

KONINKLIJK NEDERLANDS
METEOROLOGISCH INSTITUUT

De Bilt

WETENSCHAPPELIJK RAPPORT

W.R. 73-2

S.J. Rijlsma en G.D.G. Folkers

Over het optimaal routeren van schepen
IV. Het berekenen van golfvelden uit
windvelden op de Atlantische
Oceaan.

De Bilt, 1973

Publikatienummer: K.N.M.I. W.R. 73-2 (M.B.W.)

Deel I zie W.R. 72-1 (I)

Deel II zie W.R. 72-2 (I)

Deel III zie W.R. 72-11 (M.B.W.)

U.D.C.: 551.509.58

I N H O U D

	pag.
Summary	2
Inleiding	3
1. Het beschrijven van oppervlaktegolven en het berekenen van golfvelden uit windvelden op de Atlantische Oceaan	5
1.1. Oppervlaktegolven	5
1.2. Het berekenen van golfvelden uit windvelden	8
2. Enkele opmerkingen over de gevolgde methode	23
3. Resultaten	29
Literatuur	44
Bijlage 1: Het stroomdiagram	49
Bijlage 2: Het ALGOL-programma	57

Summary

In minimal-time ship routing there are two main problems:

1. The computation of wavecharts from windcharts.
2. The determination of the least time track for a ship given these wavecharts and a polar velocity diagram.

The second problem has been treated in the foregoing reports (Bijlsma en Van Rietschote, 1972 I, II en III). In this report the first problem is dealt with. Hereby we assume that the problem of (forecasting and) converting pressure charts into wind charts has been solved. In practice this is a delicate problem depending mainly on the accuracy with which the pressure charts are given. The computation of waves from windfields goes back to the second part of the nineteenth century when some empirical formulas were derived in order to describe the wave-wind relation (for a review of some of these relationships one is referred to Sverdrup, Johnson and Fleming (1942) and Defant (1961)). The first theoretical attempt however was made by Sverdrup and Munk (1947), when the outbreak of world war II made it necessary to have sea and swell forecasts at one's disposal. Although in later years applications of the developments in statistical analysis made the foundations on which their theory (revised by Brettschneider (1952)) was based, very disputable, it is nevertheless still in rather wide use. In this report (section 1) a brief outline is given of a wave forecasting method due to Pierson (1952). In his theory the forecast of ocean waves is considered as an application of the theory of stochastic processes. In this section, moreover, some elementary aspects of nonlinear wave interaction are given. Based on results of the last mentioned theory a computerprogram has been constructed for the computation of wave fields on the North Atlantic. Applications are given and compared with results of a manual treatment (section 3). The computerprogram and a flow diagram of it are added.

Inleiding

De ligging van de optimale vaarroute voor een schip bij een oversteek over de Atlantische Oceaan is afhankelijk van tal van omstandigheden. Een van de meest belangrijke is ongetwijfeld de toestand van het door de wind verstoorde oceaanooppervlak. In verband hiermee is het onderzoek naar de relatie tussen de wind en de, door deze wind veroorzaakte, golven van grote waarde. In de loop der jaren (beginnend in de tweede helft van de 19e eeuw) zijn er veel empirische relaties afgeleid, die een verband leggen tussen de golfhoogte enerzijds en de windsnelheid, windbaan (afstand waarover de wind in ongeveer dezelfde richting met nagenoeg dezelfde windsnelheid waait) en tijdsduur waarover de wind waait, anderzijds. Een overzicht vindt men in Sverdrup, Johnson en Fleming (1942) en Defant (1961). Tot 1942 bleef de studie van het probleem beperkt tot het afleiden van deze empirische relaties. Tijdens de tweede wereldoorlog, die het noodzakelijk maakte om over goede zeegangs- (door wind opgewekte golven) en deinings- (golven die het gebied waar ze opgewekt zijn verlaten hebben en zich verder zonder al te veel storende invloeden voortbewegen) verwachtingen te beschikken, waren het Sverdrup en Munk (1947) die het probleem voor het eerst theoretisch aanpakten. Hoewel gebaseerd op concepten die uiterst discutabel zijn, is hun methode (herzien door Brettschneider (1952)) bijzonder bruikbaar voor praktische doeleinden. Pierson (1952) gaat uit van een lineaire, statistische beschrijving van het oceaanooppervlak. Daarmee wordt niet, zoals bij Sverdrup en Munk (1947), een enkele (significante) golf beschouwd, die representatief zou zijn voor het te beschrijven golfverschijnsel, maar in plaats daarvan wordt een golfenergiespectrum ingevoerd.

Derhalve wordt deze methode wel in tegenstelling met de z.g. singuliere methode van Sverdrup en Munk, de spectraal methode genoemd (Hubert (1964)), werd oorspronkelijk gekozen voor het Neumann spectrum (1952), mede dank zij het werk van Kitaigorodskii (1961, 1962) werd het Pierson-Moskowitz spectrum (1964) ingevoerd. De methode van Pierson (1952) zal in het eerste hoofdstuk ter sprake komen. In dit rapport bepalen we ons tot een methode voor het beschrijven van het verstoorde oceaanooppervlak ten gevolge van een windveld, die, gezien de aard van het onderzoek, meer praktische aspecten in zich heeft, dan de theoretische beschrijving van het golfspectrum, zoals gebruikt b.v. door Marks et al (1968). Een handleiding voor de hier gebruikte methode, waarbij we uitgaan van numerieke analyse van windbaan en windduur vindt men in Pierson,

Neumann en James (1955). Boven is reeds vermeld dat het hier berekende golfveld als input dient voor het rekenprogramma dat de minimum-vaartijd route bepaalt. Daarbij wordt gebruik gemaakt van de z.g. vaartafvalgrafiek dat wil zeggen van de in een polair diagram weergegeven response van een schip in een golfveld. Deze afvalgrafiek verschilt van scheepstype tot scheepstype en wordt empirisch bepaald. De reden dat we ons nog steeds bij deze experimentele beschrijving houden is dat we theoretisch nog geen noemenswaardige resultaten tot onze beschikking hebben. Voor literatuur op dit gebied wordt men verwezen naar Marks et al (1968). Het is de bedoeling dat in de toekomst als input voor het, als bijlage toegevoegde, rekenprogramma windgegevens zullen dienen, die verkregen zijn uit voorspelde, op roosterpunten gegeven, drukvelden. Dit proces zal in de zeer nabije toekomst nog niet realiseerbaar zijn. Om toch een zinvol gebruik van dit programma te maken, gaan we uit van situaties in het verleden door reeds geanalyseerde luchtdrukkaarten in roosterpunten in te lezen en hieruit de wind te bepalen. Omdat we de resultaten van dit programma willen vergelijken met die, welke door Bureau Routing manueel verkregen zijn, en er door de laatstgenoemde procedure (druk→wind)verschillen kunnen ontstaan tussen de door Bureau Routing en door ons gebruikte windgegevens zullen we in dit rapport (voor het testen van het rekenprogramma) uitgaan van de door Bureau Routing gebruikte isotachenkaarten.

De resultaten worden gegeven in het derde hoofdstuk. Tenslotte wordt het stroomdiagram van de hier gevolgde methode, evenals het rekenprogramma (geschreven in ALGOL-60) als bijlage toegevoegd.

1. Het beschrijven van oppervlaktegolven en het berekenen van golfvelden uit windvelden op de Atlantische Oceaan.

1.1. Oppervlaktegolven

We beschouwen hier een niet-visceuze, incompressibele vloeistof, dichtheid ρ_0 , die de ruimte $z \leq 0$ vult in een cartesisch coördinatensysteem (zie fig. 1).

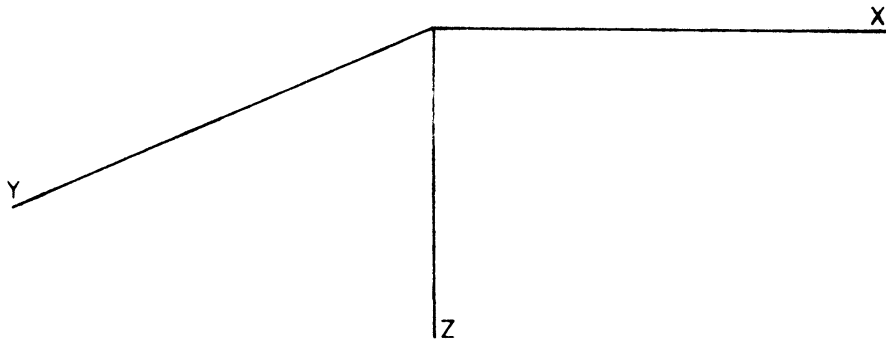


fig. 1. De neg. z-as is naar beneden gericht.

Het vlak $z = 0$ is het ongestoorde vrije oppervlak en het vlak $z = -h$ de vaste bodem. We gaan hier uit van het lineaire probleem. De versnelling van de zwaartekracht wordt gegeven door $\vec{g} = (0, 0, -g)$. We verstoren nu het vrije oppervlak $z = 0$ met een drukverdeling $p = \delta(x)\delta(y)\delta(t)$. Hierin is δ de dirac-deltafunctie. We schrijven nu $z = \xi(x,y,t)$ voor het hierbij behorende verstoorte oppervlak. Het is duidelijk dat de functie $z = \xi(x,y,t)$ beschouwd kan worden als de Greense functie van het probleem, zodat de oppervlakteverstoring $z = \eta(x,y,t)$ tengevolge van een willekeurige drukverdeling $p = p(x,y,t)$ geschreven kan worden als

$$\eta(x,y,t) = \iiint_{-\infty_0}^{\infty t} \xi(x-x', y-y', t-t') p(x', y', t') dx' dy' dt'.$$

Veronderstellen we verder dat de stroming rotatievrij is dan luiden de gelineariseerde randvoorwaarden voor $z = 0$

$$g\xi + \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\delta(x)\delta(y)\delta(t)}{\rho_0} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (2)$$

De snelheidspotentialiaal ϕ voldoet aan

$$\Delta \phi = 0 \quad \text{voor } -h \leq z \leq 0 \quad (3)$$

Verder geldt

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{voor } z = -h \quad (4)$$

We voeren nu op vgl. (1) t/m (4) een Laplacetransformatie uit naar de tijd en een Fouriertransformatie naar de variabelen x en y , in formule

$$\phi(\mu, \nu, z, \omega) = \int_0^\infty dt \iint_{-\infty}^\infty \phi(x, y, z, t) \exp[-i(\mu x + \nu y - \omega t)] dx dy$$

zodat

$$\phi(x, y, z, t) = (2\pi)^{-3} \int_L d\omega \iint_{-\infty}^\infty \phi(\mu, \nu, z, \omega) \exp[i(\mu x + \nu y - \omega t)] d\mu d\nu \quad (5)$$

waar L een integratieweg is evenwijdig aan de reële ω -as, bepaald door de eis dat $\phi(x, y, z, t) = 0$ voor $t < 0$.

Voor het gemak geven we hier en in het volgende, getransformeerde functies door hetzelfde symbool weer als de oorspronkelijke functies.

Schrijven we

$$\phi(\mu, \nu, z, \omega) = F(\mu, \nu, z) f(\mu, \nu, \omega)$$

dan vinden we na substitutie in (3) en (4)

$$F(\mu, \nu, z) = \frac{\cosh[(z+h)\sqrt{\mu^2 + \nu^2}]}{\cosh[h\sqrt{\mu^2 + \nu^2}]} \quad (\text{waarin we } F(\mu, \nu, 0) = 1 \text{ gekozen hebben})$$

en vervolgens door aan (1) en (2) te voldoen (na eliminatie van ξ)

$$f(\mu, \nu, \omega) = \frac{i}{\rho_0} \frac{\omega}{\omega^2 - G(\mu, \nu)}$$

met

$$G(\mu, \nu) = g \sqrt{\mu^2 + \nu^2} \tanh (h \sqrt{\mu^2 + \nu^2})$$

De uitdrukking

$$\omega^2 - G(\mu, \nu) = 0 \tag{6}$$

wordt de dispersievergelijking genoemd.

Na ω -integratie gaat (5) over in

$$\phi(x, y, z, t) = - \frac{1}{\rho_0 (2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} F(\mu, \nu, z) \cos [t \sqrt{G(\mu, \nu)}] \exp [i(\mu x + \nu y)] d\mu d\nu$$

zodat uit (2) volgt

$$\xi(x, y, t) = - \lim_{z \rightarrow 0} \frac{1}{\rho_0 (2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} F_z(\mu, \nu, z) \sin [t \sqrt{G(\mu, \nu)}] (\sqrt{G(\mu, \nu)})^{-1} \exp [i(\mu x + \nu y)] d\mu d\nu \tag{7}$$

Met behulp van de substitutie

$$\mu = \sigma \cos \theta$$

$$\nu = \sigma \sin \theta$$

kan (7) geschreven worden als

$$\xi(x, y, t) = - \lim_{z \rightarrow 0} \frac{1}{\rho_0 (2\pi)^2} \int_0^{\infty} d\sigma \int_{-\pi}^{\pi} F_z(\sigma, z) \sin [t \sqrt{\sigma g \tanh(\sigma h)}] \sigma (\sqrt{\sigma g \tanh(\sigma h)})^{-1} \exp [i\sigma(x \cos \theta + y \sin \theta)] d\theta \tag{8}$$

$$\text{waarin } F_z(\sigma, z) = \frac{\sigma \sinh [\sigma(z+h)]}{\cosh [\sigma h]}$$

Met behulp van de integraal representatie van de nulde orde Besselfunctie

$$J_0(\sigma \sqrt{x^2+y^2}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp [i\sigma(x \cos \theta + y \sin \theta)] d\theta$$

kan (8) in de meer gebruikelijke vorm geschreven worden

$$\xi(x, y, t) = - \lim_{z \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi \rho_0} \int_0^{\infty} F_z(\sigma, z) \sin [t \sqrt{\sigma g \tanh(\sigma h)}] \sigma (\sqrt{\sigma g \tanh(\sigma h)})^{-1} J_0(\sigma \sqrt{x^2+y^2}) d\sigma$$

Hiermee hebben we dus een uitdrukking gevonden voor de oppervlakteverstorning t.g.v. een momentaan drukpunt in water van eindige diepte. (Zie o.a. Stoker (1957), Lamb (1932) en voor een toepassing in de Magnetohydrodynamica Bijlsma (1971)).

Het is duidelijk dat in water van oneindige diepte waarvan we in punt 1.2 vanuit zullen gaan $\tanh(\sigma h) \rightarrow 1$. De constructie van de oppervlakteverstorning t.g.v. meer algemene drukverdelingen in dit lineaire geval is boven reeds vermeld.

1.2. Het berekenen van golfvelden uit windvelden

Zoals eerder opgemerkt vervullen de door de wind opgewekte golven een belangrijke rol bij het bepalen van de kortste vaartijd route. Het doel van dit hoofdstuk is in het kort uiteen te zetten hoe het berekenen van golfvelden uit windvelden plaats vindt. We gaan daartoe uit van de oorspronkelijk door Pierson (1952) ontwikkelde theorie. Ter verduidelijking zullen we eerst enige aandacht besteden aan enkele hierbij ter sprake komende begrippen. De beschrijving van het oceaanooppervlak kan niet, zoals in het geval uit het vorige hoofdstuk, opgevat worden als een beginwaarde probleem. Het is duidelijk dat hiervoor het aantal gegevens, waarover men zou moeten beschikken, te groot is. Om desondanks toch tot een goede beschrijving van het oceaanooppervlak te komen, passen we statistische methoden toe.

We beschouwen de oppervlakteverstoring $\eta_s(\vec{x}, t)$ waar $(\vec{x} = (x, y))$, dus niet als de deterministische oplossing van een beginwaardeprobleem, maar slechts als representatief voor een ensemble van oplossingen $\{\eta(\vec{x}, t)\}$ waarin een zekere waarschijnlijkheidsverdeling gegeven is. Wegens het tijdafhankelijke en statistische karakter van de variabelen spreekt men in dit geval ook wel van een stochastisch proces. De oppervlakteverstoring $\eta_s(\vec{x}, t)$ heet in dit geval een stochastische functie (vandaar de index s). Een van de oplossingen uit het ensemble wordt verder een realisatie van het stochastische proces genoemd.

Het ensemble-gemiddelde van $\eta_s(\vec{x}, t)$ op tijdstip $t = t_0$ en plaats $\vec{x} = \vec{x}_0$ wordt genoteerd als

$$\langle \eta_s(\vec{x}_0, t_0) \rangle \quad *$$

We beperken ons hier tot de bespreking van de voor ons meest noodzakelijke begrippen. Het ensemble-gemiddelde van

$$\langle \eta_s(\vec{x}_0, t_0) \eta_s(\vec{x}_1, t_1) \rangle$$

wordt de autocovariantiefunctie genoemd van het proces op de tijden $t = t_0, t_1$ en de posities $\vec{x} = \vec{x}_0, \vec{x}_1$. In het algemeen zal gelden

$$\langle \eta_s(\vec{x}_0, t_0) \eta_s(\vec{x}_1, t_1) \rangle \neq \langle \eta_s(\vec{x}_0, t_0 + \tau) \eta_s(\vec{x}_1, t_1 + \tau) \rangle$$

Het stochastische proces heet in dit geval niet stationair.

In het geval van een stationair stochastisch proces zijn beide leden gelijk. Analoge beschouwingen kan men houden in verband met translaties met betrekking tot de plaatscoördinaten. Men spreekt dan van homogene en niet homogene stochastische processen. We spreken tenslotte van een stationair stochastisch proces met een normale verdeling, indien in alle punten van het beschouwde gebied de waarschijnlijkheidsverdeling

$$\text{pr} \left\{ -\infty < \eta_s(\vec{x}, t) < k \right\} = \frac{1}{\sqrt{\pi E}} \int_{-\infty}^k \exp\left(-\frac{\xi^2}{E}\right) d\xi \quad (9)$$

* We veronderstellen hier dat

$$\langle \eta_s(\vec{x}_0, t_0) \rangle = 0$$

tijdinvariant is. In het hier besproken geval is E een maat voor de energie zoals we later zullen zien.

Als uitbreiding van het onder punt 1.1 behandelde zullen we nu enige aandacht besteden aan Fouriertransformaties van de stochastische functie $\eta_s(\vec{x}, t)$. We gaan hier uit van de stationaire evenwichtstoestand, zodat we het gedrag van $\eta_s(\vec{x}, t)$ beschouwen voor $-\infty < t < \infty$, met het gevolg dat we hier gebruik zullen maken van een Fouriertransformatie met betrekking tot de tijd in plaats van een Laplacetransformatie zoals in punt 1.1. We schrijven

$$\eta_s(\vec{x}, t) = (2\pi)^{-3} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{(\mu, \nu)} \eta_s(\vec{k}, \omega) \exp [i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)] d\vec{k}$$

waarin $d\vec{k}$ ($\vec{k} = (\mu, \nu)$) integratie aangeeft over de hele (μ, ν) -ruimte. In verband hiermee geldt

$$\eta_s(\vec{k}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{(x, y)} \eta_s(\vec{x}, t) \exp [-i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)] d\vec{x} \quad (10)$$

waar $d\vec{x}$ wederom integratie over de gehele (x, y) ruimte aangeeft.* De boven ingevoerde autocovariantiefunctie kan nu geschreven worden als

$$\langle \eta_s(\vec{x}, t) \eta_s(\vec{x}', t') \rangle = (2\pi)^{-6} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \int_{(\mu, \nu)} \int_{(\mu', \nu')} \langle \eta_s(\vec{k}, \omega) \eta_s^*(\vec{k}', \omega') \rangle \exp [i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t) - i(\vec{k}' \cdot \vec{x}' - \omega' t')] d\vec{k} d\vec{k}' \quad (11)$$

waarin η_s^* de complex geconjugeerde van η_s is.

