetduur. De theoretische achtergronden worden nader besproken in [23] en [24].

In de atmosfeer is de situatie enigszins gecompliceerd. Zoals in hoofdstuk III werd besproken, lopen de tijdschalen van de atmosferische fluktuaties ver uiteen, zodat er vrijwel geen periode gedefinieerd kan worden, die als stationair kan gelden. Niettemin is er in hoofdstuk III van uitgegaan, dat de periode van één uur bij benadering als stationair kan worden beschouwd en dit voornamelijk gebaseerd op het bestaan van de "spectral gap".

Voor de verspreiding binnen deze periode van één uur geldt de bovenstaande beschouwing betreffende de afhankelijkheid van de dispersiecoëfficiënten van de meetduur. Als de meetduur echter ongeveer één uur bedraagt, zullen de dispersiecoëfficiënten door het gehele turbulente spectrum binnen dit uur bepaald zijn, zodat verder geen

afhankelijkheid van de dispersiecoëfficiënten van de meetduur verwacht mag worden. De dispersiecoëfficiënten kunnen dus het best op uurlijkse gemiddelden worden gebaseerd.

Toch is het een ervaringsfeit, dat in de atmosfeer de concentratie stroomafwaarts van de bron een functie van de meetduur blijft, als deze groter is dan één uur. Dit is dan het gevolg van de fluktuaties met een tijdschaal groter dan één uur. Deze fluktuaties bestaan in de eerste plaats uit variaties in de horizontale windrichting en windsnelheid. Dit heeft tot gevolg dat gedurende een langere periode de uurgemiddelde windrichting varieert.

Stel dat gedurende één uur de windrichting noord is, zodanig dat de pluimas over een bepaald punt gaat. De volgende uren zal de windrichting anders zijn, zodat het eerdergenoemde punt niet meer onder de pluimas ligt. Wordt er echter van uitgegaan, dat de gemiddelde windrichting gedurende de gehele periode ook noord is, dan zal de concentratie in het beschouwde punt gemiddeld over de gehele periode lager zijn dan de concentratie gemiddeld over het ene uur, dat de windrichting noord was.

In dit stadium is het van belang onderscheid te maken tussen de begrippen absolute en relatieve diffusie. Bij absolute diffusie beschouwt men de verspreiding van de pluim in een vast assenstelsel m.b.t. de bron, als aangenomen wordt dat de bron niet beweegt. Bij relatieve diffusie wordt de verspreiding beschouwd in een assenstelsel met als oorsprong het zwaartepunt van de pluim. In dit geval beweegt het assenstelsel als het ware met de pluim mee.

M.b.t. absolute diffusie is voor de gemiddelde concentratie in een vast punt gedurende een langere periode zowel de oriëntatie van de pluimas als de verspreiding rond de pluimas van belang. De gemiddelde concentratie over een bepaalde periode is in dit geval onafhankelijk van de wijze waarop dit gemiddelde wordt bepaald. D.w.z. stel in een vast punt is de concentratie gemiddeld over een periode  $T_1$  bekend. Gedurende die periode  $T_1$  is in hetzelfde punt ook de concentratie gemiddeld over de periode  $T_2$  bekend ( $T_2 < T_1$ , dus er zijn meerdere perioden  $T_2$  in de periode  $T_1$ ). Als nu de concentraties gemiddeld over de perioden  $T_2$  bij elkaar worden opgeteld en gedeeld door het aantal perioden  $T_2$  en  $T_1$ , zal het resultaat gelijk zijn aan de oorspronkelijke concentratie gemiddeld over  $T_1$ .

M.b.t. relatieve diffusie kan een punt alleen worden gedefinieerd ten opzichte van de gemiddelde pluïmas. In dit geval zal de verspreiding van de pluim ten gevolge van windrichtingsfluctuaties toenemen naarmate de middelingsperiode toeneemt, zodat de concentratie in een punt relatief ten opzichte van de pluïmas zal afnemen naarmate de periode waarover de concentratie in dit punt gemiddeld wordt, toeneemt.

Bovenstaande beschouwingen kunnen als volgt worden samengevat: In het geval van relatieve diffusie is de laterale afmeting van de pluim, ofwel de horizontale dispersiecoëfficiënt  $\sigma_y$ , een funktie van de meetduur, als deze meer dan ca. één uur bedraagt, ten gevolge van de horizontale windrichtingsfluctuatie met een tijdschaal groter dan ca. één uur. Beschouwt men een meetduur kleiner dan ca. één uur, dan moet, zoals besproken, ook de invloed van de turbulentie op de afmetingen van de pluim in beschouwing worden genomen. De over de meetperiode gemiddelde pluim kan uit een sommatie van een aantal uurlijks gemiddelde pluïmen worden verkregen. De concentratie in een vast punt ten opzichte van de over de meetperiode gemiddelde pluïmas zal dus een funtie zijn van de meetduur.

Voor een uitgebreide behandeling van de invloed van de meetduur op de concentratie en voor experimentele gegevens wordt verwezen naar [25]. Uit deze referentie is tabel 3 overgenomen.

## VI. PLUIMSTIJGING

In de meeste gevallen zal bij de verspreiding uit een puntbron rekening moeten worden gehouden met een zekere stijging van de pluim ten gevolge van de vaak hoge uittreettemperatuur en de verticale uittreesnelheid en mogelijk ook ten gevolge van condensatiewarmte. Deze pluimstijging, opgeteld bij de werkelijke schoorsteenhoogte, vormt de zogenaamde effectieve bronhoogte. In hoofdstuk III is afgeleid dat de effectieve hoogte en daarmee de pluimstijging van grote invloed is op de maximale concentratie aan de grond, zodat een zo nauwkeurig mogelijke bepaling van deze pluimstijging gewenst is.

Het probleem van de pluimstijging is zeer ingewikkeld en in de literatuur zijn reeds vele formules voor de berekening van de pluimstijging bekend, terwijl het probleem als geheel nog als onopgelost kan worden beschouwd. Voor een uitvoerig overzicht van de bestaande formules en de experimenten, waaraan deze formules zijn getoetst, wordt verwezen naar [26].

In het kort zal hier een overzicht worden gegeven van de parameters, die voor de pluimstijging van belang zijn. Hierbij wordt ervan uitgegaan, dat de pluim kan worden verdeeld in verschillende stadia.

In het eerste stadium wordt de pluim in de buurt van de bron beschouwd. Er wordt verondersteld dat de pluim met een zekere verticale uittreesnelheid en een zekere uittreettemperatuur, die hoger is dan de omgevingstemperatuur, in de atmosfeer komt. De verticale uittreesnelheid is in de eerste plaats noodzakelijk om neerslaan van de pluim in het zog van de schoorsteen te voorkomen. Een veelgebruikte vuistregel is, dat de uittreesnelheid 1,5 maal de windsnelheid op bronhoogte moet zijn.

De pluim is te beschouwen als een jet van gecontamineerde lucht, die in dit beginstadium ten gevolge van zelf-geïnduceerde turbulentie een grote hoeveelheid lucht van buiten de pluim zal invangen. Hierdoor neemt in korte tijd de omvang van de pluim sterk toe. Dit heeft tot gevolg dat het verticale moment over een grote massa wordt verdeeld, zodat de verticale snelheid ten gevolge van het verticale

uittreemoment aan het einde van dit stadium vrijwel verwaarloosbaar is. Ten gevolge van de ingevangen lucht, die een horizontale snelheid bezit, en de weerstand van de pluim in de gemiddelde stroming zal de pluim afbuigen in horizontale richting. Dit eerste stadium van de pluimstijging is in de meeste gevallen voltooid op ongeveer 3 à 5 schoorsteendiameters van de bron.

Ten gevolge van het temperatuurverschil met de omgeving zal in de pluim de versnelling van de zwaartekracht gedurende het gehele eerste stadium werkzaam zijn. Naarmate de diameter van de schoorsteen en de uittretemperatuur groter worden, m.a.w. naarmate de warmteproductie van de bron groter wordt, zal de invloed van de verticale versnelling gedurende het eerste stadium toenemen. De verticale snelheid ten gevolge van dit effect zal bij een zekere warmteproductie de verticale snelheid ten gevolge van het verticale uittreemoment overheersen. Dit geval, waarbij de pluim in de eerste plaats door dichtheidsverschillen wordt gedreven, treedt op als de warmteproductie van een in de praktijk voorkomende bron meer dan een tiental Megawatt bedraagt.

Na het hierboven besproken eerste stadium volgt nu een tweede stadium, waarin wordt verondersteld dat de pluim zich met een horizontale snelheid beweegt, die gelijk is aan de snelheid van de omgeving. De vergroting van de pluimdiameter geschiedt door turbulente menging, waarbij de turbulentie, die door de pluim zelf wordt geproduceerd, overheerst. In dit stadium is ook de temperatuurgradiënt in de atmosfeer van invloed op de beweging van de pluim.

Aan het einde van het tweede stadium wordt de atmosferische turbulentie van belang bij de verspreiding van de pluim. Dit heeft tot gevolg dat in het derde stadium, dat soms ook wel achterwege blijft, de pluimdiameter zeer snel aangroeit ten gevolge van menging door atmosferische turbulentie.

In het vierde stadium wordt de verspreiding geheel beheerst door atmosferische turbulentie. In dit stadium is het Gaussische pluimmodel van toepassing.

De ontwikkeling van de pluim is hiermee schematisch aangegeven. Voor een meer uitgebreide beschrijving wordt verwezen naar [2] en [27]. Elk stadium van de pluimstijging wordt door meerdere parameters beheerst en er bestaat geen duidelijke overgang tussen de verschillende

stadia. Een volledige theoretische oplossing van de pluimstijging is dan ook tot nu toe niet mogelijk gebleken. Om echter tot een praktisch bruikbare waarde van de pluimstijging te komen, wordt een aantal mogelijkheden beschreven.

Allereerst kan uit observaties van pluimstijgingen uit een groot aantal schoorstenen en een aantal tijdens de observatie bepaalde parameters d.m.v. regressieberekeningen een formule voor de pluimstijging worden geconstrueerd. Het belangrijkste nadeel van een dergelijke methode is, dat deze pluimstijging in de eerste plaats alleen mag worden toegepast op de schoorstenen waarvoor de formule is afgeleid. Ook is de waargenomen pluimstijging sterk afhankelijk van de gebruikte observatietechniek.

Op deze empirische methode zijn de volgende twee pluimstijgingsformules gebaseerd. De formule van Stümke [28]

$$\Delta h = 1/U \left[ 1.5 v_s d + 65 d^{3/2} \left( \frac{\Delta T}{T_s} \right)^{1/4} \right] \quad (\text{VI.1})$$

De formule van Concawe [29]

$$\Delta h = 85.5 Q_H^{1/2} / U^{3/4} \quad (\text{VI.2})$$

In de formules is  $\Delta h$  [m] de pluimstijging,  $d$  [m] de schoorsteen-diameter,  $v_s$  [m/s] de verticale uittreesnelheid,  $\Delta T$  [ $^{\circ}\text{C}$ ] het temperatuurverschil van de pluim met zijn omgeving,  $T_s$  [ $^{\circ}\text{K}$ ] de temperatuur van de uitstroomgassen,  $U$  [m/s] de windsnelheid ter plaatse van de pluim - bij de berekeningen wordt hiervoor de wind op de werkelijke bronhoogte genomen - en  $Q_H$  [Mwatt] is de warmteproduktie van de bron.

Beide formules, waarvoor dus geen theoretische achtergrond bestaat, zijn voor het grootste gedeelte gebaseerd op schoorstenen met een warmteproduktie van ongeveer 10 Mwatt en worden geldig verondersteld onder alle atmosferische omstandigheden. Het gebruik van beide formules moet dan ook worden afgeraden, indien de warmteproduktie van de bron meer dan ongeveer 20 Mwatt bedraagt.

