

KONINKLIJK NEDERLANDS
METEOROLOGISCH INSTITUUT

De Bilt

WETENSCHAPPELIJK RAPPORT

W.R. 72-4

P.J. Rijkoort

De variatie van de windsnelheidsverdeling
volgens waarnemingen op 10, 40 en 80 m hoogte aan
de meteorologische meetmast te Vlaardingen

De Bilt, 1972

Kon. Ned. Meteor. Inst.
De Bilt

Publikationsnummer: K.N.M.I. W.R. 72-4 (III)

U.D.C.: 551.507.7:
551.553.6:
551.554 :
519.2

INHOUDSOPGAVE

	blz.
Summary	1
1. Inleiding	3
2. Een theoretische frequentieverdeling voor windsnelheden	4
3. De aanpassing van een Weibull-verdeling aan een waargenomen frequentieverdeling	5
4. De variatie van de parameters k en v als functie van hoogte, dag of nacht, seizoen en windrichting	6
5. Interpretatie	10
6. Enkele toepassingen	12
6.1. De kans op grote windsnelheden	12
6.2. Aanpassing van een Weibull-verdeling aan een "overall" windsnelheidsfrequentieverdeling	14
APPENDIX	
I. 1. De Gamma-verdeling	15
2. De Weibull-verdeling	15
II. Watson versie van de χ^2 toets	17
III. Meervoudige variantie analyse	19
Referenties	21
Slotwoord	22

Summary

At the 80 m tower near Rotterdam (for description of the tower situation and the measuring instruments see ref. [1]), measurements of wind speed and direction have been made since 1966. For this study six mean hourly values of wind speed and direction (viz. 0-1, 4-5 GMT etc.) were determined from the "paper recordings" for each day of the period 4 April 1967 - 3 April 1968. The wind speed data obtained in this way have been divided into 96 groups, each group characterized by a combination of four factors: A day or night (2 possibilities; daytime: 8-9, 12-13 and 16-17 GMT, nighttime: 20-21, 0-1 and 4-5 GMT), B season (4 possibilities; spring: March, April and May etc.), C wind direction (4 possibilities: north 315° - 45° etc.) and D observation height (3 possibilities: 10, 40 and 80 m).

There are altogether 96 groups of wind speed observations which can be presented as histograms.

To enable the interpretation of the observations a theoretical distribution which can be fitted to this observations was needed. The well-known Gamma distribution (1.1) and a distribution function used by W. Weibull (1.2) (ref. [2]), were used in order to describe the observation data. It was found that the "Weibull" function yielded the best fit. Incidentally, the Weibull function is a special case of the Goodrich system of 1927 [3].

"Maximum likelihood" estimates of the two parameters v and k occurring in the Weibull distribution, have been obtained by computer technique. The parameter v is a scale parameter while k represents flatness (see fig. 1). Histograms and fitted curves are shown in the figures 2.1 to 2.96.

The variations of k and v as functions of the four effects A, B, C and D and their mutual interactions were studied with the aid of analysis of variance (four variables case). According to table 3 the simple effects A, B, C and D and some of the interactions are very highly significant. Starting from those significant effects and interactions (table 4.1 and 4.2) "smoothed" values of k and v have been obtained (fig. 4) which can be compared with the original k and v values in fig. 3.

Figures 5.1 and 5.2 show the day-night versus height effects and interaction respectively for the seasons and for the wind directions. Fig. 5.3 gives the day-night versus height effects and interaction averaged over all seasons and directions.

From these figures and from the tables 4 some interpretation of the results can be given.

Fig. 5.3 demonstrates the well-known reversal of the daily course of wind speed. A maximum at day time and a minimum at night is found at the 10 m level. The level of reversal is situated at about 80 m, while at higher levels a minimum at day-time must exist, as is known from other observations (see for instance [7] or [8]). Variation of this level of reversal follows from fig. 5.1, where a level below 80 m in winter and one above 80 m in summer follows from the differences in v values at 80 m.

The daily variation of wind speed is due to the succession of a stable situation at night to an unstable situation at day. Very stable or very unstable cases only occur with low wind speed: the higher the wind speed the less the deviation from a neutral stratification will be. This fact is reflected in the difference between the k values for night and day at lower levels.

Special attention should be paid to wind speed at 10 m for westerly directions. The interaction term between height and direction for this case in table 4.1 is -0.584; it is in absolute sense the largest value in this part of table 4.1, indicating strong reduction of wind speed for westerly directions as compared with other directions. This must be due to the presence of a row of trees at a distance of about 100 m at the west side of the tower.

Fig. 7 shows the results of the extrapolation of wind speed from the fitted "smoothing" Weibull function to very high values with return periods of many years. These results can be compared with "extreme" values obtained with Gumbul's method from wind speed time series extending over 15 to 60 years for different stations in the Netherlands. It seems to be possible to obtain the right order of magnitude by extrapolation, although of course a period of one year of observations in fact is too short to expect a result with even a very low reliability. It is only performed for reason of curiosity.

Fig. 8 demonstrates the fact that wind speed frequency distributions (at 10 m) which are not homogenized with respect to stability, cannot be expected to fit in a satisfactory way to a theoretical two parameter distribution function. A Weibull frequency function is fitted to a distribution obtained by summation of the 32 different theoretical curves for 10 m. A systematic deviation results, particularly consisting of a lower maximum. This systematic effect actually has been found when Weibull functions were fitted to climatological data at the climatological division of the Royal Netherlands Meteorological Institute (not published data).

1. Inleiding

Van één jaar waarnemingen (4 april 1967 tot en met 3 april 1968) aan de 80 m-mast te Vlaardingen (zie ref. [1]) zijn o.a. gegevens van windsnelheid en windrichting beschikbaar en wel uurgemiddelden van 6 uurvakken per dag, namelijk 0-1 uur; 4-5 uur; 8-9 uur; 12-13 uur; 16-17 uur en 20-21 uur G.M.T. De hieruit af te leiden frequentieverdelingen van de windsnelheid dienen nader onderzocht te worden.

Teneinde gemakkelijker te kunnen beschrijven hoe de frequentieverdeling van de windsnelheid varieert met b.v. de hoogte, het seizoen en de windrichting, is het gewenst over een verdelingsfunctie te beschikken waarmee de waargenomen frequentieverdelingen voorgesteld kunnen worden.

In de meteorologische literatuur worden frequentieverdelingen van windsnelheid meestal alleen numeriek gegeven. Er is wel geprobeerd om verdelingsfuncties te vinden die de waargenomen verdelingen kunnen voorstellen, maar met weinig succes. Een mogelijke reden zou kunnen zijn dat het materiaal niet homogeen is, d.w.z. dat windsnelheidsmetingen onder verschillende meteorologische omstandigheden, waarvoor het "universum" van windsnelheden ook verschillend is, bij elkaar genomen worden. We denken hierbij in het bijzonder aan stabiele en onstabiele situaties. Om het materiaal te groeperen naar stabiliteit is het nodig over een goede maat voor de stabiliteit te beschikken. Het ligt in de opzet t.z.t. te trachten met een hiervoor geschikte grootheid te werken, in dit rapport wordt echter volstaan met een groepering in dag en nacht.

In eerste instantie komen de stabiele situaties immers 's nachts voor en de onstabiele overdag. Voor praktische toepassing is een splitsing in dag en nacht ook beter bruikbaar dan een splitsing naar stabiliteit.

Naast de splitsing in dag en nacht zal het materiaal nog naar de vier seizoenen en in vier hoofdwindrichtingsgroepen verdeeld worden. Totaal 32 klassen. We beperken ons in beide gevallen tot deze vier groepen omdat anders het aantal waarnemingen per groep te klein wordt. In totaal beschikken we over 2000 waarden zodat er gemiddeld circa 70 per klasse zijn (variërend tussen 20 en 100). Dit is nog een vrij gering aantal maar hiermede is toch wel zinvol een frequentieverdeling samen te stellen.

Tenslotte zijn er drie meetniveau's nl. 10, 40 en 80 m zodat in totaal 96 frequentieverdelingen ontstaan.

De groepsindelingen zijn:

nacht (20-21 uur, 0-1 uur en 4-5 uur)

dag (8-9 uur, 12-13 uur en 16-17 uur)

seizoen

L (lente) : maart, april, mei

Z (zomer) : juni, juli, augustus

H (herfst) : september, oktober, november

W (winter) : december, januari, februari

windrichting

N (noord) : 315° ... 45° 1)

O (oost) : 45° ... 135°

Z (zuid) : 135° ... 225°

W (west) : 225° ... 315°

2. Een theoretische frequentieverdeling voor windsnelheden

Aangezien bij windsnelheden geen negatieve waarden kunnen voorkomen moeten we een mathematische verdelingsfunctie (van een grootte x) vinden die voor $x = 0$ bij 0 begint maar die pas bij oneindig naar 1 gaat.

In aanmerking komt b.v. de Gammaverdeling:

$$f_{\Gamma}(x) dx = \frac{1}{a\Gamma(b)} \left(\frac{x}{a}\right)^{b-1} \exp(-x/a) dx \quad (1.1)$$

Een andere mogelijkheid is een functie die door Weibull is voorgesteld nl.

$$f(x) dx = \frac{k}{v} \left(\frac{x}{v}\right)^{k-1} \exp - \left(\frac{x}{v}\right)^k dx \quad (1.2)$$

([2])

Deze formules lijken sterk op elkaar, ze hebben beiden twee parameters nl. een schaalparameter a respectievelijk v en een vormparameter b respectievelijk k . In geval $k = b = 1$ zijn de functies aan elkaar gelijk (exponentiële functie).

Mathematische bijzonderheden van de functies evenals methoden voor aanpassing aan een gegeven waargenomen frequentieverdeling zijn in appendix I te vinden. We merken nog op dat de formule (1.2) die nu als Weibull-verdelingsfunctie bekend is, in feite een bijzonder geval is van een algemeen stelsel vergelijkingen voor scheve verdelingsfuncties, dat in 1927 door R.D. Goodrich [3] is ingevoerd. Goodrich kwam tot zijn stelsel na bestudering van "Empi-

1) De windrichtingswaarnemingen zijn in het basismateriaal genoteerd in tientallen graden.

rical Equations" van Prof. Running. Hierin komt onder No. XV een functie voor die analoog is aan (1.2). Het stelsel van Goodrich is vrijwel uitsluitend in de hydrologie in gebruik; het is in 1931 door Ir. S.H.A. Begeman [4] in ons land geïntroduceerd en in 1956 en 1957 door Prof. Dr. H.J. de Boer [5] op neerslagsommen toegepast.

Aangezien bij toepassing bleek dat de Gammaverdeling over de gehele linie minder goed bij de waarnemingsresultaten aansluit dan de Weibull-verdeling, is verder uitsluitend deze laatste verdeling gebruikt.

De schaalparameter is direct gekoppeld aan de schaal waarin x is genoteerd. Wordt deze schaal met een factor p veranderd, dan gebeurt hetzelfde met a respectievelijk v . Hiermede is dus normering mogelijk. De vormparameters geven de variatie aan die in de algemene vorm van de functie, toename naar een maximum en afname naar nul voor $x \rightarrow \infty$, kan voorkomen.

In fig. 1 wordt het karakter van de Weibull-verdeling weergegeven, in het bijzonder het effect van de variatie van de vormparameter k .

Als variabele is niet x maar $z = x/v$ genomen.

De functie is voor $k = 1$ de afnemende exponentiële functie. Als $k > 1$ is, beginnen de krommen steeds met 0 bij $x/v = 0$. Het maximum van de verdelingsfunctie neemt toe met het toenemende k . De modus (de bij het maximum behorende waarde van x/v) schuift naar rechts, evenals de mediaan van x/v . Het gemiddelde van x/v neemt af. De drie grootheden gaan naar elkaar toe en zijn bij $k = 3$ al nagenoeg gelijk. De kromme is nagenoeg symmetrisch. Voor $k = 2$ is de functie de bekende Rayleigh verdeling.

Bij vergelijking van een aantal Weibull-frequentieverdelingen b.v. met gelijke v -waarde maar verschillende k , betekent grotere k dus meer waarden in de omgeving van gemiddelde of mediaan en minder zeer grote waarden. Gelijke k maar toenemende v wil zeggen een verschuiving van gemiddelde of mediaan naar grotere waarden.

3. De aanpassing van een Weibull-verdeling aan een waargenomen frequentieverdeling

De aanpassing van de theoretische Weibull-verdeling aan waargenomen frequentieverdelingen, de bepaling van de parameters k en v dus, kan op verschillende manieren gebeuren, nl. 1e met behulp van de eerste twee momenten (gemiddelde en variantie) 2e met de zg. maximum likelihood methode en 3e met een gedeeltelijk grafische en verder numerieke kleinste kwadraten methode. In appendix I zijn deze methoden kort uiteengezet.

Als met behulp van de χ^2 toets de aanpassingen volgens de verschillende metho-

den worden vergeleken, blijkt dat aanpassing met momenten methode en met maximum likelihood nagenoeg even goed is, de grafisch kleinste kwadraten methode geeft duidelijk een minder goede aanpassing.

De maximum likelihood methode is tenslotte gebruikt om de definitieve resultaten te verkrijgen. Deze methode laat het bovendien toe om gebruik te maken van een verbeterde χ^2 methode (afkomstig van Watson (zie ref. [6] en appendix II), om de aanpassingsgoedheid te beoordelen.

In de figuren 2.1 2.96 zijn de frequentieverdelingen (histogrammen) en de aangepaste Weibull-verdelingen getekend. Tevens zijn hierbij genoteerd: het totaal aantal waarnemingen, de parameters k en v , de bijbehorende standaarddeviaties S_k en S_v en de overschrijdingskansen \mathbb{P} volgens de Watson χ^2 toets.

Deze toets geeft de kans aan dat de steekproef van waarnemingen die het histogram heeft opgeleverd, afkomstig is uit een universum waarover de elementen verdeeld zijn volgens de aangepaste Weibull-verdeling.

Als we de resultaten overzien dan blijkt dat in 81 gevallen de aangepaste Weibull-verdeling geheel acceptabel is, als we uitgaan van 5% als significantie niveau, 15 gevallen geven \mathbb{P} waarden kleiner dan 5%, waarvan 3 sterk significant zijn ($\mathbb{P} < 0,01$). Strikt genomen is het aantal gevallen waarin de Weibull-verdeling niet acceptabel is te groot (men kan er 3 à 7 verwachten met 95% kans). Aangezien echter de splitsing in dag en nacht waarschijnlijk niet in voldoende mate homogenisering t.o.v. de statistiek betekent, zou dit mogelijk de reden kunnen zijn voor een niet volledige statistisch bevredigende aanpassing. Het lijkt daarom wel gerechtvaardigd de Weibull-verdeling als verdelingsfunctie voor windsnelheden te accepteren.

4. De variatie van de parameters k en v als functie van hoogte, dag-nacht, seizoen en windrichting

De waarden k en v zijn in de tabellen 1 en 2 overzichtelijk samengevat, terwijl in fig. 3 de k en v waarden tegen elkaar zijn uitgezet.

Het geheel geeft een tamelijk rommelig beeld waarin globaal echter toch wel enkele systematische effecten zijn te zien. Het is natuurlijk vanzelfsprekend dat v met de hoogte toeneemt, omdat in het algemeen de snelheid met de hoogte toeneemt en v als schaalparameter dus ook zal toenemen. Verder varieert v zowel met het seizoen als met de richting, waarbij uiteraard de v -waarden voor de richting oost het kleinste zijn zowel 's nachts als overdag. Ook de variatie van k geeft wel enkele systematische effecten te zien maar wat minder duidelijk dan bij v .

Om de effecten duidelijk te kunnen beoordelen zal gebruik gemaakt worden van variantie analyse. Hiermede kan worden getoetst of de variantie die een variabele grootte vertoont significant aan verschillende gelijktijdige optredende factoren is te wijten en bovendien of er interactie is tussen de verschillende effecten d.w.z. of het effect van een bepaalde factor afhangt van de waarde die een andere factor aanneemt.

In het hier behandelde geval zijn er twee grootheden k en v , die ieder afhangen van vier factoren nl. dag en nacht (faktor A), seizoen (faktor B), windrichting (faktor C) en hoogte (faktor D). Tussen deze factoren kunnen dus interacties optreden b.v. kan v , die met de hoogte toeneemt dit 's nachts sterker doen dan overdag enz.

De techniek van de variantie analyse bestaat uit een splitsing van de totale variantie van v (resp. k) in varianties tengevolge van de vier factoren A, B, C en D en varianties tengevolge van de diverse interacties tussen de factoren. Door vergelijking van deze varianties met de z.g. residu-variantie (hier een gemiddelde variantie afgeleid uit de 96 S_v resp. S_k waarden) kan worden vastgesteld welke effecten en interacties significant zijn.

De techniek van de methode zoals die hier is toegepast is in appendix III geschetst. Het resultaat van de toepassing is in tabel 3 gegeven. In deze tabel is de waarde F van de verhouding tussen de variantie van effect of interactie en de residu-variantie genoteerd met het aantal vrijheidsgraden en de overschrijdingskans P .