In een stationair en homogeen stochastisch proces is de autocovariantiefunctie (11) slechts een functie van $(t-t')$ en $(\vec{x}-\vec{x}')$. Schrijven we

$$i\vec{k} \cdot \vec{x} - i\omega t - i\vec{k}' \cdot \vec{x}' + i\omega' t' = i\vec{k} \cdot (\vec{x} - \vec{x}') - i\omega(t-t') + i\vec{x}' \cdot (\vec{k} - \vec{k}') - it'(\omega - \omega')$$

dan is uit (11) duidelijk dat het ensemblegemiddelde $\langle \eta_s(\vec{k}, \omega) \eta_s^*(\vec{k}', \omega') \rangle$ geschreven kan worden als

* Door de invoering van gegeneraliseerde functies kan men een waarde aan (10) toekennen, ook al geldt niet dat $\int_{(x, y)} |\eta_s(\vec{x}, t)| d\vec{x} < \infty$. In (1.1) is hier stilzwijgend aan voorbijgegaan bij de constructie van (8). (Zie hierover Lighthill (1959)).

$$\langle \eta_s(\vec{k}, \omega) \eta_s^*(\vec{k}', \omega') \rangle = (2\pi)^6 I(\vec{k}, \omega) \delta(\omega - \omega') \delta(\vec{k} - \vec{k}')$$

waarin δ wederom de dirac-deltafunctie is. In verband hiermee kan (11) geschreven worden als

$$\langle \eta_s(\vec{x}, t) \eta_s^*(\vec{x}', t') \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_{(\mu, \nu)} I(\vec{k}, \omega) \exp [i \{ \vec{k} \cdot (\vec{x} - \vec{x}') - \omega(t - t') \}] d\vec{k} \quad (12)$$

We veronderstellen verder dat in de evenwichtstoestand het verband tussen ω en \vec{k} gegeven wordt door de dispersievergelijking (zie (6))

$$\omega = \sqrt{g|\vec{k}|}$$

$$\text{waarin } |\vec{k}| = \sqrt{\mu^2 + \nu^2}.$$

Dit kan in vgl. (12) gebracht worden door te schrijven

$$I(\vec{k}, \omega) = I(\vec{k}) \delta(\omega - \sqrt{g|\vec{k}|}). \quad (13)$$

Bedenken we verder dat $I(\vec{k})$ een reële functie is dan vinden we na ω -integratie

$$\langle \eta_s(\vec{x}, t) \eta_s^*(\vec{x}', t') \rangle = \int_{(\mu, \nu)} I(\vec{k}) \cos [\vec{k} \cdot (\vec{x} - \vec{x}') - \sqrt{g|\vec{k}|} (t - t')] d\vec{k} \quad (14)$$

We passen nu om aansluiting te verkrijgen bij een in de literatuur (Kinsman (1965)) gebruikte notatie de volgende transformatie toe

$$\mu = \frac{\sigma^2}{g} \cos \theta$$

$$\nu = \frac{\sigma^2}{g} \sin \theta$$

waarmee (14) overgaat in

$$\langle \eta_s(\vec{x}, t) \eta_s^*(\vec{x}', t') \rangle = \int_0^{\infty} d\sigma \int_{-\pi}^{\pi} I(\sigma, \theta) \cos \left[\frac{\sigma^2}{g} \{ (x-x') \cos \theta + (y-y') \sin \theta \} - \sigma(t-t') \right] d\theta \quad (15)$$

We zullen later op (15) terugkomen.

Rest nog te vermelden dat $\frac{1}{2} \rho_0 g < \eta_s^2(\vec{x}, t) >$ gelijk is aan de gemiddelde potentiële energie in het golfveld. Wegens de hier veronderstelde equipartitie tussen potentiële en kinetische energie is deze uitdrukking bovendien gelijk aan de helft van de totale energie.

Tot nu toe hebben we een stationair en homogeen proces beschouwd en ons nog niet bekommerd om de waarschijnlijkheidsverdeling zoals gegeven door vgl. (9). We zullen nu een notatie (ingevoerd door Lévy, 1948) introduceren voor een stationair stochastisch proces met een normale verdeling waarvoor op grond van theoretische en experimentele onderzoeken gekozen is bij de beschrijving van het oceaanooppervlak. Beschouw het ensemble van waarden van

$$\eta_s(\vec{x}, t) = \sum_{q=0}^s \sum_{m=0}^r \cos \left[\frac{\sigma_{2m+1}^2}{g} (x \cos \theta_{2q+1} + y \sin \theta_{2q+1}) - \sigma_{2m+1} t + \varepsilon(\sigma_{2m+1}, \theta_{2q+1}) \right] \sqrt{[A(\sigma_{2m+1}, \theta_{2q+1})]^2 (\sigma_{2m+2}^{-\sigma_{2m}})(\theta_{2q+2}^{-\theta_{2q}})} \quad (16)$$

Hierin is de faseverschuiving $\varepsilon(\sigma, \theta)$ een stochastische functie homogeen verdeeld over het interval $(-\pi, \pi)$ met andere woorden

$$\text{pr} \{ \alpha \leq \varepsilon(\sigma, \theta) < \alpha + d\alpha \} = \frac{d\alpha}{2\pi} \quad 0 \leq \alpha < \alpha + d\alpha < 2\pi$$

Het is duidelijk uit (16) dat $\eta_s(\vec{x}_0, t_0)$ in een punt (\vec{x}_0, t_0) niet een bepaalde waarde heeft, maar dat er een ensemble van waarden $\{\eta(\vec{x}_0, t_0)\}$ bestaat (dankzij $\varepsilon(\sigma, \theta)$) met een zekere waarschijnlijkheidsverdeling. In het limietgeval $(s, r \rightarrow \infty)$, als de roosterafstand van het (σ, θ) -rooster naar nul gaat over de hele (σ, θ) -ruimte, wordt (16) geschreven als

$$\eta_s(\vec{x}, t) = \int_0^\infty d\sigma \int_{-\pi}^\pi \cos \left[\frac{\sigma^2}{g} (x \cos \theta + y \sin \theta) - \sigma t + \varepsilon(\sigma, \theta) \right] \sqrt{[A(\sigma, \theta)]^2} d\sigma d\theta \quad (17)$$

Vgl. (17) geeft een stationair stochastisch proces met een normale verdeling weer. Voor het bewijs hiervan wordt men verwezen naar Pierson (1955, pp. 126-129). Met behulp van (16) kan men, door wederom over te gaan op de limiet $s, r \rightarrow \infty$, de autocovariantiefunctie berekenen. Men vindt (Kinsman (1965), p. 378)

$$\langle \eta_s(\vec{x}, t) \eta_s(\vec{x}', t') \rangle = \frac{1}{2} \int_0^\infty d\sigma \int_{-\pi}^{\pi} [A(\sigma, \theta)]^2 \cos \left[\frac{\sigma^2}{g} \{ (x-x') \cos \theta + (y-y') \sin \theta \} - \sigma(t-t') \right] d\theta \quad (18)$$

We willen nu nog even in het kort terugkomen op de analogie van (15) en (18). Het spectrum $I(\sigma, \theta)$ in (15) is eenvoudig een Fourier getransformeerde (in gegeneraliseerde zin). In dit opzicht is de formulering van het probleem d.m.v. vgl. (15) dus algemener dan die d.m.v. vgl. (18) bij de afleiding waarvan expliciet gebruik is gemaakt van het feit dat we te maken hadden met een stochastisch proces met een normale verdeling. Bij de afleiding van (15) is van geen enkele specifieke ensemble waarschijnlijkheidsverdeling uitgegaan. We willen nu nog enkele woorden wijden aan enige feitelijke onjuistheden in bovenstaande. Een stationaire en homogene evenwichtssituatie, zoals we die aanwezig veronderstelden, is het gevolg van niet lineaire golfinteracties. Toch hebben we dit (in feite niet lineaire) probleem behandeld als een toepassing van de lineaire theorie, o.a. door gebruik te maken van de dispersievergelijking $\omega = \sqrt{g |\vec{k}|}$ en vgl. (13). Daar de uitkomsten, zoals later zal blijken, goed blijken te kloppen in praktische situaties, volgt hieruit dat de hogere ordetermen blijkbaar opgevat kunnen worden als vrij geringe correcties op de lineaire benadering. Op deze niet lineaire aspecten zullen we later terugkomen.

Omdat een normale verdeling zoals (9) een variantie geeft van $\frac{E}{2}$ en $\langle \eta_s^2(\vec{x}, t) \rangle$ een maat is voor de gemiddelde energie in het golfveld volgt uit (18) dat de parameter E evenredig is met de energie in het golfveld en gegeven wordt door *

$$E = \int_0^\infty \int_{-\pi}^{\pi} [A(\sigma, \theta)]^2 d\theta d\sigma$$

De functie $[A(\sigma, \theta)]^2$ wordt het energiespectrum genoemd en $[A(\sigma)]^2 = \int_{-\pi}^{\pi} [A(\sigma, \theta)]^2 d\theta$ het frequentie-energiespectrum. Omdat de golfhoogte nauw samenhangt met het energiespectrum is een goede kennis van deze spectra, zeker in het geval van een volgroeiende zee, van groot belang

* De gemiddelde windrichting wordt weergegeven door $\theta = 0$ (zie ook fig. 3).

bij het berekenen van de door de wind opgewekte zeevang.

We zullen daarom nu enige aandacht besteden aan de studie die in de loop der jaren aan deze spectra besteed is en aan het verband tussen deze spectra en de daarmee samenhangende golfhoogten.

Om bovenstaande theorie direct toepasbaar te maken moet men beschikken over een spectrum. Een eerste, op een theoretische manier afgeleid frequentie-energiespectrum is afkomstig van Neumann (1952) en wordt gegeven door

$$[A(\sigma)]^2 = C \frac{\pi}{2} \sigma^{-6} \exp [- 2 g^2 \sigma^{-2} U^{-2}] \quad (19)$$

Hierin is g de versnelling van de zwaartekracht, U de windsnelheid en C een (hieronder bepaalde) constante. Voor de totale energie vinden we na integratie van (19)

$$E = \int_0^{\infty} [A(\sigma)]^2 d\sigma = C \frac{\pi}{2} \int_0^{\infty} \sigma^{-6} \exp [- 2 g^2 \sigma^{-2} U^{-2}] d\sigma = 3 C \left(\frac{\pi}{2}\right)^{3/2} \left(\frac{U}{2g}\right)^5 \quad (20)$$

Nu iets over de significante golfhoogte. Is een derde deel van het totale aantal golven dat geregistreerd is bij een meting gelijk aan n , dan is de significante golfhoogte het gemiddelde van de n hoogste golven. Deze significante golfhoogte kan geschreven worden als (zie Kinsman (1965), p. 390)

$$\bar{H}_{1/3} = 2.83 \sqrt{E} \quad (\text{c.g.s. eenheden}) \quad (21)$$

Door substitutie van (20) in (21) vindt men uit golfmetingen

$$C \approx 3.05 \cdot 10^4 \text{ cm}^2/\text{sec}^{-5}$$

We zijn in het voorgaande uitgegaan van een stationair en homogeen proces m.a.w. we beschouwen een evenwichtstoestand, waarin het energiespectrum onafhankelijk was van de tijd t of de positie \vec{x} . Een dergelijke situatie treffen we aan indien de wind in alle punten van het beschouwde gebied

gedurende een voldoende lange tijd over een voldoende lange afstand waait, zodat er sprake is van een verzadiging van het spectrum. In het algemeen hebben we niet met zo'n evenwichtssituatie te maken, maar zal het stochastisch proces niet stationair zijn tengevolge van beperkingen in de tijdsduur van de wind of niet homogeen tengevolge van beperkingen in de windbaan en zullen we het gedrag van het golfspectrum lokaal moeten beschrijven. We zullen daar later een summiere theoretische beschouwing aan wijden. Hier beperken we ons tot een, in zeker opzicht, empirische methode ontwikkeld door Neumann (1952). Deze beweert dat voor een gegeven windsnelheid, windbaan en windduur praktisch alle energie in het spectrum gegeven door (19), aanwezig zal zijn boven een bepaalde frequentie, terwijl voor frequenties beneden deze frequentie geen of weinig energie aanwezig is. Noemen we deze frequentie σ_I , dan zal σ_I een functie zijn van de windsnelheid U en òf de windbaan W òf de tijdsduur T , en wel

$$\sigma_I = \begin{cases} \sigma_I(U, W) & \text{indien de windbaan } W \text{ een beperkende factor} \\ & \text{vormt voor het bereiken van een volgroeide} \\ & \text{zee} \\ \sigma_I(U, T) & \text{indien de beperkende factor gegeven wordt} \\ & \text{door de tijdsduur } T. \end{cases}$$

Het spectrum wordt nu gegeven door

$$[A(\sigma)]^2 = \begin{cases} C \frac{\pi}{2} \sigma^{-6} \exp[-2 g^2 \sigma^{-2} U^{-2}] & \text{indien } \sigma_I < \sigma < \infty \\ 0 & \text{anders} \end{cases}$$

Hieruit vinden we voor de energie

$$E(\sigma_I, U) = \int_{\sigma_I}^{\infty} [A(\sigma)]^2 d\sigma \quad (22)$$

Door deze waarden van σ_I experimenteel te bepalen als functie van windsnelheid, windbaan en windduur, kan men met behulp van (21) en (22) de significante golfhoogte bepalen. Het is zeer praktisch om met behulp van geïntegreerde spectra zoals (22) en de experimenteel bepaalde waarden van σ_I windbaan- en tijdsduur-lijnen samen te stellen, met behulp waarvan men eenvoudig de golfhoogte in een grafiek kan aflezen, indien windsnelheid, windbaan en windduur bekend zijn (zie fig. 2).

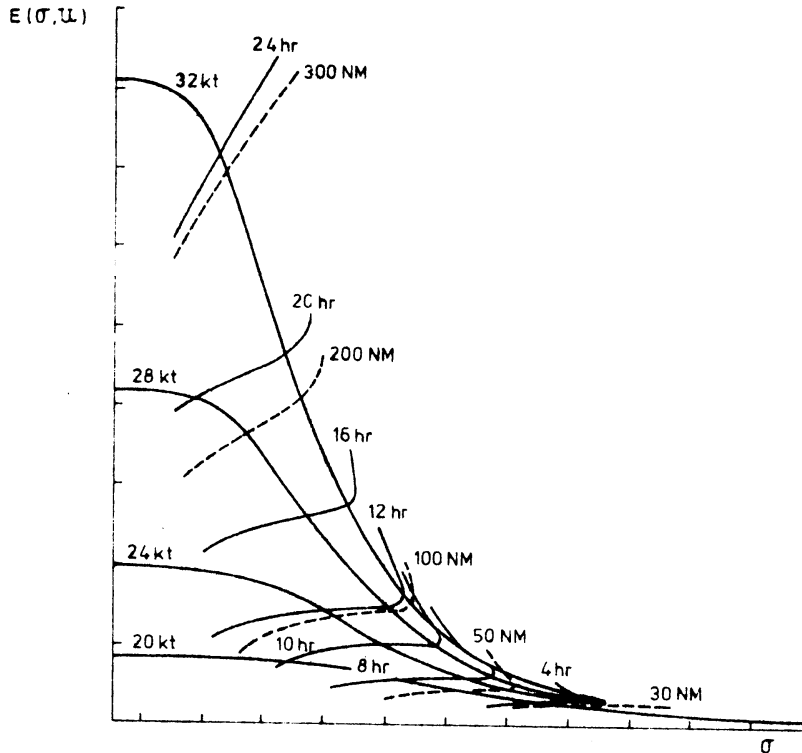


fig. 2. Uit Pierson, Neumann en James (1955).

Tot zover hebben we ons beziggehouden met het ontstaan van oceaangolven onder invloed van de wind, waarbij, zoals we zagen, de tijdsduur waarover de wind waait en de afstand waarover de wind min of meer dezelfde richting heeft (windbaan) bepalend waren. We zullen nu aandacht besteden aan de voortplanting van deze golven, nadat ze het gebied, waar ze opgewekt zijn, hebben verlaten (en nu deining genoemd worden). Het blijkt dat hierbij twee andere processen belangrijk zijn nl. dispersie en hoekspreiding. Daartoe eerst enkele opmerkingen over de hoekafhankelijkheid van het spectrum. Omdat we hier veronderstellen dat de wind geen golven opwekt die zich tegengesteld aan de windrichting voortplanten (we gaan niet in op niet-lineaire wisselwerking tussen de componenten) kunnen we schrijven

$$\int_{-\pi}^{\pi} [A(\sigma, \theta)]^2 d\theta = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} [A(\sigma, \theta)]^2 d\theta = [A(\sigma)]^2$$

Op grond van experimenten komt men nu tot een schatting

$$[A(\sigma, \theta)]^2 = \frac{2}{\pi} [A(\sigma)]^2 \cos^2 \theta \quad \left(-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \right)$$

We geven een schets in fig. 3. Andere, meer gecompliceerde, vormen voor deze hoekafhankelijkheid vinden we in Kinsman (1965, p. 402) en Marks (1968, p. 31).

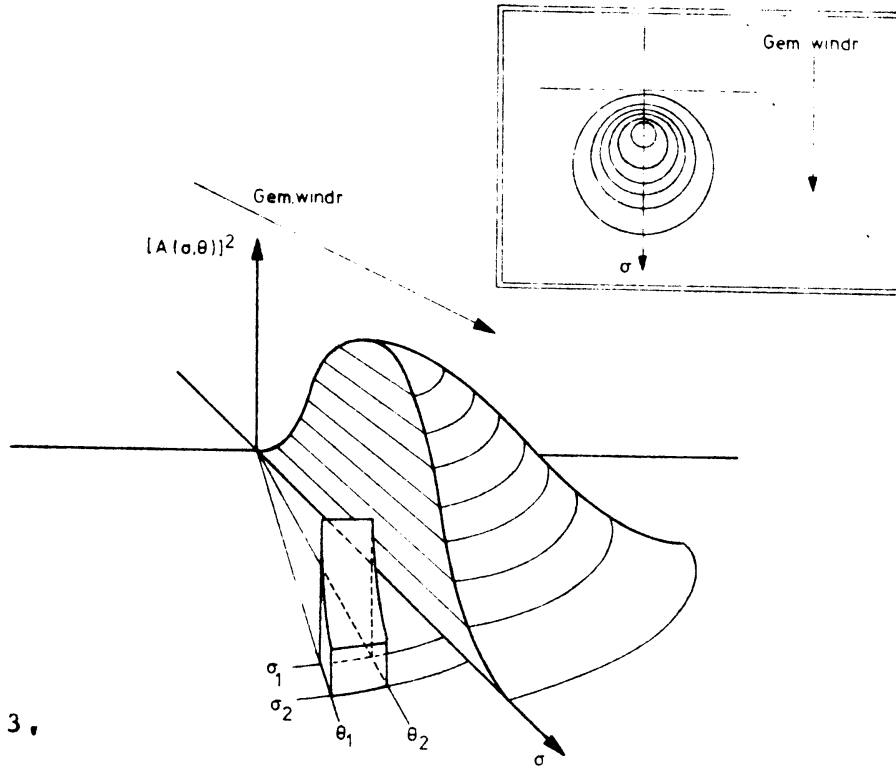


fig. 3.

Voor beschouwingen over de voortplanting van deining gaan we uit van fig. 4. Het stormgebied wordt gekenschetst door de parameters W (windbaan) en B (breedte). Tengevolge van dispersie zal er een scheiding optreden tussen de golfcomponenten in verband met de verschillende groepsnelheden. Met behulp van de dispersievergelijking uit (6) leiden we gemakkelijk het verband af tussen groep- en fasesnelheid

$$v_{\text{groep}} = v_{\text{fase}}/2 = g/2\sigma .$$

Uit fig. 4 volgt dat zowel de frequentie als de voortplantingsrichting van een spectraal component waargenomen op tijdstip t_0 in punt (x_0, y_0) en afkomstig van zeegang die ten tijde $t = 0$ aanwezig was binnen het rechtehoekig golfveld tussen de volgende grenzen liggen

$$\frac{gt_0}{2(D+W)} < \sigma < \frac{gt_0}{2D} \tag{23}$$

$$\tan^{-1} \left[\frac{y_0 - B/2}{x_0} \right] < \theta < \tan^{-1} \left[\frac{y_0 + B/2}{x_0} \right] \tag{24}$$

Hierbij veronderstellen we dat y_0 niet te groot is vergeleken met $B/2$.