Voor een enkel door dichtheidsverschillen gedreven pluim, d.w.z. voor een bron met een warmteproduktie van meer dan ongeveer 20 Mwatt, bestaat een theorie, zij het dat deze beperkt is tot het tweede stadium van de pluim [2] en [26].

In atmosferisch neutrale omstandigheden kan hiermee voor de pluimstijging worden afgeleid

$$\Delta h = c U^{-1} F^{1/3} x^{2/3} \quad (\text{VI.3})$$

Hierin is  $x$  [m] de afstand tot de bron in de richting van de pluim,  $c$  is een evenredigheidsconstante waarvoor op experimentele basis 1.6 wordt geadviseerd, en  $F$  [ $\text{m}^4/\text{s}^3$ ] is een parameter, die afhangt van de warmteproductie  $Q_H$  [Mwatt] van de schoorsteen.

$$F \approx 9.1 Q_H \quad (\text{VI.4})$$

Uit vergelijking (VI.3) volgt dat onder deze omstandigheden de pluim onbepaald kan blijven stijgen naarmate de afstand tot de bron toeneemt. Dit is in zoverre onredelijk, omdat deze formule alleen geldig is voor het tweede stadium van de pluim. Daarom wordt gesteld dat vergelijking (VI.3) geldig is tot  $x = 3.5 x^*$  [29].

$$\begin{aligned} x^* &= 14 F^{5/8} & F < 55 \\ x^* &= 34 F^{2/5} & F > 55 \end{aligned} \quad (\text{VI.5})$$

Door substitutie van (VI.5) in (VI.3) wordt de uiteindelijke pluimstijging verkregen. De formule is met experimenten getoetst [30].

De formules (VI.3) en (VI.5) worden ook toepasbaar geacht in onstabiele omstandigheden. Voor een atmosfeer met stabiele opbouw echter is de theorie ingewikkelder. M.b.v. een aantal vereenvoudigende veronderstellingen [2] kan worden afgeleid dat de pluimstijging, eveneens alleen in het tweede stadium, wordt gegeven door

$$\Delta h = c \left( \frac{F}{U s} \right)^{1/3} \quad (\text{VI.6})$$

In deze formule is de evenredigheidsconstante  $c$  gelijk aan 2.9. De parameter  $s$  wordt gedefinieerd volgens

$$s = \frac{g}{T_0} \frac{d\theta}{dz} \quad (\text{VI.7})$$

Hierin is  $g$  [ $m/s^2$ ] de versnelling van de zwaartekracht,  $T_0$  [ $^{\circ}K$ ] de omgevingstemperatuur en  $d\theta/dz$  de gradiënt van de potentiële temperatuur, die voor alle praktische doeleinden gelijk is aan

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{dT_0}{dz} + 0.01 \text{ } ^{\circ}C/m \quad (VI.8)$$

Als  $s$  gelijk is aan nul, is per definitie de atmosfeer neutraal en geldt dus vergelijking (VI.3) voor de pluimstijging.

In klimatologisch opzicht is de potentiële temperatuurgradiënt gelijk aan  $0.004 \text{ } ^{\circ}C/m$ , zodat  $s$  ongelijk is aan nul.

$$s \sim 1.3 \cdot 10^{-4} \quad (VI.9)$$

In een aktuele situatie wordt van (VI.3), (VI.5) en (VI.6), (VI.9) de kleinste pluimstijging gekozen.

Voor het geval van pluimstijging veroorzaakt door het verticale uittreemoment, geldt dat de pluimstijging voor het grootste gedeelte is voltooid in het eerste stadium. Voor de pluimstijging wordt vaak de volgende formule gegeven:

$$\Delta h = c \frac{v}{U} d \quad (VI.10)$$

Volgens [26] moet de evenredigheidsconstante gelijk aan  $c = 3$  worden gesteld.



VII. MENGLAAG

Uit formule (III.1) blijkt, dat met toenemende afstand tot de bron de dispersie in de verticale richting onbeperkt is. Dit kan niet in overeenstemming zijn met de realiteit. In de praktijk blijft het te verspreiden materiaal in eerste instantie beperkt tot een laag in de buurt van het aardoppervlak: de zogenaamde menglaag. De dikte van deze laag is sterk afhankelijk van de meteorologische omstandigheden en zal een grote invloed hebben op de concentratie aan de grond. Voor het geval van een menglaagdikte van de orde van de schoorsteenhoogte is de maximale concentratie aan de grond ca. een faktor 2 hoger dan de concentratie zonder menglaag. Voor nadere details voor wat betreft de menglaag wordt verwezen naar [15].

De menglaag kan in het Gaussische pluimmodel worden gebracht door op een hoogte L boven het aardoppervlak een grens aan te brengen, waarvoorbij geen dispersie kan plaatsvinden. Formeel kan de oplossing van het Gaussische pluimmodel bij aanwezigheid van een menglaag worden gevonden door vergelijking (II.16) op te lossen, met als extra randvoorwaarde dat ter plaatse van de menglaag  $z = L$  de verticale materiaalflux:  $K_z \partial \chi / \partial z$  gelijk aan nul wordt. De oplossing luidt

$$\chi = \frac{Q}{\sqrt{2\pi} LU\sigma_y} \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} 2 \cos \frac{n\pi H}{L} \cos \frac{n\pi z}{L} e^{-\frac{n^2\pi^2}{2L^2} \sigma_z^2} \right\} e^{-y^2/2\sigma_y^2} \quad (\text{VII.1})$$

Uit deze vergelijking volgt, dat in de limiet  $x \rightarrow \infty$  de concentratie nadert tot

$$\chi = \frac{Q}{\sqrt{2\pi} LU\sigma_y} e^{-y^2/2\sigma_y^2} \quad (\text{VII.2})$$

Deze vergelijking betekent, dat de concentratie uniform verdeeld is over de menglaag L.

Dicht bij de bron is formule (VII.1) minder geschikt. M.b.v. de Poisson-sommatieformule kan de concentratieverdeling in een andere vorm worden gebracht:

$$\chi = \frac{Q}{2\pi\sigma_y\sigma_z U} e^{-y^2/2\sigma_y^2} \left\{ e^{-\frac{(z+H)^2}{2\sigma_z^2}} + e^{-\frac{(z-H)^2}{2\sigma_z^2}} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( e^{-\frac{(z-2nL+H)^2}{2\sigma_z^2}} + e^{-\frac{(z-2nL-H)^2}{2\sigma_z^2}} + e^{-\frac{(z+2nL-H)^2}{2\sigma_z^2}} + e^{-\frac{(z+2nL+H)^2}{2\sigma_z^2}} \right) \right\} \quad (\text{VII.3})$$

Deze vergelijking kan ook direkt worden afgeleid door de bron zowel t.o.v. de menglaag als t.o.v. het aardoppervlak te reflecteren.

Uit vergelijking (VII.3) volgt in de limietovergang  $L \rightarrow \infty$  vergelijking (III.1) voor de concentratieverdeling.

Bij de berekening van de concentratieverdeling in aanwezigheid van een menglaag kan van de reeksen in de vergelijking (VII.1) en (VII.3) slechts een eindig aantal termen worden meegenomen. Als  $\sigma_z/L \geq 1.3$  is de uniforme verdeling van de concentratie over de menglaag (VII.2) een goede benadering. Als  $0.8 \leq \sigma_z/L \leq 1.3$ , is het voldoende in de vergelijking (VII.1) alleen de term voor  $n=1$  mee te nemen. Als  $0.6 \sqrt{(1 - \frac{H}{L})} \leq \sigma_z/L \leq 0.8$ , kan de concentratie zeer goed worden benaderd met vergelijking (VII.3), waarbij de reeks na  $n=1$  wordt afgebroken. Indien de concentratie voor een ander niveau dan  $z=0$  wordt berekend, verdient het aanbeveling de reeks pas af te breken na  $n=2$ . Als  $\sigma_z/L \leq 0.6 \sqrt{(1 - \frac{H}{L})}$ , kan worden volstaan met de concentratieverdeling in een onbegrensde atmosfeer (III.1).

Bij bovenstaande regels wordt ervan uitgegaan dat de effectieve schoorsteenhoogte lager is dan de menghoogte. In hoofdstuk VI is de effectieve schoorsteenhoogte  $H$  gedefinieerd als de werkelijke schoorsteenhoogte  $h$  vermeerderd met de pluimstijging  $\Delta h$ . Is de menglaaghoogte  $L < h$ , dan wordt aangenomen dat de totale pluim zich boven de menglaag bevindt en de grond niet meer zal bereiken, tenzij er zich verschijnselen zoals fumigatie [15] voordoen, waarmee in het stationaire Gauss-model geen rekening kan worden gehouden. Verder wordt

aangenomen, dat als de  $L < 2/3 H$ , de pluim door de begrenzing van de menglaag heen zal breken en verder de grond niet meer zal bereiken. Als  $2/3 H < L < H$ , wordt de effectieve schoorsteenhoogte gelijk aan de hoogte van de menglaag gesteld [31].

De hoogte van de menglaag is afhankelijk van een groot aantal parameters, zoals windsnelheid, straling, tijd van het jaar en de dag. Een berekening van de menglaag op elk tijdstip is tot nu toe niet mogelijk gebleken. Een schatting echter van de menglaag kan worden verkregen volgens de methode van Holsworth [32]. Met deze methode kan uit de radiosondeopstijging van 1200 GMT en de maximale grondtemperatuur een benadering van de maximale menglaaghoogte worden gevonden, die dan kan worden toegepast in de berekeningen volgens het Gaussische pluimmodel.

### VIII. DE WINDSNELHEID IN HET GAUSSISCHE PLUIMMODEL

De definitie van de windsnelheid in vergelijking (III.1) levert in de atmosfeer moeilijkheden op, omdat de windsnelheid een functie is van de hoogte boven het aardoppervlak. In de afleiding van het Gaussische pluimmodel is namelijk uitgegaan van een homogene en stationaire situatie, waarin per definitie de windsnelheid overal dezelfde is.

Een keuze van een windsnelheid in formule (III.1) is tamelijk willekeurig. Een voorwaarde behoort te zijn, dat de wind representatief is voor het transport van de pluim. In de buurt van de bron leidt deze overweging tot de keuze van de wind op schoorsteenhoogte. Op een grotere afstand van de bron is een gemiddelde windsnelheid over de verticale pluimdoorsnede het meest geschikt.

Tevens dient te worden opgemerkt, dat in de vergelijkingen van het Gaussische pluimmodel (III.1) e.a. de windsnelheid in de noemer voorkomt. Bij het bepalen van een gemiddelde windsnelheid dient daarom het gemiddelde van  $1/U$  te worden bepaald en dus niet het gemiddelde van  $U$ . Dat tussen beide gemiddelden aanzienlijke verschillen kunnen bestaan volgt uit figuur 7.

De volgende keuze wordt gemaakt. Bij het gebruik van de dispersiecoëfficiënten volgens Pasquill-Gifford wordt de windsnelheid op werkelijke bronhoogte  $h$  toegepast. Deze windsnelheid kan uit de wind op 10 m hoogte worden bepaald, als wordt aangenomen dat het windprofiel met een machtwet kan worden beschreven met de volgende formule:

$$U_h = U_{10} (h/10)^p \quad (\text{VIII.1})$$

De exponent  $p$  is een functie van de stabiliteitsklasse en de ruwheid. Voor zeer vlak terrein (een ruwheidslengte van enkele centimeters) geldt de volgende schatting: A,B  $p = 0.1$ ; C,D  $p = 0.16$ ; E,F  $p = 0.3$ . In actuele gevallen zijn niettemin grote variaties in de  $p$ -exponenten mogelijk.