Tabel 1

10 m	dag					nacht				
	L	Z	H	W	gem.	L	Z	H	W	gem.
N	7.59	5.80	3.91	5.15	5.61	5.36	3.37	3.49	5.10	4.33
O	5.65	4.64	3.88	5.55	4.93	4.23	3.25	2.64	4.67	3.70
Z	6.62	5.25	6.49	6.00	6.09	5.61	3.76	6.11	6.46	5.48
W	7.26	5.25	6.39	6.73	6.41	6.60	3.46	5.42	6.08	5.39
gem.	6.78	5.24	5.17	5.86	5.76	5.45	3.46	4.42	5.58	4.73
40 m										
N	8.50	6.34	5.35	6.92	6.78	6.23	4.92	5.61	6.70	5.86
O	5.65	4.50	4.57	6.88	5.65	5.47	4.68	3.89	6.13	5.04
Z	7.81	6.22	3.29	7.10	7.37	6.90	4.95	7.88	7.16	6.72
W	9.0	6.85	9.03	6.85	8.44	8.66	5.40	8.08	6.90	7.76
gem.	7.71	6.23	6.81	7.44	7.06	6.82	4.99	6.36	7.22	6.35

80 m

N	9.05	7.13	6.76	8.16	7.78	8.33	6.10	7.11	8.68	7.56
O	6.69	6.13	4.60	7.63	6.26	7.58	6.03	5.80	6.92	6.58
Z	8.99	7.05	9.73	8.44	8.55	8.82	6.87	10.34	9.31	8.84
W	10.25	7.84	10.83	11.04	9.99	10.78	7.18	10.08	10.57	9.63
gem.	8.74	7.04	7.98	8.82	8.14	8.88	6.54	8.31	8.87	8.15

Tabel 2

10 m	dag					nacht				
	L	Z	H	W	gem.	L	Z	H	W	gem.
N	2.60	2.72	2.40	2.26	2.50	1.89	1.83	1.65	1.66	1.76
O	2.63	3.30	2.45	2.30	2.67	2.03	2.18	2.92	1.91	2.26
Z	2.91	3.14	2.71	2.56	2.83	2.50	2.91	2.45	2.26	2.53
W	2.79	3.50	2.21	2.35	2.71	2.01	1.97	2.05	1.92	1.99
gem.	2.73	3.16	2.44	2.37	2.68	2.11	2.22	2.27	1.94	2.14
40 m										
N	2.72	2.63	2.67	2.30	2.58	2.21	2.57	2.82	1.85	2.36
O	3.43	3.83	2.48	2.37	3.03	2.85	2.88	2.57	2.10	2.60
Z	2.78	2.77	2.80	2.50	2.71	2.64	3.15	2.55	2.29	2.66
W	2.50	3.18	2.43	2.48	2.65	2.32	2.38	2.52	2.33	2.38
gem.	2.86	3.10	2.60	2.41	2.72	2.51	2.74	2.62	2.14	2.50
80 m										
N	2.48	2.72	3.12	2.36	2.67	2.47	2.78	3.33	2.27	2.71
O	2.68	3.30	2.55	2.47	2.75	2.65	2.80	2.31	2.11	2.47
Z	2.61	2.48	2.86	2.52	2.62	2.70	4.13	2.87	2.60	3.08
W	2.36	3.18	2.55	2.80	2.72	2.50	2.77	3.05	2.29	2.65
gem.	2.53	2.92	2.77	2.54	2.69	2.58	3.12	2.89	2.32	2.73

Tabel 3

	v			k		
	F	u	P	F	u	P
A	56.34	1	<< 0.01	16.63	1	<< 0.01
B	121.10	3	<< 0.01	15.98	3	<< 0.01
C	210.84	3	<< 0.01	4.90	3	<< 0.01
D	478.59	2	<< 0.01	8.79	2	<< 0.01
AB	9.18	3	<< 0.01	1.77	3	0.15
AC	1.90	3	0.13	2.50	3	0.06
AD	16.11	2	<< 0.01	7.58	2	<< 0.01
BC	25.83	9	<< 0.01	1.28	9	> 0.20
BD	2.72	6	0.01	0.69	6	> 0.20
CD	8.63	6	<< 0.01	1.54	6	0.17
ABC	3.38	9	< 0.01	2.26	9	0.02
ABD	0.93	6	> 0.20	1.05	6	> 0.20
ACD	0.74	6	> 0.20	0.69	6	> 0.20
BCD	0.81	18	> 0.20	0.77	18	> 0.20
ABCD	0.45	18	> 0.20	0.35	18	> 0.20

Uit deze tabel blijkt dus dat zowel voor v als voor k alle afzonderlijke effecten zeer sterk significant zijn. Verder zijn voor v de interacties AB, AD, BC en CD ook sterk significant. Ook de BD interactie en de drievoudige ABC is significant. Voor k is buiten de hoofdeffekten alleen de interactie AD duidelijk significant, terwijl de drievoudige interactie ABC significant is hoewel zwak. Bij de verdere beschouwing zal volstaan worden met de zeer duidelijk aanwezige effecten en interacties. De numerieke waarden van deze effecten en interacties zijn in tabellen 4.1 en 4.2 samengevat.

Tabel 4.1

Gemiddelde, hoofdeffekt en interactie voor v

$$\bar{v} = 6.700$$

Hoofdeffekten

dag-nacht	seizoen	windrichting	hoogte
dag +0.288	L +0.705	N -0.384	10 m -1.456
nacht -0.288	Z -1.118	O -1.339	40 m +0.006
	H -0.183	Z +0.478	80 m +1.450
	W +0.597	W +1.245	

Interakties

			hoogte			seizoen			
			10 m	40 m	80 m				
						L	Z	H	W
dag	+0.228	+0.065	-0.293	dag	+0.070	+0.297	-0.152	-0.214	
nacht	-0.228	-0.065	+0.293	nacht	-0.070	-0.297	+0.152	+0.214	

			hoogte			seizoen			
richting	10 m	40 m	80 m	richting	L	Z	H	W	
N	+0.111	-0.009	-0.102	N	+0.479	+0.412	-0.762	-0.128	
O	+0.409	-0.021	-0.388	O	-0.187	+0.796	-0.948	+0.339	
Z	+0.065	-0.138	+0.073	Z	-0.405	-0.377	+1.145	-0.363	
W	-0.584	+0.167	+0.417	W	+0.113	-0.831	+0.564	+0.153	

Tabel 4.2

Gemiddelde hoofdeffekten en interactie voor k

$$\bar{k} = 2.579$$

hoofdeffekten

dag-nacht	seizoen	windrichting	hoogte
dag +0.124	L -0.026	N -0.151	10 m -0.173
nacht -0.124	Z +0.300	O +0.050	40 m +0.044
	H +0.019	Z +0.160	80 m +0.129
	W -0.293	W -0.059	

Interactie

		hoogte		
		10 m	40 m	80 m
dag	+0.147	-0.005	-0.142	
nacht	-0.147	+0.005	+0.142	

Als deze effecten en interacties worden gesommeerd krijgen we voor v en k waarden die in fig. 4 tegen elkaar uitgezet zijn. Deze figuur is analoog aan fig. 3 maar is veel regelmatiger; toevals effecten zijn nu grotendeels geelimineerd.

Om de effecten echter beter te kunnen overzien zijn de figuren 5.1, 5.2 en 5.3 gemaakt. De laatste figuur geeft alleen het dag-nacht hoogte effect en 5.1 resp. 5.2 geven dit effect per seizoen resp. per windrichting.

5. Interpretatie

Als met 5.3 begonnen wordt dan blijkt in de eerste plaats dat v zowel overdag als 's nachts met de hoogte toeneemt, k neemt 's nachts wel met de hoogte

toe maar overdag niet. Op 10 m is v zowel als k groter dan 's nachts. Op 80 m is het verschil tussen dag en nacht verdwenen. In fig. 6 zijn drie Weibull functies getekend resp. met de v , k waarden van 10 m overdag, 's nachts en van 80 m. Bij hogere snelheden is de dagelijkse gang relatief minder sterk dan bij lage snelheden.

De figuren 5.3 en 6 weerspiegelen het verschil in stabiliteit tussen dag en nacht. 's Nachts stabiele gelaagdheid met zwakke windsnelheid. Op 10 m sterke toename van de snelheid met de hoogte: overdag onstabiele gelaagdheid met grotere windsnelheid op 10 m en minder sterke toename van de snelheid met de hoogte. Op 80 m is dit verschil tussen dag en nacht verdwenen. Dit stemt goed overeen met het bekende feit van de omkering van de dagelijkse gang in de windsnelheid bij toenemende hoogte. Het niveau waarop deze omkering plaats vindt ligt bij stabiele situaties bij enkele tientallen meters en bij onstabiele situaties bij enkele honderdtallen meters zoals Matveev (7 pag. 340) vermeldt. Waarden tussen 40 m en 95 m worden door diverse onderzoekers gegeven, zie o.a. Haltiner and Martin (8 pag. 232).

Als nu de figuren 5.1 en 5.2 nader worden beschouwd dan zien we dat ook hier dag-nacht-hoogte effect duidelijk te zien is, overeenkomstig het algemene effect van 5.3. Een duidelijk verschil in de wijze waarop het k - v -verband 's nachts met toenemende hoogte tot het niveau van de dagsituaties nadert is niet te zien. Als we echter naar de 80 m v -waarden kijken, dan is er tussen de seizoenen nog vrij veel variatie wat betreft het verschil tussen dag en nacht te zien. De dagwaarde is iets groter dan de nachtwaarde in de lente, vrij veel groter in de zomer terwijl deze in herfst en winter juist kleiner is. In de lente en vooral in de zomer is er dus op 80 m nog een dagelijkse gang met het maximum overdag; in herfst en winter daarentegen een dagelijkse gang met maximum 's nachts. M.a.w. lente en zomer ligt het omkeerniveau hoger dan 80 m en in herfst en winter lager dan 80 m. Ook dit is in overeenstemming met het bovenstaande: in lente en zomer meer onstabiele situaties dan in herfst en winter.

Het verschil tussen de seizoenen resp. windrichtingsgroepen ligt vooral in het niveau van v en van k . Hierbij is het zo dat bij de seizoenen de zomer de laagste v -waarden heeft, dit is uiteraard te verwachten, maar bovendien is k dan groter dan in de andere seizoenen, dus heeft men in de zomer zwakkere winden dan in de andere seizoenen maar daarbij is het bovendien zo dat dit in sterkere mate voor de grotere windsnelheden geldt. In de winter zien we het tegenovergestelde beeld: grotere v -waarden en kleinere k . Ook een te verwachten resultaat; in de winter zijn de snelheden groter maar vooral liggen dan bij zeer grote snelheden de frequenties hoog.

Bij de richtingsgroepen is er het te verwachten verschil tussen oost en west: de waarde van v is bij west aanzienlijk groter dan bij oost; k is bij west iets kleiner dan bij oost, maar het verschil is zeer gering. Opvallend is verder het feit dat de hoogte toename bij west veel groter is dan bij oost. Dit is echter een plaatselijk effect. Het is nl. zo dat aan de westkant van de mast een rij bomen staat op vrij korte afstand. Hierdoor wordt waarschijnlijk in het bijzonder de 10 m snelheid beïnvloed. Er is een parallel opstelling geweest op het noordelijk tuiblok, die een vrijer karakter had. Uit een vergelijking tussen beide opstellingen bleek dat aan de mast bij de richtingen $240^{\circ} - 280^{\circ}$ 5 à 15% kleinere snelheden werden gemeten.

De sterke hoogte toename van v bij west is hiermede wel te verklaren. In hoeverre ook op 40 m invloed van genoemde onstakels merkbaar moet zijn is niet zonder meer te zeggen. In de interacties tussen richting en hoogte zien we echter bij west $-0,584$ op 10 m, $+0,167$ op 40 m en $+0,417$ op 80 m.

In de eerste plaats bevestigt de sterk negatieve waarde voor 10 m het bovengenoemde feit dat bij zuidwestelijke winden de 10 m opstelling beïnvloed is door de rij bomen op korte afstand. Aangezien echter de waarde van de interactie voor 80 m groter is dan voor 40 m is het waarschijnlijk dat ook het 40 m niveau nog enigszins door de bomenrij beïnvloed is. Om deze reden is afgezien van vervanging van de 10 m mast gegevens door die van de 10 m parallel opstelling.

Als we het totale beeld in fig. 4 nader beschouwen dan valt hierbij op dat de westelijke en zuidenwinden in de zomer veel minder sterk zijn dan in de andere seizoenen; de oostelijke en noordenwinden daarentegen in de zomer ongeveer gelijk aan die in de andere seizoenen.

6. Enkele toepassingen

6.1. De kans op grote windsnelheden

In het voorgaande is een theoretische verdelingsfunctie aangepast aan frequentieverdelingen van waarnemingen over slechts één jaar met een redelijk goed resultaat.

Het is natuurlijk de vraag in hoeverre de aanpassing ook goed is voor snelheden die groter zijn dan die welke in dit ene jaar voorkwamen.

Het is uiteraard mogelijk met de aangepaste krommen uit te rekenen hoe groot de kans is op snelheden boven zekere grote waarden.

Hoewel een dergelijke berekening slechts zeer beperkte betekenis heeft (we weten niet in hoeverre dit ene jaar qua windsnelheidsverdeling een "normaal" jaar is) is het toch de moeite waard de berekening uit te voeren.

Dit is dan als volgt gebeurd. De berekende parameters voor de significante effecten (fig. 4) zijn gebruikt om met de computer uit te rekenen hoe groot de kans is op uursnelheden groter dan 20, 24, 28 en 32 m/s voor de 96 afzonderlijke groepen. Voor ieder van de drie hoogten zijn de 32 kanswaarden gesommeerd (wegens het feit, dat deze kansen zeer klein zijn, is dit geoorloofd; strikt genomen is de "overall" kans:

$1 - \prod_{i=1}^{32} (1-p_i)$, waarin p_i $i = 1 \dots 32$ de afzonderlijke kansen zijn). De berekende waarden zijn kansen \bar{P} dat een willekeurig uurvak een windsnelheidswaarde oplevert groter of gelijk aan de uitgangsgrenswaarden.

Als we de persistentie tussen uurwaarden van de windsnelheid buiten beschouwing laten, vinden we uit deze kansen, de z.g. gemiddelde herhalingstijd in jaren T_j volgens: $T_j = \frac{1}{8760 \bar{P}}$

In fig. 7 zijn de resultaten in beeld gebracht.

Tevens zijn in deze figuur opgenomen de resultaten die beschikbaar zijn van een aantal klimatologische stations. Voor deze stations zijn nl. uit de klimatologische reeksen over meerdere jaren (aantal variërend tussen 15 en 60) hoogste uurwaarden per jaar bepaald. Hieruit zijn met de theorie der extreme waarden volgens Gumbel, schattingen gemaakt van de windsnelheden die gemiddeld eens per N jaar kunnen worden overschreden. Het blijkt nu dat de 10 m kromme van de Vlaardingen gegevens vrijwel overeenkomt met de "extreme" waarde lijn voor Souburg. Een zeer plausibel resultaat omdat Souburg van de hier beschikbare stations, geografisch gezien, het meest met Vlaardingen overeenkomt. In de kuststations Den Helder en Vlissingen komen aanzienlijke grotere extreme snelheden voor. Dit is ook te verwachten, evenals de veel kleinere snelheden die Zuid-Limburg (Beek en Maastricht) te zien geven.

Wat De Bilt betreft is vergelijking moeilijk. De klimatologische reeks berust op gegevens van een opstelling niet op de normale waarnemingshoogte van circa 10 m, maar op de toren op circa 35 m hoogte, bovendien gelegen in een niet erg homogeen gebied. Derhalve hebben we te maken met sterk door plaatselijke omstandigheden beïnvloede metingen. Er dient nog opgemerkt te worden dat er een vrij grote onnauwkeurigheid bestaat in de ligging der lijnen in fig. 7. Deze is des te groter naarmate de snelheid groter is. In verslag V-157 waar de resultaten in tabelvorm zijn vermeld, is deze onnauwkeurigheid genoteerd.

De overeenkomst tussen Souburg en de Vlaardingen resultaten kan dus toevallig mooier zijn, dan in werkelijkheid het geval is.

6.2. Aanpassing van een Weibull-verdeling aan een "overall" windsnelheidsfrequentieverdeling

In de inleiding is vermeld, dat een redelijke aanpassing van een theoretische verdelingsfunctie aan een frequentieverdeling van waargenomen windsnelheden als niet "gehomogeniseerd" is, niet goed lukt.

Wegens de variatie van de parameters k en v is ook niet te verwachten dat het mogelijk is een dergelijke "overall" frequentieverdeling te beschrijven met één eenvoudige formule.

Proberen we het toch dan krijgen we een systematische afwijking (die ook geconstateerd is bij de toepassing van de Weibull-verdeling op frequentieverdelingen van een aantal klimatologische stations).

In fig. 8 is dit in beeld gebracht. Kromme a stelt voor de frequentieverdeling van windsnelheden op 10 m hoogte en is opgebouwd uit de theoretische Weibull-verdelingen met de parameter waarde k en v volgens fig. 4.

Kromme b is de Weibull-verdeling die door aanpassing aan de somverdeling a is verkregen.

Het blijkt dus dat de "overall" frequentieverdeling een hoger maximum heeft dan de aangepaste Weibull-verdeling, terwijl de lage snelheden en de snelheden tussen 5 en 10 m/s, iets minder frequent zijn dan de Weibull aanpassing aangeeft. Snelheden boven 10 m/s worden mogelijk door de aanpassing weer iets onderschat.

I. 1. De Gamma-verdeling

In distributieve vorm:

$$f(x) = \frac{1}{a\Gamma(b)} \cdot (x/a)^{b-1} \exp(-x/a),$$

de cumulatieve vorm is de onvolledige Gamma-functie:

$$F(x) = \frac{1}{\Gamma(b)} \int_0^{x/a} z^{b-1} \exp(-z) dz$$

Voor gemiddelde en variantie vindt men:

$$\bar{x} = ab; \text{ var } x = a^2b$$

terwijl de modus is $\tilde{x} = ab - a$.

Aanpassing kan worden uitgevoerd door gemiddelde en variantie van de waargenomen frequentieverdeling te berekenen en daarna:

$$a = \frac{\text{var } x}{\bar{x}} \text{ en } b = \frac{\bar{x}^2}{\text{var } x}$$

Men kan ook de, in het algemeen iets betere, "Maximum Likelihood" schattingen gebruiken.