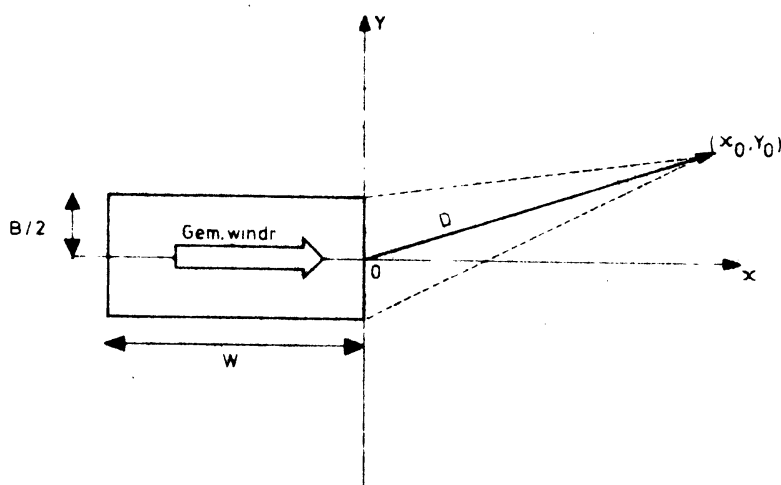


fig. 4.

In het vaste observatiepunt (x_0, y_0) zullen wegens de dispersie eerst de componenten met een lagere frequentie aankomen. De frequenties die men waarneemt, nemen lineair toe met de tijd, zie (23).

De frequentie en hoekspreiding worden vervolgens gevonden uit (23) en (24) en bedragen

$$\Delta\sigma = \frac{gWt_0}{2D(D+W)}$$

$$\Delta\theta = \frac{B}{D}$$

Deze effecten van dispersie en hoekspreiding worden gecombineerd door, na het bepalen van σ_1 en σ_2 (de hoogste en laagste frequentie, die verwacht kunnen worden), het verschil van de waarden van de energie voor elk van deze frequentieste vermenigvuldigen met de hoekspreidingsfactor, waarmee een te verwachten significante golfhoogte voor de deining berekend kan worden (zie Pierson, Neumann en James, 1955).

We zullen hier niet op verdere details ingaan. Enige opmerkingen nog over spectra. Sinds Neumann (1952) zijn er verschillende pogingen ondernomen (zowel theoretisch als experimenteel) om de vorm van het spectrum te verbeteren. Mede naar aanleiding van het werk van Kitaigorodskii (1961, 1962) is een beter spectrum voorgesteld door Pierson en Moskowitch (1964). De argumentatie hiervoor was de volgende. Kitaigorodskii (1961) veronderstelt dat het dominerende gedeelte van het energiespectrum van zeeegang een functie is van vier variabelen.

$$[\Lambda(\sigma)]^2 = S(\sigma) = F(\sigma, g, U, X) \quad (25)$$

De parameter X , die in (25) voorkomt staat voor de windbaan, indien deze een beperking vormt voor de ontwikkeling van een volgroeiende zee of voor de tijdsduur van de wind indien deze een beperkende factor vormt. De parameters σ, g en U hebben hun reeds vermelde betekenis. Men verkrijgt een dimensieloos spectrum als functie van een dimensieloze frequentie en een dimensieloze windbaan door de volgende vergelijkingen

$$S'(\sigma) = F'(\sigma', X')$$

waar

$$S'(\sigma) = \frac{g^3 S(\sigma)}{U^5}$$

$$\sigma' = \frac{U\sigma}{g}$$

$$X' = \frac{gX}{U^2}$$

Kitaigorodskii heeft een aantal eigenschappen voor dit spectrum afgeleid*. Allereerst volgt de significante golfhoogte een U^2 -wet. Verder voldoet de frequentie σ_{\max} , waarvoor de spectrale dichtheid maximaal is aan

$$\frac{\sigma_{\max} U}{g} = \text{constant}$$

* Ten overvloede zij erop gewezen dat we ons hier beperken tot het bespreken van spectra voor een volledig ontwikkelde zeeegang, zodat $S'(\sigma) = F'(\sigma')$.

Bovendien geldt voor een volledig ontwikkelde zeegang dat

$$S(\sigma, g, U_2) \geq S(\sigma, g, U_1)$$

voor alle σ , indien $U_2 > U_1$.

Een spectrum, dat veel overeenkomst vertoont met spectra, gevonden uit golfmetingen en dat bovendien aan de door Kitaigorodskii gestelde criteria voldoet, is ontwikkeld door Pierson en Moskowitch (1964) en wordt gegeven door

$$S_o(\sigma) = \frac{\alpha g^2 \sigma^{-5}}{(2\pi)^5} \exp(-\beta \sigma_o^4 / \sigma^4) \quad (26)$$

waarin

$$\alpha = 8.1 \cdot 10^{-3}$$

$$\beta = 0.74$$

$$\sigma_o = \frac{1}{2\pi} g U^{-1}$$

We gaan hier niet verder in op het bespreken van golfspectra ondanks alle arbeid die hier waarschijnlijk nog aan besteed wordt (zie Marks et al (1968); voor het bepalen van golfspectra uit metingen, zie b.v. Kinsman (1965)).

We zullen nu enkele elementaire beschouwingen wijden aan niet lineaire golfinteracties. Indien we geen evenwichtstoestand hebben (waarin we de toestand dus niet mogen opvatten als een homogeen en stationair stochastisch proces), maar wanneer er nog sprake is van een opbouw van de zeegang, kunnen we in het algemeen twee processen onderscheiden:

Een aangroeiing van de golfhoogte en een hierop volgende demping tengevolge van niet lineaire interacties tussen de verschillende golfcomponenten.

Er zijn verschillende methoden om dit te beschrijven (zie Kadomtsev (1965)). Allereerst zou men uit kunnen gaan van de niet lineaire vorm van de uitgangsvergelijkingen om hieruit een kinetische golfvergelijking af te leiden. Een tweede methode bestaat uit het aanvoeren van fysische argumenten voor de beschrijving van deze niet lineaire golfinteracties. We zullen deze laatste methode hier bespreken en daarmee een andere manier aangeven om het probleem van het berekenen van golfvelden op de Atlantische Oceaan op te lossen. (Zie Marks et al (1968)). In een allereerste fase zal het energiespectrum $S(\sigma)$ niet tijdonafhankelijk zijn, maar er zal in een bepaald punt van het door ons beschouwde gebied gelden

$$\frac{\partial}{\partial t} S(\sigma, t) = H(\sigma, t) \quad (27)$$

waar de functie $H(\sigma, t)$ bepaald wordt uit metingen van drukfluctuaties tengevolge van de turbulente wind. We kunnen verschillende mechanismen onderscheiden die verantwoordelijk zijn voor de groei van de golven. Zijn de golven namelijk eenmaal opgewekt door het resonantie mechanisme (27), Phillips(1957), dan zorgen mechanismen, beschreven door de theorieën van Miles (1957, 1959, 1962) en Phillips (1966), voor verdere groei. De totale groei van het spectrum wordt uitgedrukt door de vergelijking

$$\frac{\partial}{\partial t} S(\sigma, t) = H(\sigma, t) + G(\sigma, t) S(\sigma, t) \quad (28)$$

waar de theorieën van Miles en Phillips vervat zijn in de $G(\sigma, t)$ term. De $H(\sigma, t)$ term veroorzaakt een bijzonder langzame groei van de verschillende componenten, zodat het ettelijke uren kan duren voordat een (merkbare) achtergrond van golfcomponenten is opgebouwd. Op dat ogenblik begint de $G(\sigma, t)$ term te werken, hetgeen resulteert in een exponentiële groei van de spectraalcomponenten. Dit wordt geïllustreerd in fig. 5 en 6, oorspronkelijk gepresenteerd door Inoue (1967) (zie Marks et al (1968), p. 33 en 34).

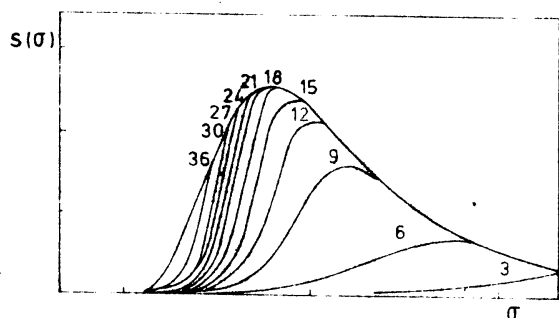


fig. 5. Groei van het spectrum met de tijd voor een windsnelheid van 30 kt. in de afwezigheid van achtergrondgolven (in uren).

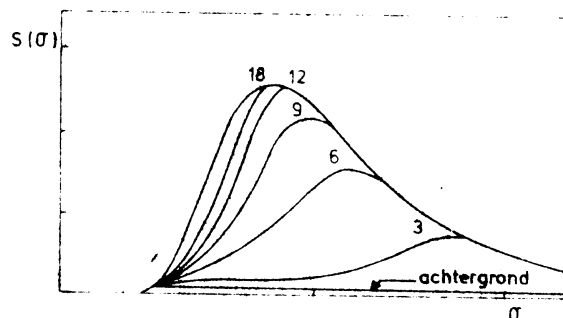


fig. 6. Idem, in de aanwezigheid van achtergrondgolven.

Er is uiteraard een mechanisme nodig om de groei af te remmen tot een volledig ontwikkelde toestand van het spectrum bereikt is. In Marks et al (1968) wordt dit mechanisme in rekening gebracht door de volgende vergelijking

$$\frac{\partial}{\partial t} S(\sigma, t) = H(\sigma, t) \left[1 - \left(\frac{S(\sigma, t)}{S_0(\sigma)} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + G(\sigma, t) \left[1 - \left(\frac{S(\sigma, t)}{S_0(\sigma)} \right)^2 \right] S(\sigma, t) \quad (29)$$

Hierin wordt $S_0(\sigma)$ gegeven door (26).

Uit fig. 5 en 6 blijkt dat de verzadiging van het spectrum binnen zeer korte tijd tot stand komt. We kunnen verder nog twee mechanismen onderscheiden, die een afname van de golven in een punt veroorzaken. Allereerst gebeurt dit door de voortplanting van de golven, waardoor deze zich uit het betreffende punt verwijderen. Deze voortplanting zorgt bovendien voor een effect, dat eerder door het bepalen van de windbaan in rekening werd gebracht, en uiteraard ook voor de voortplanting van de deining. Een ander mechanisme is energiedissipatie door turbulentie en tegengesteld gerichte winden en golven (een en ander kan theoretisch in aanmerking genomen worden (zie Marks et al (1968), p. 34), maar de ervaring is dat er in de praktijk, met de gegevens die men ter beschikking heeft, weinig zinnigs over te zeggen valt).

2. Enkele opmerkingen over de gevolgde methode

We hebben in het voorgaande getracht globaal aan te geven op welke manier men het probleem van het berekenen van golfvelden uit windvelden kan aanpakken o.a.

- a. Op de laatst besproken manier, door vergl. (29) met een beginvoorwaarde op te lossen en bovengenoemde dissipatieve effecten in aanmerking te nemen.
- b. Semi-empirisch, door windbaan en tijdsduur te bepalen en vervolgens gebruik te maken van fig. 2.

waarbij van beide methoden (waarschijnlijk) nog veel variaties mogelijk zijn. Bij de constructie van het rekenprogramma hebben we gekozen voor de meer empirische aanpak. De redenen hiervoor waren de volgende:

1. Bij het optimaal routeren van schepen is men primair geïnteresseerd in de significante golfhoogte (en golfrichting) nog niet in het tijdafhankelijk gedrag van golfspectra. Overigens kunnen bij de significante golfhoogten zonder probleem significante perioden gegeven worden.
2. Kortere rekentijden.
3. Het rekenprogramma is niet bedoeld als een poging tot golfonderzoek. Derhalve lijkt het raadzamer uit te gaan van empirische gegevens dan van theoretische modellen, die in veel gevallen nog moeten bewijzen een adequate beschrijving te geven voor de waargenomen verschijnselen.
4. Tijdstappen en roosterafstand zijn van een dergelijke grootte, dat een hierbij vergeleken te grote nauwkeurigheid overbodig is.
5. Resultaten zijn beter reproduceerbaar.

Voor een goed overzicht van de gevolgde methode wordt men verwezen naar het stroomdiagram, dat als bijlage is toegevoegd. Omdat daar opdrachten in voorkomen, die niet gepreciseerd zijn, zullen we deze hier nader bekijken.

Allereerst wordt het door ons beschouwde gebied weergegeven in fig. 7, waar de oriëntatie van het rechthoekig coördinatenstelsel is aangegeven. De coördinaten van de noordpool in dit coördinatenstelsel (zie Bijlsma en Van Riet-schote, 1972 II, p. 6) zijn $x = 33$ en $y = 37$; de roosterafstand en schaal-factor bedragen respectievelijk 0.625 en $30 \cdot 10^6$.

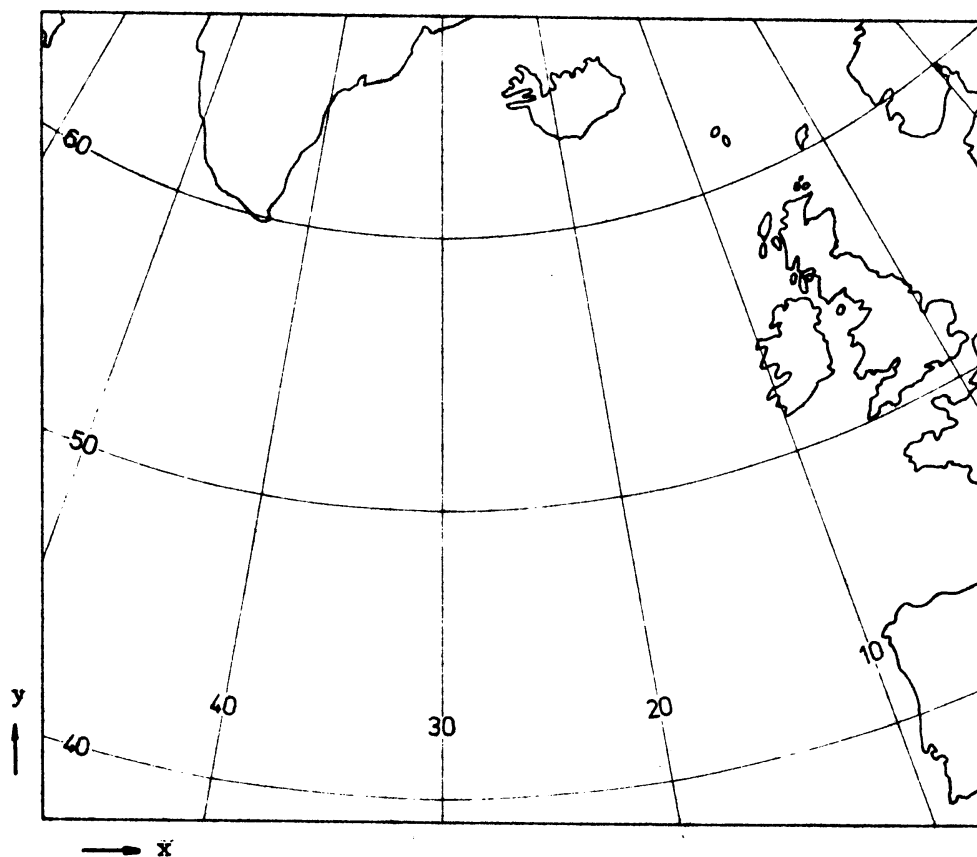


fig. 7

Een van de opdrachten, die voorkomt bij het berekenen van de windbaan is het constateren of een punt op land ligt. Dit gebeurt op de volgende manier. In ieder roosterpunt wordt de afstand in de x- en y-richting tot de kust gegeven (in roostereenheden) indien deze minder dan een roosterafstand bedraagt. Is de afstand in de x- of y-richting groter dan een roosterafstand, dan wordt aan deze afstand een 0 toegekend, terwijl aan punten op land de indices $(-1, -1)$ worden gegeven. Let wel: Indien men aan de 4 roosterpunten van een eenheidsoppervlakte de indices $(-1, -1)$ toekent, ligt de hele oppervlakte-eenheid op land, wat in veel gevallen niet de bedoeling zal zijn. Men moet

het verloop van de kust dan op een geschikte manier wijzigen. Het kan bovendien voorkomen dat er in de x- respectievelijk y-richting 2 afstanden mogelijk zijn, in welk geval we deze voor de eenvoudigheid hier gelijk nemen. Binnen een eenheidsoppervlakte in het rooster wordt de kust benaderd door een rechte lijn. Een variabele ijsgrens kan op deze wijze eenvoudig (en nauwkeurig) worden ingelezen.

Veronderstel nu dat (h,k) de coördinaten zijn van het roosterpunt, waarin we de golfhoogte (en daarmee de windbaan) willen berekenen. In verband met het bepalen van deze windbaan zijn we dan geïnteresseerd of het punt (x,y) met

$$x = h + \Delta x$$

$$y = k + \Delta y$$

waar Δx en Δy uiteraard gegeven zijn in roostereenheden, op land ligt. We gaan daartoe uit van een roosterpunt (c,d) met

$$c = h + \frac{\Delta x}{|\Delta x|} \text{ entier } (|\Delta x|)$$

$$d = k + \frac{\Delta y}{|\Delta y|} \text{ entier } (|\Delta y|)$$

zodat het punt (x,y) tussen de roosterpunten (c,d), (c,b), (a,b) en (a,d) ligt met $a = c + \frac{\Delta x}{|\Delta x|}$ en $b = d + \frac{\Delta y}{|\Delta y|}$. In ons geval kunnen nu de volgende

situaties voorkomen (deze volgorde wordt ook in het rekenprogramma afgewerkt).