Als gebruik wordt gemaakt van de dispersiecoëfficiënten volgens Singer en Smith, wordt gerekend in de buurt van de bron met een windsnelheid op schoorsteenhoogte, overgaande in een gemiddelde windsnelheid over de pluimdoorsnede [33]. Deze windsnelheid wordt bepaald door de vergelijking van de windsnelheid (VIII.1) te vermenigvuldigen met de concentratieverdeling (III.1) voor  $H = 0$  en  $Q = 1$  en daarna te integreren voor  $0 < z < \infty$  en  $-\infty < y < \infty$ . Dan volgt na enig rekenwerk

$$U = U_{10} (z^*/10)^p, \quad z^* = \sigma_z \sqrt{2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\pi}} \Gamma \left( \frac{p+1}{2} \right) \right\}^{1/p} \quad (\text{VIII.2})$$

Hierin is  $\Gamma$  de gammafunctie. Voor de hierbovengenoemde waarden van  $p$  volgt bij benadering

$$U = U_{10} (0.6 \sigma_z / 10)^p \quad (\text{VIII.3})$$

Deze formule wordt alleen gebruikt als  $0.6 \sigma_z > h$ . Wanneer  $0.6 \sigma_z < h$ , wordt van vergelijking (VIII.1) gebruikgemaakt.

Als een menglaag wordt toegepast, is de verticale uitbreiding van de pluim beperkt. Wanneer  $0.6 \sigma_z < \frac{1}{2} L$ , wordt vergelijking (VIII.3) toegepast en als  $0.6 \sigma_z > \frac{1}{2} L$ , wordt de volgende vergelijking voor de windsnelheid gebruikt:

$$U = U_{10} (\frac{1}{2} L / 10)^p \quad (\text{VIII.4})$$

IX. DE PUNTBRONBENADERING IN DE REALITEIT

Bij de afleiding van het Gaussische pluimmodel volgens (III.1) is uitgegaan van een ideale puntbron, d.w.z. een bron zonder afmetingen en met een oneindige aanvangsconcentratie, hetgeen uit vergelijking (III.1) volgt in de limietovergang  $x \rightarrow 0$  en  $z \rightarrow H$ .

Een werkelijke bron zal altijd eindige afmetingen hebben, zodat vergelijking (III.1) dus niet kan opgaan in de buurt van de bron. Verwacht mag echter worden, dat reeds na een tiental brondiameters de concentratieverdeling volgens (III.1) een goede benadering van de werkelijkheid vormt.

In de meeste gevallen zal in de emissie uit een reële bron het te verspreiden materiaal reeds in een eindige concentratie aanwezig zijn. D.w.z. dat de bron behalve het te verspreiden materiaal ook een zeker debiet - m.a.w. het volume per tijdseenheid uit de bron - in de atmosfeer emitteert, dat soms zeer aanzienlijk kan zijn. Met dit debiet en dus met de eindige aanvangsconcentratie wordt in (III.1) geen rekening gehouden, zodat (III.1) voornamelijk in de buurt van de bron geen juiste resultaten zal opleveren. Voor voldoende kleine afstand  $x$  volgt zelfs, dat de concentratie volgens (III.1) groter is dan de aanvangsconcentratie, hetgeen onmogelijk is.

Tussen het debiet  $\dot{m}$  uit de bron, de aanvangsconcentratie  $\chi_s$  en de bronsterkte  $Q$  bestaat het volgende verband

$$Q = \chi_s \dot{m} \quad (\text{IX.1})$$

Er wordt gesteld dat de concentratieverdeling volgens (III.1) alleen een juiste benadering vormt, als het totale transport  $\dot{v}$  door een pluimdoorsnede veel groter is dan  $\dot{m}$ . Als wordt verondersteld dat de pluimdoorsnede een ellips is, waarvan de halve assen evenredig zijn met  $\sqrt{2}\sigma_y$  en  $\sqrt{2}\sigma_z$ , geldt voor de volumestroom  $\dot{v}$

$$\dot{v} = 2\pi \sigma_y \sigma_z U \quad (\text{IX.2})$$

Dit resultaat voor de pluimdoorsnede wordt eveneens verkregen als de concentratieverdeling wordt benaderd door het zogenaamde "hoge hoed" profiel, d.w.z. een constante concentratie over de pluimdoorsnede.

De voorwaarde voor de toepasbaarheid van (III.1) is nu  $\dot{m}/\dot{v} \ll 1$ .

Voor de concentratie op pluimas  $\chi_a$  volgens (III.1) volgt met (IX.1) en (IX.2)

$$\chi_a / \chi_s \sim \dot{m} / \dot{v} \quad (\text{IX.3})$$

De voorwaarde  $\dot{m}/\dot{v} \ll 1$  levert dus tevens, dat  $\chi_a \ll \chi_s$ , hetgeen in overeenstemming is met het feit dat de concentratie langs de pluimas altijd kleiner moet zijn dan de aanvangsconcentratie.

De faktor  $\dot{m}/\dot{v}$  geeft dus aan in hoeverre het Gaussische pluimmodel een goede benadering vormt voor de verspreiding van de emissie uit een praktische bron. Als men er bijvoorbeeld van uitgaat dat het model slechts toepasbaar is als  $\dot{m}/\dot{v} < 0.01$ , dan volgt voor een bron met  $\dot{m} = 100 \text{ m}^3/\text{s}$  (bijv. een schoorsteendiameter  $d = 3 \text{ m}$  en een uitstroomsnelheid  $v_s = 12 \text{ m/s}$ ), een windsnelheid van  $4 \text{ m/s}$  en de Pasquill-Gifford dispersiecoëfficiënten voor stabiliteitsklasse D, dat het model slechts geldig is voor afstanden tot de bron groter dan circa  $400 \text{ m}$ . Uit (IX.3) volgt dat het Gaussische pluimmodel onaanvaardbare resultaten zal leveren als  $\dot{m}/\dot{v} > 1$ . Voor hetzelfde voorbeeld als hierboven volgt dan, dat het Gaussische pluimmodel niet mag worden toegepast voor afstanden tot de bron kleiner dan ca.  $40 \text{ m}$ . Deze afstanden zijn afhankelijk van de definitie van  $\dot{v}$  (IX.2), maar kwalitatief is hiermee toch een juiste indruk van de praktische toepasbaarheid van het Gaussische pluimmodel verkregen.

De puntbronvergelijking kan dus niet worden toegepast te dicht in de buurt van een bron met een eindige aanvangsconcentratie. Eventueel kan een correctie voor dit effect worden toegepast.

De eerste correctiemogelijkheid bestaat uit de keuze van een zogenaamde virtuele oorsprong voor de x-coördinaat. De virtuele oorsprong wordt zodanig bepaald, dat de concentratie volgens (III.1) ter plaatse van de bron gelijk wordt aan de aanvangsconcentratie.

De tweede mogelijkheid bestaat uit de volgende modificatie van vergelijking (III.1)

$$\chi = \frac{Q}{2\pi\sigma_y\sigma_z U + \dot{m}} \cdot e^{-y^2/2\sigma_y^2} \left( e^{-\frac{(z-H)^2}{2\sigma_z^2}} + e^{-\frac{(z+H)^2}{2\sigma_z^2}} \right) \quad (\text{IX.4})$$

Ter plaatse van de bron  $z = H$ ,  $y = 0$  en  $x \rightarrow 0$  volgt uit deze vergelijking met (IX.1) dat  $\chi = \chi_s$ . De invloed van de faktor  $\dot{m}/\dot{v}$  is in deze formule duidelijk.

## X. VERLIESPROCESSEN IN HET GAUSSISCHE PLUIMMODEL

Bij de afleiding van de vergelijking voor het Gaussische pluimmodel in hoofdstuk III is uitgegaan van een volledige reflectie aan de grond. M.a.w., de totale hoeveelheid te verspreiden materiaal blijft voortdurend in de atmosfeer aanwezig. In de praktijk zal er echter verlies van materiaal optreden door bijvoorbeeld chemische reacties, uitregenen, uitwassen en depositie aan de grond. Eerst wordt nader ingegaan op het verlies door depositie aan de grond.

De fysische aspecten van het proces van depositie zijn ingewikkeld, omdat verschillende parameters een rol spelen. Het turbulente transport van materiaal in de buurt van het oppervlak zal een zeer grote invloed op de depositie hebben. Zeer dicht in de buurt van het oppervlak zullen echter moleculaire effecten de depositie beheersen. Verder zullen ook de aard en de toestand van het oppervlak, maar ook de aard van het te verspreiden materiaal van belang zijn bij de depositie. Voor een nadere bespreking van de fysische achtergronden van depositie wordt verwezen naar [34].

De invloed van de depositie op het Gaussische pluimmodel kan op de volgende wijze worden benaderd [14]. De depositie wordt gegeven door

$$\omega = v_d \chi_0 \quad (X.1)$$

Hierin is  $\omega$  ( $\text{gr m}^2/\text{s}$ ) de verticale materiaalflux aan het oppervlak,  $\chi_0$  ( $\text{gr}/\text{m}^3$ ) is de concentratie voor  $z = 0$  en  $v_d$  ( $\text{m}/\text{s}$ ) is per definitie de depositiesnelheid. De depositiesnelheid is een functie van de hierboven besproken fysische factoren. In het geval van de verspreiding van  $\text{SO}_2$  is de depositiesnelheid van de orde

$$v_d \sim 0.01 \text{ m/s} \quad (X.2)$$

Er wordt verondersteld dat de depositie geen invloed heeft op de concentratieverdeling als functie van  $z$  volgens (III.1), maar alleen een aanpassing van de bronsterkte  $Q$  als functie van de afstand tot gevolg heeft, zodanig dat steeds aan continuïteit wordt voldaan. M.a.w. de bronsterkte  $Q$  wordt vervangen door een virtuele bronsterkte



$Q^*(x)$ , die een funktie is van de afstand  $x$  tot de bron en die afhankelijk is van de hoeveelheid materiaal, die over die over de afstand  $x$  is gedeponeed.

Voor deze virtuele bronsterkte  $Q^*(x)$  kan de volgende vergelijking worden afgeleid door integratie van (II.16)

$$\frac{d}{dx} Q^*(x) = - \int_{-\infty}^{\infty} \omega(x,y) dy \quad (X.3)$$

Substitutie van (X.1) en (III.1) in deze vergelijking levert:

$$Q^*(x) = Q \left\{ \exp \left( \int_0^x \frac{dx}{\sigma_z \cdot \frac{H^2}{2\sigma_z^2}} \right) \right\}^{-\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{v_d}{U}} \quad (X.4)$$

Hierin is  $Q$  de werkelijke bronsterkte. Substitutie van  $Q^*$  in (III.1) op de plaats van  $Q$  geeft dan de invloed van depositie op het Gaussische pluimmodel. De depositie zelf volgt uit (X.1).

Er wordt verondersteld dat de overige verliesprocessen beschreven kunnen worden door het invoeren van een halfwaarde-tijd  $\Lambda$ . Toepassing van deze halfwaarde-tijd leidt weer tot een virtuele bronsterkte  $Q^*(x)$ , die gegeven wordt door

$$Q^* = Q \exp(-\Lambda x/U) \quad (X.5)$$

Hierin is  $Q$  weer de werkelijke bronsterkte. Substitutie van  $Q^*$  in (III.1) geeft de invloed van deze verliesprocessen op het Gaussische pluimmodel.