Hierbij volgt b uit:

$$\ln b - \frac{\Gamma'(b)}{\Gamma(b)} = \ln \bar{x} - \overline{\ln x}$$

en

$$a = \frac{\bar{x}}{b}$$

2. De Weibull-verdeling

Deze verdeling werd in 1951 door Weibull geïntroduceerd ([2]).

De distributie functie is:

$$f(x) = \frac{k}{v} \left(\frac{x}{v}\right)^{k-1} \exp - \left(\frac{x}{v}\right)^k$$

De cumulatieve verdelingsfunctie is:

$$F(x) = 1 - \exp - \left(\frac{x}{v}\right)^k$$

(1)

Verder:

Gemiddelde $\bar{x} = v\Gamma(1 + 1/k)$

variantie $\text{var } x = v^2 \{ \Gamma(1 + 2/k) - \Gamma^2(1 + 1/k) \}$

modus $\tilde{x} = v(1 - 1/k)^{1/k}$ (mits $k > 1$)

mediaan $\check{x} = v(\ln 2)^{1/k}$

Aanpassing met de momenten methode leidt tot k oplossen uit

$$\frac{\Gamma(1 + 2/k)}{\Gamma^2(1 + 1/k)} = 1 + \frac{\text{var } x}{\bar{x}^2}$$

terwijl vervolgens:

$$v = \frac{\bar{x}}{\Gamma(1 + 1/k)}$$

De "Maximum Likelihood" methode levert voor k de vergelijking

$$k \left\{ \frac{\sum_{i=1}^N x_i^k \ln x_i}{\sum_{i=1}^N x_i^k} - \frac{\sum_{i=1}^N \ln x_i}{N} \right\} = 1$$

en vervolgens:

$$v = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^k \right)^{1/k}$$

Daar deze methode tenslotte is gebruikt voor de definitieve bewerking van het materiaal, zijn de standaardafwijkingen van de parameters k en v afgeleid. Deze zijn

$$S_k = \frac{k}{1,35 \sqrt{N}} \text{ en } S_v = \frac{v}{k \sqrt{N}}$$

Een derde methode is de volgende:

Uit de waargenomen frequentieverdeling kan F(x) geschat worden. Uit (1) volgt

$$\ln \{ - \ln(1 - F(x_i)) \} = k \ln x_i - k \ln v.$$

Derhalve is $\ln \{ - \ln(1 - F(x_i)) \}$ een lineaire functie van $\ln(x_i)$ met konstanten k en $-k \ln v$. Met de methode der kleinste kwadraten kunnen deze konstanten berekend worden.

II. Watson versie van de χ^2 toets

Zoals bekend wordt voor toetsing van de aanpassing van waarnemingen aan een continue verdeling gebruik gemaakt van de χ^2 verdeling.

Hierbij wordt de grootheid

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{\kappa} \frac{(n_i - N\rho_i)^2}{N\rho_i}$$

bepaald waarvan de overschrijdingskans wordt gevonden uit de χ^2 verdeling (n_i is het waargenomen aantal waarnemingen in het i^e interval en ρ_i de "theoretische" frequentie in dit interval). κ is het aantal intervallen of cellen.

Door Watson (zie ref. [67]) is in 1957, 1958 nagegaan in hoeverre χ^2 inderdaad een χ^2 verdeling volgt als de onbekende parameters θ_s van de frequentieverdeling $f(x; \theta_s)$ worden geschat uit de waarnemingen x_j (en niet met de "celfrequenties" n_i) met behulp van de maximum likelihood methode. Het blijkt dan dat χ^2 asymptotisch een verdeling volgt die afwijkt van de χ^2 verdeling zonder meer nl.

$$\chi_{\kappa-1-r}^2 + \lambda_1 y_1^2 + \dots + \lambda_r y_r^2$$

Hierin is r het aantal parameters θ_s . De λ_i 's volgen uit een determinant vergelijking $|\tilde{J} - (1-\lambda)\tilde{J}| = 0$ en de y_i 's zijn standaard normaal verdeelde grootheden

$$\tilde{J}_{ij} = \sum_{k=1}^{\kappa} \frac{1}{p_h} \left(\int_{z_{h-1}(\theta)}^{z_h(\theta)} \frac{\partial f}{\partial \theta_i} dx \right) \left(\int_{z_{h-1}(\theta)}^{z_h(\theta)} \frac{\partial f}{\partial \theta_j} dx \right)$$

$$\hat{J}_{ij} = \epsilon \left\{ \frac{\partial \ln f(x_i, \theta_i)}{\partial \theta_i} \cdot \frac{\partial \ln f(x_j, \theta_j)}{\partial \theta_j} \right\} \quad 1)$$

Als $p_i = \frac{1}{\kappa}$ wordt gekozen en $r = 2$ dan is een oplossing bij benadering mogelijk nl.:

1) Het symbool ϵ betekent: verwachtingswaarde van d.w.z. een gewogen gemiddelde van de betrokken grootheid met de statistische kans als gewichtsfactor.

$$P\{\hat{\chi}^2 > \hat{\chi}^2\} = P\{\chi_{\kappa-3}^2 \geq \hat{\chi}^2 - \frac{\kappa}{N} - (\lambda_1 + \lambda_2)\} \quad 1)$$

Voor de Weibull-verdeling blijkt:

$$\lambda_1 + \lambda_2 = -\ln^2 \kappa - 0,6079 \gamma_3 - 0,5140 \gamma_2 - 1,1088 \gamma_1$$

Bij de toepassing hebben we ons beperkt in verband met de kleine aantallen gegevens die per geval beschikbaar zijn tot $\kappa = 4,5$ of 10.

Hiervoor blijkt dat de numerieke waarde van $\lambda_1 + \lambda_2$ zijn

κ	$\lambda_1 + \lambda_2$
4	0,784
5	0,658
10	0,378

1) Een streep onder een grootheid geeft aan dat de betrokken grootheid stochastisch is d.w.z. statistisch variabel, het symbool is alleen hier toegepast om de variabele $\hat{\chi}^2$ te onderscheiden van de vaste waarde $\hat{\chi}^2$. Strikt genomen zou de onderstreping ook in het voorgaande b.v. x in $f(x)$ enz. moeten zijn gebruikt.

III. Meervoudige variantie analyse

De techniek van de variantie analyse is in alle statistische leerboeken te vinden. In het algemeen wordt echter niet verder gegaan dan een situatie waarbij de betrokken grootheid hoogstens ten gevolge van 3 effecten varieert. Door Kendall [9] wordt in principe het algemene geval behandeld, waarbij het echter zo is dat volledige uitwerking voor de situatie met meer dan 3 effecten zelfs met de computer te ingewikkeld is, er moet dus naar vereenvoudiging gezocht worden.

De algemene formulering is:

Een grootheid x varieert tengevolge van de effecten A, B, C, \dots (en hun interacties). A_i kan n_i waarden aannemen, B_j kan n_j waarden aannemen enz. Voor iedere combinatie (cel) A_i, B_j, C_p, \dots zijn er $n_{i,j,p,\dots}$ waarnemingen $x_{i,j,p,\dots}$, ($b = 1, \dots, n_{i,j,p,\dots}$)

De totale variantie van de grootheden $x_{i,j,p,\dots}$, ongeacht de effecten A_i, B_j, C_p, \dots kan gesplitst worden in variantie binnen de cellen, varianties tengevolge van de (hoofd)effecten A, B, C, \dots en varianties tengevolge van de diverse onderlinge interacties tussen de effecten. De significantie van hoofdeffecten of interacties kan worden bepaald door de betrokken varianties te vergelijken met de variantie binnen de cellen.

Bij de toepassing in ons geval, is het zo dat per cel niet een aantal gegevens ter beschikking staan, maar één (v resp. k) en de standaarddeviatie (S_v resp. S_k). Dit is te beschouwen alsof er een aantal waarden v is waaruit het gemiddelde en de standaarddeviatie zijn berekend. Het aantal waarden per cel is daarbij niet konstant.

In verband met het voorgaande moeten we echter een vereenvoudigende verwaarlozing maken en derhalve wordt het feit van de ongelijke aantallen waarnemingen waarop de v resp. k waarde per cel berust buiten beschouwing gelaten; er wordt een "overall" standaarddeviatie binnen de cellen bepaald door middeling van S_v^2 (resp. S_k^2) met gelijke gewichten.

Er zijn in ons geval 4 effecten nl.

A: dag-nacht : 2 elementen dus 1 vr.gr. (= vrijheidsgraad)

B. seizoen : 4 elementen 3 "

C: richting : 4 elementen 3 "

D: hoogte : 3 elementen 2 "

We noteren v_{ijpq} ($1 \leq i \leq 2; 1 \leq j \leq 4; 1 \leq p \leq 4; 1 \leq q \leq 3$) en S_{ijpq} ; idem voor k .

Het berekeningsschema ziet er als volgt uit:

$$M = (\sum_i \sum_j \sum_p \sum_q v_{ijpq})^2$$

$$M_A = 2 \sum_i (\sum_j \sum_p \sum_q v_{ijpq})^2 - M; \text{ idem } M_B, M_C \text{ en } M_D \text{ (met resp. factoren 4, 4 en 3 i.p.v. 2)}$$

verder

$$M_{AB} = 8 \sum_i \sum_j (\sum_p \sum_q v_{ijpq})^2 - M_A - M_B - M$$

idem M_{AC} , M_{AD} , M_{BC} , M_{BD} en M_{CD} (met resp. factoren 8, 6, 16, 12, 12 i.p.v. 8) dan

$$M_{ABC} = 32 \sum_i \sum_j \sum_p (\sum_q v_{ijpq})^2 - M_{AB} - M_{AC} - M_{BC} - M_A - M_B - M_C - M$$

en idem M_{ABD} , M_{ACD} en M_{BCD} (met resp. factoren 24, 24, 48 i.p.v. 32) dan

$$\begin{aligned} M_{ABCD} = 96 \sum_i \sum_j \sum_p \sum_q v_{ijpq}^2 &- M_{ABC} - M_{ABD} - M_{ACD} - M_{BCD} \\ &- M_{AB} - M_{AC} - M_{AD} - M_{BD} - M_{CD} \\ &- M_A - M_B - M_C - M_D - M \end{aligned}$$

en tenslotte

$$M_R = \sum_i \sum_j \sum_p \sum_q S_{ijpq}^2$$

Daarna wordt berekend

$$F_A = \frac{M_A}{M_R}, F_B = \frac{M_B}{3 M_R}, F_C = \frac{M_C}{3 M_R}, F_D = \frac{M_D}{2 M_R}$$

$$F_{AB} = \frac{M_{AB}}{3 M_R}, \text{ evenzo } F_{AC}, F_{AD}, F_{BD}, F_{CD} \text{ (met resp. factoren 3, 2, 9, 6, 6)}$$

dan

$$F_{ABC} = \frac{M_{ABC}}{9 M_R} \text{ evenzo } F_{ABD}, F_{ACD}, F_{BCD} \text{ (met resp. factoren 6, 6, 18)}$$

tenslotte

$$F_{ABCD} = \frac{M_{ABCD}}{18 M_R}$$

Analoog voor k.

In tabel 3 zijn deze F-waarden met bijbehorende aantal vrijheidsgraden en overschrijdingswaarden gegeven.

Referenties

- [1] Rijkooort, P.J., F.H. Schmidt, C.A. Velds and J. Wieringa : A meteorological 80 m Tower near Rotterdam. Boundary layer meteorology. Vol. 1, 1970, pp. 5-17.
- [2] Weibull, W. : A statistical distribution function of wide applicability. Journ. appl. mech. Vol. 18, 1951.
- [3] Goodrich, R.D. : Straight line plotting of skew frequency data. Proc. Amer. Soc. Civil Eng. Aug. 1927, pp. 1063.
- [4] Begeman S.H.A. : Toepassing van waarschijnlijkheidsrekening op hydrologische waarnemingen. De Waterstaatsingenieur. Jg. 19, 1931.
- [5] Boer, H.J. de : De cumulatieve frequentieverdelingen van de K-daagse neerslagsommen van Hoofddorp resp. Winterswijk. K.N.M.I. W.R. 56-004 en 57-007.
- [6] Hermans, J. : De chi-kwadraat toets voor aanpassing van continue verdelingen. Statistica neerlandica. Jg. 23-4, 1969, pp. 277-285.
- [7] Matveev, L.T. : Physics of the atmospheric. Leningrad, 1965.
- [8] Haltiner, G.J., and F.L. Martin : Dynamical and physical meteorology. Londen enz., 1957.
- [9] Kendall, M.G. : The advanced theory of statistics. Vol. 3. London, 1966.

Slotwoord

Met dankbaarheid wordt melding gemaakt van medewerking van de Afdeling Machinale Bewerking Waarnemingen. In het bijzonder geldt dit Mevrouw Boertien-de Vries (die inmiddels het K.N.M.I. heeft verlaten) voor het programmeren van de aanpassing van de Weibull-verdeling en het plotten van de figuren en de heer H. de Hart voor de toepassing van de variantie-analyse.