1. (a,b) op land
 - 1.1. (a,b), (a,d) en (c,d) op land
 - 1.2. (a,b), (c,d) en (c,b) op land
 - 1.3. (a,b), (c,b) en (a,d) op land
 - 1.4. (a,b) en (a,d) op land
 - 1.5. (a,b) en (c,b) op land
 - 1.6. (a,b) alleen op land

2. (a,b) niet op land

2.1. (c,b) op land

2.1.1. (c,b) en (c,d) op land

2.1.2. (c,b) alleen op land

2.2. (a,d) op land

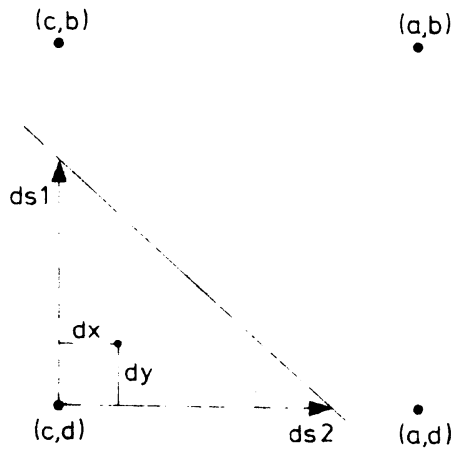
2.2.1. (a,d) en (c,d) op land

2.2.2. (a,d) alleen op land

Uit elk van de voorkomende gevallen (1,2 of 3 punten op land) zullen we een voorbeeld uitwerken op een manier zoals dit in het rekenprogramma gebeurt. We definiëren daartoe

$$\begin{aligned} dx &= | \Delta x - c | \\ dy &= | \Delta y - d | \end{aligned}$$

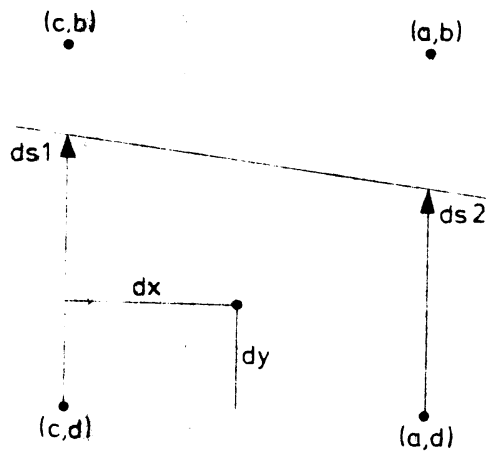
I. 3 punten op land (situatie 1.1)



Noemen we afstanden tot de kust in x- respectievelijk y-richting in dit geval ds_2 en ds_1 , dan ligt punt (x,y) op land, indien

$$dy \geq (ds_2 - dx) \frac{ds_1}{ds_2}$$

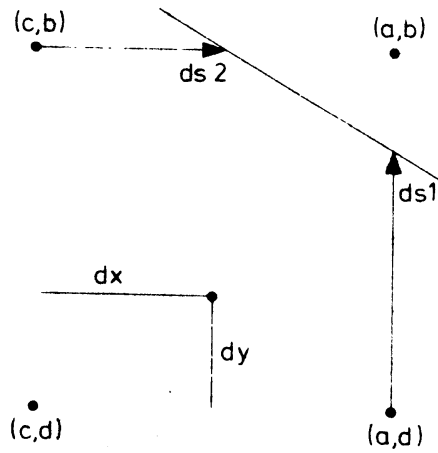
II. 2 punten op land (situatie 1.5)



In dit geval ligt punt (x,y) op land, indien

$$dy \geq (ds2 - ds1) dx + ds1$$

III. 1 punt op land (situatie 1.6)



Indien $dx \geq ds2 \wedge dy \geq ds1$ dan ligt het punt (x,y) op land als bovendien

$$(dy - ds1) \geq (1 - dx) \frac{(1 - ds1)}{(1 - ds2)}$$

Een andere niet nader beschreven opdracht is het berekenen van de deining. Voor de eenvoudigheid veronderstellen we hier te maken te hebben met één deiningsveld, ook al, omdat dit het geval is met de golfkaarten, waarmee we onze resultaten vergelijken.

Deze deining met een gemiddelde periode van 10 sec. legt in 12 uur ongeveer 330 km af. Om in een roosterpunt de deining te bepalen construeren we een cirkel, met het betreffende roosterpunt als middelpunt en een straal overeenkomende met een afstand van 330 km. Op deze cirkel kiezen we om de 30 graden punten, waarin we door interpolatie de deining respectievelijk zeegang van 12 uur geleden berekenen, althans indien de deining respectievelijk zeegang in de 4 roosterpunten, die bij een dergelijke interpolatie gebruikt worden tot één deinings- respectievelijk zeegangsveld behoren (d.w.z. de onderlinge richtingen mogen niet te veel uiteenlopen). Vervolgens wordt het grootste golfveld dat naar het roosterpunt gericht is (waarbij uiteraard een zekere tolerantie in de richting in acht genomen moet worden) als uiteindelijke deining in het roosterpunt beschouwd.



Voor verdere referenties op het gebied van oceaangolven wordt men verwezen naar Neumann en Pierson (1957), ocean wave spectra (1963), Snyder en Cox (1966), Wilson (1965), Darbyshire en Simpson (1967) en Pore (1970). Voor praktische informatie naar Groen en Dorrestein (1958).

3. Resultaten

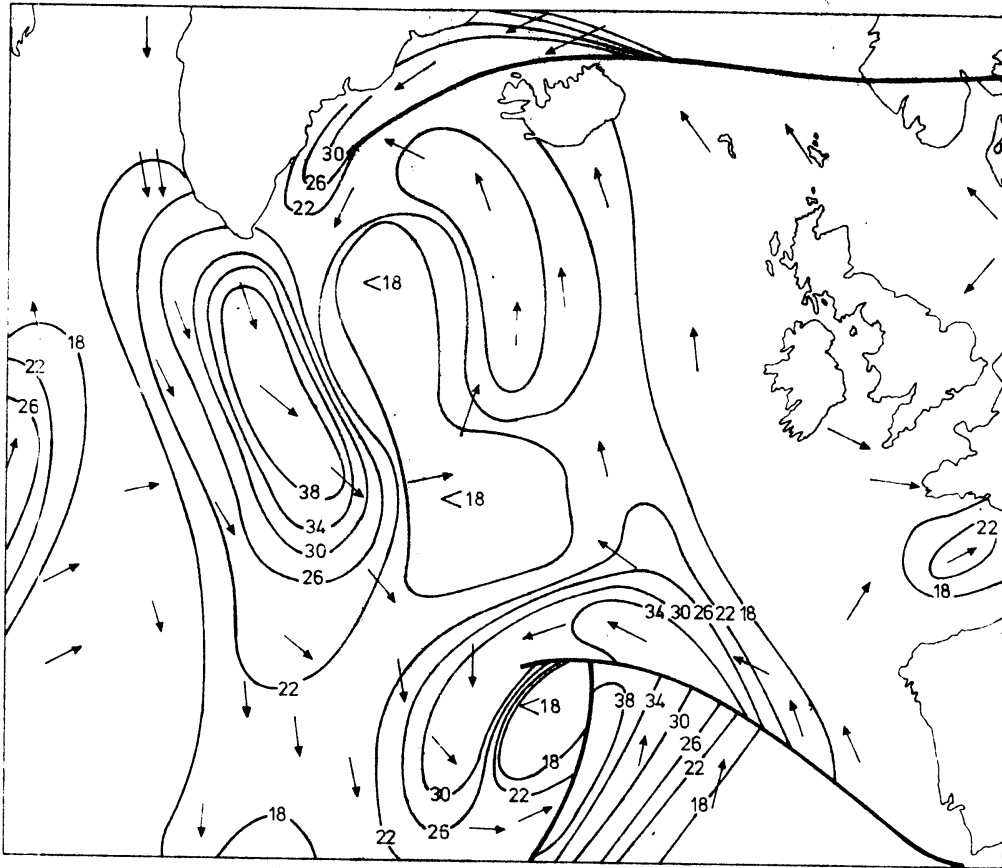
In dit rapport worden resultaten van het rekenprogramma getoond met behulp van isotachenkaarten van de periode 8 november 1965 00.00 uur - 13 november 1965 00.00 uur.

Over het digitaliseren van deze isotachenkaarten het volgende. Onze ervaring is dat het inlezen van deze isotachenkaarten in roosterpunten een aanzienlijke foutenbron kan zijn. Deze fouten zijn zo goed mogelijk gecorrigeerd, wat niet wegneemt dat er toch nog bepaalde verschillen aanwezig zijn tussen oorspronkelijke en ingelezen kaarten, hetgeen ook tot uitdrukking zal komen in de getoonde golfkaarten. Tenslotte nog iets over de toegevoegde plaatjes. Deze worden zo gepresenteerd dat men op de linkerbladzijde de oorspronkelijke isotachenkaart en de hieruit door Bureau Routing afgeleide golfkaart aantreft, terwijl men op de rechterbladzijde de resultaten van het rekenprogramma vindt en wel zeegang boven en deining beneden. Bij de beoordeling van de resultaten moet men bedenken, dat het gedrag bij fronten, zoals getoond in de golfkaarten van Routing, gevonden wordt door de roosters van zeegang en deining over elkaar heen te leggen.

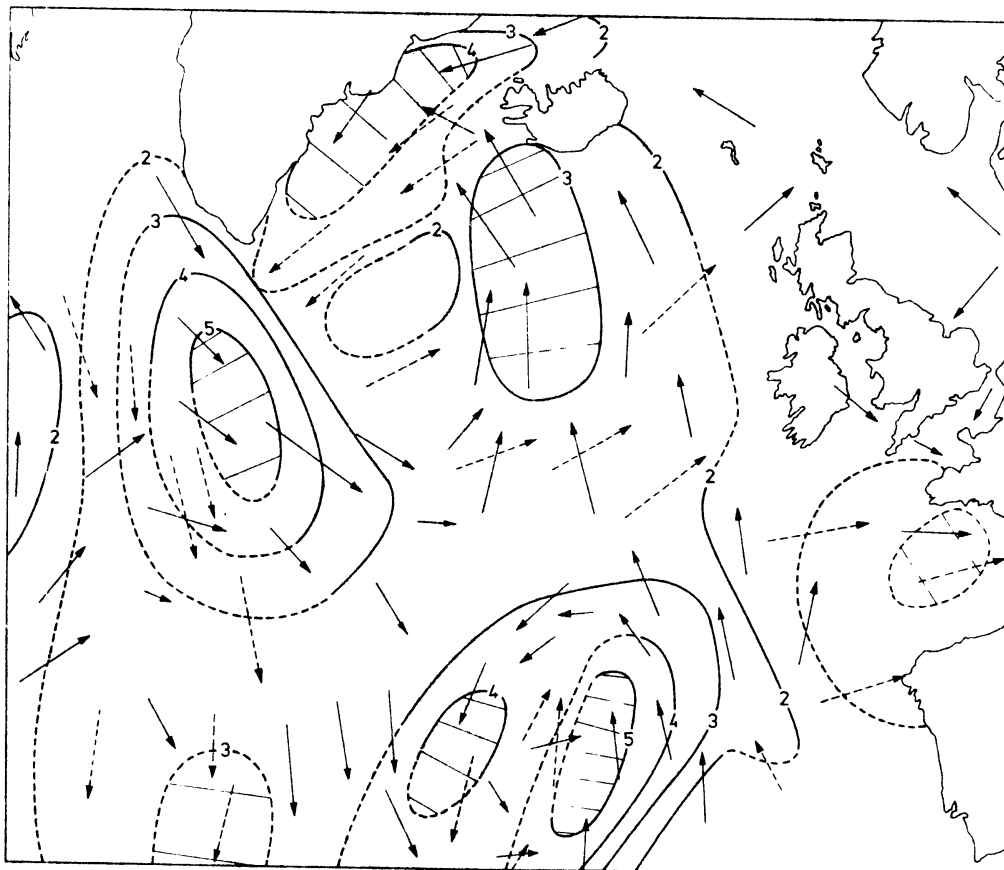
Omdat we bij het bepalen van de tijdsduur van de wind in het rekenprogramma 48 uur terug kijken, wordt het berekenen van de zeegang gestart bij het inlezen van de vijfde isotachenkaart. Het berekenen van de deining gebeurt uiteraard 12 uur, nadat de zeegang bepaald is.

In de isotachenkaarten worden de windsnelheden gegeven in knopen. Beneden 18 knopen worden ze niet vermeld. De dikke lijnen geven de posities van fronten aan. In de golfkaarten wordt de zeegang aangegeven door  en de deining door . Golfhoogten kleiner dan 2 meter worden niet weergegeven.

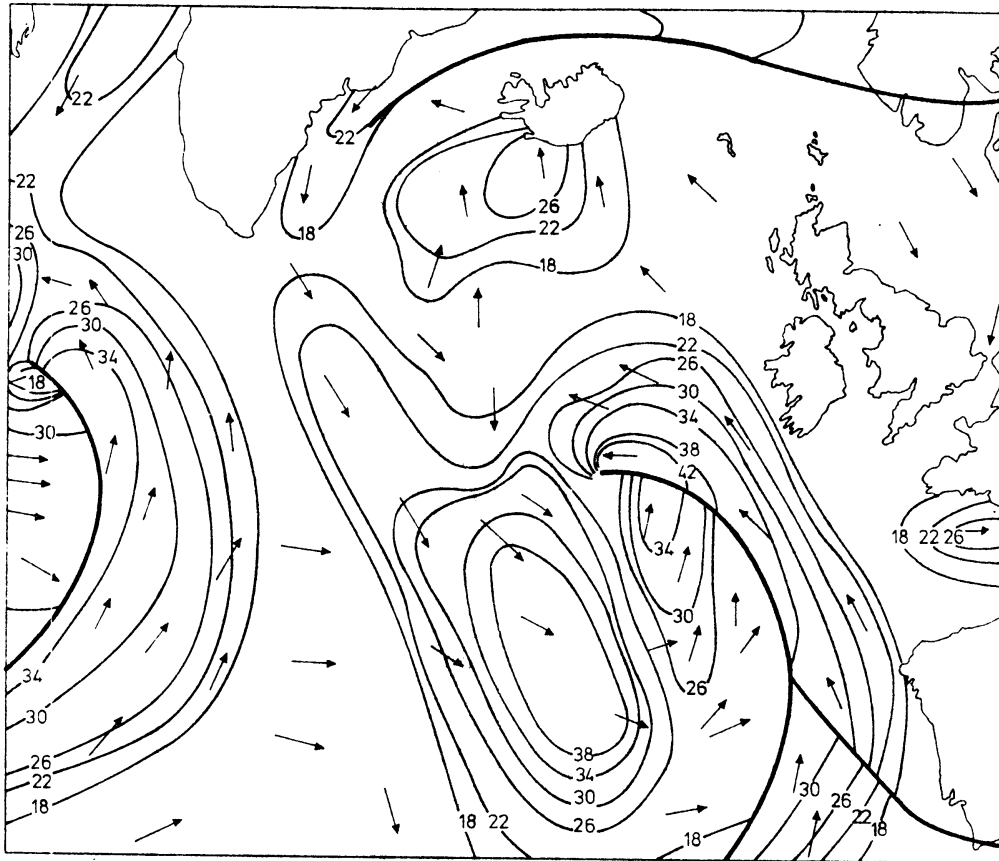
Wat betreft de resultaten van het rekenprogramma: het bovenste getal bij een roosterpunt geeft de golfhoogte in decimeters, het onderste de golf-richting in graden, gemeten t.o.v. de richting van de negatieve y-as met de wijzers van de klok mee.