## XI. OPPERVLAKTEBRON

In de voorgaande hoofdstukken is duidelijk geworden dat de verspreiding uit een puntbron met het Gaussische pluimmodel redelijk kan worden beschreven, mits aan een aantal voorwaarden is voldaan. Als de verspreiding uit een groot aantal kleine bronnen, bijvoorbeeld huisbrand in stedelijke gebieden wordt beschouwd, is een beschrijving met behulp van afzonderlijke pluimberekening vrijwel onmogelijk m.b.t. de benodigde rekentijd. Het detail in het verspreidingspatroon, dat bij een dergelijke berekening zou worden bepaald, zou in geen geval betrouwbaar zijn, omdat in stedelijke gebieden op kleine schaal zoveel storende invloeden aanwezig zijn, dat de geldigheid van het Gaussische pluimmodel op een dergelijke schaal in twijfel kan worden getrokken. Slechts de berekening van een gebiedsgemiddelde met het Gaussische pluimmodel zou hier zinvol zijn.

Om tot een meer efficiënte berekening te komen van het verspreidingspatroon van dergelijke brongebieden, is een aantal zogenaamde oppervlaktebron-modellen ontwikkeld. De meest belangrijke van deze modellen zijn gegeven in [31], [35] en [36]. De modellen zijn vrijwel alle gebaseerd op het Gaussische pluimmodel, zodat deze aan de voorwaarden, die voor het Gaussische pluimmodel moeten gelden, moeten voldoen. Er kan daarom worden gesteld, dat met deze modellen slechts een gebiedsgemiddelde concentratie in een stedelijke omgeving kan worden bepaald.

Hoewel de complexiteit van de modellen sterk verschilt, ontlopen de resultaten van de verschillende modellen elkaar niet veel. Er wordt hier daarom alleen verder ingegaan op het meest eenvoudige toepasbare model, namelijk het vereenvoudigde ATDL-model van Gifford en Hanna [37]. In dit model wordt de oppervlaktebron verdeeld in een aantal vierkanten, waarvan de zijde van de orde van 1 km is. Er wordt in eerste instantie van uitgegaan dat binnen de oppervlaktebron de concentratie in elk vierkant slechts wordt bepaald door de emissie in het vierkant zelf en niet door de emissie in de omliggende vierkanten. Gifford en Hanna vonden nu dat deze concentratie alleen gecorreleerd was met de windsnelheid. Voor de vergelijking van de

concentratie binnen een vierkant wordt nu gevonden

$$\chi = C \ q/U \quad (XI.1)$$

Hierin is  $q$  [gr/m<sup>2</sup>s] de sterkte van de oppervlaktebron. De evenredigheidsconstante  $C$  is een zwakke functie van de stabiliteitsklasse en de grootte van de oppervlaktebron. In [37] wordt voor SO<sub>2</sub> gevonden:  $C = 50$  met een standaarddeviatie van 25.

De concentratieverdeling buiten het gebied van de oppervlaktebron kan worden beschreven m.b.v. een zogenaamde virtuele puntbron [38]. De uitworp van elk vierkant wordt geconcentreerd in een puntbron in het midden van het vierkant. De concentratieverdeling buiten de oppervlaktebron wordt nu berekend met deze puntbron volgens (III.1). De initiële verspreiding binnen de oppervlaktebron kan in rekening worden gebracht door het toepassen van een virtuele oorsprong van de  $x$ -coördinaat bij de berekening van de dispersiecoëfficiënten. Deze virtuele oorsprong kan zodanig worden gekozen, dat de concentratie ter plaatse van de puntbron gelijk is aan de concentratie volgens (XI.1).

## XII. FOUTENBRONNEN IN HET GAUSSISCHE PLUIMMODEL

Als in een praktisch geval de verspreiding uit een puntbron wordt berekend met behulp van (III.1) en wanneer daarna de resultaten worden vergeleken met metingen, zullen zich in de meeste gevallen verschillen tussen de gemeten en berekende concentraties voordoen. Als in eerste instantie voorbijgegaan wordt aan eventuele fouten in de metingen, zijn deze verschillen te wijten aan fouten in het Gaussische pluimmodel. Op een aantal van deze mogelijke fouten zal hier nader worden ingegaan.

De fouten zijn te onderscheiden in meteorologische en niet-meteorologische fouten. De belangrijkste niet-meteorologische fouten zijn de fouten in de bron-parameters: fouten in de bronsterkte, de warmteproduktie, de uittreettemperatuur etc. Deze parameters kunnen in veel gevallen slechts bij benadering worden vastgesteld. Met deze fouten, die in de meeste gevallen moeilijk zijn af te schatten, moet bij de interpretatie van de resultaten van concentratieberekeningen met het Gaussische pluimmodel terdege rekening worden gehouden.

Tot de meteorologische fouten kan gerekend worden, dat in de meeste praktische situaties niet aan de basisvoorwaarden van het Gaussische pluimmodel wordt voldaan: stationariteit en homogeniteit. Op deze basisveronderstellingen van het Gaussische pluimmodel is voor wat betreft toepassingen in de atmosfeer in hoofdstuk III nader ingegaan. Het is niet mogelijk een schatting te geven van de fouten, die ten gevolge hiervan worden gemaakt.

Een andere bron van meteorologische fouten is het feit, dat de in het model gebruikte meteorologische gegevens, zoals windsnelheid en windrichting, slechts afgeronde waarnemingen zijn. Zo wordt de windsnelheid afgerond op een geheel aantal knopen ( $1 \text{ knoop} \approx 0.5 \text{ m/s}$ ) en de windrichting wordt afgerond op tientallen graden. Vooral de afrondingsfout in de windrichting kan een aanzienlijke invloed hebben op de berekende concentraties.

De verspreiding wordt berekend met behulp van een volgens stabiliteitsklasse ingedeelde dispersiecoëfficiënt. De stabiliteitsklasse, die een maat moet geven voor de atmosferische turbulentie, wordt

gedefinieerd met een aantal eenvoudige weerparameters. Op deze manier kan een voor alle gevallen juiste classificatie voor de atmosferische turbulentie niet worden verkregen, zodat de mogelijkheid bestaat dat in een bepaald geval de verkeerde stabiliteitsklasse en dus ook de verkeerde dispersiecoëfficiënt voor de berekening gekozen wordt. Zelfs binnen één stabiliteitsklasse hebben de mogelijke atmosferische situaties een grote spreiding. De dispersiecoëfficiënt voor een klasse is dan ook niet meer dan een gemiddelde over een groot aantal mogelijke gevallen, zodat in actuele situaties een groot verschil met de werkelijke dispersiecoëfficiënten kan optreden. Deze fouten in de dispersiecoëfficiënt kunnen tot grote fouten in de berekende concentratie leiden.

De in hoofdstuk VI berekende pluimstijging geeft slechts een gemiddelde waarde van de pluimstijging. Fouten in de pluimstijging leiden tot fouten in de effectieve bronhoogte. Zoals mede volgt uit vergelijking (III.5) kunnen hierdoor aanzienlijke fouten in de berekende concentratie worden gemaakt.

Uit het bovenstaande volgt dat bij een concentratieberekening met behulp van het Gaussische pluimmodel een groot aantal moeilijk te corrigeren fouten kunnen worden gemaakt. Hierdoor kunnen de berekende concentraties soms meerdere factoren afwijken van de juiste concentraties.

Geconcludeerd moet dus worden, dat het Gaussische pluimmodel volgens (III.1), dat in de atmosfeer alleen gedurende een korte periode in de orde van één uur kan worden toegepast, in de meeste gevallen geen bruikbare resultaten zal opleveren.

Er wordt nu verwacht, dat de grote afwijkingen in de concentraties a.h.w. zullen uitmiddelen, als de concentratieverdeling gemiddeld over een langere periode - in de orde van een seizoen, een jaar - wordt beschouwd. De formulering van het Gaussische pluimmodel voor dit geval zal in het volgende hoofdstuk worden besproken.

XIII. DE CONCENTRATIEVERDELING GEMIDDELD OVER EEN LANGE PERIODE

Bij de afleiding van dit zogenaamde lange-termijn-model wordt ervan uitgegaan, dat gedurende een zekere periode vergelijking (III.1) geldig is. Voor deze periode wordt m.b.v. hoofdstuk III één uur gekozen. Het lange-termijn-model wordt dan gevonden door vergelijking (III.1) te vermenigvuldigen met de frekwentiefunctie van de windrichting, de windsnelheid en de stabiliteitsklasse. Integratie of sommatie over deze parameters geeft dan de concentratieverdeling, gemiddeld over de termijn waarvoor de frekwentiefunctie is bepaald. Op deze afleiding wordt nu nader ingegaan.

De concentratieverdeling volgens het Gaussische pluimmodel (III.1) voor  $z = 0$  kan op de volgende manier in poolcoördinaten worden herschreven:

$$\chi(r, \theta) = \frac{Q}{\pi \sigma_y \sigma_z U} e^{-H^2/2\sigma_z^2} e^{-\frac{r^2 \operatorname{tg}^2(\theta - \varphi)}{2\sigma_y^2}} \quad (\text{XIII.1})$$

Hierin is  $\varphi$  de hoek van de pluimas t.o.v. een willekeurige as  $\varphi = 0$  en  $r, \theta$  zijn de coördinaten t.o.v. de bron van een willekeurig punt. De dispersiecoëfficiënten  $\sigma_y$  en  $\sigma_z$  en - als verliesprocessen beschouwd worden - ook de virtuele bronsterkte  $Q^*$  zijn een functie van de coördinaat  $r$ . Vermenigvuldiging van (III.1) met de frekwentiefunctie van de windrichting, bij een bepaalde windsnelheid en stabiliteitsklasse  $f(\varphi)$  en integratie over alle richtingen, levert de gemiddelde concentratie

$$\chi = \frac{Q}{\pi \sigma_y \sigma_z U} e^{-H^2/2\sigma_z^2} \int_{\pi}^{\pi} f(\varphi) e^{-\frac{r^2 \operatorname{tg}^2(\theta - \varphi)}{2\sigma_y^2}} d\varphi \quad (\text{XIII.2})$$

Omdat alle hoeken worden gemeten vanuit een willekeurige as, kan het resultaat voor  $\theta = 0$  worden toegepast voor een willekeurige  $\theta$ .

Veronderstel dat  $r$  voldoende groot is. M.a.w. de hiernavolgende afleiding is niet geldig te dicht bij de bron. Er kan dan worden afgeleid, dat de bijdrage aan de integraal voor  $|\varphi| > \varphi_0$  verwaarloosbaar is. De hoek  $\varphi_0$  is een functie van  $r$ , zodanig dat  $\varphi_0$  afneemt naarmate  $r$  toeneemt. Dan volgt voor (III.2)

$$\chi = \frac{Q}{\pi \sigma_y \sigma_z U} e^{-\frac{H^2}{2\sigma_y^2} - \frac{r^2 \varphi^2}{2\sigma_y^2}} \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} f(\varphi) e^{-\frac{r^2 \varphi^2}{2\sigma_y^2}} d\varphi \quad (\text{XIII.3})$$

Hierin is  $\tan \varphi$  vervangen door  $\varphi$ , een goede benadering voor kleine waarden van  $\varphi$ . Door toepassing van een Taylor-expansie van  $f(\varphi)$  rond  $f(0)$  volgt

$$\chi = \frac{2Q}{\sqrt{2\pi} r \sigma_z U} e^{-\frac{H^2}{2\sigma_z^2} - \frac{r^2 \varphi_0^2}{2\sigma_y^2}} f(0) \left\{ \operatorname{erf} \left( \frac{r \varphi_0}{\sqrt{2} \sigma_y} \right) + \frac{\sigma_y}{\sqrt{2} r} \frac{\max f'}{f(0)} \left[ 1 - e^{-\frac{r^2 \varphi_0^2}{2\sigma_y^2}} \right] \right\} \quad (\text{XIII.4})$$

Hierin is  $\max f'$  de maximale waarde van  $f'(\varphi)$  in het interval  $|\varphi| \leq \varphi_0$ . Veronderstel dat voor voldoende grote  $r$  geldt:  $\sigma_y/r \ll 1$  en  $r\varphi_0/\sqrt{2}\sigma_y \gg 1$  - dus  $\varphi_0$  mag niet te klein worden - dan volgt

$$\chi = \frac{2Q}{\sqrt{2\pi} r \sigma_z U} f(\theta) e^{-\frac{H^2}{2\sigma_z^2}} \quad (\text{XIII.5})$$

Hierbij is gebruikgemaakt van het feit dat  $\theta$  is gedefinieerd t.o.v. een willekeurige as. Uit (XIII.5) volgt dat de concentratieverdeling dezelfde vorm heeft als de windrichtingsfrekwentie. Fysisch betekent dit, dat op voldoende grote afstand van de bron de pluim zo slank is, dat alleen de bijdrage aan de concentratie langs de pluimas van belang is. Deze afleiding staat bekend als de slanke pluimbenadering [39].