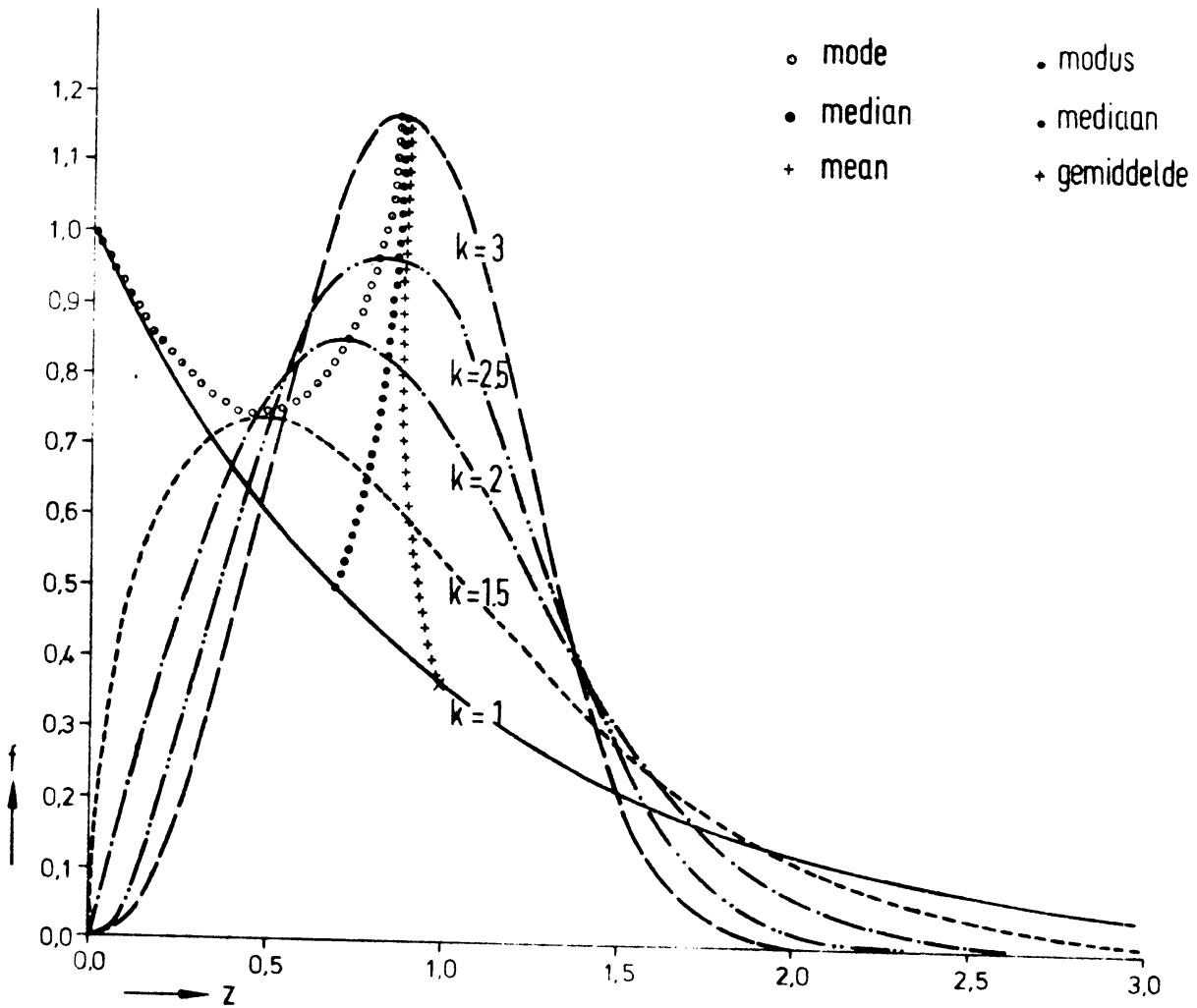
FIG. 1

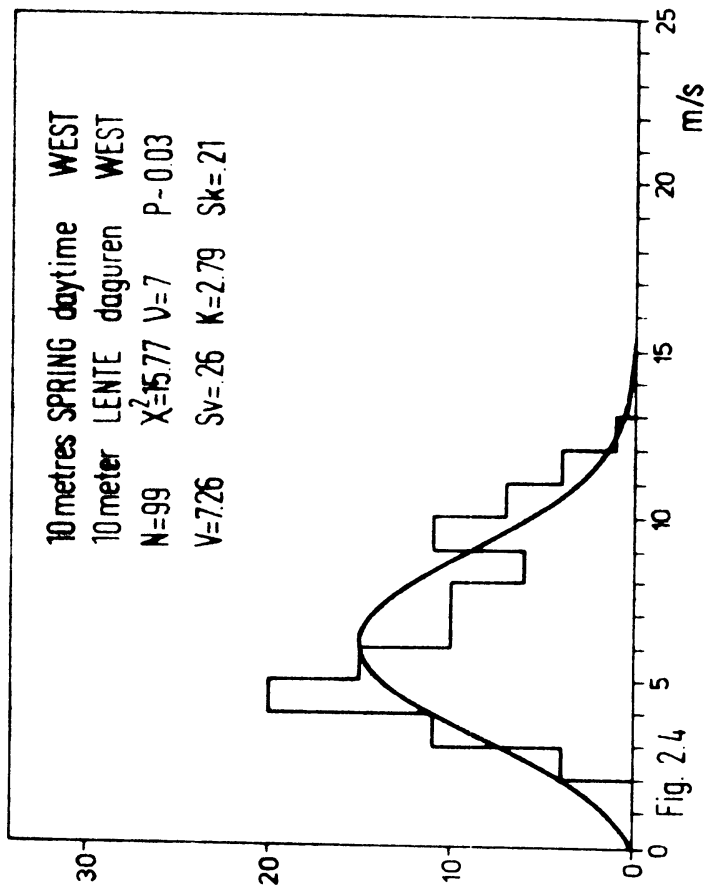
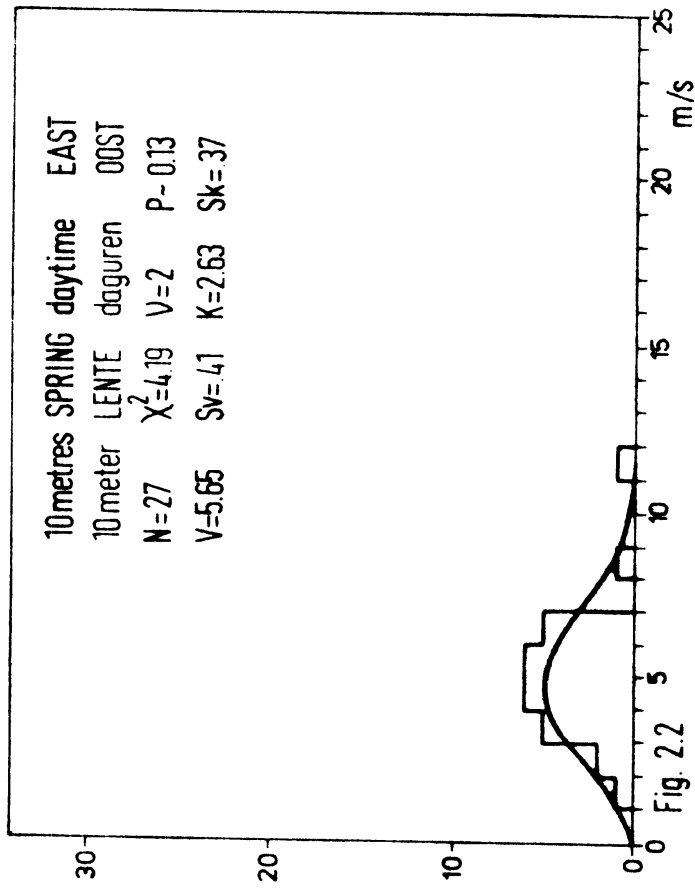
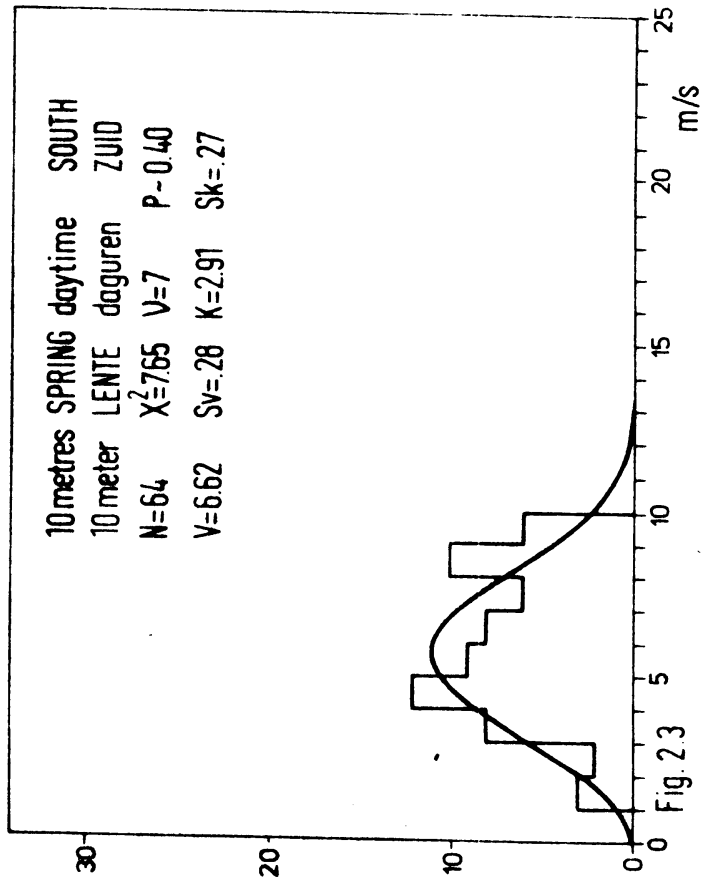
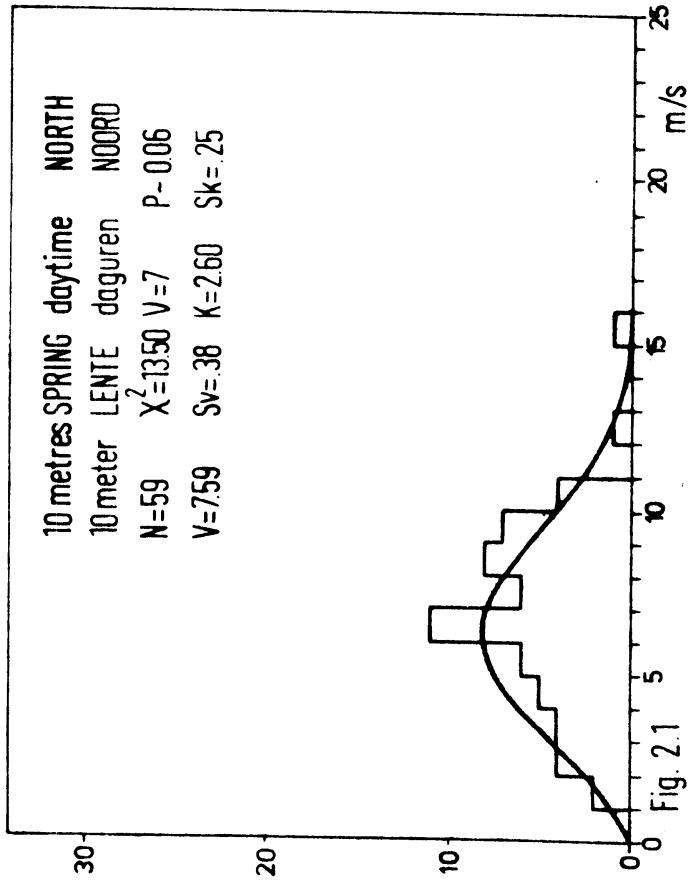
WEIBULL DISTRIBUTION

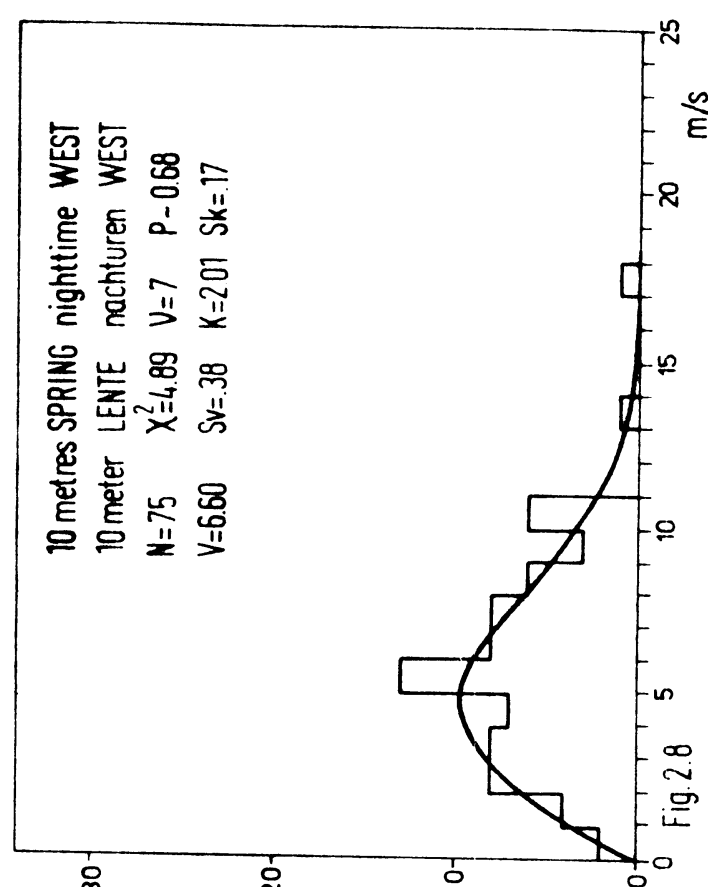
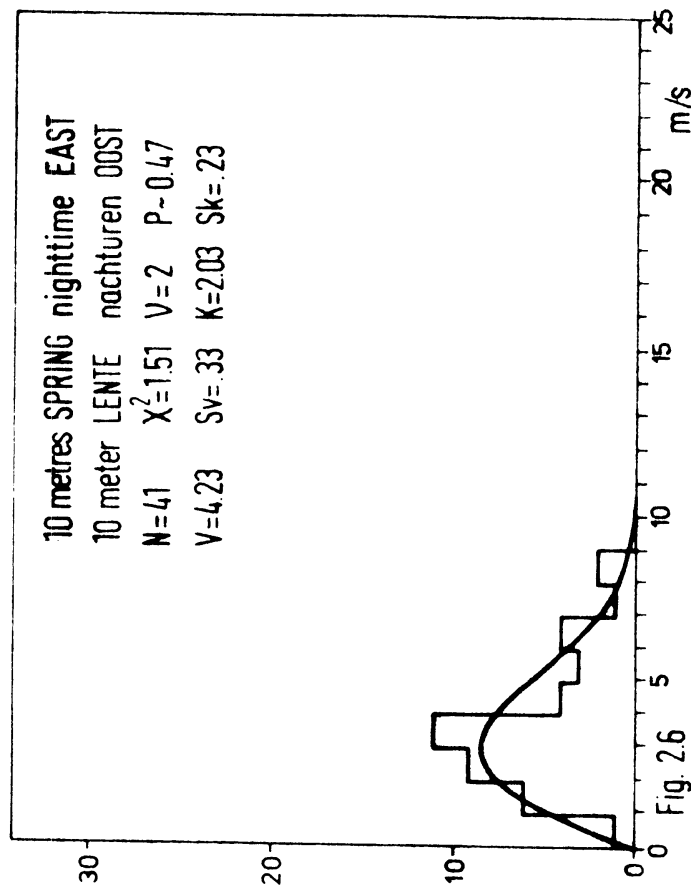
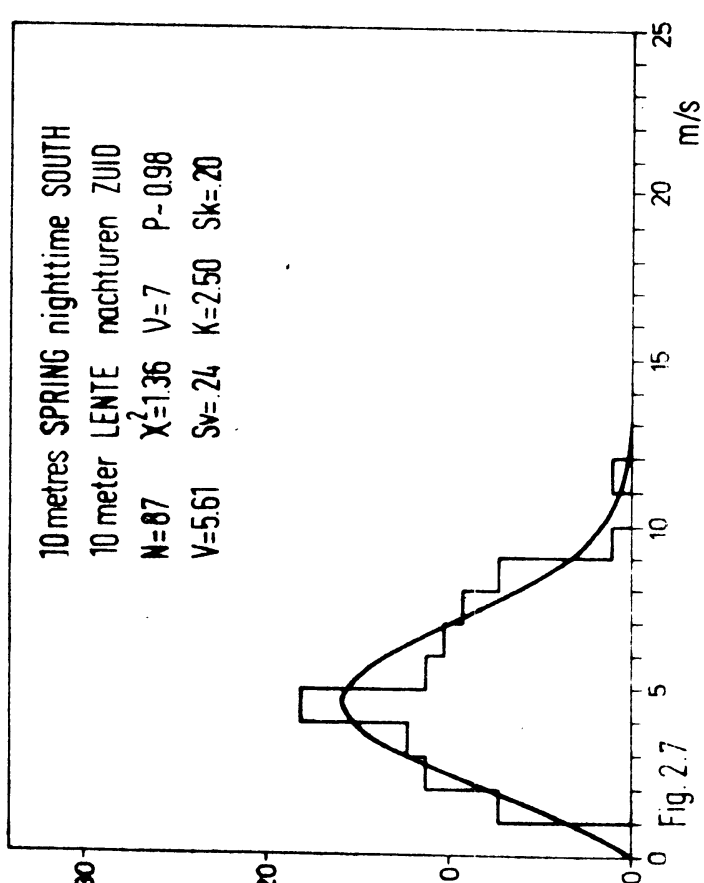
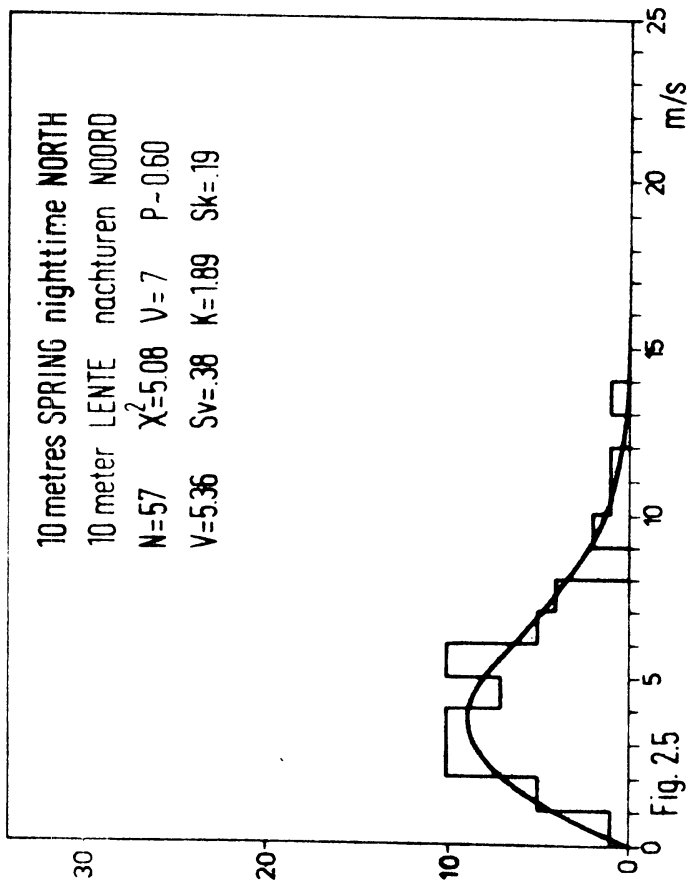
WEIBULL VERDELING

$$f(x)dx = \frac{k}{v} \left(\frac{x}{v}\right)^{k-1} \exp - \left(\frac{x}{v}\right)^k dx$$