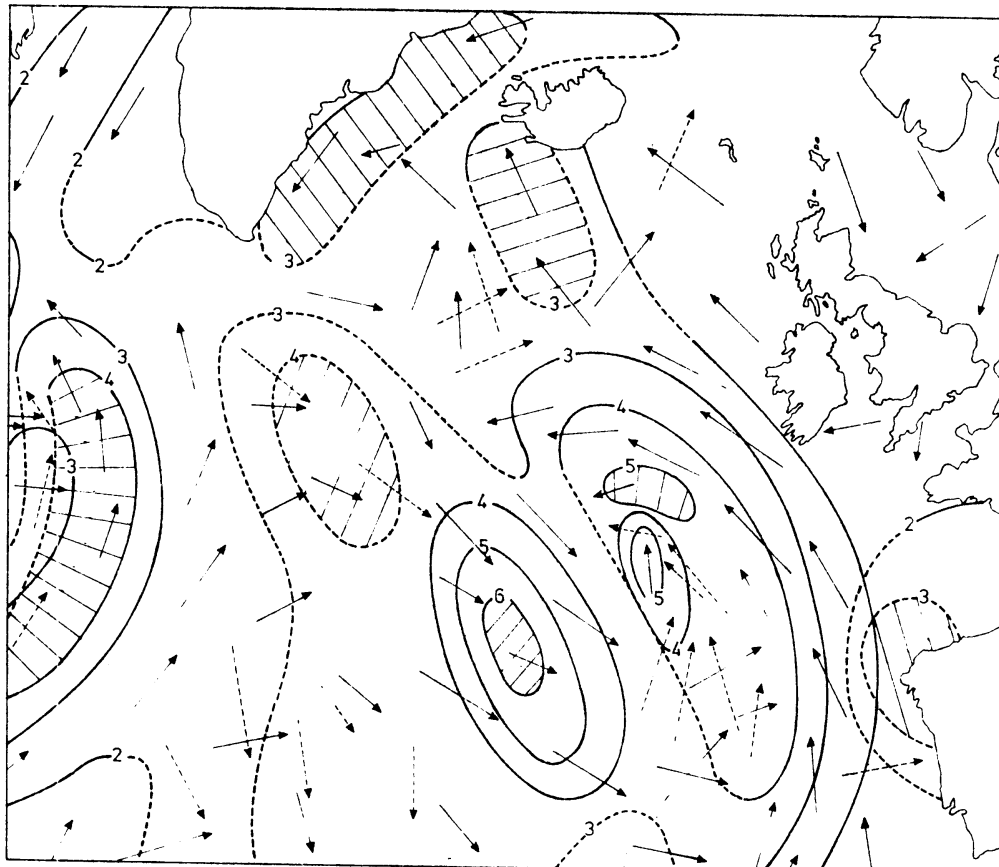
isotachenkaart 10.11.65 00.00 z



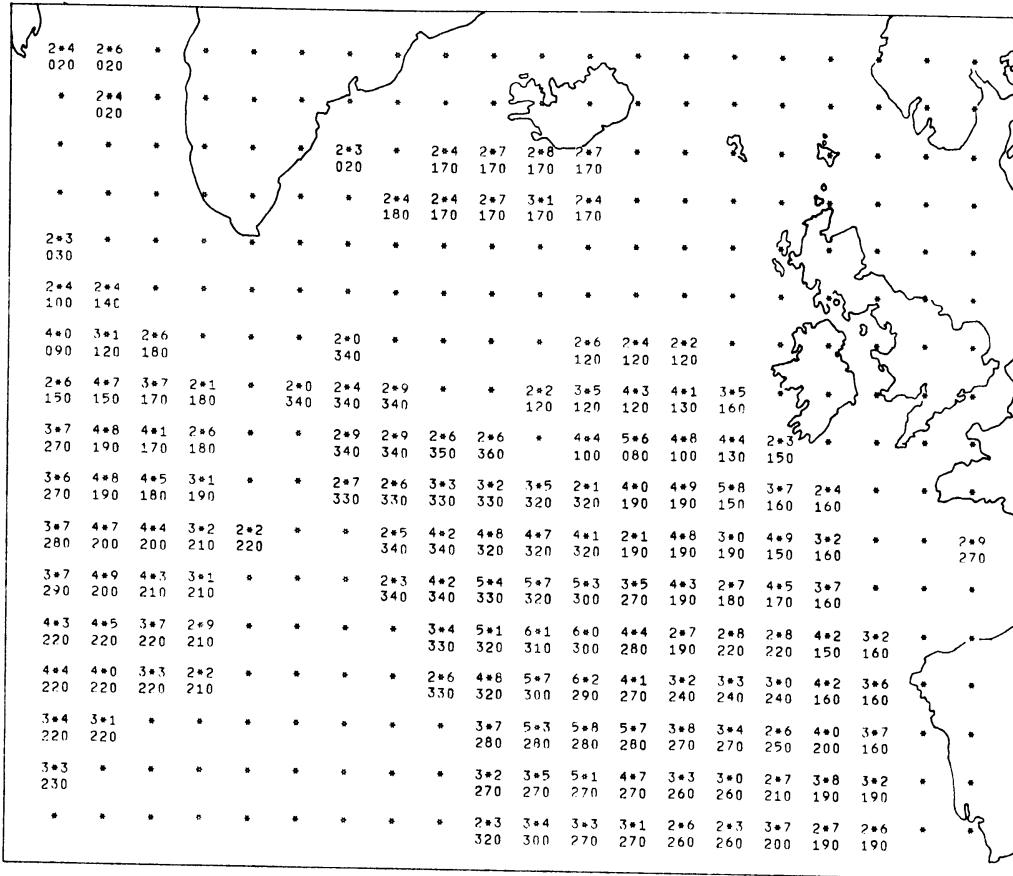
golfkaart 10.11.65 00.00 z



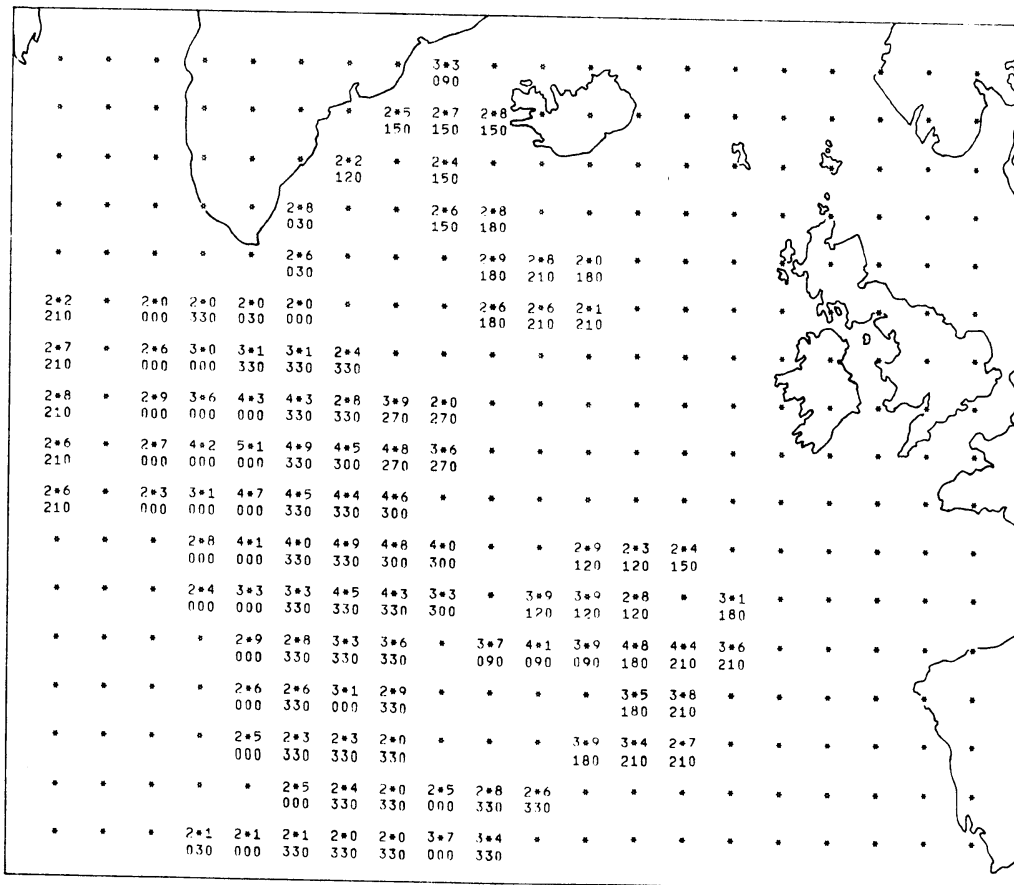
isotachenkaart 10.11.65 12.00 z



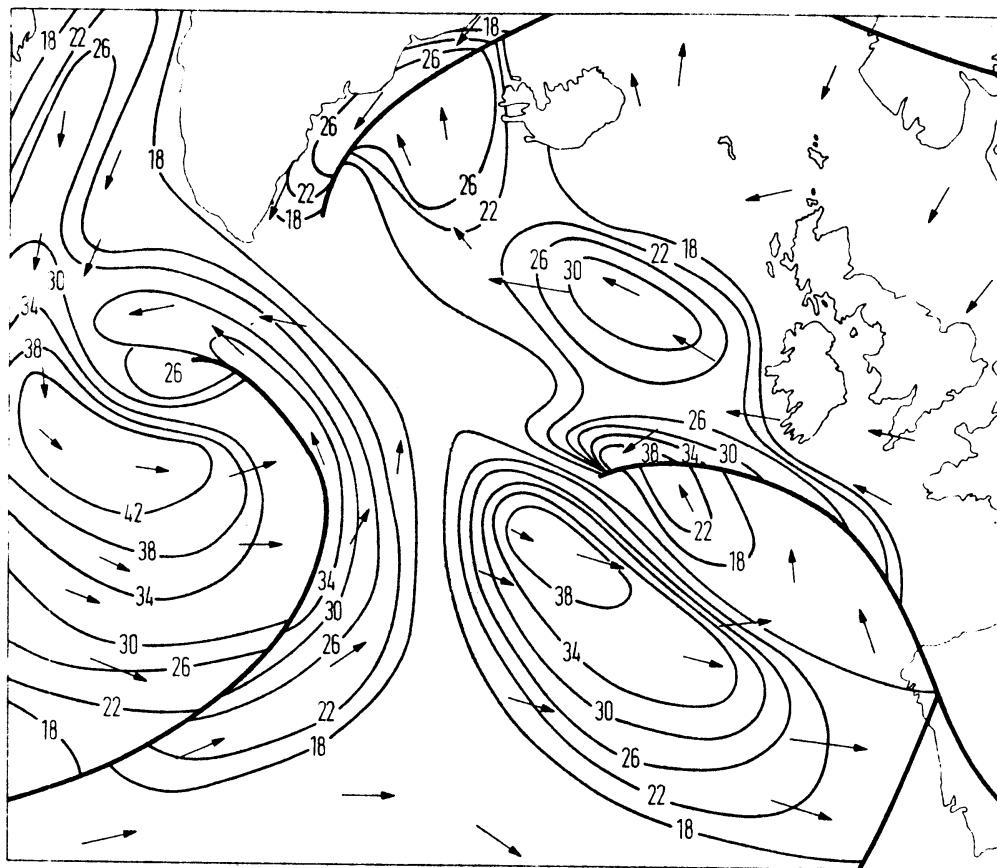
golfkaart 10.11.65 12.00 z



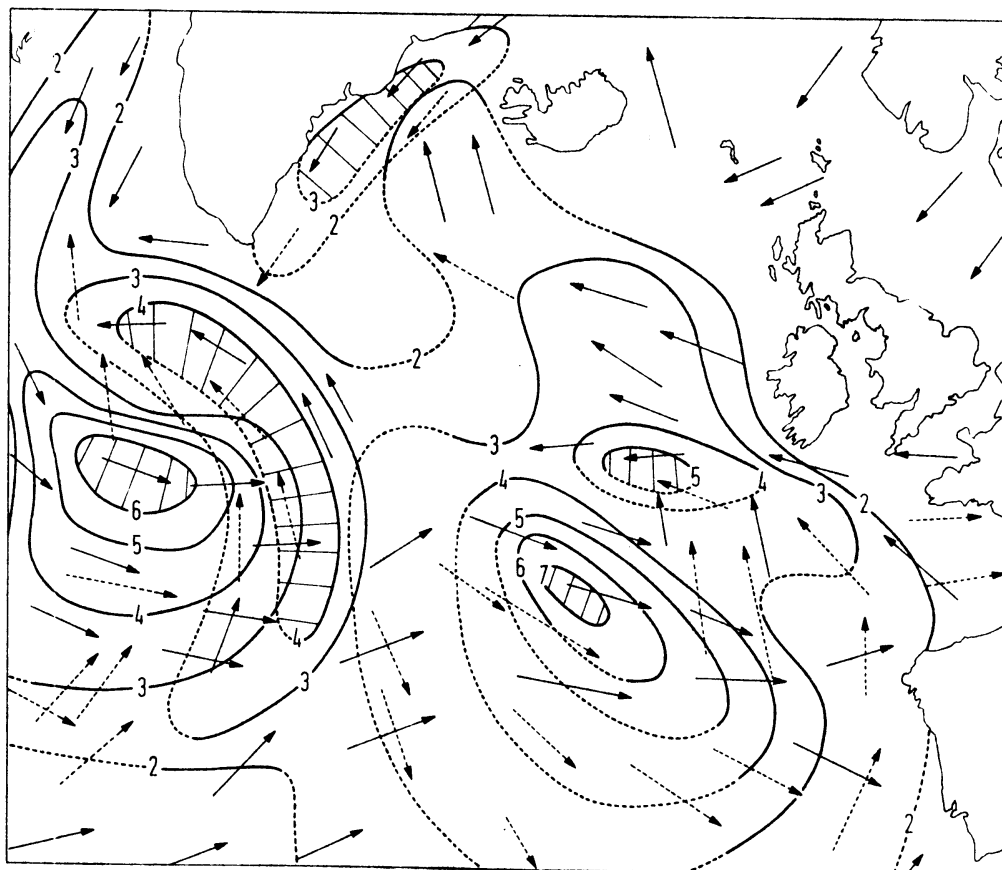
zeegang 10_11_65 12.00 z



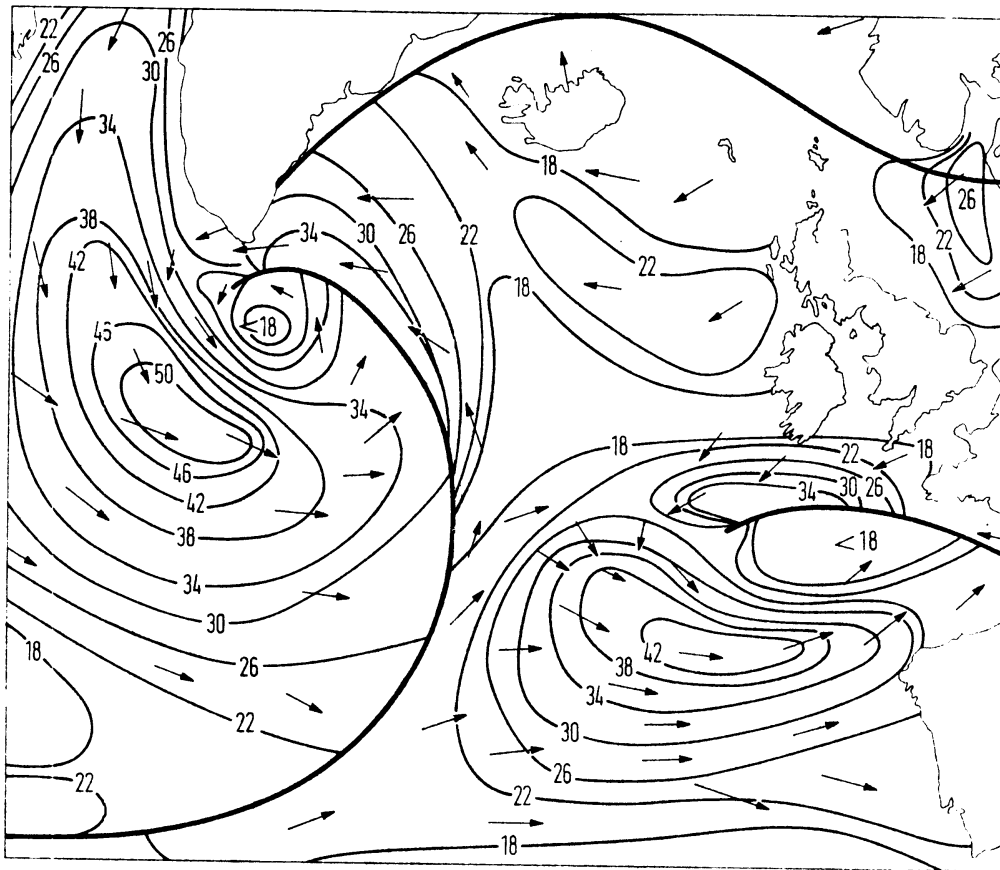
deining 10_11_65 12.00 z



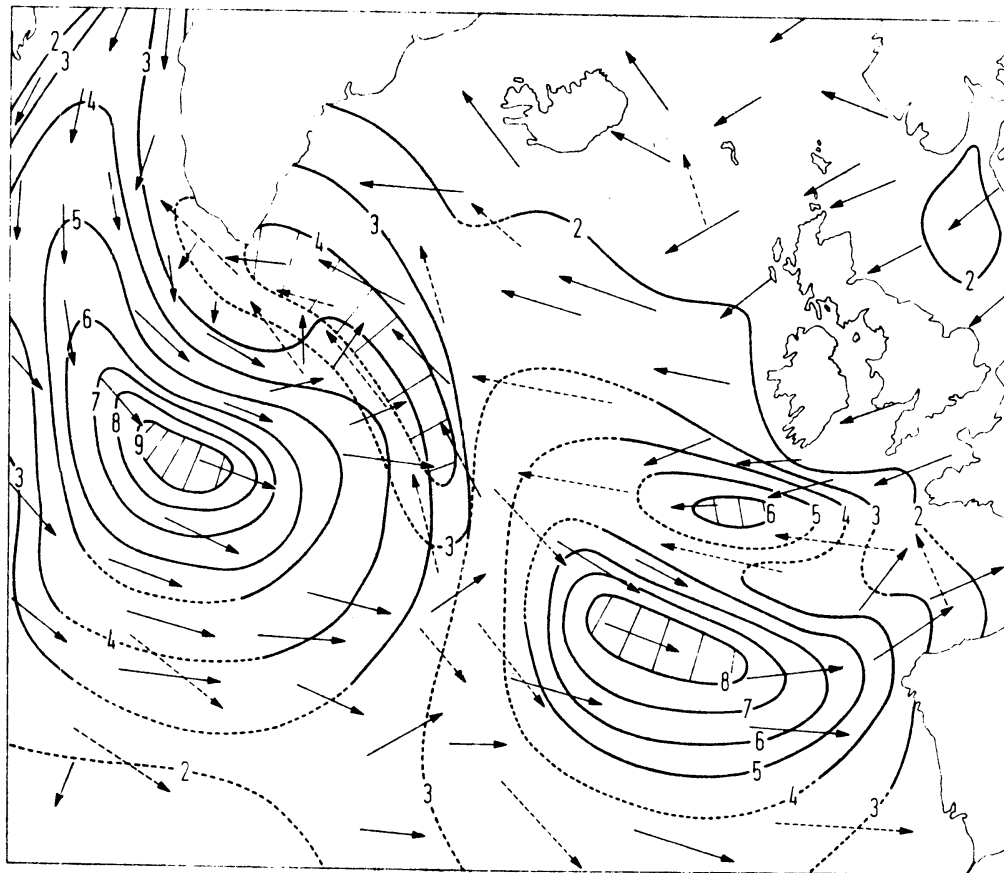
isotachenkaart 11.11.65 00.00 z



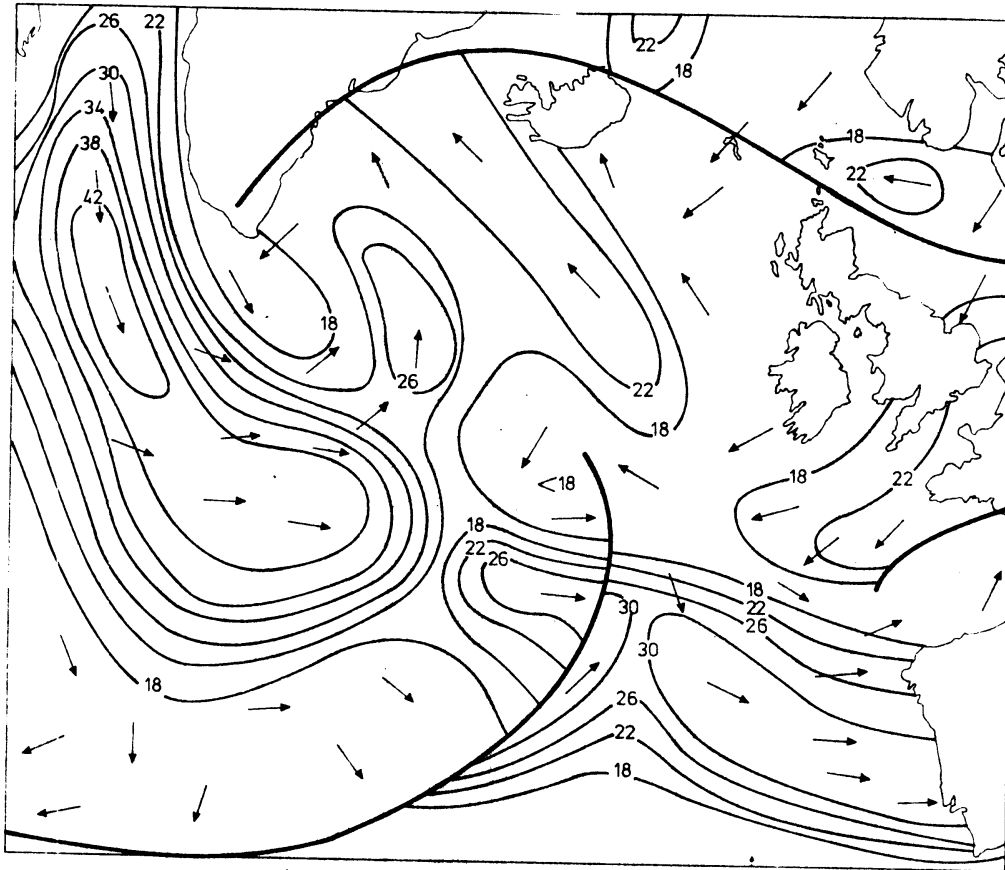
golfkaart 11.11.65 00.00 z



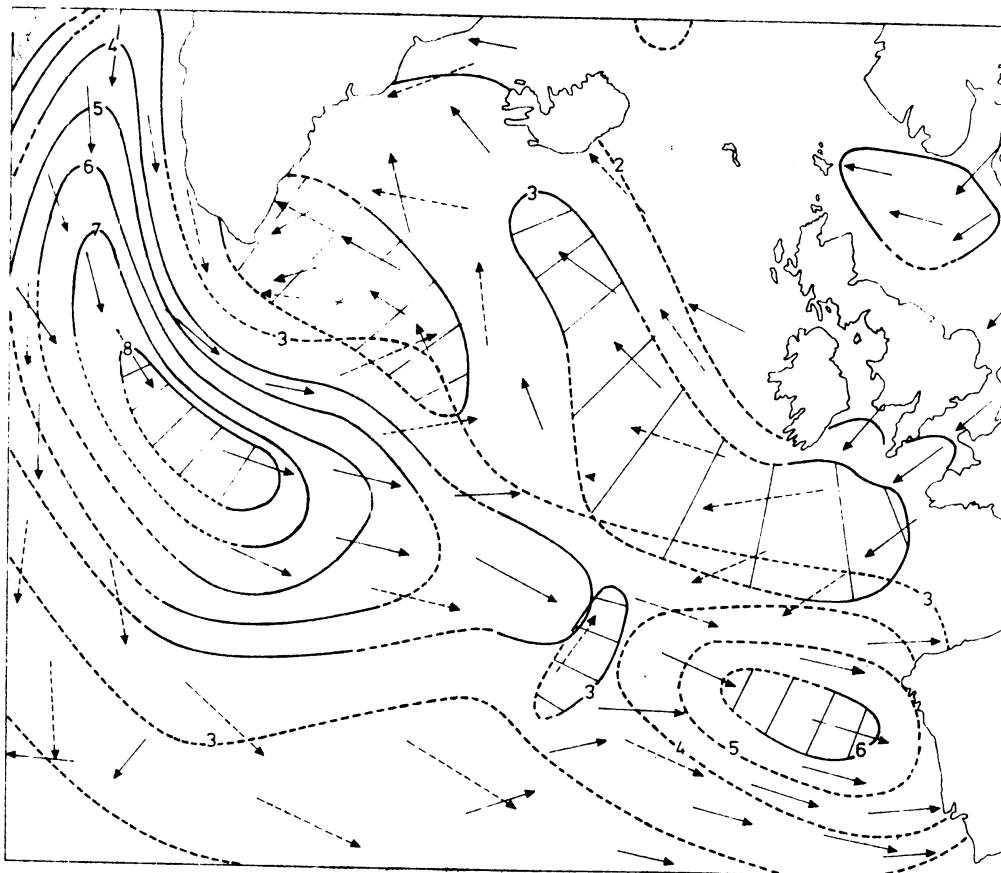
isotachenkaart 11.11.65 12.00 z



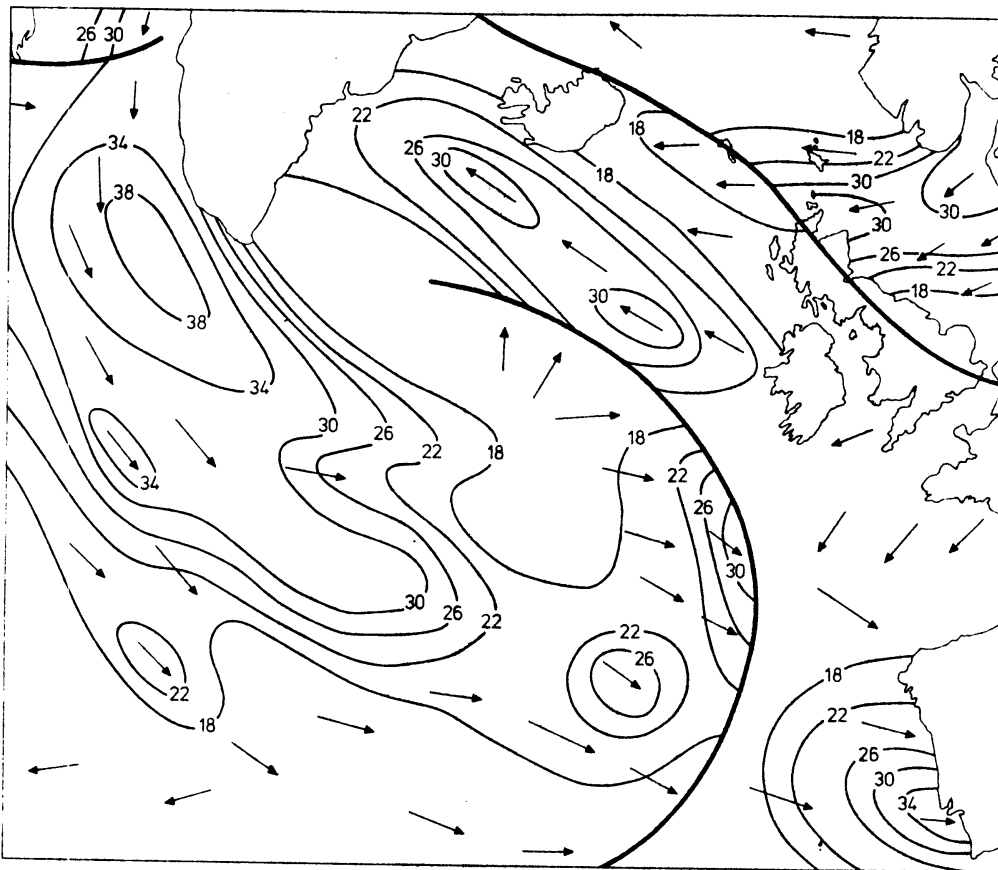
golfkaart 11.11.65 12.00 z



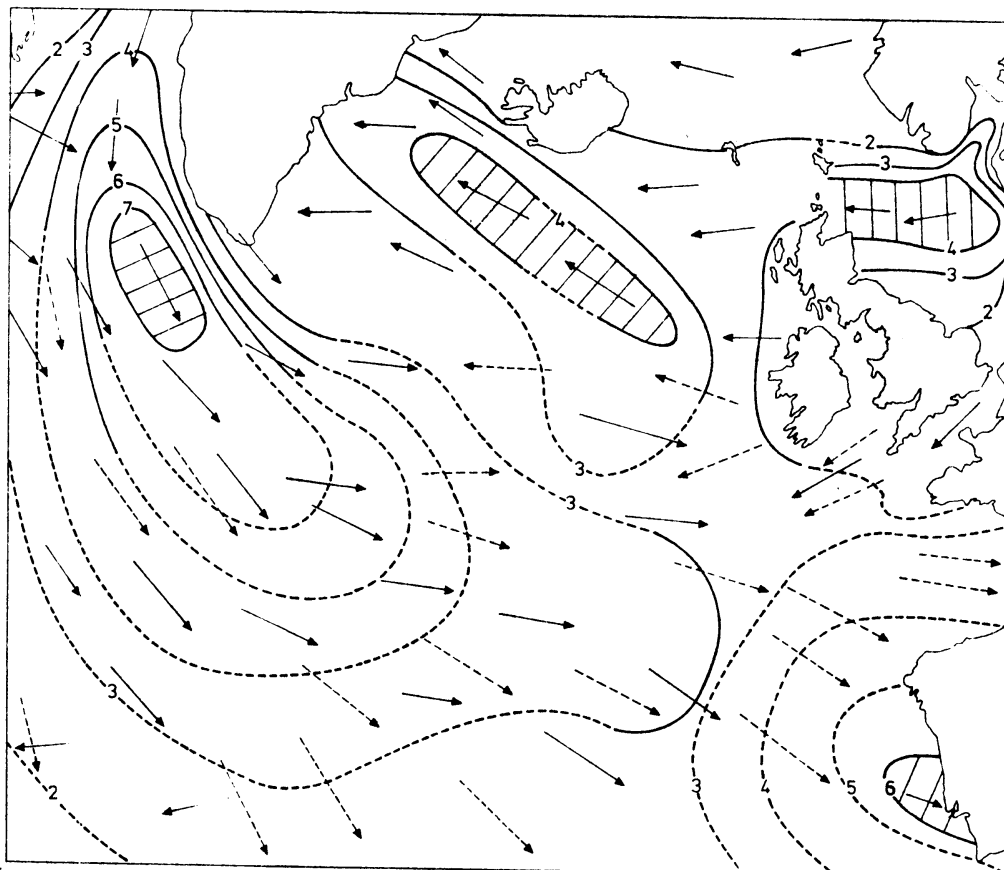
isotachenkaart 12.11.65 00.00 z



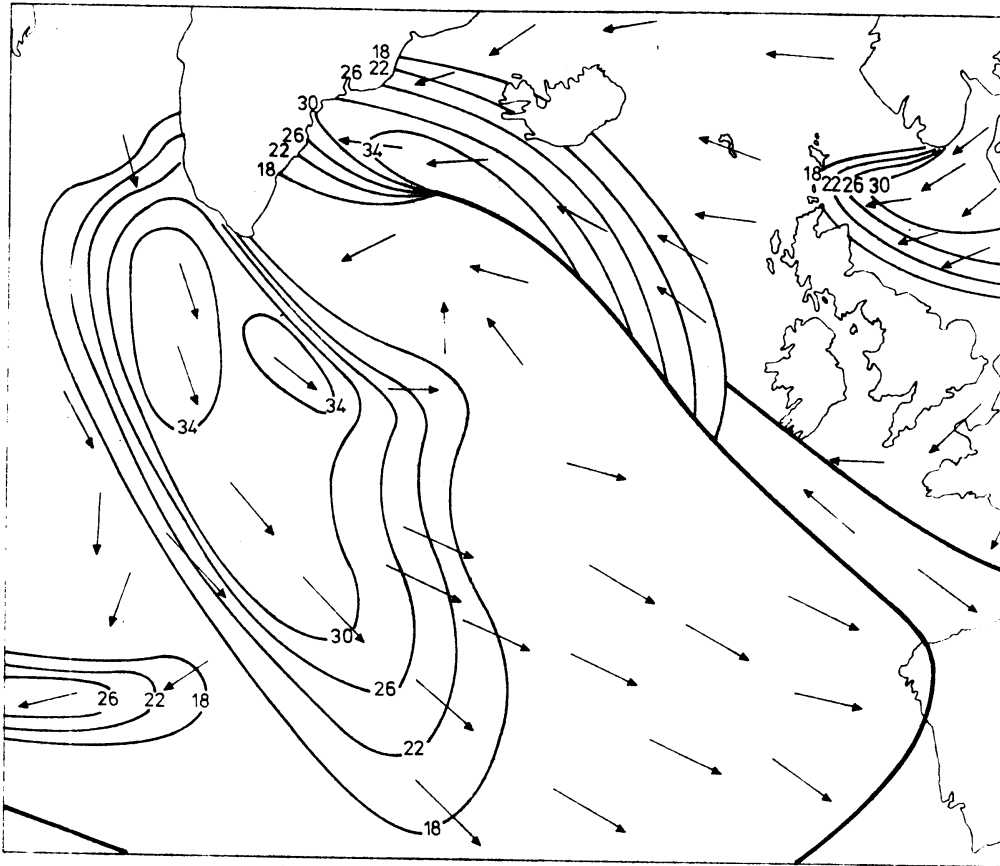
golfkaart 12.11.65 00.00 z



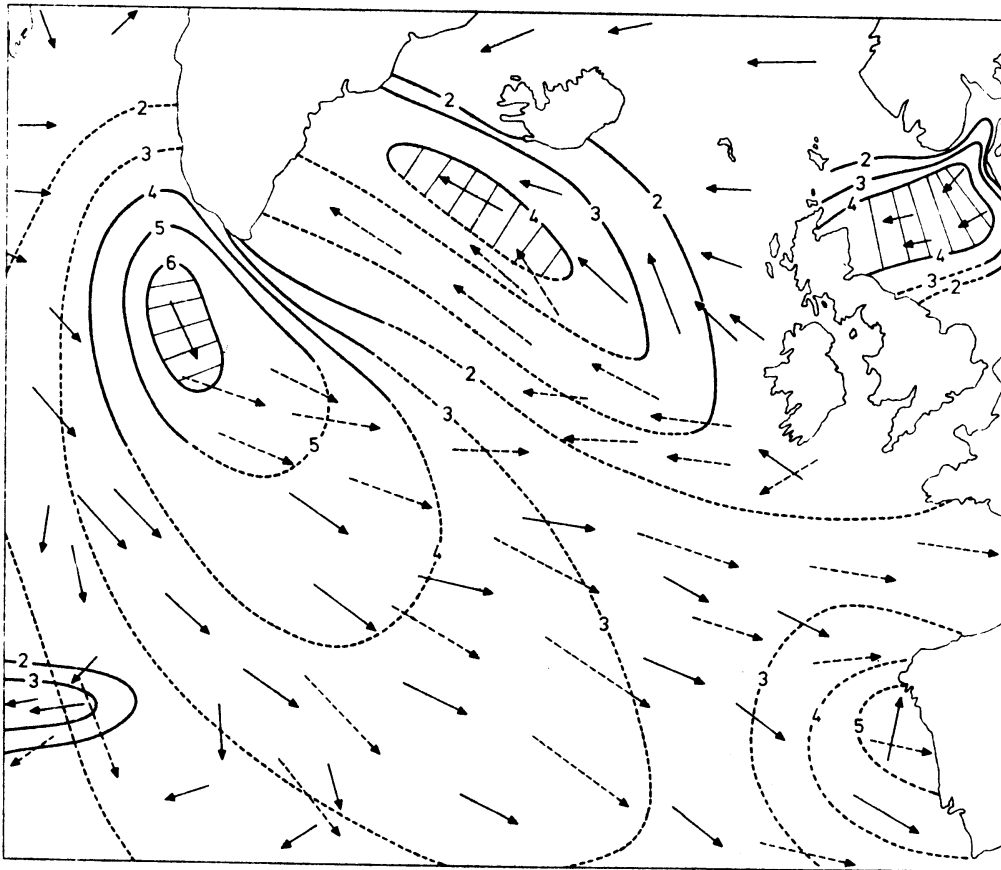
isotachenkaart 12.11.65 12.00 z



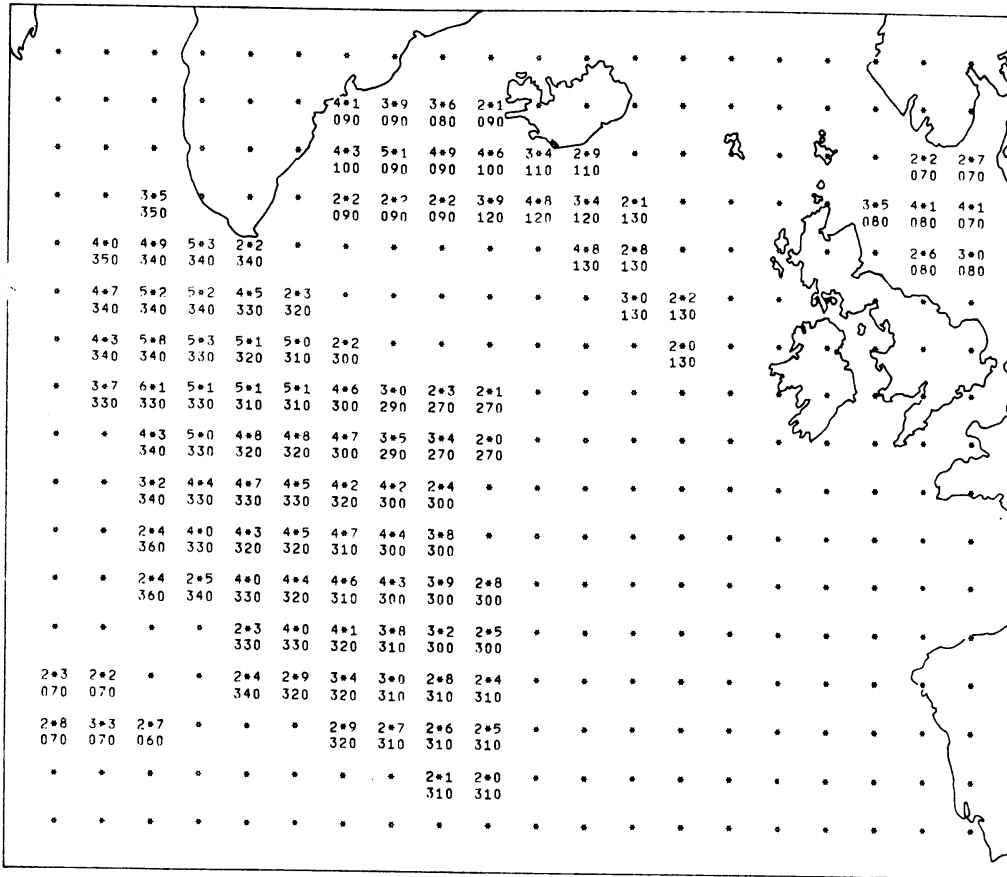
golfkaart 12.11.65 12.00 z



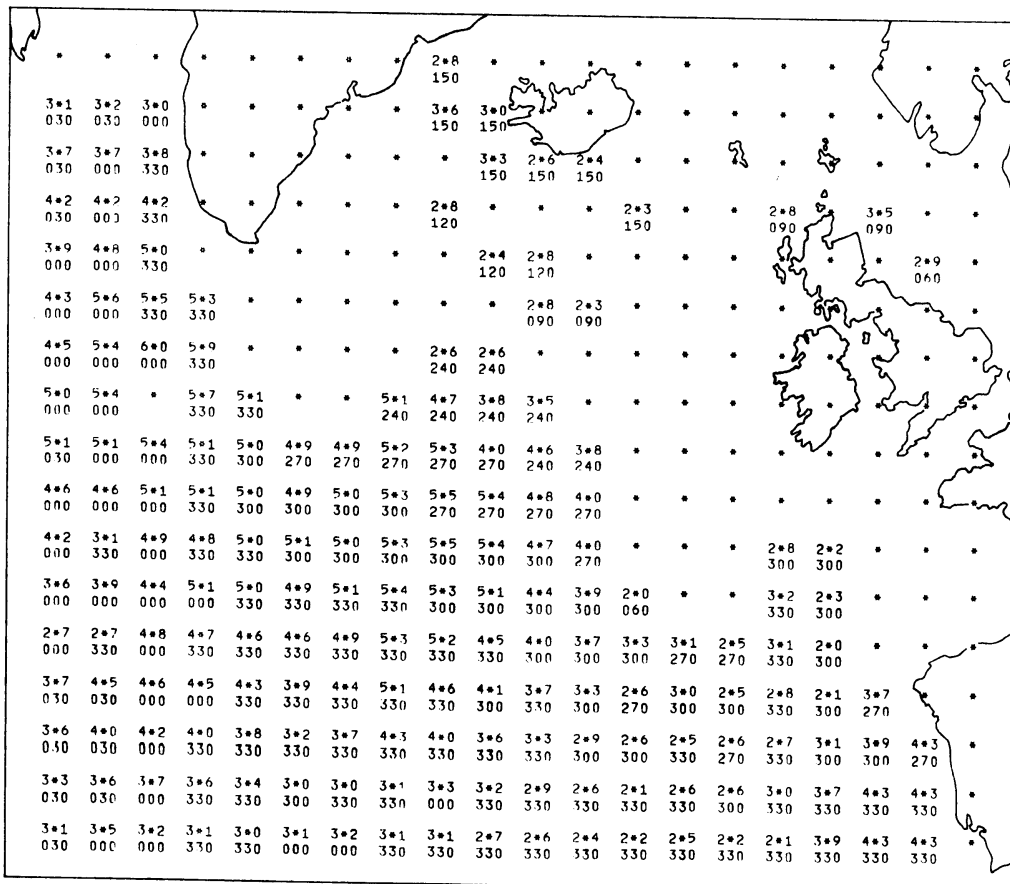
isotachenkaart 13.11.65 00.00 z



golfkaart 13.11.65 00.00 z



zeegang 13.11.65 00.00 z



deining 13.11.65 00.00 z

Literatuur

- Bretschneider, C.L. (1952) Revised wave forecasting relationships. Proc. 2nd Conf. Coastal Eng., Council Wave Research, Engineering Foundation, Berkeley, Calif., pp. 1-5.
- Bijlsma, S.J. (1971) On surface waves in Magneto-hydrodynamics generated by a travelling pressure point, plasma physics, vol. 13, Pergamon Press, pp. 681-687.
- Bijlsma, S.J. en B. van Rietschote (1972, I, II en III) Over het optimaal routeren van schepen,
I. Een literatuuronderzoek WR 72-1
II. Een vergelijkend onderzoek WR 72-2
III. Een vergelijkend onderzoek (vervolg)
WR 72-11
KNMI, De Bilt.
- Darbyshire, J. en Simpson, J.H. (1967) Numerical prediction of wave spectra over the North Atlantic, Deutsche Hydr. Zeitschrift, Jahrg. 20, Heft 1.
- Defant, A. (1961) Physical Oceanography, Pergamon Press, voll. II, New York, 598 pp.