Hierboven is de afleiding uitgevoerd voor één windsnelheid en één stabiliteitsklasse. De frekwentiefunctie kan echter worden uitgebreid tot meerdere windsnelheden en stabiliteitsklassen. Veronderstel dat de frekwentiefunctie is gegeven voor  $N$  windsnelheden en  $S$  stabiliteitsklassen:  $f(\theta, S, N)$ . De gemiddelde concentratie volgt dan uit

(XIII.5) door een sommatie over alle klassen.

$$\chi(r, \theta) = \sum_S \sum_N \frac{2Q}{\sqrt{2\pi} \sigma_{zS} U_N r} f(\theta, S, N) e^{-\frac{H_{N,S}^2}{2\sigma_{zS}^2}} \quad (\text{XIII.6})$$

Hierin is de  $U_N$  de representatieve windsnelheid voor windsnelheidsklasse  $N$ .

De frekwentiefunctie is in de meeste gevallen niet als continue functie van  $\theta$  bekend, zo wordt bij synoptische waarnemingen de wind afgerond naar tientallen graden. Hieruit volgt dat de frekwentiefunctie van de windrichting slechts bekend is in de volgende vorm:

$$F(\theta_i) = \int_{\theta_i - \varepsilon/2}^{\theta_i + \varepsilon/2} f(\theta) d\theta \quad \text{met} \quad \sum_{i=1}^{2\pi/\varepsilon} F(\theta_i) = 1 \quad (\text{XIII.7})$$

Hierin is  $F(\theta_i)$  de frekwentie, dat de windrichting zich in een interval ter grootte  $\varepsilon$  rond de richting  $\theta_i$  bevindt. In de praktijk wordt voor  $\varepsilon$  vaak  $30^\circ$  gekozen. Als wordt verondersteld dat de frekwentiefunctie binnen een interval constant is en gelijk aan  $f(\theta_i)$ , dan volgt:

$$F(\theta_i) = \varepsilon f(\theta) \quad \text{voor} \quad \theta_i - \frac{\varepsilon}{2} \leq \theta \leq \theta_i + \frac{\varepsilon}{2} \quad (\text{XIII.8})$$

Substitutie in (XIII.6) levert dan de meest gebruikte vergelijking voor de lange termijn gemiddelde concentratie.

$$\chi(\theta, r) = \sum_S \sum_N \frac{2Q}{\sqrt{2\pi} \sigma_{zS} U_N \varepsilon r} F(\theta_i, S, N) e^{-\frac{H_{N,S}^2}{2\sigma_{zS}^2}} \quad (\theta_i - \frac{\varepsilon}{2} < \theta < \theta_i + \frac{\varepsilon}{2}) \quad (\text{XIII.9})$$

Een voorwaarde voor toepassing van deze vergelijking is, dat moet gelden  $\varepsilon > \varphi_0$ .

Vergelijking (XIII.9) geeft binnen een interval ter grootte  $\varepsilon$ , als functie van  $r$ , een uniforme concentratieverdeling met de richting. Op de grens tussen twee intervallen zal dus in de meeste gevallen de concentratie een discontinuïteit vertonen, hetgeen natuurlijk niet in overeenstemming is met de in werkelijkheid optredende concentratie-



verdeling. De berekende concentratieverdeling kan op de volgende manier worden verbeterd.

Door substitutie van een Taylor-expansie voor de functie  $f(\theta)$  rond  $f(\theta_i)$  in (XIII.7) volgt uit een integratie dat  $F(\theta_i)/\varepsilon$  een tweede-orde benadering vormt van  $f(\theta)$  ter plaatse  $\theta = \theta_i$ . D.w.z. de fout is kwadratisch in  $\varepsilon$ . Door nu tussen de hoeken  $\theta_i$  en  $\theta_{i+1}$  de waarden  $F(\theta_i)/\varepsilon$  en  $F(\theta_{i+1})/\varepsilon$  lineair te interpoleren, kan een tweede-orde benadering van  $f(\theta)$  over het gehele interval  $\varepsilon$  worden gevonden.

De frekwentiefunctie  $F(\theta_i, S, N)$  kan worden gevonden door met een bepaalde stabiliteitsklasse-definitie de synoptische waarnemingen te ordenen in de vorm van een frekwentiefunctie [18].

Voor de dispersiecoëfficiënt  $\sigma_z$  in (XIII.9) en de bijbehorende stabiliteitsklasse-definitie kunnen direkt de resultaten uit hoofdstuk IV worden overgenomen. De pluimstijging en de windsnelheidsberekening uit respectievelijk de hoofdstukken VI en VIII kunnen eveneens direkt op (XIII.9) worden toegepast.

De formules voor de menglaag moeten enigszins worden aangepast. De meest eenvoudige manier is de vergelijkingen (VII.1), (VII.2) en (VII.3) te integreren over de y-coördinaat  $-\infty < y < \infty$  en daarna te vermenigvuldigen met  $F(\theta_i)/r\varepsilon$ . De voorwaarden voor de geldigheid van de vergelijkingen blijven ongewijzigd.

In dit model wordt depositie op de volgende manier in rekening gebracht. Er is van uitgegaan dat de virtuele bronsterkte alleen een functie kan zijn van de afstand tot de bron. Als voor één bepaalde windsnelheid  $S$  en één bepaalde stabiliteitsklasse  $N$  m.b.v. vergelijking (XIII.5) de depositie in een sector  $\Delta\theta$  wordt beschouwd, volgt voor de virtuele bronsterkte  $Q_{S,N}^*$

$$\int_{\Delta\theta} f(\theta) d\theta \frac{dQ_{S,N}^*}{dr} = - \int_{\Delta\theta} \omega_{S,N} r d\theta \quad (\text{XIII.10})$$

Substitutie van (X.1) en (XIII.5) in deze vergelijking geeft voor

$$Q_{S,N}^* = Q \left[ \exp \left\{ - \int_0^r \frac{dr}{\sigma_{zS} e \frac{H_{S,N}^2}{2\sigma_{zS}^2}} \right\} \right]^{-\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{v_d}{U_N}} \quad (\text{XIII.11})$$

Toepassing van deze vergelijking in (XIII.9) geeft de lange termijn gemiddelde concentratie gecorrigeerd voor de invloed van depositie.

De overige verliestermen, die worden beschreven m.b.v. een halfwaarde-tijd, kunnen zonder modificaties in (XIII.9) worden toegepast.

De beschrijving van een oppervlaktebron in het lange termijn model geschiedt analoog aan het oppervlaktebronmodel in hoofdstuk XI. Voor elk vierkant wordt de lange termijn gemiddelde concentratie met gebruikmaking van (XI.1) gelijk aan

$$\chi = \sum_{\theta_i} \sum_S \sum_N F(\theta_i, S, N) C \frac{q}{U_N}$$

Buiten elk vierkant wordt de concentratieverdeling beschreven met behulp van een virtuele puntbron in het midden van het vierkant en een bronsterkte gelijk aan de totale emissie van een vierkant.

$$\chi = \sum_S \sum_N \frac{Q}{U_N \left\{ \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma_{zS} \epsilon r + A/C \right\}} F(\theta_i, S, N) e^{-H_{S,N}^2 / 2 \sigma_{zS}^2} \quad (\text{XIII.12})$$

Hierin is A de oppervlakte van een vierkant en Q de bronsterkte van een vierkant.

$$Q = q A \quad (\text{XIII.13})$$

De effectieve bronhoogte in (XIII.12) is gelijk aan de gemiddelde bronhoogte in de oppervlaktebron. Voor de  $\sigma_z$  in (XIII.12) wordt ter plaatse van de bron een beginwaarde gekozen, die de initiële verticale verspreiding door de oppervlaktebron in rekening brengt. De initiële horizontale verspreiding wordt in rekening gebracht door de extra term in de noemer van (XIII.12).

De hierboven besproken formules van het lange termijn model zijn geprogrammeerd tot een computerprogramma voor de KNMI-computer, waarmee de seizoens- of jaargemiddelde concentratie van de emissie uit een groot aantal bronnen kan worden berekend. Een handleiding voor dit programma wordt besproken in [40].

Van de gedurende een winterseizoen gemiddelde concentratieverdeling uit vijf puntbronnen is in figuur 8 een voorbeeld gegeven.

Met behulp van dit computerprogramma kan eveneens de invloed op de concentratieberekening van de diverse parameters in het Gaussische pluimmodel worden besproken. Een dergelijk onderzoek wordt aangeduid als een gevoeligheidsanalyse. Hierop zal in een latere publikatie uitgebreid worden ingegaan.

Een toetsing van de berekende concentratieverdeling voor een aantal bestaande bronnen met meetgegevens moet nog worden uitgevoerd, opdat een indruk kan worden gevormd omtrent de bruikbaarheid van het model. Het ligt in de bedoeling zo mogelijk bij deze toetsing een uitspraak te doen over de bruikbaarheid van de diverse parameters in het model afzonderlijk. Hierop zal in een latere publikatie worden teruggekomen.

## REFERENTIES

- 1 H. Tennekes,  
J. Lumley      A first course in turbulence.  
M.I.T. press.
- 2 G.T. Csanady      Turbulent diffusion in the environment.  
D. Reidel Publ. Comp.
- 3 F. Pasquill      Atmospheric diffusion.  
D. van Nostrand Comp. Ltd.
- 4 G.I. Taylor      Diffusion by continuous movements.  
Proc. London Math. Soc. (2) 20, 196-202.
- 5 G.I. Taylor      The spectrum of turbulence.  
Proc. of Roy. Soc. A 164, p. 476.
- 6 J.S. Hay  
F. Pasquill      Diffusion in relation to spectrum and scale of  
turbulence.  
Adv. in Geophysics, Acad. press, 1959.
- 7 H. Lamb      Note on the application of K-theory to diffusion  
problems involving non-linear chemical reactions.  
Atm. Env. 7, p. 257.
- 8 M.E. Berlyand      Atmospheric diffusion investigations in the  
U.S.S.R.  
WMO Technical Note No. 121.
- 9 S.D. Reynolds,  
P.M. Roth,  
J.H. Seinfeld      Mathematical modeling of foto-chemical air  
pollution.  
Atm. Env., Vol. 7, 1973, p. 1033.
- 10 J. Lumley  
H. Panofsky      Structure of atmospheric turbulence.  
Interscience publ.
- 11 F. Fiedler,  
H. Panofsky      Atmospheric scales and spectral gaps.  
Bull. Am. Met. Soc., Vol. 51, No. 12, Dec. 1970.
- 12 J.R. Mahoney      Model for the prediction of atmospheric air  
pollution.  
O.E.C.D., Paris, 1970.
- 13 F.T.M. Nieuwstadt      Dispersiecoëfficiënten en stabiliteitsklassen.  
K.N.M.I. W.R.
- 14 D.H. Slade  
(ed.)      Meteorology and atomic energy.  
U.S. Atomic Energy Commission.
- 15 K.N.M.I.      Luchtverontreiniging en Weer.  
Staatsuitgeverij, 1974.