$$z = \frac{x}{v} \quad , \quad f(z)dz = kz^{k-1} \exp - z^k dz$$







10 metres SUMMER daytime NORTH

10 meter ZOMER daguren NOORD

N=65 $\bar{X}^2=1062$ V=7 P=0.19

V=5.80 Sv=26 K=2.72 Sk=.25

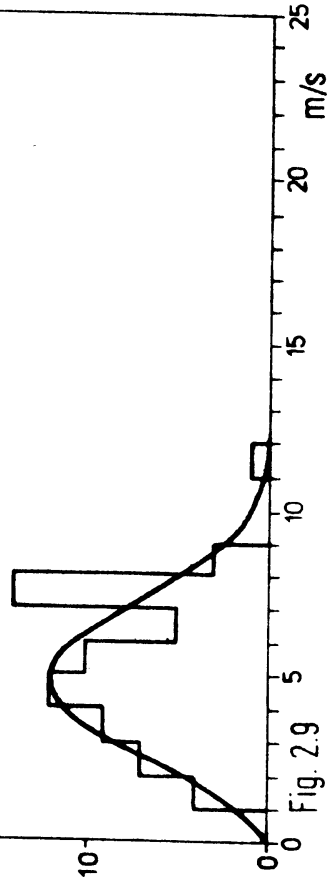


Fig. 2.9

10 metres SUMMER daytime SOUTH

10 meter ZOMER daguren ZUID

N=37 $\bar{X}^2=1.26$ V=2 P=0.52

V=5.25 Sv=27 K=3.14 Sk=.38

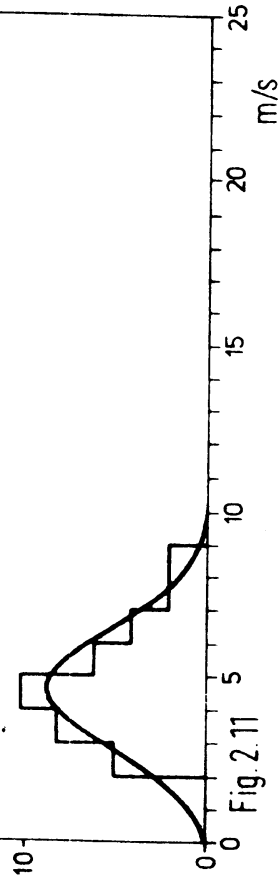


Fig. 2.11

10 metres SUMMER daytime EAST

10 meter ZOMER daguren OOST

N=32 $\bar{X}^2=2.18$ V=2 P=0.32

V=4.64 Sv=.25 K=3.30 Sk=.43

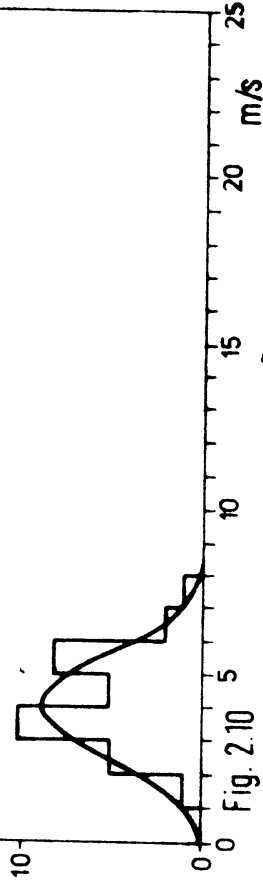


Fig. 2.10

10 metres SUMMER daytime WEST

10 meter ZOMER daguren WEST

N=118 $\bar{X}^2=5.09$ V=7 P=0.60