- Groen, P. en Dorrestein, R. (1958) Zeegolven, opstellen op oceanografisch en maritiem meteorologisch gebied, KNMI, De Bilt.
- Hubert, W.E. (1964) Operational Forecasts of sea and swell, first U.S. Navy Symposium on Military Oceanography, 17-19 June 1964, U.S. Navy Oceanographic Office, Washington D.C., pp. 113-124.
- Inoue, T. (1967) On the growth of the spectrum of wind generated sea according to a modified Miles-Phillips Mechanism and the application to wave Forecasting, New York University, School of Engineering and Science, Geoph. Science Laboratory Rep. TR 67-5.

- Kadomtsev, B.B. (1965) Plasma Turbulence,
Academic Press, New York.
- Kinsman, B. (1965) Wind waves, Prentice-Hall, Inc., Englewood
Cliffs, New Jersey.
- Kitaigorodskii, S.A. (1961) Application of the theory of Similarity to the
analysis of wind generated wave motion as a
stochastic process, Izv. Akad. Nauk. SSSR,
Ser. Geofiz., 1, pp. 105-117; English Transl.,
1, pp. 73-80.
- Kitaigorodskii, S.A. en
Strekalov, S.S. (1962) Contribution to an analysis of the spectra of
wind caused wave action 1, Izv. Akad. Nauk. SSSR,
Ser. Geofiz., 9, pp. 1221-1228; English Transl.,
9, pp. 765-769.
- Lamb, H. (1932) Hydrodynamics, Cambridge University Press, London,
(Reprinted by Dover Publications, Inc., New York,
1945), 738 pp.
- Lévy, P. (1948) Processus stochastiques et Mouvement Brownien,
Gauthier-Villars, Paris, 365 pp.
- Lighthill, M.J. (1959) Introduction to Fourier Analysis and Generalized
Functions, Cambridge University Press.
- Marks et al (1968) An automated system for optimum ship routing,
Trans. Soc. Naval Architects and Marine Engineers,
Vol. 76, pp. 22-55.
- Miles, J.W. (1957, 1959,
1962) On the generation of surface waves by shear Flow,
part 1, Journ. Fluid Mech., vol. 3, 1957, pp.
185-204; part 2, Journ. Fluid Mech., vol. 6, 1959,
pp. 568-582; part 3, Journ. Fluid Mech., vol. 6,
1959, pp. 583-598; part 4, Journ. Fluid Mech.,
vol. 13, 1962, pp. 433-448.