- 16 F. Pasquill The estimation of the dispersion of windborne material.  
The Met. Mag., Vol. 90, No. 1.063, Feb. 1961.
- 17 D. Golder Relations among stability parameters in the surface layer.  
B.L.M. 3, 1972, 47-58.
- 18 K.N.M.I. Klimatologische gegevens van Nederlandse stations, No. 8 Frekwentietabellen van de stabiliteit van de atmosfeer.
- 19 H.E. Cramer A brief survey of the meteorological aspects of atmospheric pollution.  
Bull. Am. Met. Soc. (40), 1959, p. 165.
- 20 I.A. Singer, M.E. Smith Atmospheric dispersion at Brookhaven National Laboratory.  
Air Wat. Poll. Int. J., Vol. 10, 1966, 125-135.
- 21 I.A. Singer, M.E. Smith Relation of gustiness to other meteorological parameters.  
Journal of Met., Vol. 10, April 1953.
- 22 J.L. Mc Elroy A comparative study of urban and rural dispersion.  
J. of Appl. Met., Vol. 8, Feb. 1969, p. 19.
- 23 Y. Ogura Diffusion from a continuous source in relation to a finite observation interval.  
Adv. in Geophysics, Acad. press, 1959.
- 24 Y. Ide The effect of the observation time on turbulent diffusion in the atmosphere.  
Water, Air Poll. 1, 1971, 32-41.
- 25 F. Wippermann Der Effekt der Meszdauer bei der Ermittlung von Maximalkonzentrationen eines sich in turbulenter Strömung ausbreitenden Gases.  
Int. J. Air and Wat. Poll., Vol. 4, No. 1/2, 1961, 1-23.
- 26 G.A. Briggs Plume rise.  
A.E.C. critical review series T.I.D. 25075.
- 27 P.R. Slawson, G.T. Csanady On the mean path of buoyant, bent-over chimney plumes.  
J.F.M., Vol. 28, part 2, 1967, p. 311.
- 28 H. Stümke Vorschlag einer empirischen Formel für die Schornsteinüberhöhung.  
Staub (23), No. 12, Dec. 1963.
- 29 P.C. Blokker Luchtverontreiniging III, dispersie van rookgassen uit schoorstenen.  
De Ingenieur, 8 maart 1968.

- 30 G.A. Briggs Some recent analyses of plume rise observations.  
Proc. 2nd Intern. Clean Air Congress, 1971.
- 31 H.G. Fortak Numerical simulation of the temporal and spatial distributions of urban air pollution concentrations.  
Proc. on the symp. on multiple-source urban diffusion, EPA 1970.
- 32 G.C. Holzworth Estimate of mean maximum mixing depth in the contiguous U.S.  
Mo. We. Rev., Vol. 92, No. 5.
- 33 I.A. Singer, M.E. Smith An improved method of estimating concentrations and related phenomena from point-source emissions.  
J. Appl. Met., Vol. 5, Oct. 1966, p. 631.
- 34 A.C. Chamberlain Transport of gases to and from grass and grass-like surfaces.  
Proc. Roy. Soc. A, Vol. 290, p. 236.
- 35 D.O. Martin An urban diffusion model for estimating long term average values of air quality.  
J. Air. Poll. Control Assoc., 21, 1971, 16-19.
- 36 S.R. Hanna A simple method of calculating dispersion from urban area sources.  
J. Air Poll. Control Assoc., 21, 1971, 774-777.
- 37 F.A. Gifford, S.R. Hanna Modelling urban air pollution.  
Atm. Env., Vol. 7, p. 131.
- 38 D.B. Turner Workbook of atmospheric dispersion estimates.  
U.S. Dept. of Health, Education and Welfare, 1969.
- 39 K.L. Calder A climatological model for multiple-source urban air pollution.  
NATO CCMS, Vol. 5.
- 40 E.H.J. Vermaas, F.T.M. Nieuwstadt Een handleiding voor computerberekeningen met het Gaussische pluimmodel.  
K.N.M.I. W.R.

TABEL 1

Verband tussen de Pasquill stabiliteitsklassen  
en de Singer-Smith stabiliteitsklassen.

Pasquill stabiliteitsklasse	Singer-Smith stabiliteitsklasse
A	B <sub>2</sub>
B	B <sub>2</sub>
C	B <sub>1</sub>
D	B <sub>1</sub>
D U > 11 kts	C
E	D
F	D

TABEL 2

Dispersiecoëfficiënten volgens Pasquill-Gifford en Singer-Smith.

	$\sigma_y = a x^b$					$\sigma_z = c x^d + e$				
	a	b	c	d	e					
<b>Singer-Smith</b>										
B <sub>2</sub>	0.40	0.91	0.411	0.907	0					
B <sub>1</sub>	0.36	0.86	0.326	0.859	0					
C	0.32	0.78	0.223	0.776	0					
D	0.31	0.71	0.062	0.709	0					
B	0.371	0.866	0.0371	0.1530	3.1914					
C	0.209	0.897	0.0992	0.9289	0.2444					
D	0.128	0.905	0.2066	0.7338	-1.3659			100 m < x < 1000 m		
E	0.098	0.902	0.1975	0.6865	-1.1644					
F	0.065	0.902	0.09842	0.7210	-0.3231					
<b>Pasquill-Gifford</b>										
B	0.371	0.866	0.0540	1.0997	2.5397					
C	0.209	0.897	0.0991	0.9255	1.7383					
D	0.128	0.905	0.9248	0.5474	-9.0641			1000 m < x < 20000 m		
E	0.098	0.902	2.3441	0.4026	-16.3186					
F	0.065	0.902	6.5286	0.2593	-25.1583					
A	0.527	0.865	0.006008	1.5548	6.2686			100 m < x < 400 m		
	0.527	0.865	0.0000938	2.2217	16.3731			400 m < x < 1000 m		
	0.527	0.865	0.000240	2.094	-9.600			1000 m < x < 3000 m		



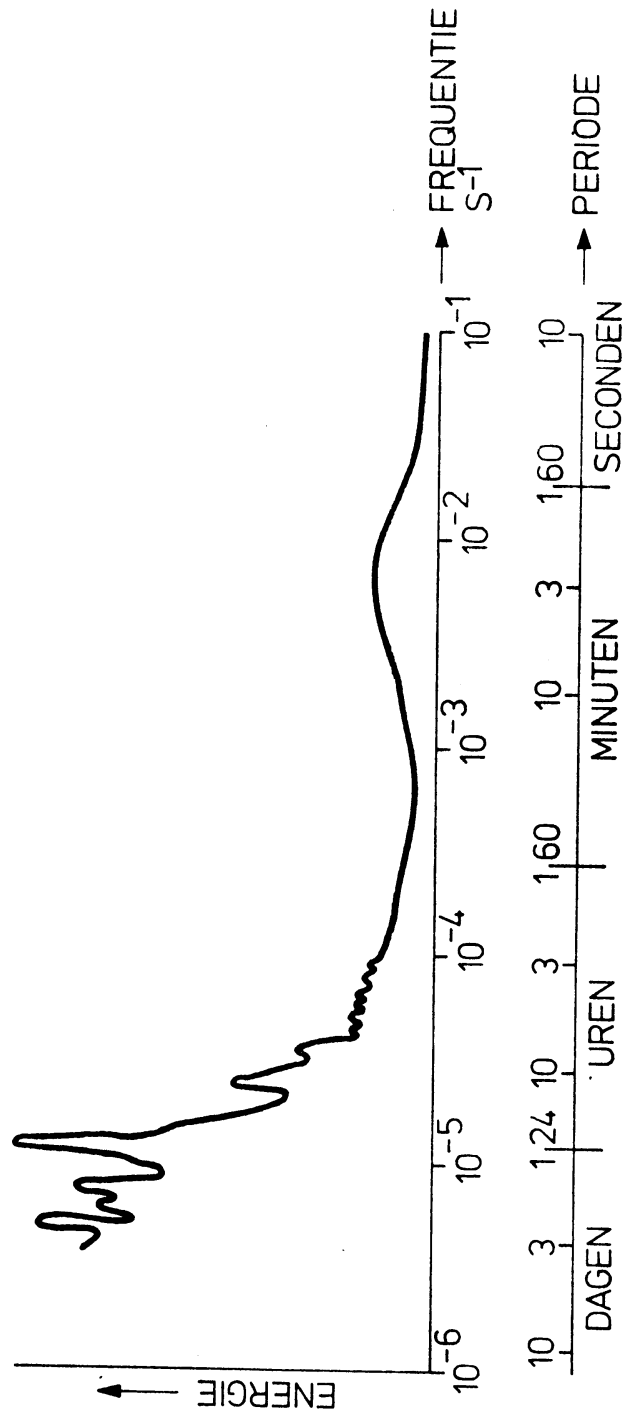
TABEL 3

Invloed van de meetduur op de concentratie.

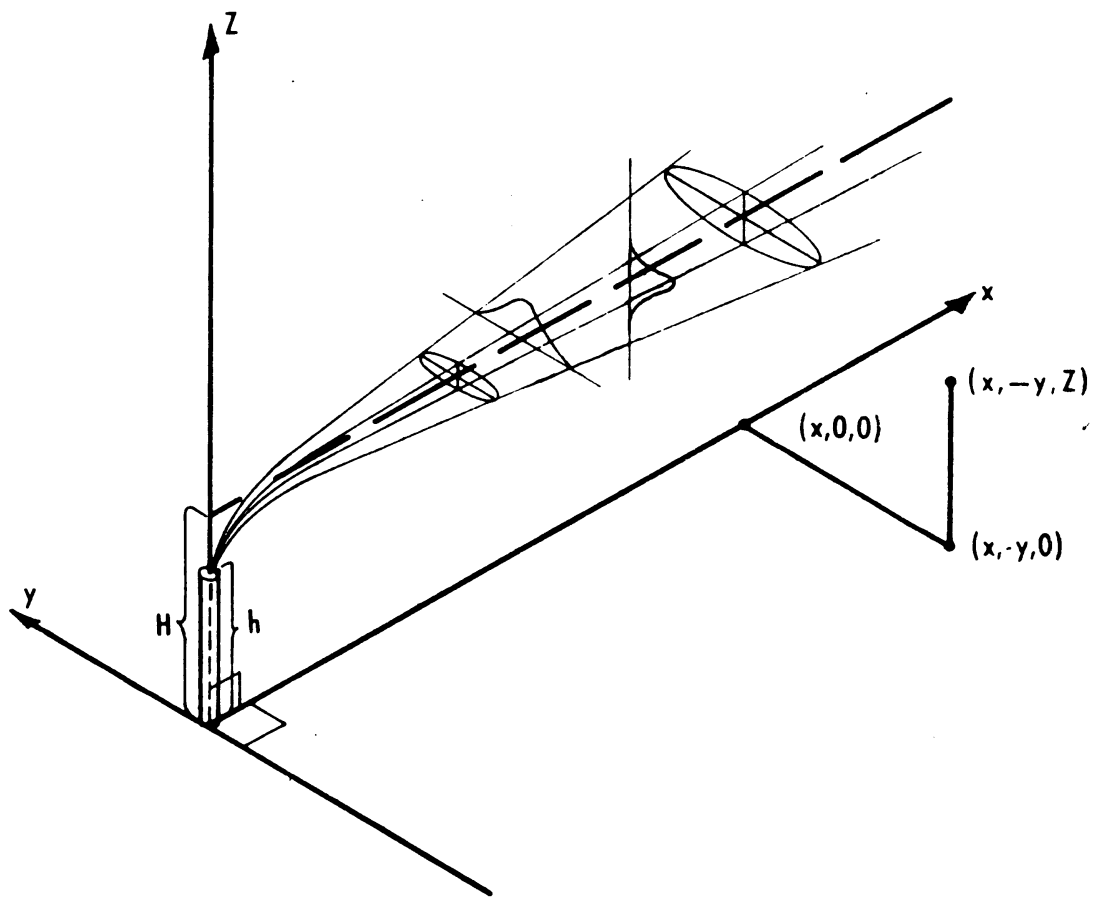
meetduur	relatieve gemiddelde concentratie	
	volgens Meade	volgens Wippermann
3 min.	1.00	1.00
15 min.	0.82	0.73
1 uur	0.61	0.63
3 uur	0.51	0.53
1 dag	0.36	0.38