V=5.25 Sv=14 K=3.50 Sk=.24

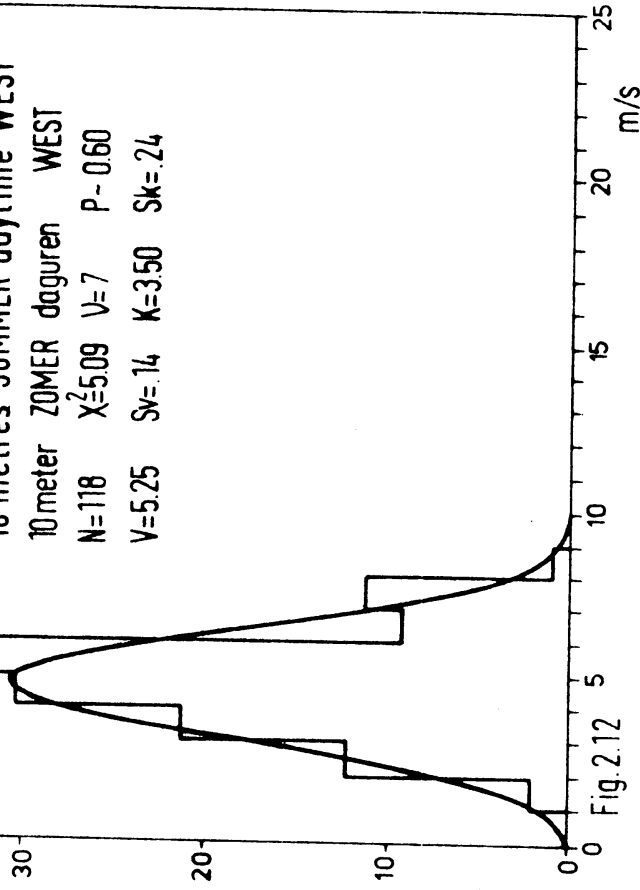
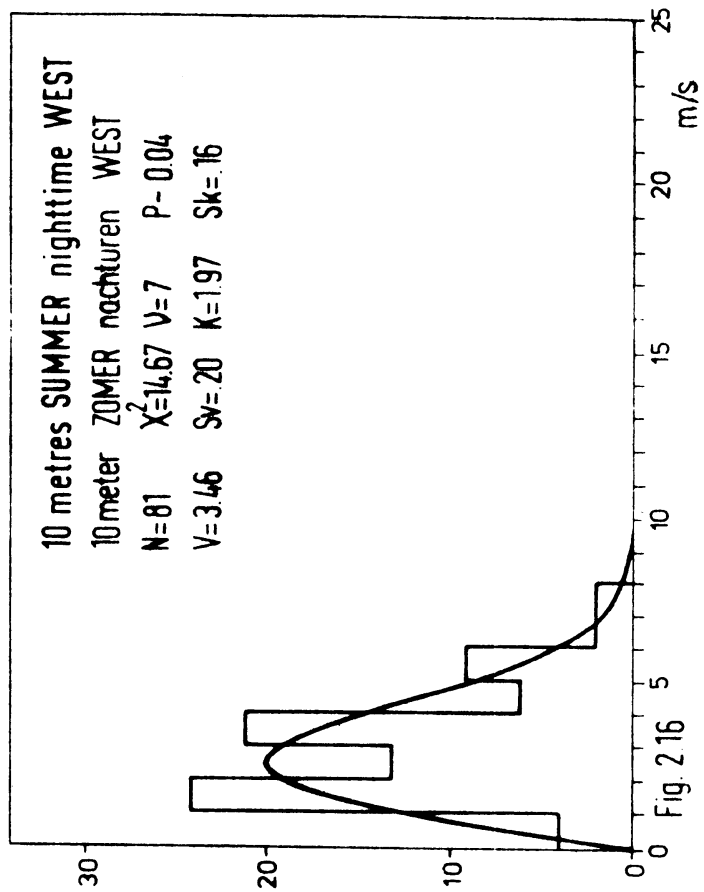
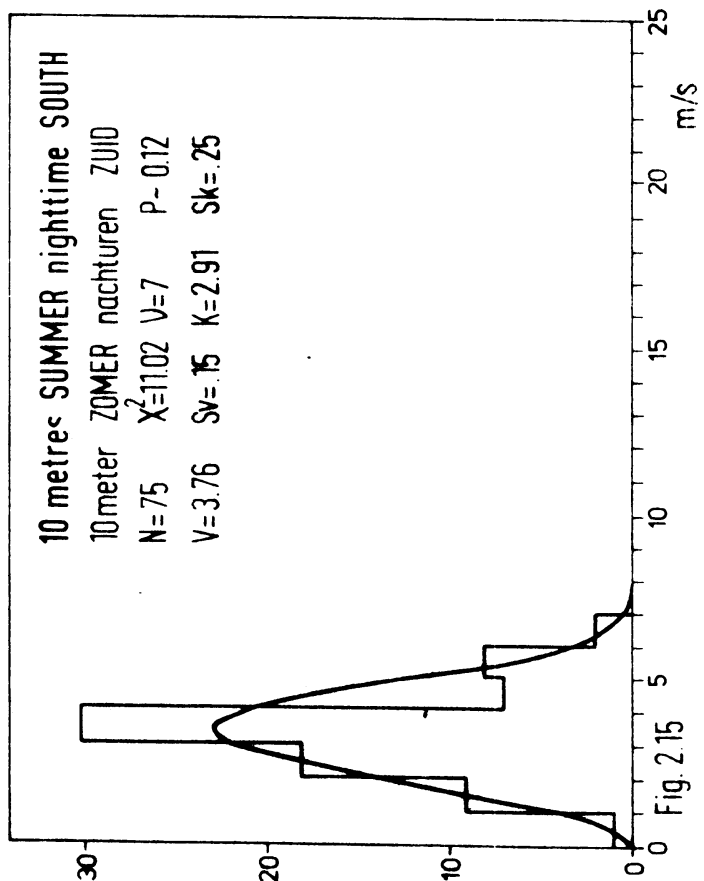
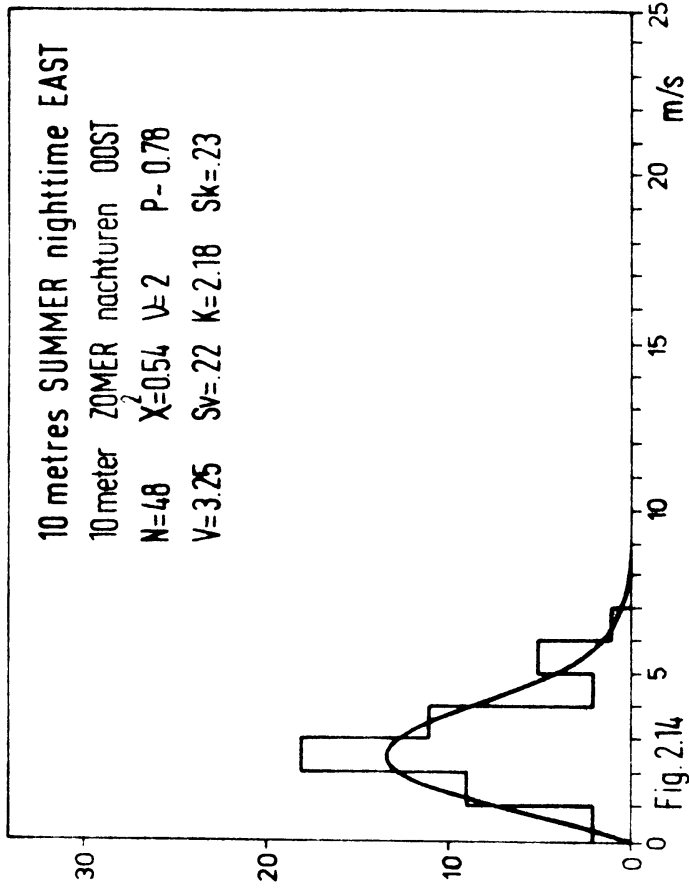
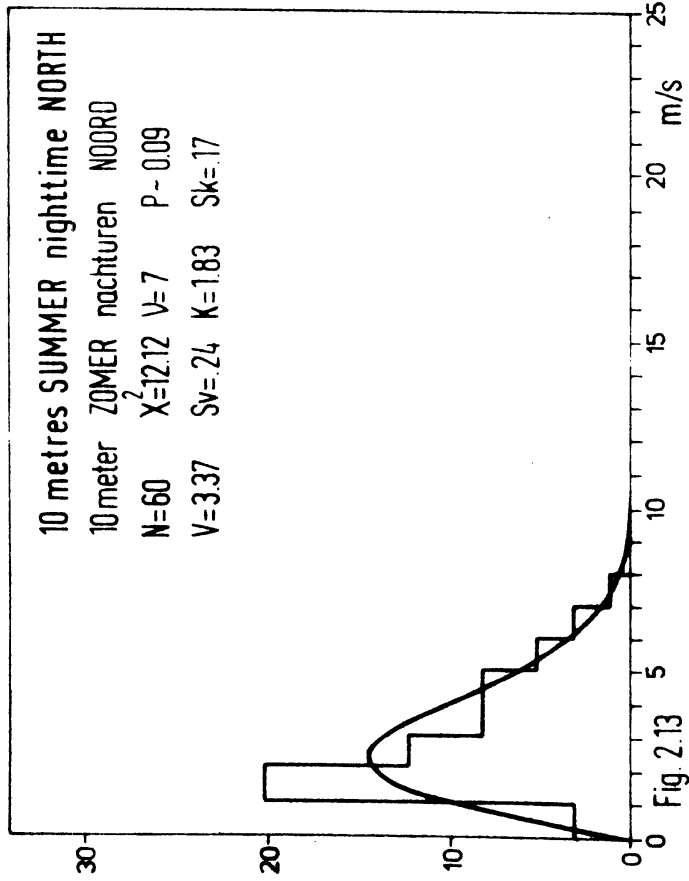
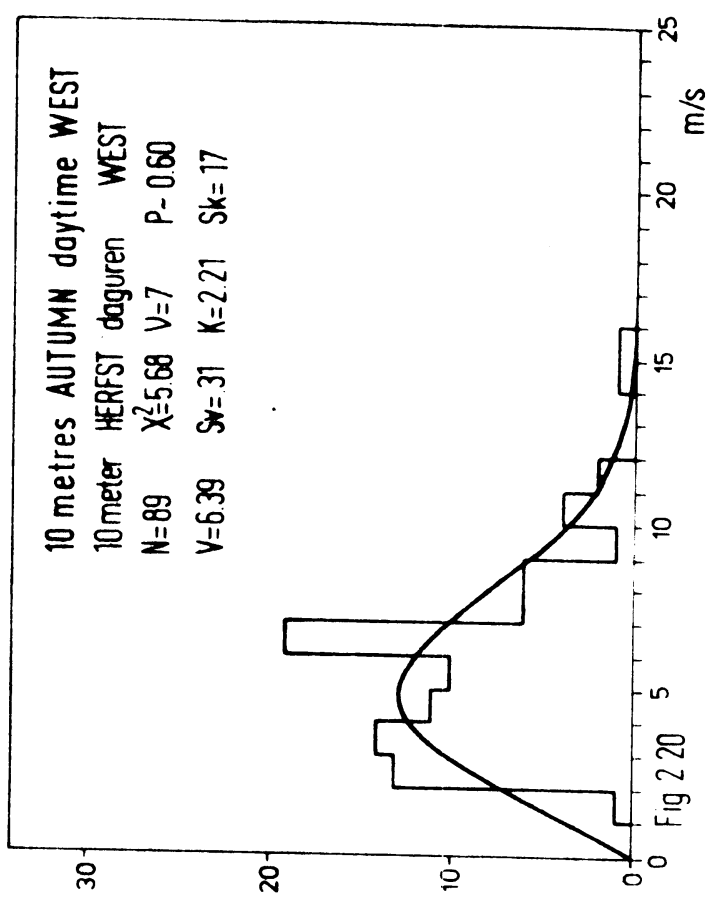
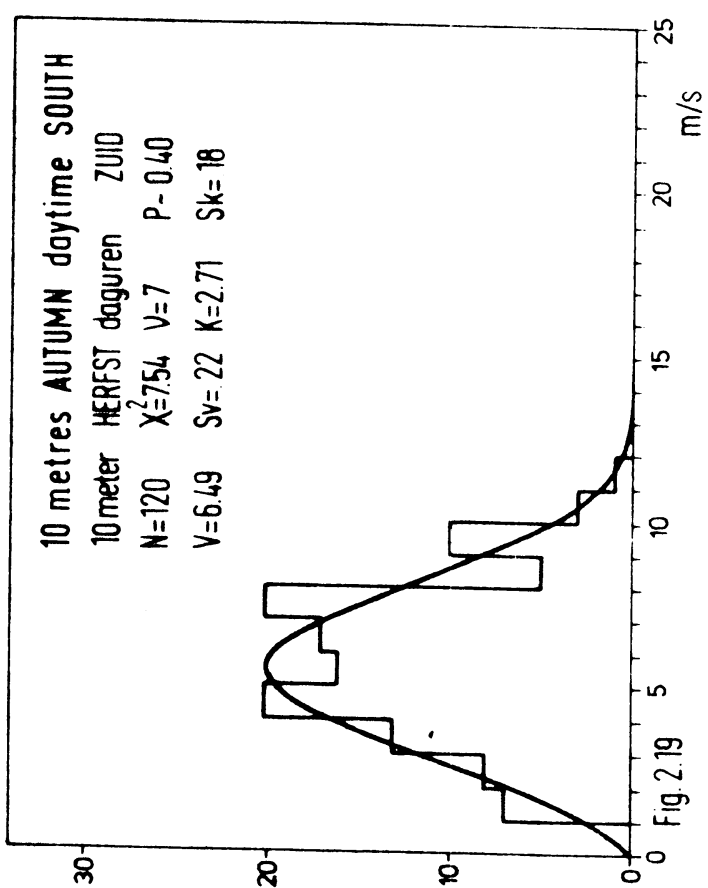
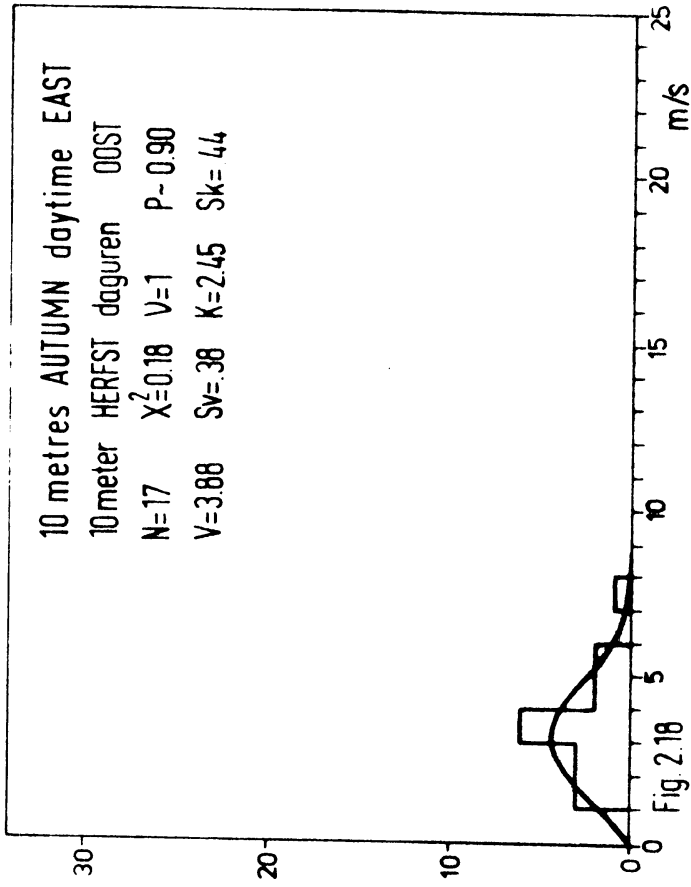
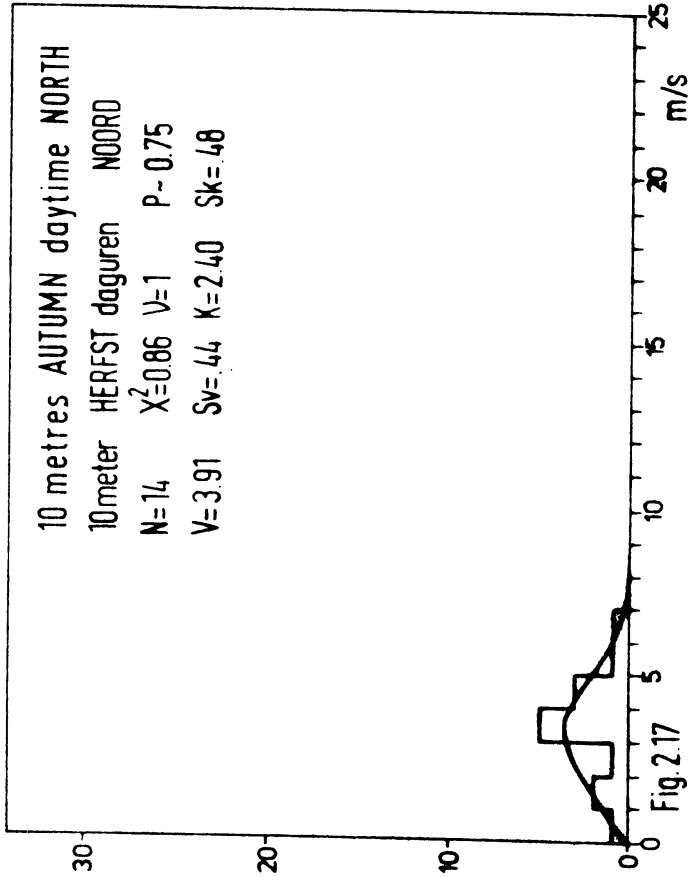
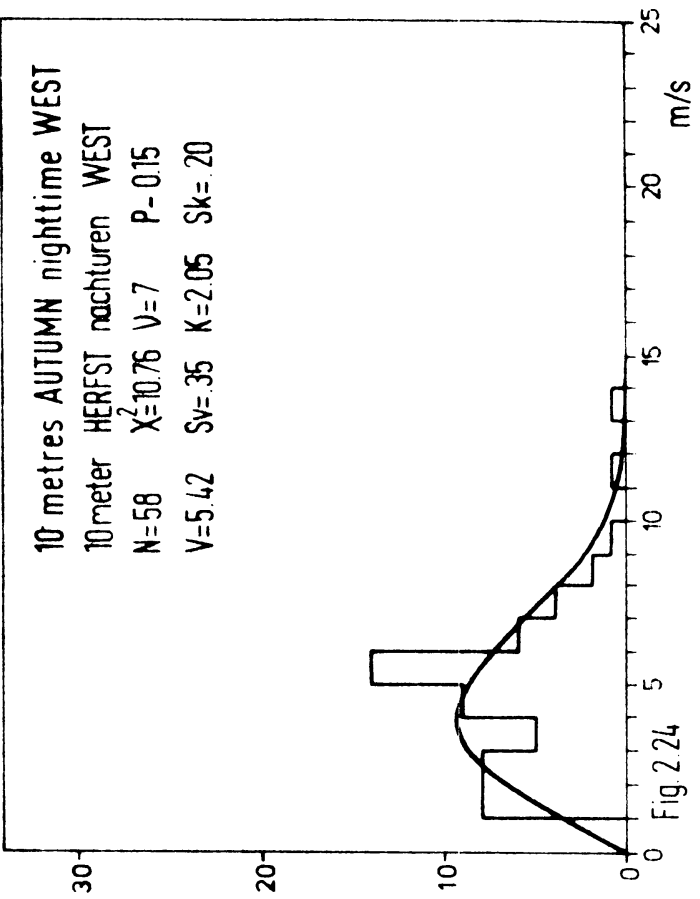
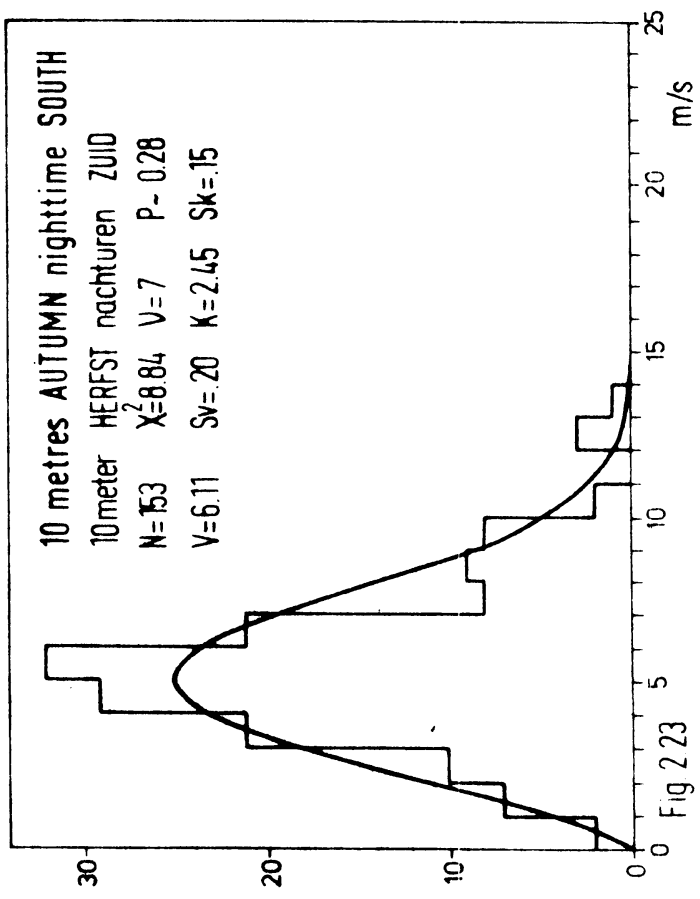
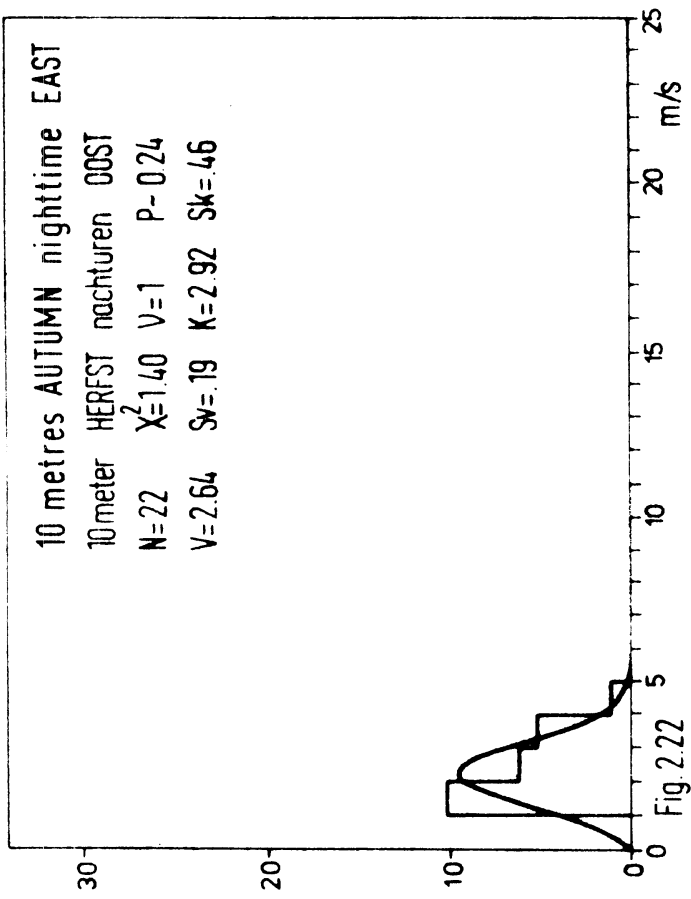
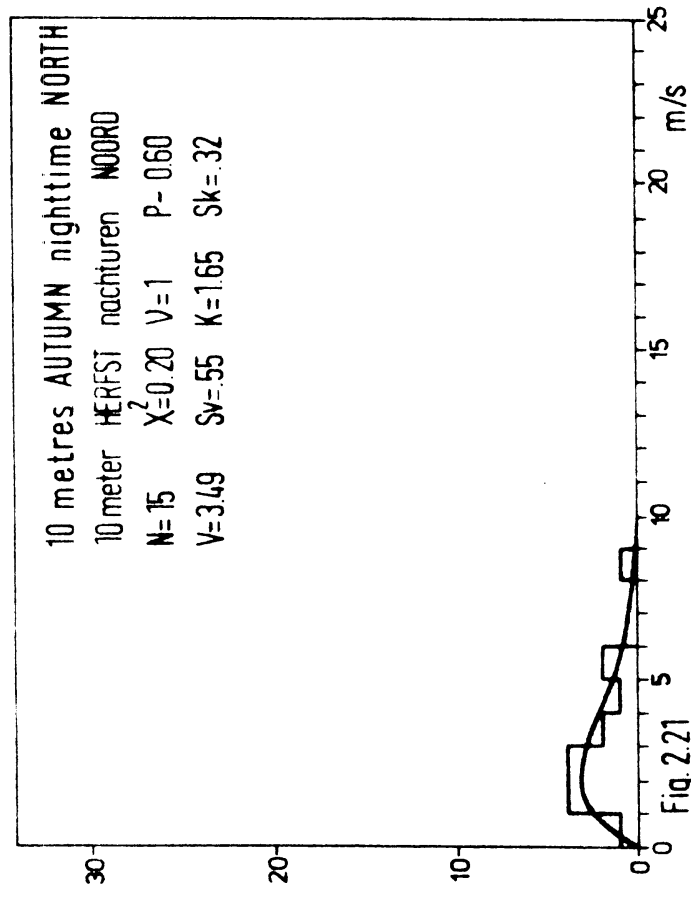
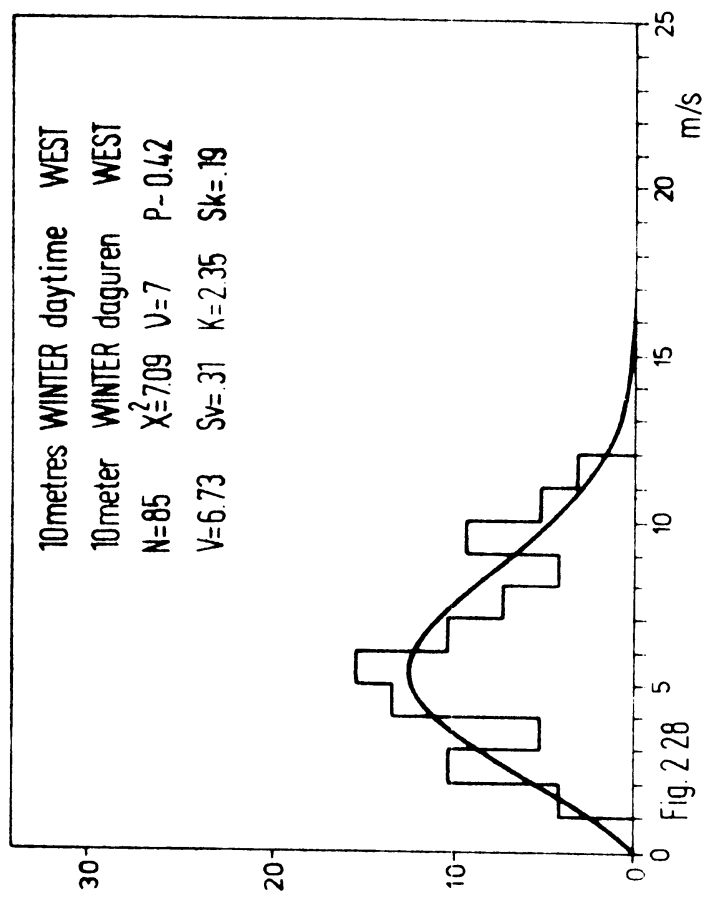
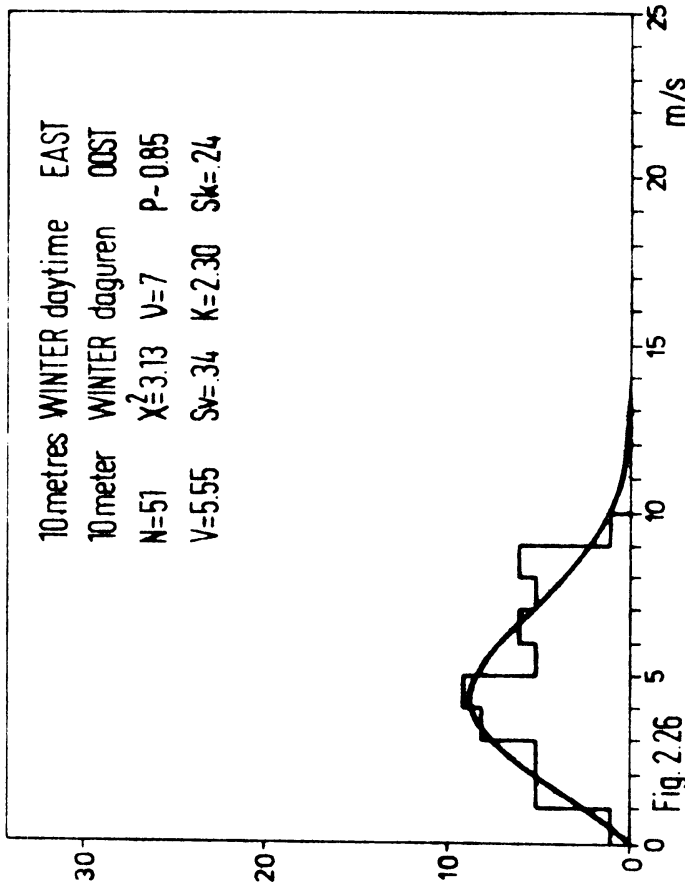
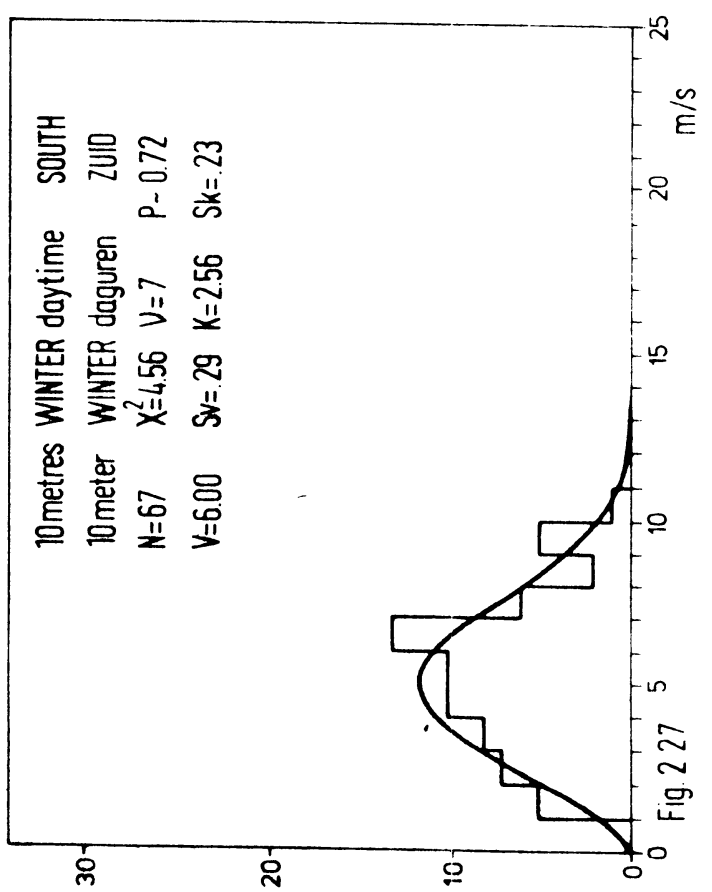
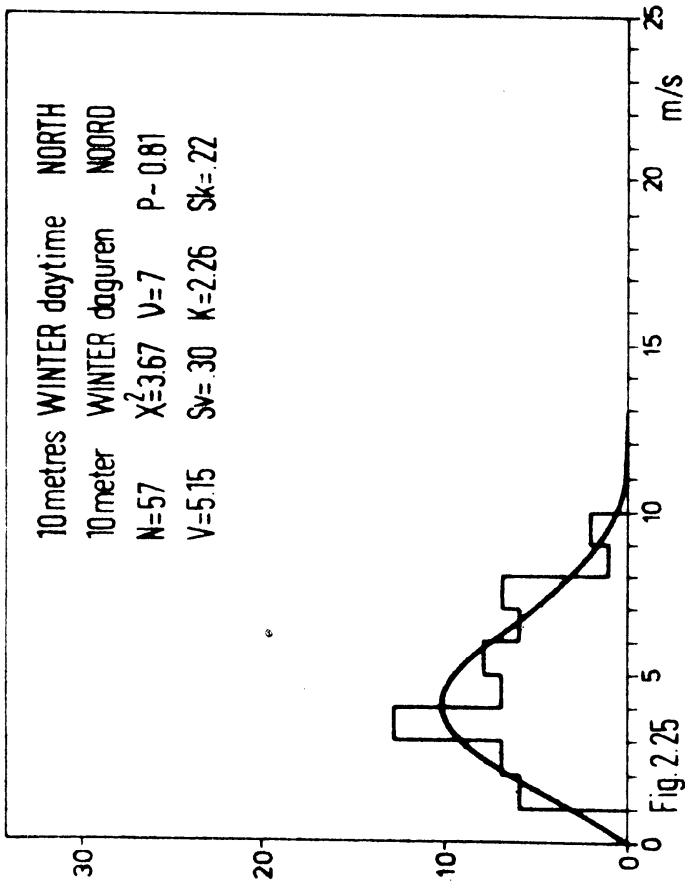