- Neumann, G. (1952) On wind generated ocean waves with special reference to the problem of wave forecasting, N.Y.U., Coll. of Eng., Res. Div. Dept. of Meteorol. and Oceanogr. Prepared for the Office of Naval Res., 136 pp.
- Neumann, G. en W.J. Pierson (1957) A detailed comparison of theoretical wave spectra and wave forecasting methods, Deutsche Hydrog. Zeitschrift, 10(3), pp. 73-92; 10(4), pp. 134-146.
- Ocean wave spectra (1963) Proceedings of a conference held at Easton, Maryland, May 1-4, 1961, 357 pp., Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Pierson, W.J. en Moskowitz, L. (1964) A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S.A. Kitaigorodskii, J. Geophys. Res., 69, pp. 5181-5190.
- Pierson, W.J., Neumann, G. en James, R.W. (1955) Practical methods for observing and forecasting ocean waves, U.S. Hydrographic Office, Publ. No. 603, Washington.
- Pierson, W.J. (1952) A unified mathematical theory for the analysis, propagation and refraction of storm generated ocean surface waves, Parts I and II, N.Y.U., Coll. of Eng., Res. Div., Dept. of Meteorol. and Oceanogr. Prepared for the Beach Erosion Board, Dept. of the Army and Office of Naval Res., Dept. of the Navy, 461 pp.
- Pierson, W.J. (1955) Wind-generated gravity waves, in Advances in Geophysics, vol. 2, New York, Academic Press, Inc., pp. 93-178.

- Phillips, O.M. (1957) On the generation of waves by Turbulent wind, Journ. of Fluid Mech., vol. 2, no. 5, pp. 417-445.
- Phillips, O.M. (1966) The Dynamics of the upper ocean, Cambridge University Press.
- Pore, N.A. (1970) Summary of selected Reference Material on the Oceanographic Phenomena of Tides, Storm Surges, Waves and Breakers, Weather Bureau, Techniques Development Laboratory Series, Silver Spring, Maryland.
- Snyder, R.L. en Cox, C.S. (1966) A field study of the wind generation of ocean waves, J. Mar. Res., 24, pp. 141-178.
- Stoker, J.J. (1957) Water waves, Inter Science Publishers, Inc., New York, 567 pp.
- Sverdrup, H.U. en Munk, W.H. (1947) Wind, sea and swell: Theory of relations for Forecasting, U.S. Hydrographic Office, H.O. Publ. 601, 44 pp.
- Sverdrup, H.U., Johnson, M.W. en Fleming, R.H. (1942) The oceans, Prentice-Hall, Inc., New York, 1087 pp.
- Wilson, B.W. (1965) Numerical prediction of ocean waves in the North Atlantic for December 1959, Deutsche Hydr. Zeitschr., 18(3), pp. 114-130.

BIJLAGE 1

H E T S T R O O M D I A G R A M

Lijst van gebruikte symbolen

wiba[i] (i = 2,3,4,5) = windbaan in km over het tijdvak tussen 0 en 12 uur,
0 en 24 uur, 0 en 36 uur en 0 en 48 uur geleden.

ff[i] (i = 1,2,3,4,5) = windsnelheid in interpolatiepunt op tijdstippen
0,12,24,36 en 48 uur geleden (in meters per seconde)

dd[i] (i = 1,2,3,4,5) = idem voor de windrichting (in graden)

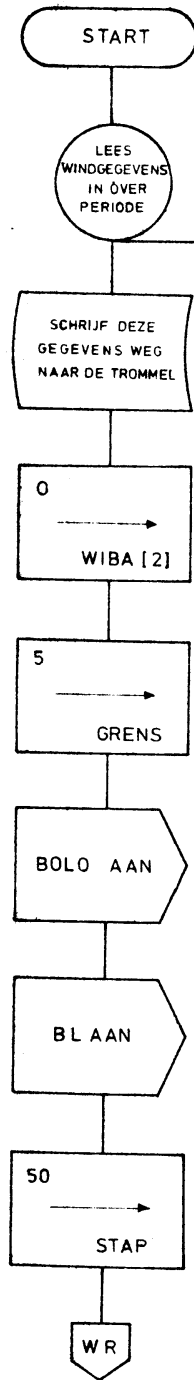
ffl = windsnelheid op tijdstip 0 in het roosterpunt waar de golfhoogte
wordt berekend (in meters per seconde)

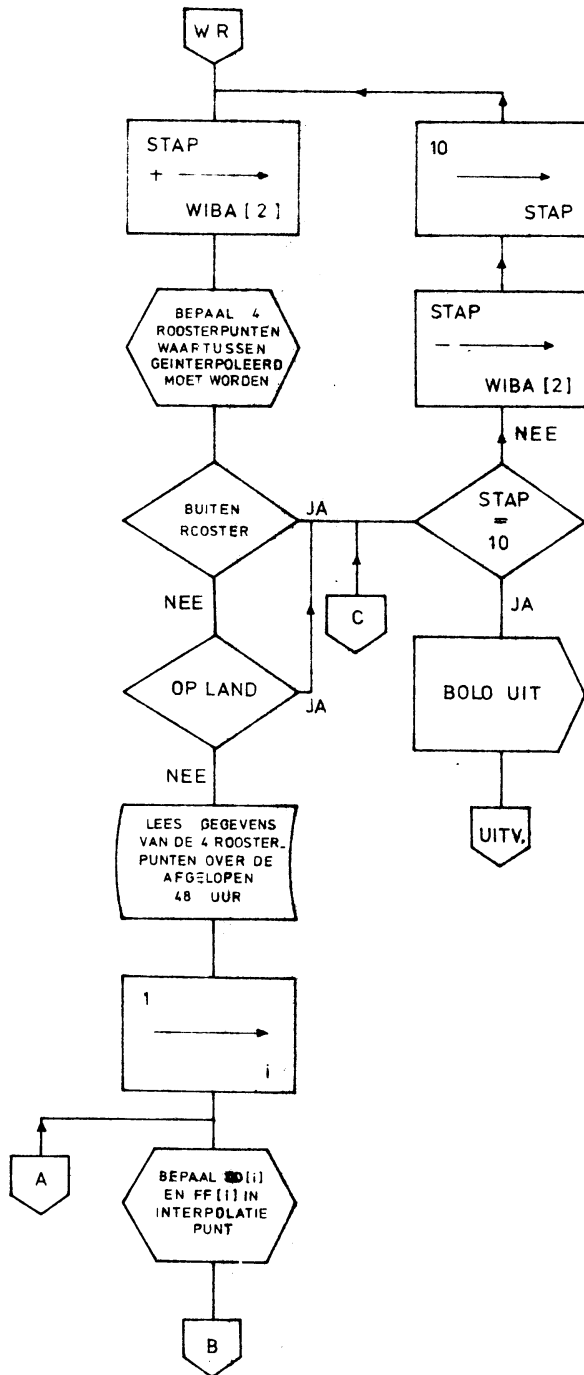
ddl = idem voor de windrichting (in graden)

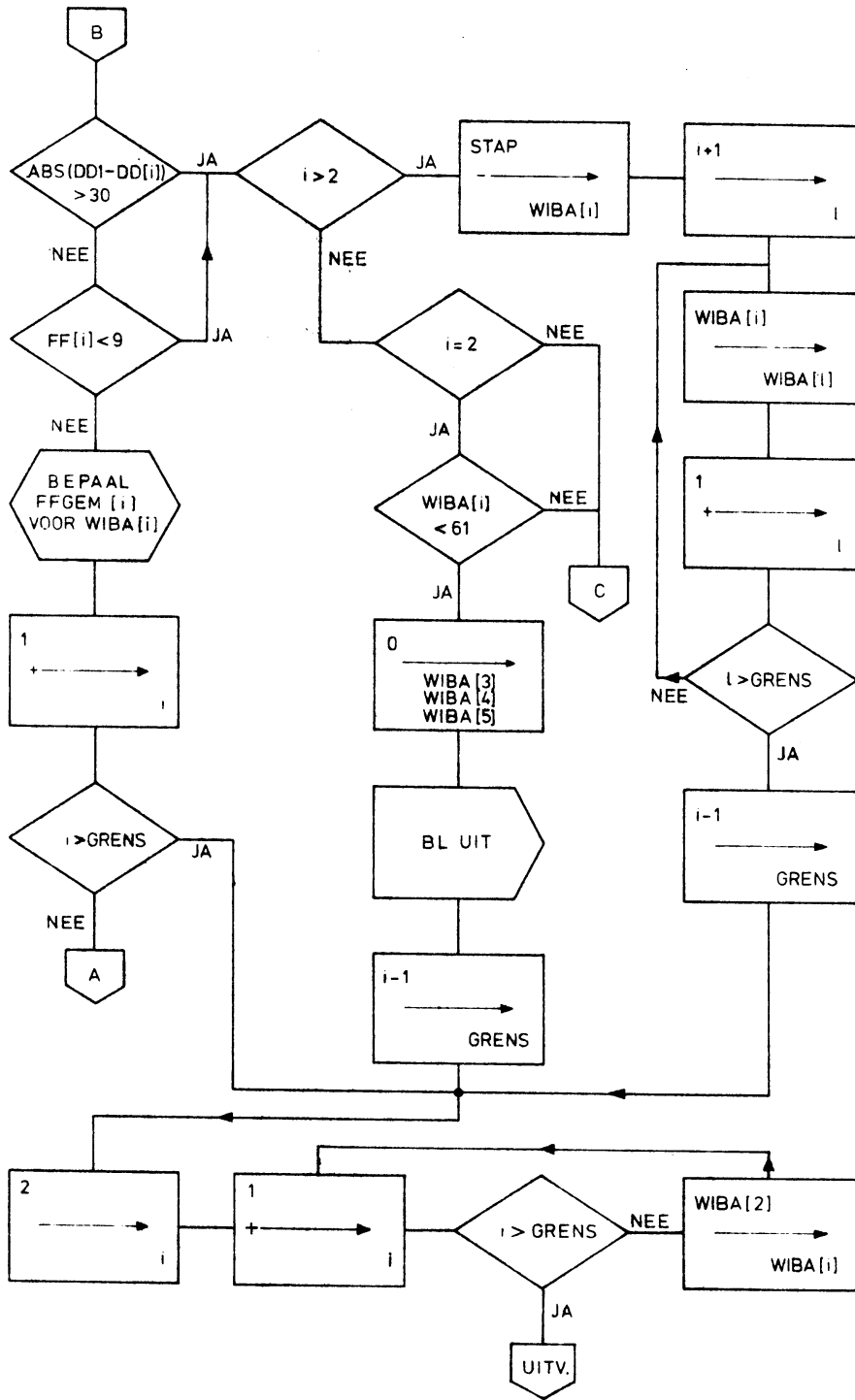
tijd = tijdsduur van de wind over een bepaalde windbaan (in uren)

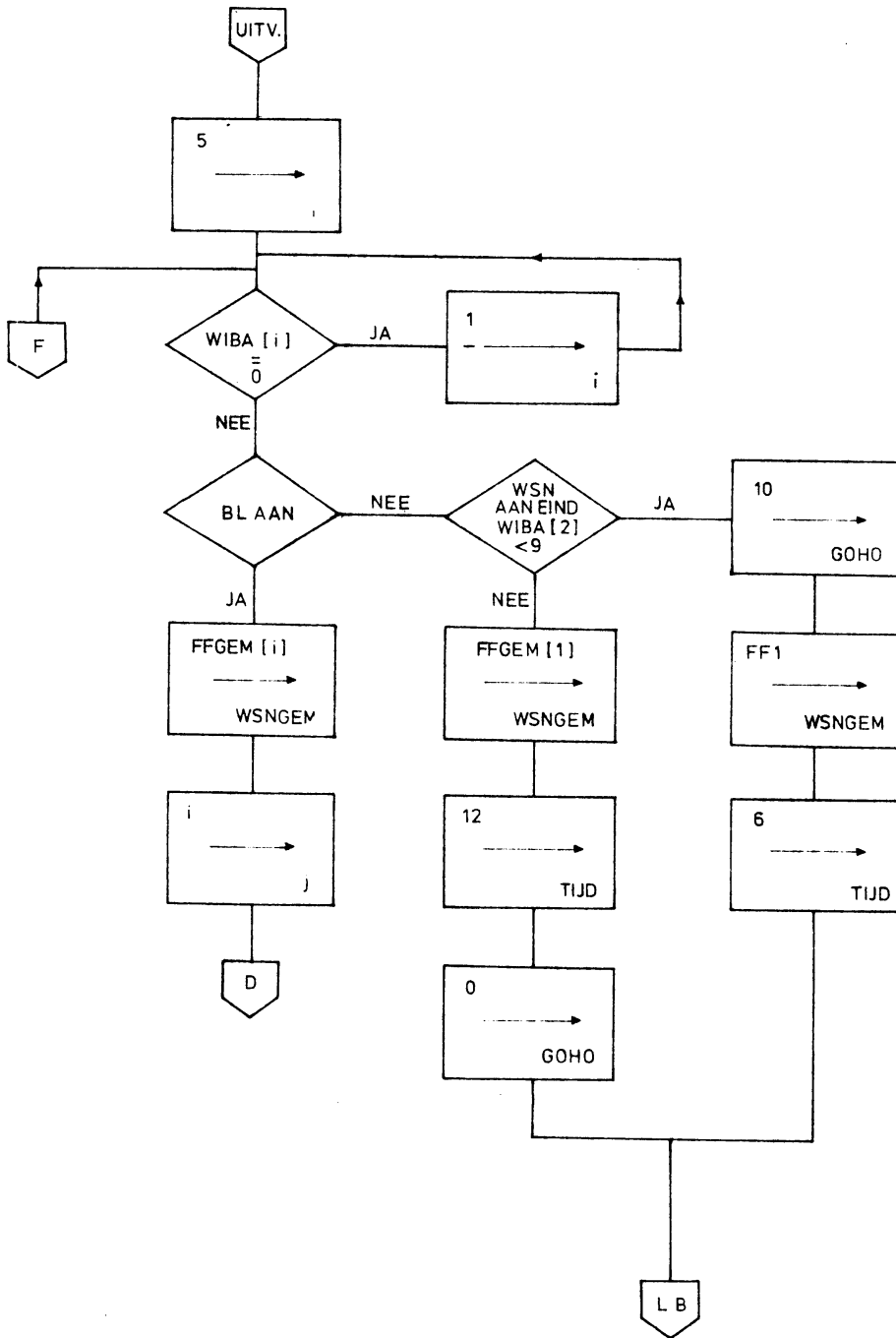
ffgem[i] (i = 1,2,3,4,5) = gem. windsnelheid over windbaan op tijdstippen
0,12,24,36 en 48 uur geleden (in meters per
seconde)

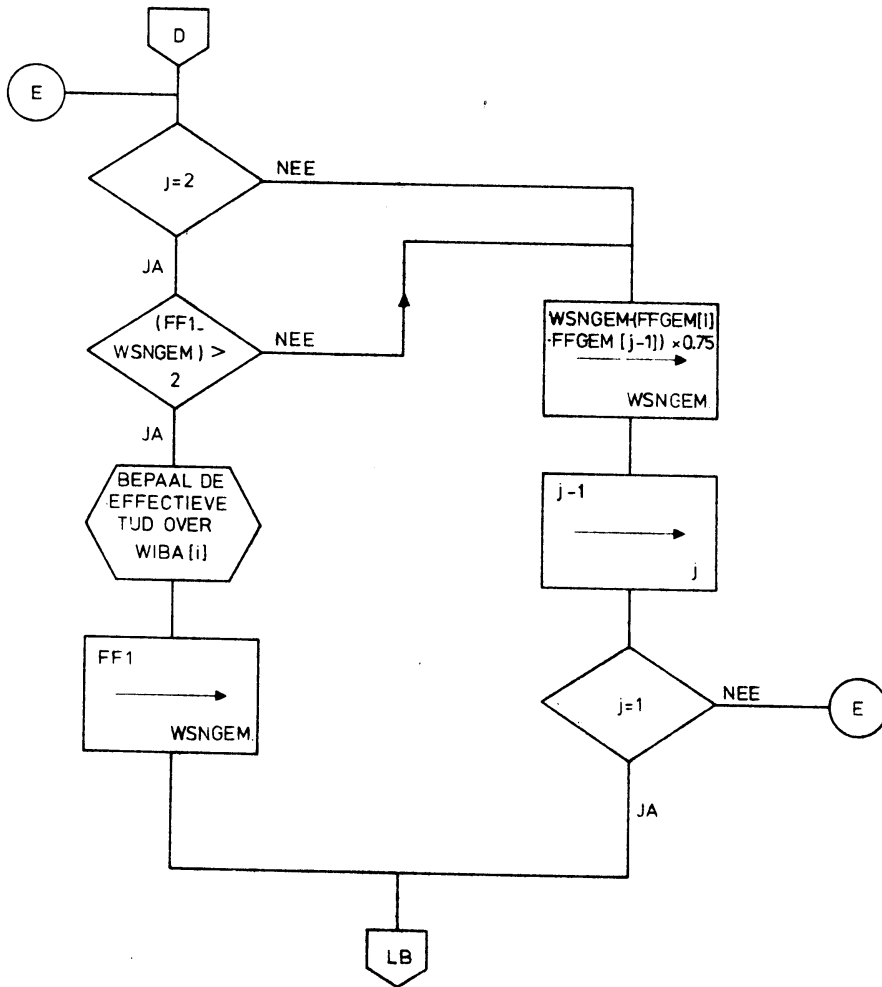
wsngem = windsnelheid over windbaan gemiddeld over de tijd (in meters per
seconde)