## Figuren

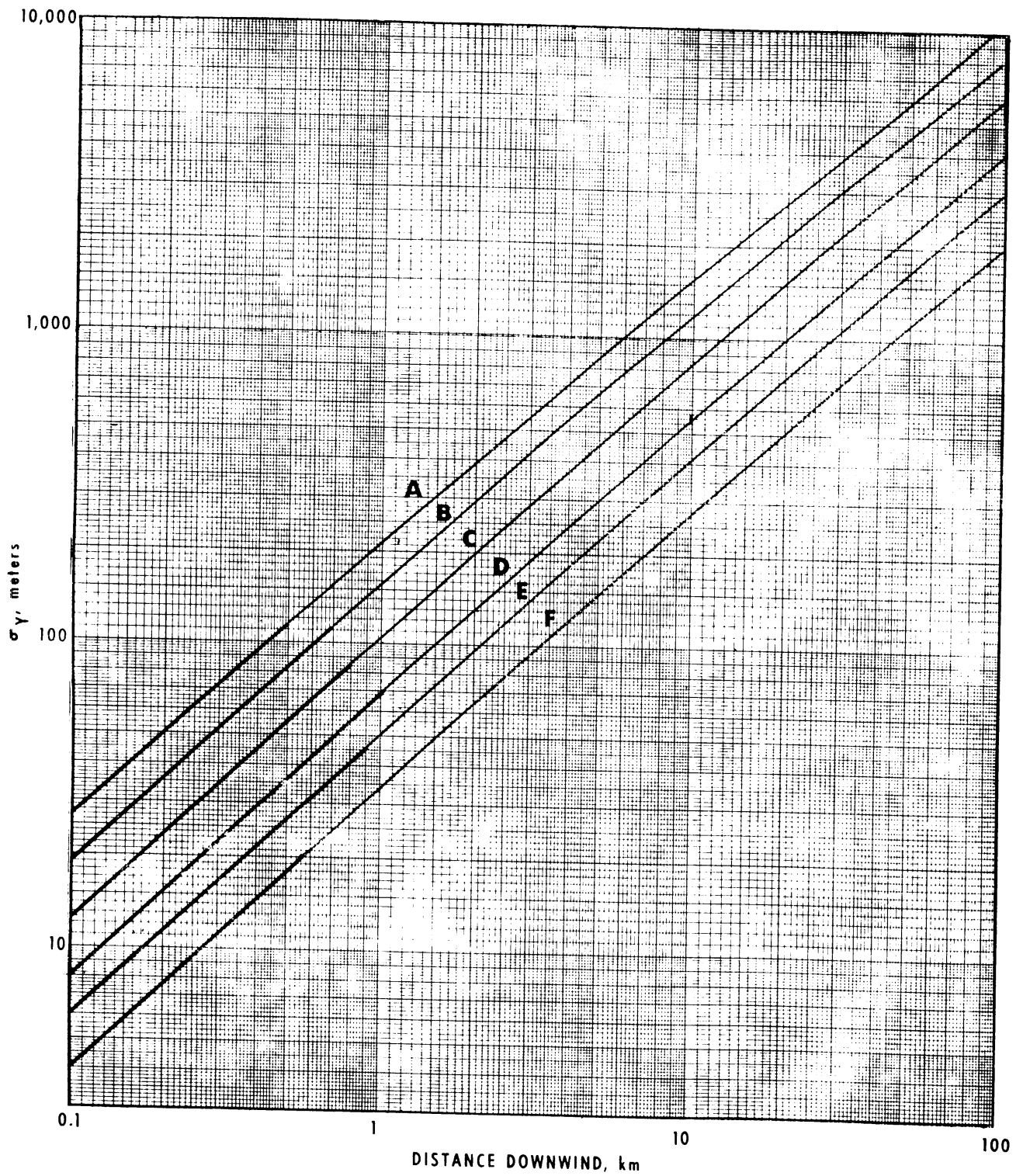
1. Energiespectrum van windfluctuaties in de atmosfeer.
2. Coördinatenstelsel voor het Gaussische pluimmodel.
3. De  $\sigma_y$  dispersiecoëfficiënt volgens Pasquill-Gifford.
4. De  $\sigma_z$  dispersiecoëfficiënt volgens Pasquill-Gifford.
5. De  $\sigma_y$  dispersiecoëfficiënt volgens Singer-Smith.
6. De  $\sigma_z$  dispersiecoëfficiënt volgens Singer-Smith.
7. Het verschil tussen  $1/[\overline{1/u}]$  en  $\bar{u}$
8. De over een winterseizoen gemiddelde concentratie uit vijf puntbronnen.



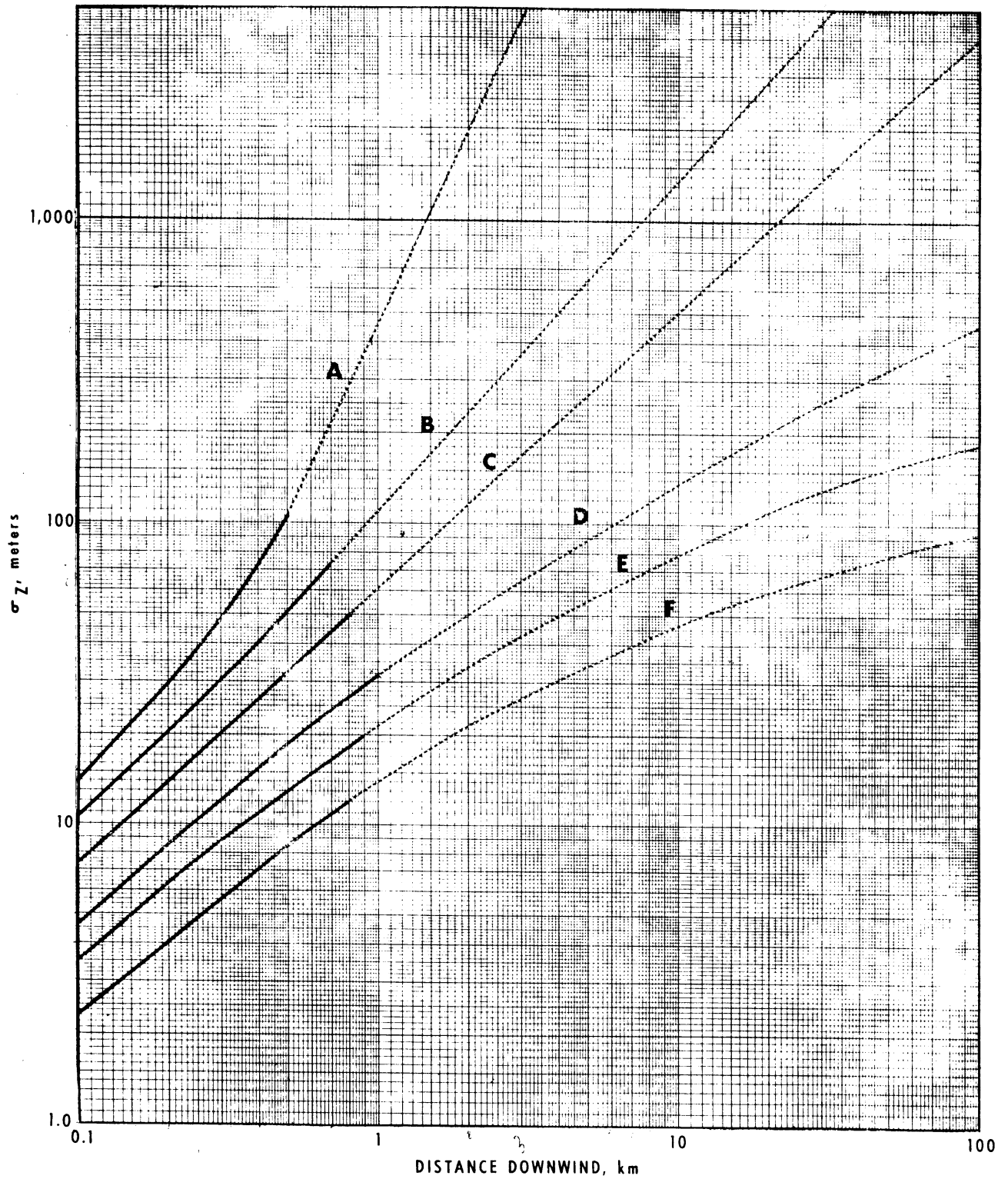
**FIGUUR 1: Energiespectrum van windfluctuaties in de atmosfeer**



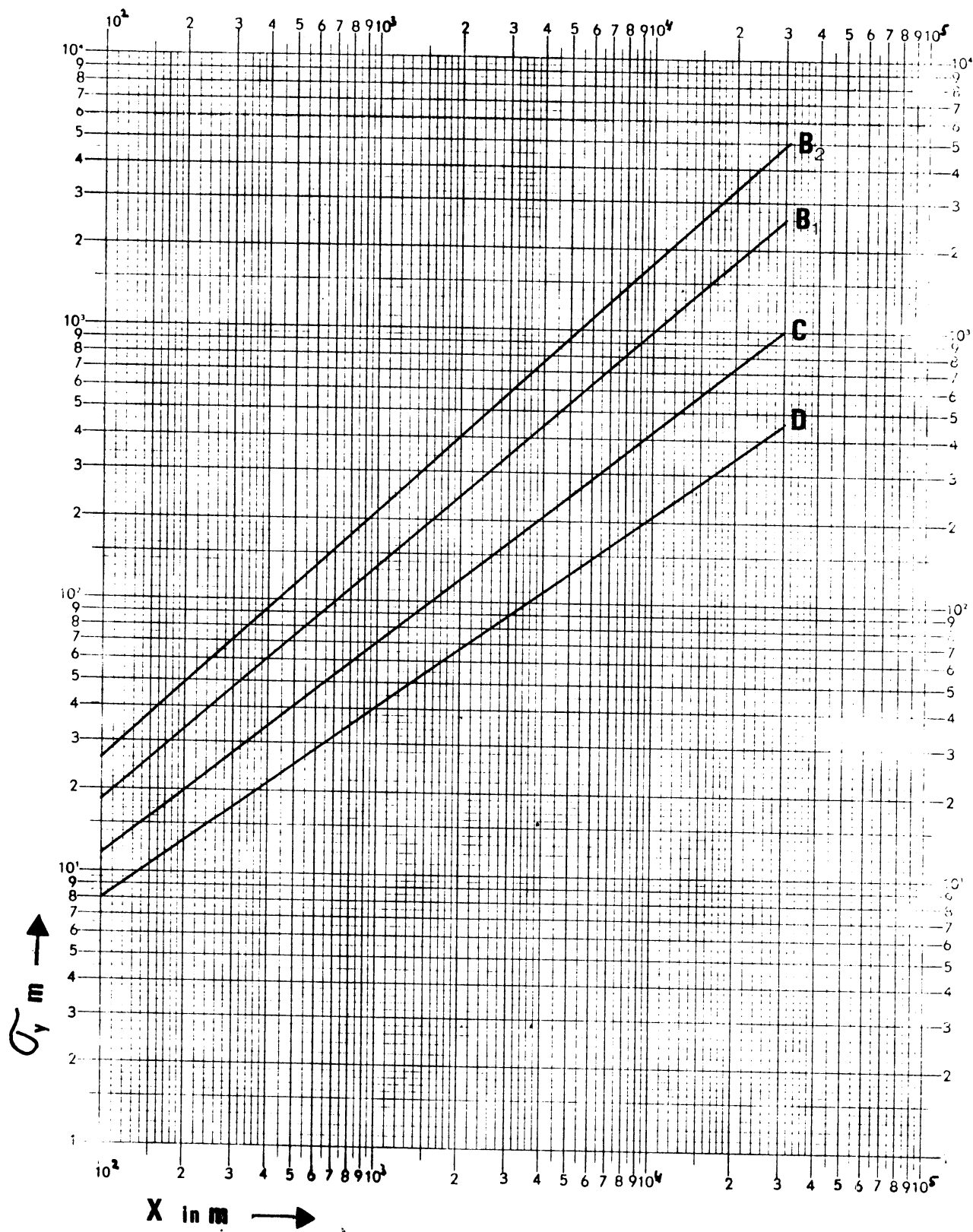
**FIGUUR 2:** Coördinatenstelsel voor het Gaussische pluimmodel