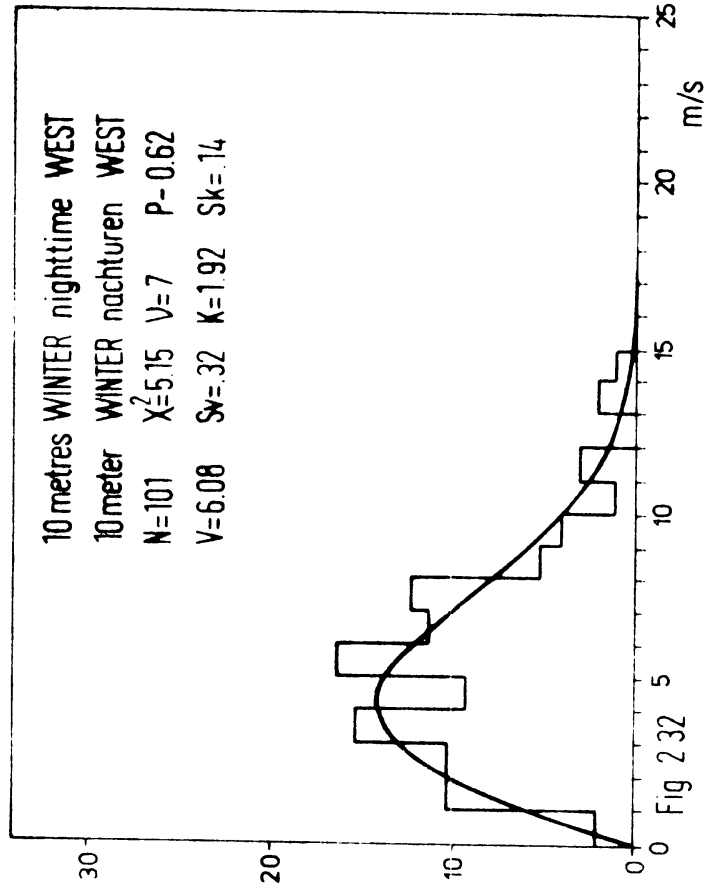
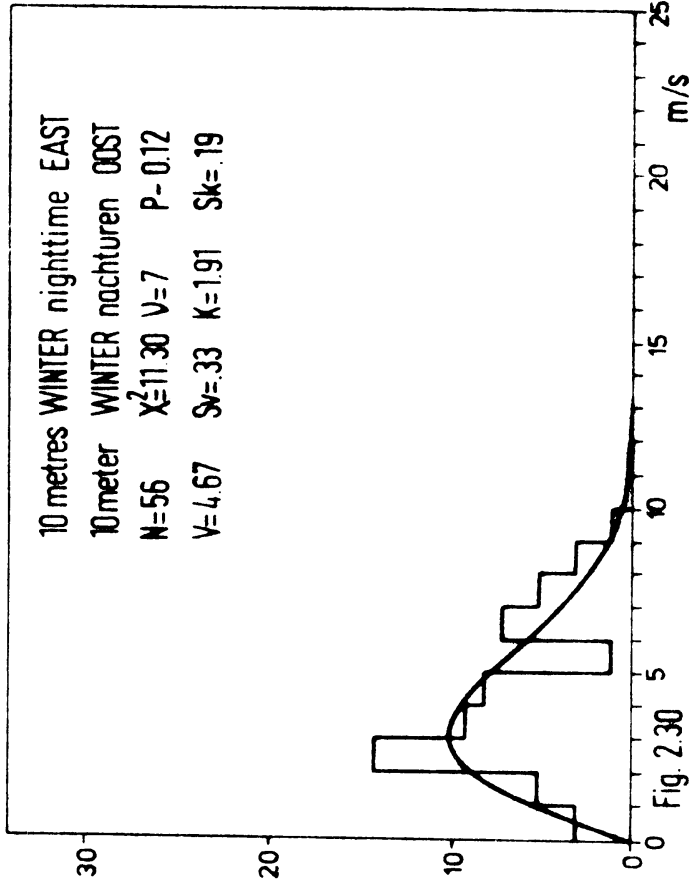
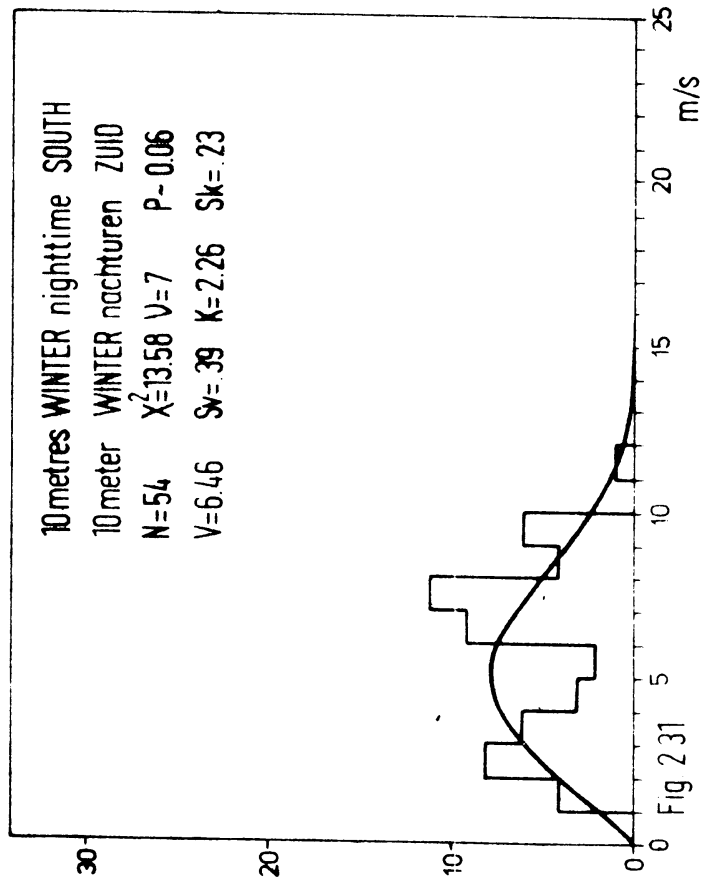
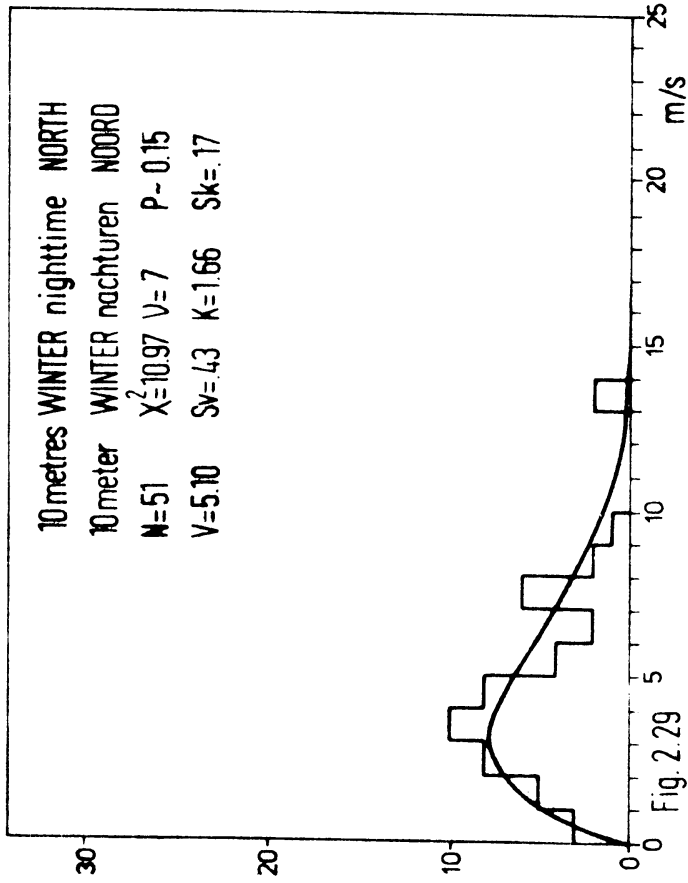
Fig. 2.12

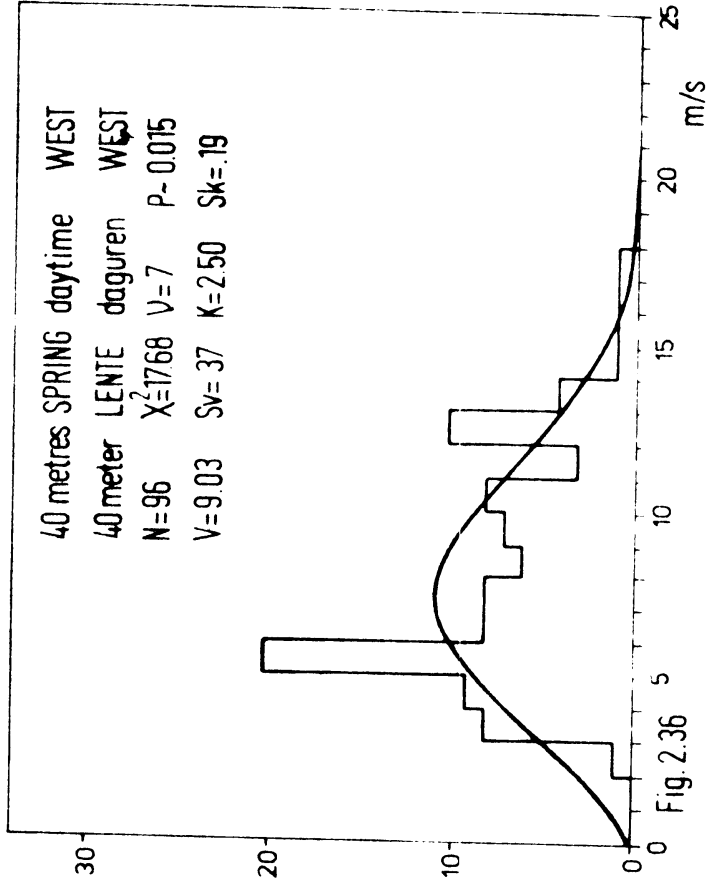
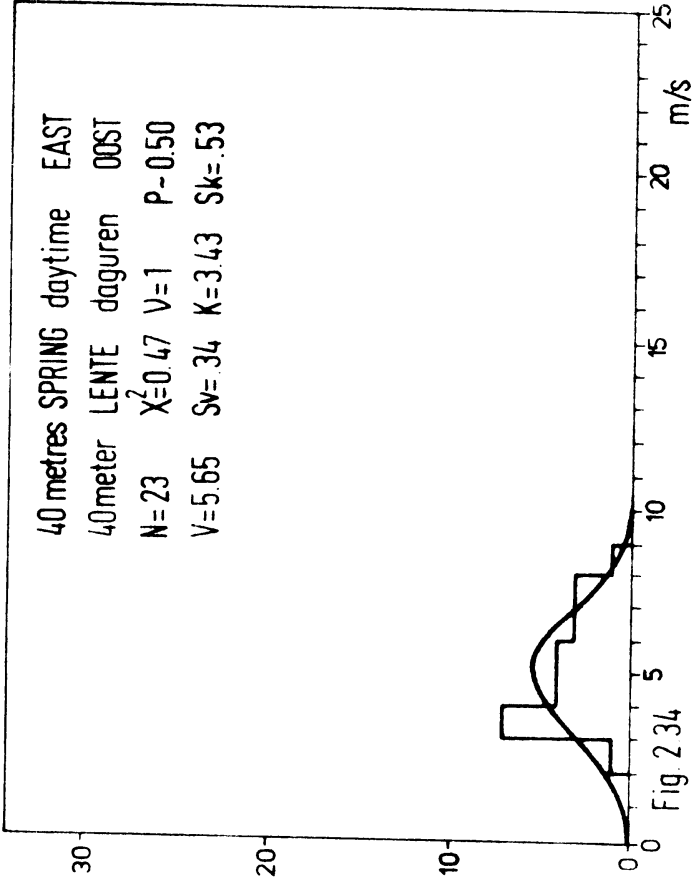
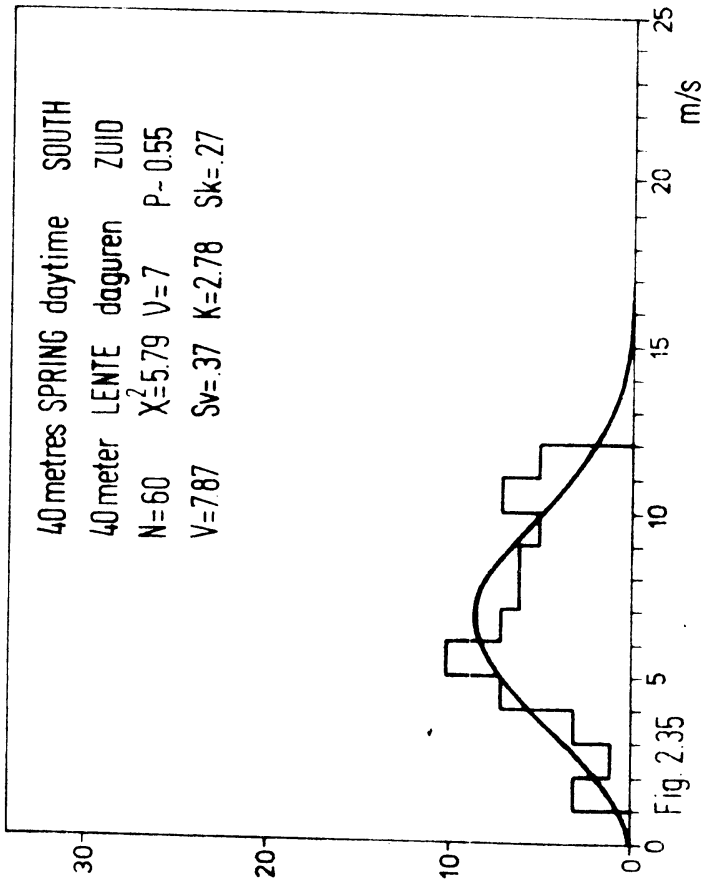
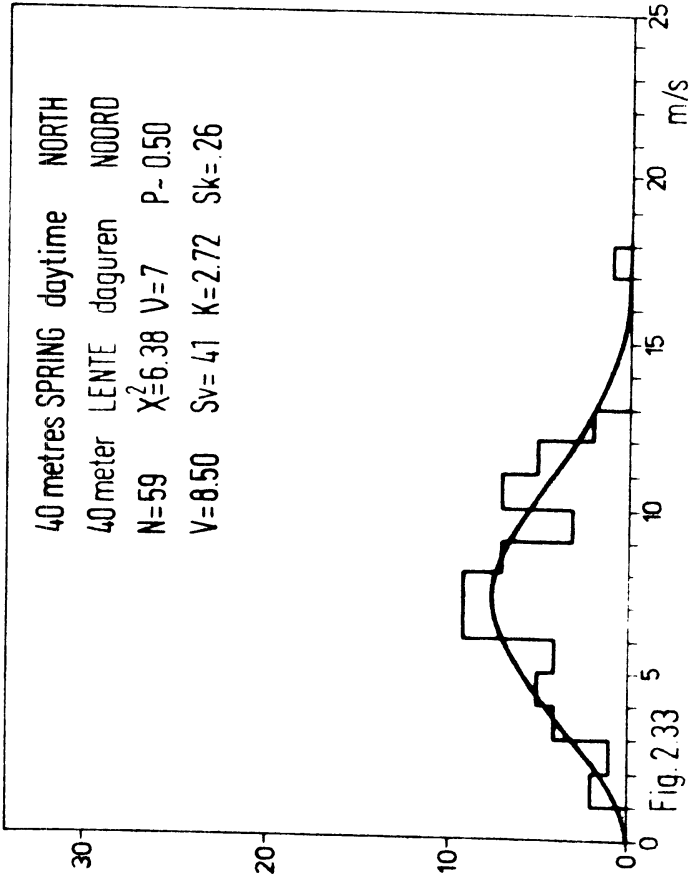