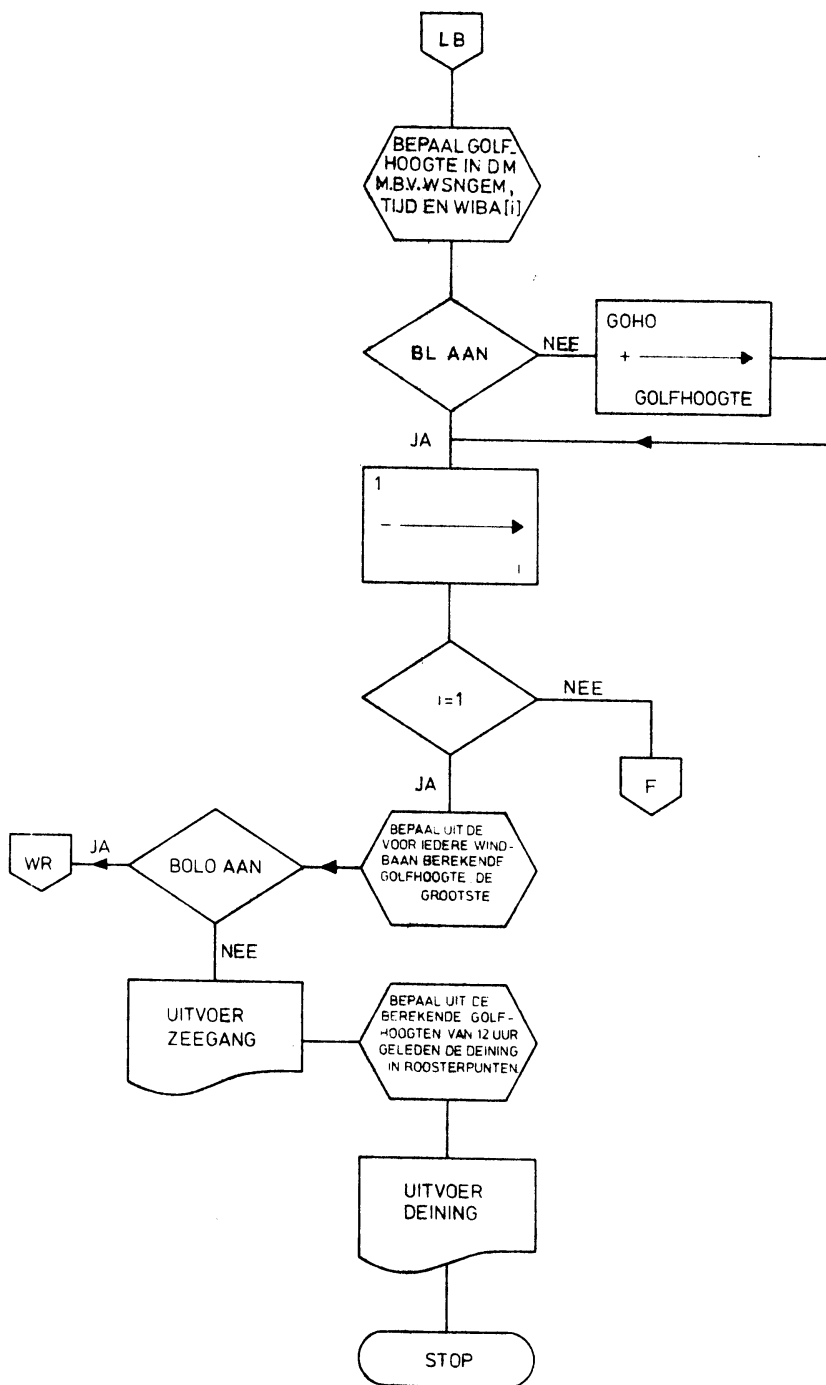












BIJLAGE 2

HET ALGOL - PROGRAMMA

```
begin comment KNMI-BIJLS-FOLG-250473.  
het berekenen van golfvelden uit windvelden  
op de atlantische oceaan;  
integer h,k,l,j,i,il,alpha,c,d,a,b,c1y,c2y,dd,dd1,dd2,ff,ffrp,  
stap,ant,ant1,ant2,dxb,dyb,dxc,dyc,a1,a2,a3,grens,goh1,goh2,goh3,  
goh4,time,as1,as2,as3;  
real sinalp,cosalp,x,y,dx,dy,dxa,dya,pi,p12,p16,p18,  
a0,LT,Ab,wsngem,wibaxy,stapxy,tyd;  
integer array P[0:10,1:9,1:3],G,afst[1:2,0:48,0:26],  
GH[0:48,0:26],dw[1:2,0:48],GG[1:2],PP,QQ,RR,SS[1:8],  
wiba[2:5],ff1[1:5];  
array ffgem[1:5];  
boolean bol,bolo,bl,waar;  
  
procedure OPT;  
begin integer aa;  
  for k:=25,k-1 while k>6 do  
    begin SPACE(14);  
      for h:=24,h+1 while h<46 do  
        begin aa:=G[1,h,k];  
          PRSYM(if aa<20 then 93 else aa:10);  
          PRSYM(66);  
          PRSYM(if aa<20 then 93 else  
            aa-aa:10x10);  
          SPACE(2)  
        end;  
      NLCR; SPACE(14);  
      for h:=24,h+1 while h<46 do  
        if G[1,h,k]<20 then SPACE(5) else  
        begin aa:=G[2,h,k]/10; PRSYM(aa:10);  
          PRSYM(aa-aa:10x10); PRSYM(0);  
          SPACE(2)  
        end;  
      NLCR; NLCR  
    end  
end;  
end;
```

```
procedure GOHO(tijd,ff,wiba); value tijd,ff,wiba;
integer tijd,ff,wiba;
begin integer fetch,fetch1,gh,gh1,i,i1,j,wsn;
      real fact;
      j:=1;
      for wsn:=50,wsn+25 while wsn<210,250,300 do
      if ff<wsn then goto L1 else j:=j+1;
L1:   if j>9 then j:=9;
      fact:=(wsn-ff)/(if wsn>200 then 50 else 25);
      fetch:=(P[tijd,j-1,1]-P[tijd,j,1])xfact+P[tijd,j,1];
      gh:=(P[tijd,j-1,3]-P[tijd,j,3])xfact+P[tijd,j,3];
      wiba:=wiba/10;
      if wiba>fetch then goh1:=gh else
      begin i:=0;
L2:   i:=i+1; i1:=tijd-i;
      fetch1:=(P[i1,j-1,1]-P[i1,j,1])xfact+P[i1,j,1];
      gh1:=(P[i1,j-1,3]-P[i1,j,3])xfact+P[i1,j,3];
      if wiba>fetch1 then else
      begin fetch:=fetch1; gh:=gh1; goto L2 end;
      fact:=(wiba-fetch1)/(fetch-fetch1);
      goh1:=(gh-gh1)xfact+gh1
      end
end;

procedure STAP;
if stap=500 then
begin wiba[2]:=wiba[2]-stap; wibaxy:=wibaxy-stapxy;
      stap:=100; waar:=false; goto wr
end else
begin for i:=3 step 1 until grens do wiba[i]:=wiba[2];
      if wiba[2]=100 then
      begin GH[h,k]:=0; goto uit end else
      begin bolo:=false; goto uitv end
end;
end;
```

```
procedure diff(L,P); label L; integer array P;  
begin for a2:=P[2,c,b],P[2,a,b],P[2,a,d] do  
    if abs(hoek(P[2,c,d],a2))>60 then goto L;  
    for a2:=P[2,a,b],P[2,a,d] do  
        if abs(hoek(P[2,c,b],a2))>60 then goto L;  
        if abs(hoek(P[2,a,b],P[2,a,d]))>60 then goto L  
end;
```

```
procedure lees(b,a,P); integer b,a; integer array P;  
for j:=grens-1 step -1 until 1 do  
begin inarray(drum,(ant-j)×2646+b×98+a×2,GG); hold(GG);  
    P[j×2-1]:=GG[1]; P[j×2]:=GG[2]  
end;
```

```
integer procedure poleer(dx,dy,AR,bol);  
real dx,dy; integer array AR; boolean bol;  
if bol then  
begin c1y:=hoek(AR[2,c,b],AR[2,c,d])×dy+AR[2,c,d];  
    c2y:=hoek(AR[2,a,b],AR[2,a,d])×dy+AR[2,a,d];  
    poleer:=hoek(c2y,c1y)×dx+c1y  
end else  
begin c1y:=(AR[1,c,b]-AR[1,c,d])×dy+AR[1,c,d];  
    c2y:=(AR[1,a,b]-AR[1,a,d])×dy+AR[1,a,d];  
    poleer:=(c2y-c1y)×dx+c1y  
end;
```

```
integer procedure hoek(a,b); value a,b; integer a,b;  
if abs(a-b)≤180 then hoek:=a-b else  
hoek:=a-b+(if a>b then -360 else 360);
```

```
procedure rand(a,b,rp1,rp2,bol); value a,b,rp1,rp2;  
real a,b,rp1,rp2; boolean bol;  
if a>( if bol then b×rp1/rp2 else (rp2-rp1)×b+rp1)  
then STAP else goto ver;
```

```
if  $\neg$  compare file(tape(1),⟨folg goal⟩) then  
begin TELETEXT(⟨foutieve tape⟩); goto af1 end;  
ant:=HAND(1); ant1:=ant1; ant2:=ant-ant11×2;  
if (ant2-ant1)<4 then  
begin PRINTTEXT(⟨hand niet juist⟩); goto af1 end;  
pi:=arctan(1)×4; pi2:=pi/2; pi6:=pi/6; pi18:=pi/180;  
a0:=187500/((1+cos(pi6))×6378178); Ab:=(1+cos(pi6))/1875;  
ant:=ant1+4;  
for h:=1,h+1 while h<11 do for k:=1,k+1 while k<10 do  
for l:=1,2,3 do P[h,k,l]:=READ;  
for h:=0,h+1 while h<49 do  
for k:=0,k+1 while k<27 do afst[1,h,k]:=1;  
for h:=0,h+1 while h<24,47,48 do  
for k:=if h>4  $\wedge$  h<24 then 18 else 0,k+1 while k<27 do  
afst[1,h,k]:=afst[2,h,k]:=-1;  
a:=13;  
for h:=8,h+1 while h<40 do for k:=0,k+1 while k<a do  
begin if h>24  $\wedge$  a=13 then a:=20;  
afst[1,h,k]:=afst[2,h,k]:=0  
end;  
for h:=0,h+1 while h<49 do for k:=0,k+1 while k<27 do  
if afst[1,h,k]=0  $\vee$  afst[1,h,k]=-1 then else  
begin afst[1,h,k]:=READ×1.6;  
afst[2,h,k]:=READ×1.6  
end;  
for k:=1,k+1 while k<10 do for l:=1,2,3 do P[0,k,l]:=0;  
for k:=ant1,k+1 while k<ant2 do  
begin inarray(tape(1),k,G); hold(G);  
outarray(drum,k×2646,G); hold(G)  
end;  
outarray(drum,(ant2+3)×2646,afst);
```

```
wr1:  inarray(drum,antx2646,G); hold(G);
      for h:=0,h+1 while h<49 do for k:=0,k+1 while k<27 do
      begin  ffrp:=G[1,h,k]; alpha:=G[2,h,k];
              if afst[2,h,k]<0 then begin GH[h,k]:=-1; goto uit end;
              if ffrp<90 then begin GH[h,k]:=0; goto uit end;
              for i:=1,i+1 while i<6 do ffgem[i]:=0;
              bol:=bolo:=bl:=waar:=true;
              grens:=5; goh2:=0; stap:=500;
              wiba[2]:=0; wibaxy:=0;
              x:=h; y:=k;
              sinalp:=sin(alpha×pi18);
              cosalp:=cos(alpha×pi18);
wr:    wiba[2]:=wiba[2]+stap;
      LT:=arctan(sqrt((x-33)2+(y-37)2×a0)×2+p12;
      stapxy:=Ab/(1+sin(LT))×stap;
      wibaxy:=wibaxy+stapxy;
      dx:=sinalp×wibaxy; dy:=cosalp×wibaxy;
      dxc:=dx×100; dyc:=dy×100;
      c:=dxc:100+h; d:=dyc:100+k;
      a:=c+(if dx<0 then -1 else 1);
      b:=d+(if dy<0 then -1 else 1);
      dxb:=abs(dxc-dxc:100×100); dyb:=abs(dyc-dyc:100×100);
      dxa:=dxb/100; dya:=dyb/100;
      if a>48 ∨ a<0 ∨ b>26 ∨ b<0 then STAP;
      if afst[1,a,b]<0 then
      begin  as1:=afst[1,c,d]; as2:=afst[1,c,b];
              as3:=afst[1,a,d];
              if as3<0 then
              begin  if as2<0 then
                      rand(dyb,as1-dxb,afst[2,c,d],as1,true);
                      if as1<0 then
                      rand(dxb,afst[2,c,b]+dyb-100,as2,
                      afst[2,c,b],true)
              end;
      end;
```



```
    if as1<0 ^ as2<0 then
      rand(dyb,as3+dxb-100,afst[2,a,d],as3,true);
    if as2<0 then
      rand(dyb,dxa,afst[2,c,d],afst[2,a,d],false);
    if as3<0 then rand(dxb,dya,as1,as2,false);
    if dxb>as2 ^ dyb>as3 then
      rand(dyb-afst[2,a,d],100-dxb,
        100-afst[2,a,d],100-as2,true)
  end;
  if afst[1,c,b]<0 then
  begin if afst[1,c,d]<0 then
    rand(100-dxb,dya,afst[1,a,d],afst[1,a,b],false);
    if dyb>afst[2,c,d] ^ (100-dxb)>afst[1,a,b]
    then rand(dyb-afst[2,c,d],dxb,100-afst[2,c,d],
      100-afst[1,a,b],true)
  end;
  if afst[1,a,d]<0 then
  begin if afst[1,c,d]<0 then
    rand(100-dyb,dxa,afst[2,c,b],afst[2,a,b],false);
    if dxb>afst[1,c,b] ^ (100-dyb)>afst[2,a,b]
    then rand(100-dyb-afst[2,a,b],100-dxb,
      100-afst[2,a,b],100-afst[1,c,d],true)
  end;
ver: if bol then
  begin LC:
    a1:=c; a2:=d; a3:=b;
    lees(d,c,QQ); lees(d,a,SS);
    lees(b,a,RR); lees(b,c,PP)
  end;
  if a1+c then
  begin if 7 waar then
    begin waar:=true; goto LC end;
    a1:=c;
    for l:=1,1+1 while l<9 do
    begin QQ[l]:=SS[l]; PP[l]:=RR[l] end;
    lees(a2,a,SS); lees(a3,a,RR);
    a3:=b
  end;
end;
```

```
if a2=d then
begin if 7 waar then
    begin waar:=true; goto LC end;
    a2:=d;
    for l:=1,l+1 while l<9 do
    begin QQ[l]:=PP[l]; SS[l]:=RR[l] end;
    lees(b,a,RR); lees(b,c,PP)
end;
if bol then
begin j:=1;
    for ff1[j]:=ffrp,QQ[1],QQ[3],QQ[5],QQ[7] do
    j:=j+1;
    bol:=false
end;
for i:=1,i+1 while i<grens do
begin i1:=(i-1)×2; j:=i1-1;
    if i=1 then dd:=poleer(dxa,dya,G,true) else
    begin c1y:=hoek(PP[i1],QQ[i1])×dya+QQ[i1];
    c2y:=hoek(RR[i1],SS[i1])×dya+SS[i1];
    dd:=hoek(c2y,c1y)×dxa+c1y
    end;
    dd1:=abs(hoek(alpha,dd));
    if dd1>30 then
    begin if i=2 ∧ wiba[2]<601 then
        begin LA:
            b1:=false;
            grens:=i-1;
            for l:=3,4,5 do wiba[l]:=0;
            goto LL
        end;
    LD: if i=1 ∨ i=2 then STAP else
        begin wiba[i]:=wiba[2]-stap;
            for l:=i+1 step 1 until grens do
            wiba[l]:=wiba[i];
            grens:=i-1;
            goto LL
        end
    end;
end;
end;
```

```

    if i=1 then ff:=poleer(dxa,dya,G,false) else
    begin  c1y:=(PP[j]-QQ[j]) $\times$ dya+QQ[j];
           c2y:=(RR[j]-SS[j]) $\times$ dya+SS[j];
           ff:=(c2y-c1y) $\times$ dxa+c1y
    end;
    if ff<90 then
    begin  if i=2  $\wedge$  wiba[2]<601 then goto LA
           else goto LD
    end;
    ffgem[1]:=-(ff1[i]-ff)/4+
    (if ffgem[1]=0 then ff1[i] else ffgem[1]);
    ff1[i]:=ff
    end;
LL:  x:=h+dx; y:=k+dy;
    for i:=2,i+1 while i<grens do wiba[i]:=wiba[2];
uitv: for i:=5,i-1 while i>1 do if wiba[i]=0 then else
    begin  tyd:=0;
           if  $\neg$  bl then
           begin  time:=1;
                   if ff<90 then
                   begin goh3:=10; wsngem:=ffrp end else
                   begin  wsngem:=ffgem[1];
                           time:=2;
                           goh3:=0
                   end;
                   goto LB
           end;
           end;
           time:=i $\times$ 2-2;
           wsngem:=ffgem[i];
           for j:=1,j-1 while j>1 do if j=2 then
           begin  if (ffrp-wsngem)>20 then
                   begin  if i=j then
                           GOHO(1,(ffrp+ffgem[2])/2,
                               wiba[1]) else
                           GOHO(time-2,wsngem,wiba[1]);
                           goh3:=goh1;
                   end
           end
    end

```

```

        if i=j then
        begin GOHO(1,ffrp,wiba[1]);
            tyd:=goh3/goh1×6+6;
            goto LB
        end else
        begin GOHO(2,ffrp,wiba[1]);
            goh4:=goh1;
            GOHO(1,ffrp,wiba[1]);
            if goh1≤goh3 then
            begin tyd:=(goh3-goh1)/
                (goh4-goh1)×6+18;
                goto LB
            end
        end;
        tyd:=goh3/goh1×6+12
    end else
        wsngem:=wsngem-(ffgem[j]-ffgem[j-1])×0.75
    end else
    wsngem:=wsngem-(ffgem[j]-ffgem[j-1])×0.75;
LB: if tyd=0 then GOHO(time,wsngem,
    if 7 b1 ∧ ff<90 then wiba[2]/2 else wiba[1]) else
    for time:=1,time+1 while time<9 do if
    (time×6)>tyd then
    begin GOHO(time,ffrp,wiba[1]);
        goh3:=goh1;
        GOHO(time-1,ffrp,wiba[1]);
        goh1:=(tyd-(time×6-6))/6×(goh3-goh1)+goh1;
        goto LSD
    end;
LSD: if 7 b1 then goh1:=goh1+goh3;
    if goh1>goh2 then goh2:=goh1
end;
if bolo then goto wr;
GH[h,k]:=goh2;
uit:
end;

```

```
for h:=0,h+1 while h<49 do for k:=0,k+1 while k<27 do
G[1,h,k]:=if GH[h,k]=-1 then 0 else GH[h,k];
OPT; NEWPAGE;
if ant=ant1+4 then inarray(drum,(ant2+1)*2646,afst);
outarray(drum,(ant2+1)*2646,G); hold(G);
if ant=ant1+4 then goto af;
if ant=ant1+5 then
begin inarray(drum,(ant2+2)*2646,G); hold(G) end;
a1:=(ant2+2)*2646;
for k:=0,k+1 while k<27 do
begin for h:=0,h+1 while h<49 do
begin dd1:=0; if GH[h,k]=-1 then
begin afst[1,h,k]:=afst[2,h,k]:=G[1,h,k]:=
G[2,h,k]:=dw[1,h]:=dw[2,h]:=0;
goto L
end;
LT:=arctan(sqrt((h-33)^2+(k-37)^2)*a0)*2+p12;
stapxy:=Ab/(1+sin(LT))*333791;
goh1:=0;
for i:=0,i+3 while i<36 do
begin dxc:=sin(i*pi/18)*10)*stapxy;
dyc:=cos(i*pi/18)*10)*stapxy;
c:=dxc*100+h; d:=dyc*100+k;
a:=c+(if dxc<0 then -1 else 1);
b:=d+(if dyc<0 then -1 else 1);
if b>26 v b<0 v a>48 v a<0 then goto U;
if GH[c,d]+GH[c,b]+GH[a,b]+GH[a,d]=-4
then goto U;
dxa:=abs(dxc-dxc*100)/100;
dya:=abs(dyc-dyc*100)/100;
if ant=ant1+5 then goto UU;
diff(UU,G);
dd2:=poleer(dxa,dya,G,true);
dd:=abs(hoek(dd2,10));
if dd>30 then goto UU;
goh2:=poleer(dxa,dya,G,false);
if goh2>goh1 then
begin goh1:=goh2; dd1:=10 end;
```

```
UU:   diff(U,afst);
      dd2:=poleer(dxa,dya,afst,true);
      dd:=abs(hoek(dd2,1x10));
      if dd>30 then goto U;
      goh2:=poleer(dxa,dya,afst,false);
      if goh2>goh1 then
        begin goh1:=goh2; dd1:=1x10 end;
U:
  end;
  dw[1,h]:=goh1x0.85; dw[2,h]:=dd1;
L:
  end;
  outarray(drum,kx98+a1,dw); hold(dw)
end;
inarray(drum,(ant2+1)x2646,afst);
inarray(drum,a1,G); hold(G);
for h:=0,h+1 while h<49 do for k:=0,k+1 while k<27 do
  if abs(hoek(afst[2,h,k],G[2,h,k]))≤30 ^
  (afst[1,h,k]-G[1,h,k])>0 then G[1,h,k]:=0;
outarray(drum,a1,G);
inarray(drum,(ant2+3)x2646,afst); hold(afst);
OPT; NEWPAGE;
af:  if ant=ant2 then else begin ant:=ant+1; goto wr1 end;
af1:
end
```