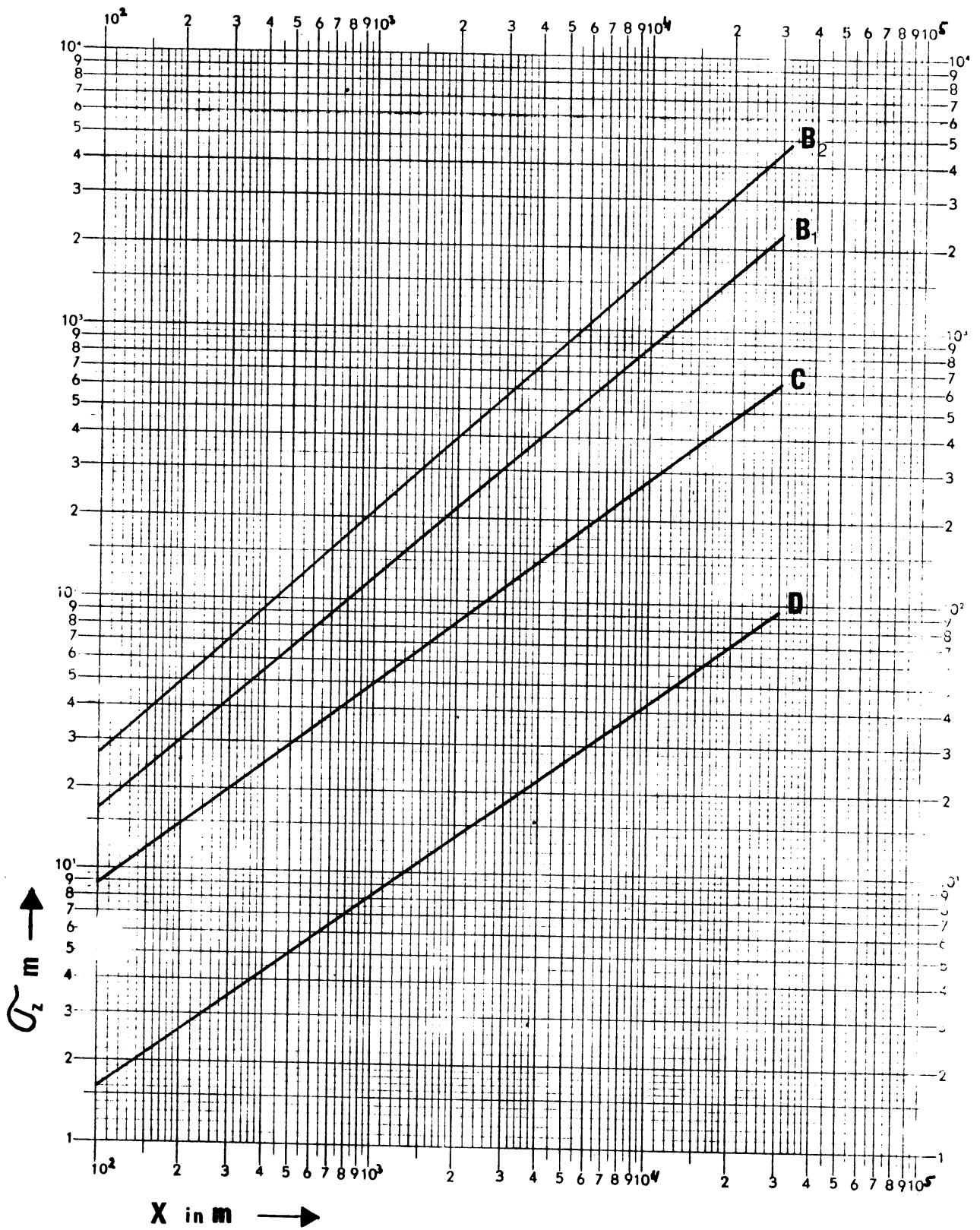
**FIGUUR 3:** De  $\sigma_y$  dispersiecoëfficiënt volgens Pasquill-Gifford.



**FIGUUR 4 :** De  $\sigma_z$  dispersiecoëfficiënt volgens Pasquill-Gifford.

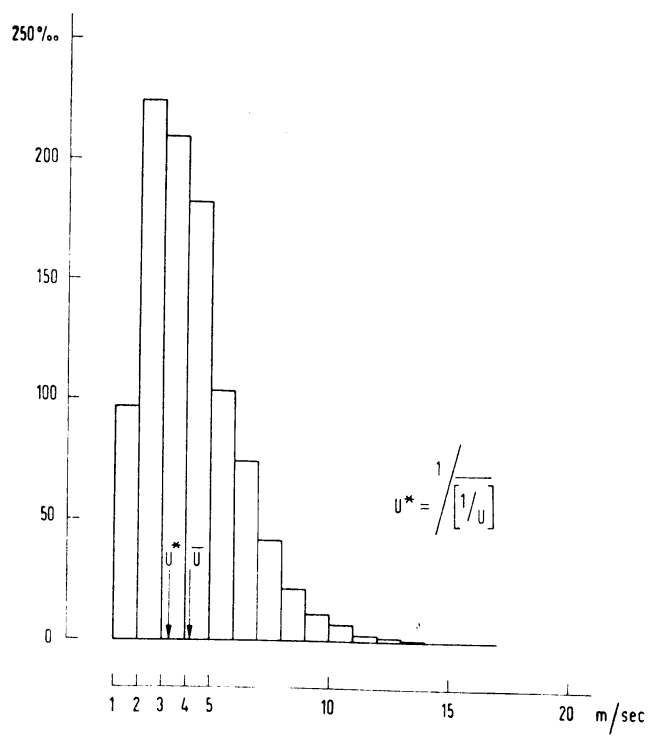


**FIGUUR 5 :** De  $\sigma_y$  dispersiecoëfficiënt volgens Singer and Smith.

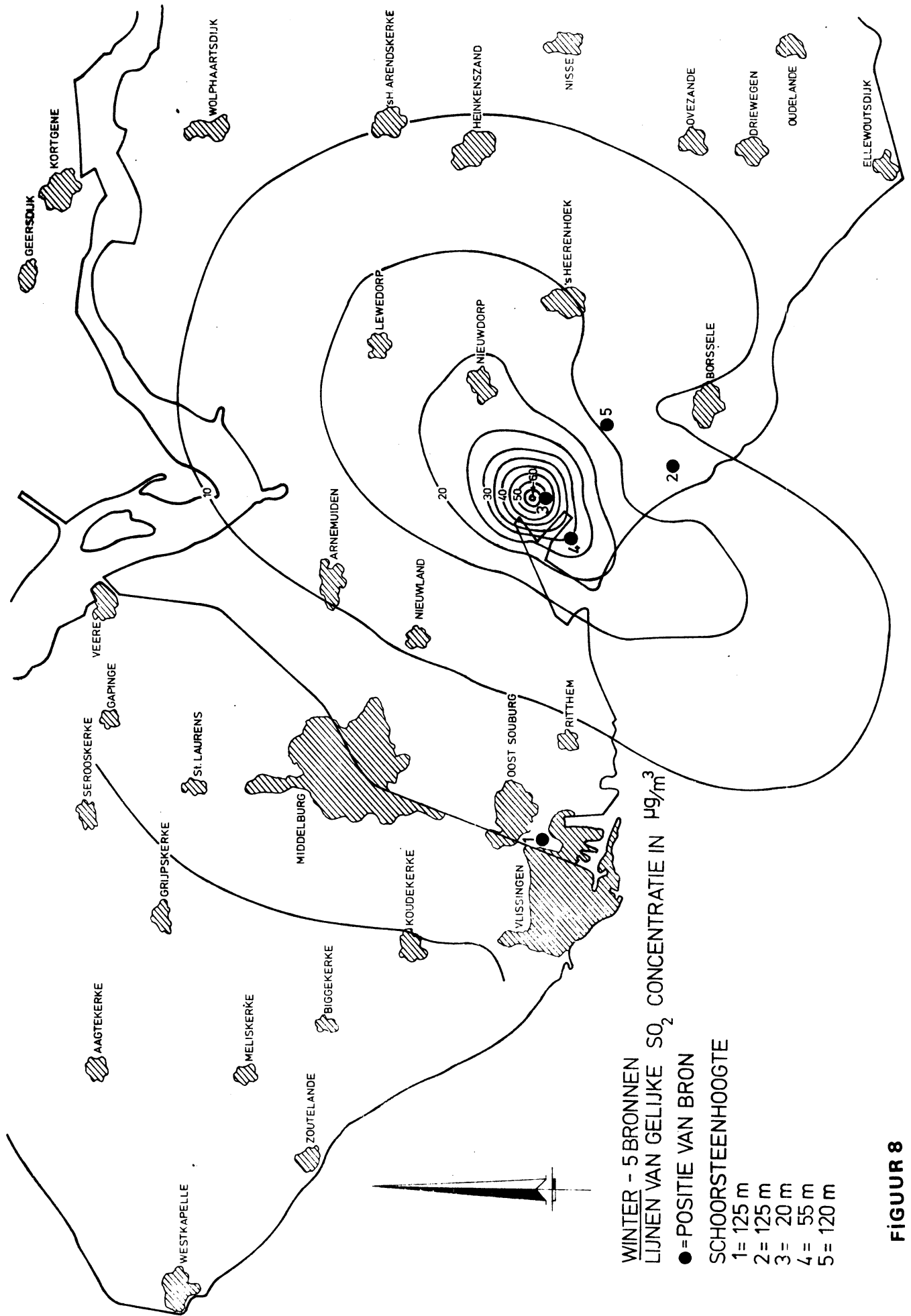


**FIGUUR 6 :** De  $\sigma_z$  dispersiecoëfficiënt volgens Singer and Smith.





**FIGUUR 7** : Het verschil tussen  $1/[\overline{1/u}]$  en  $\bar{u}$



WINTER - 5 BRONNEN  
LIJNEN VAN GELIJKE SO<sub>2</sub> CONCENTRATIE IN µg/m<sup>3</sup>

- = POSITIE VAN BRON
- SCHOORSTEENHOOGTE
- 1 = 125 m
- 2 = 125 m
- 3 = 20 m
- 4 = 55 m
- 5 = 120 m

FIGUUR 8