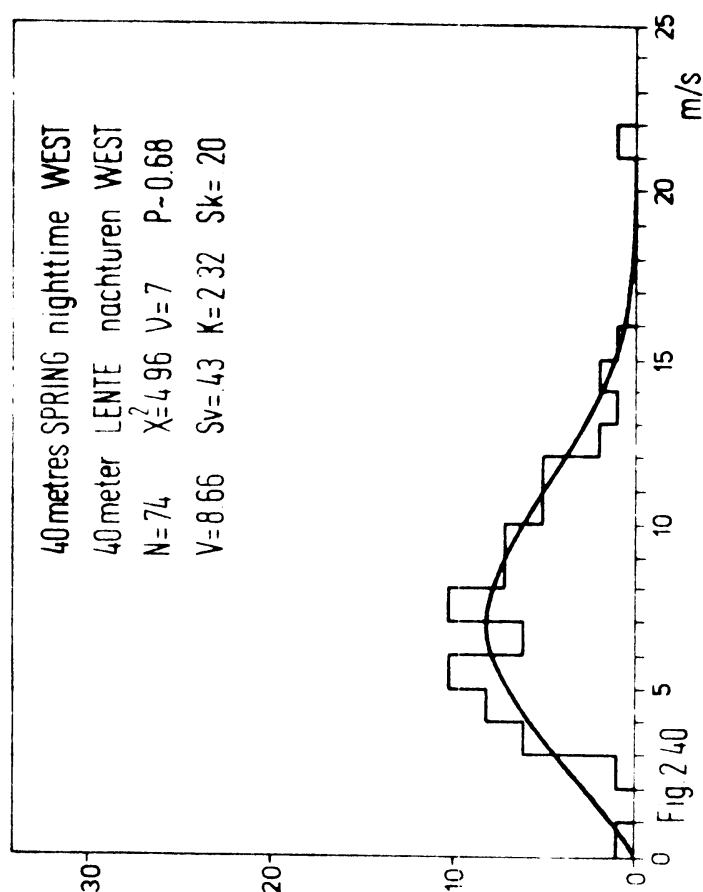
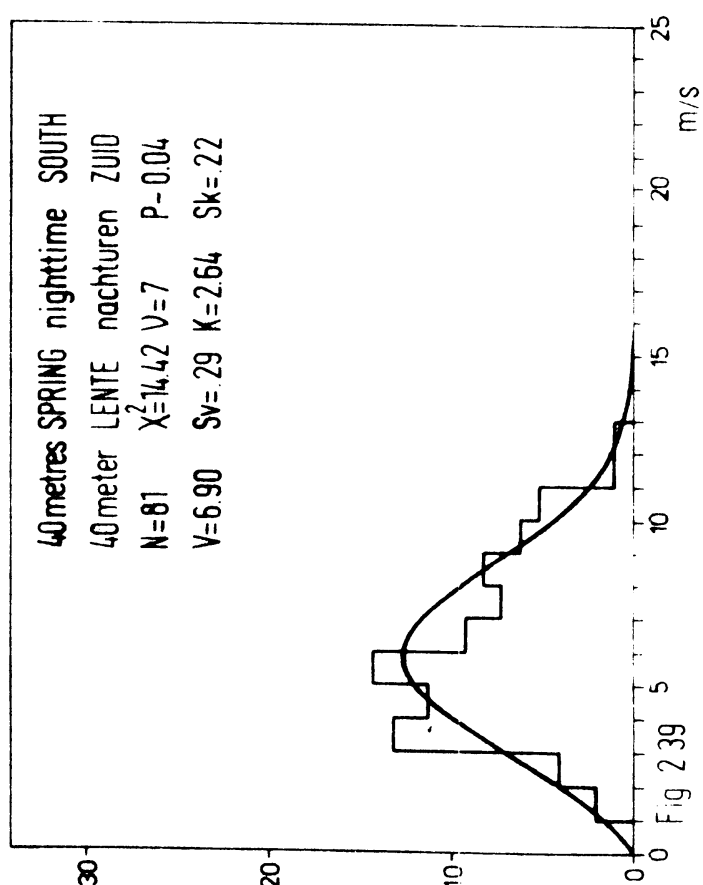
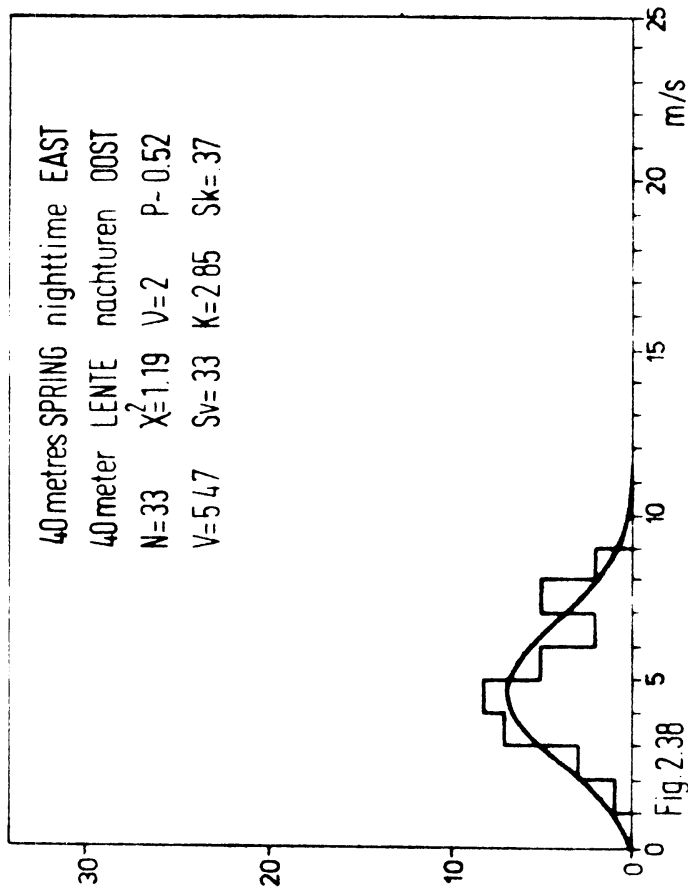
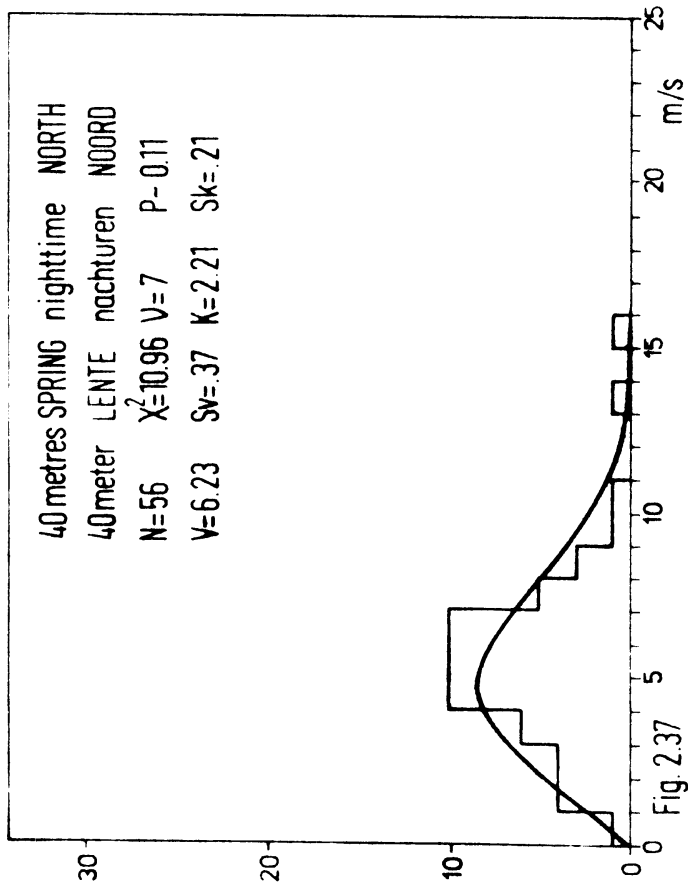


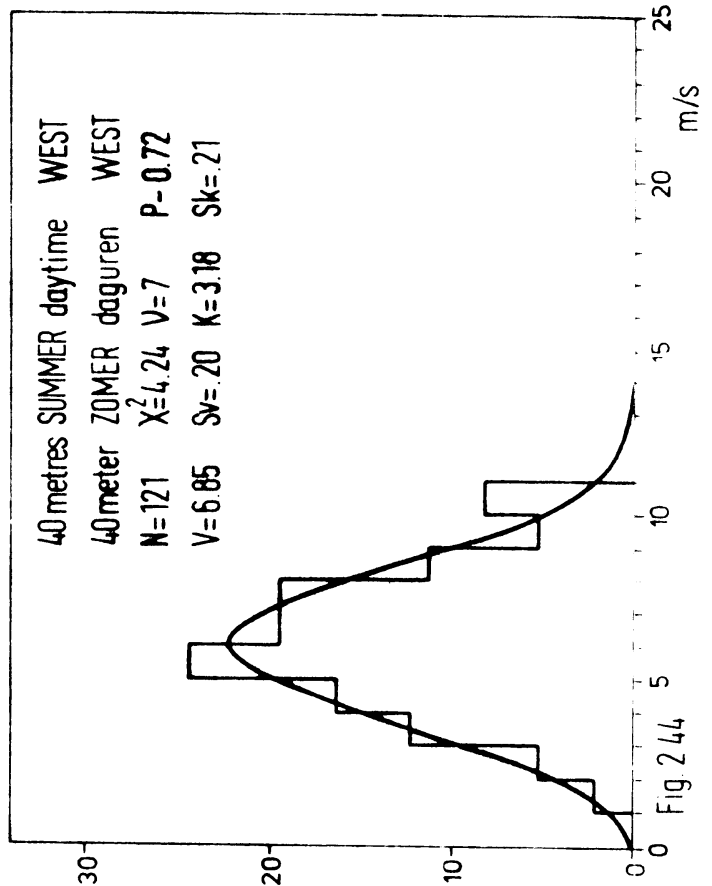
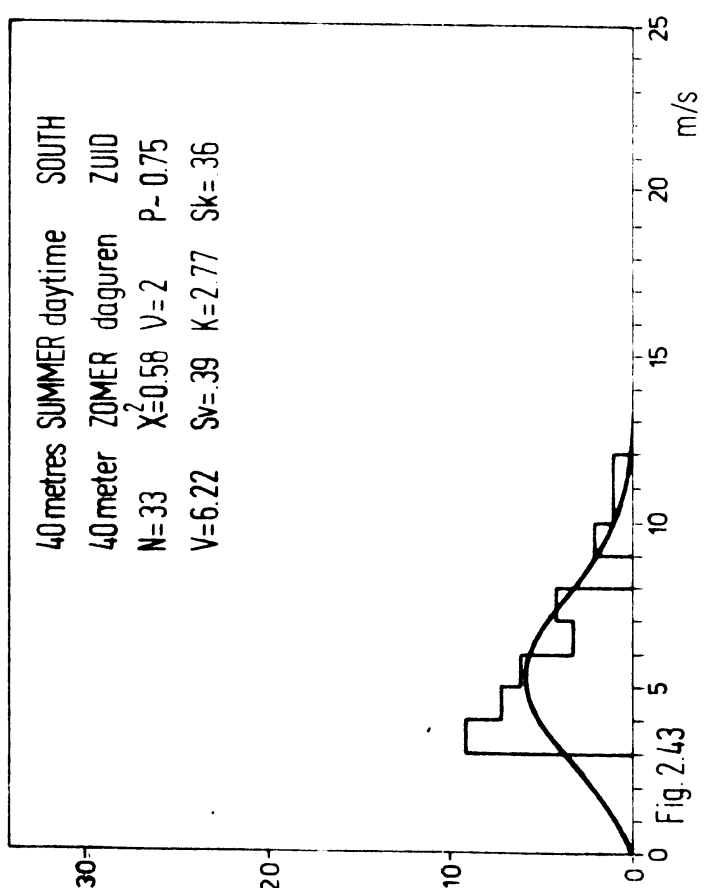
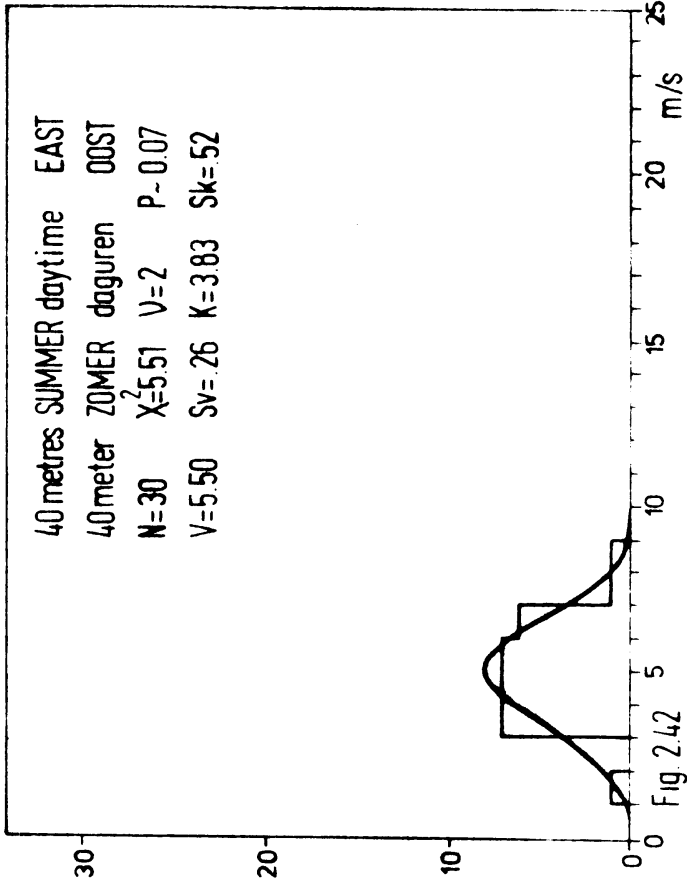
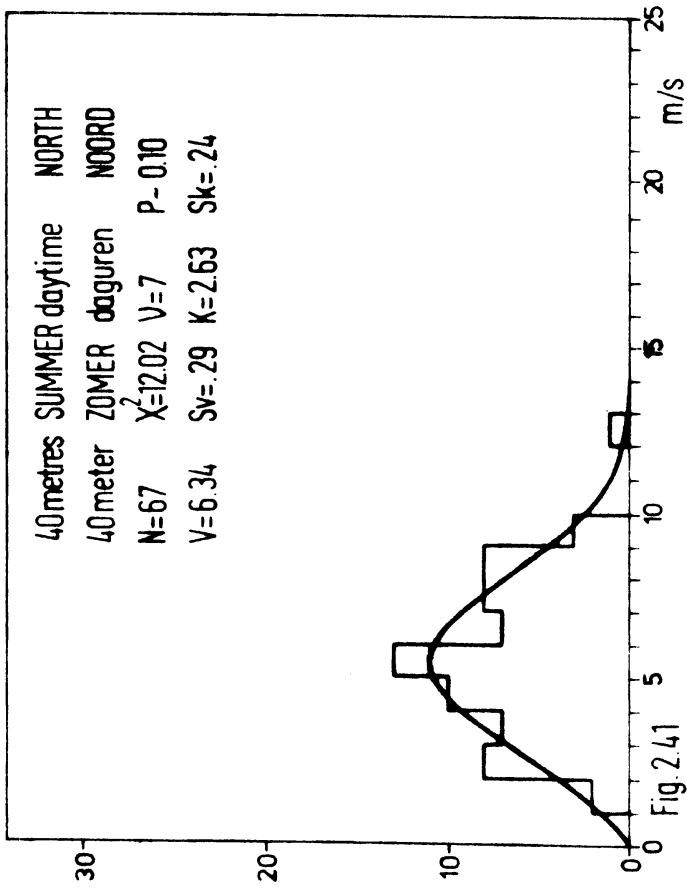


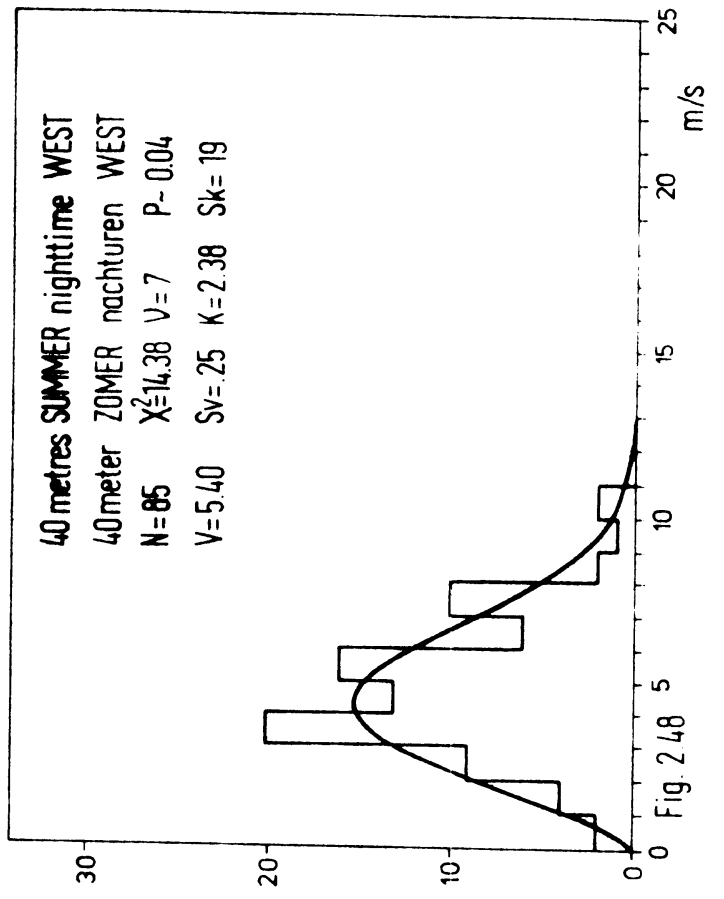
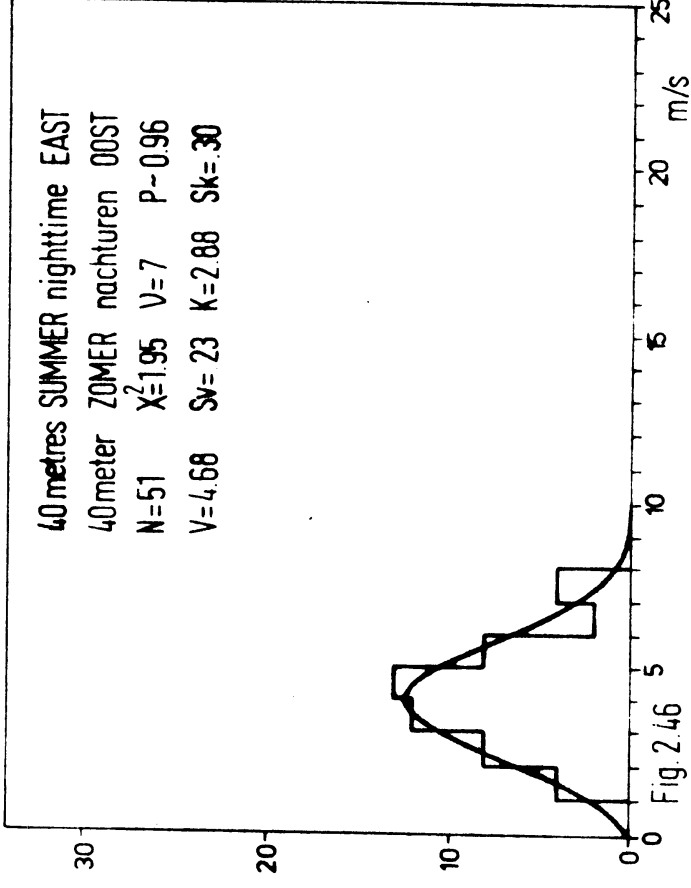
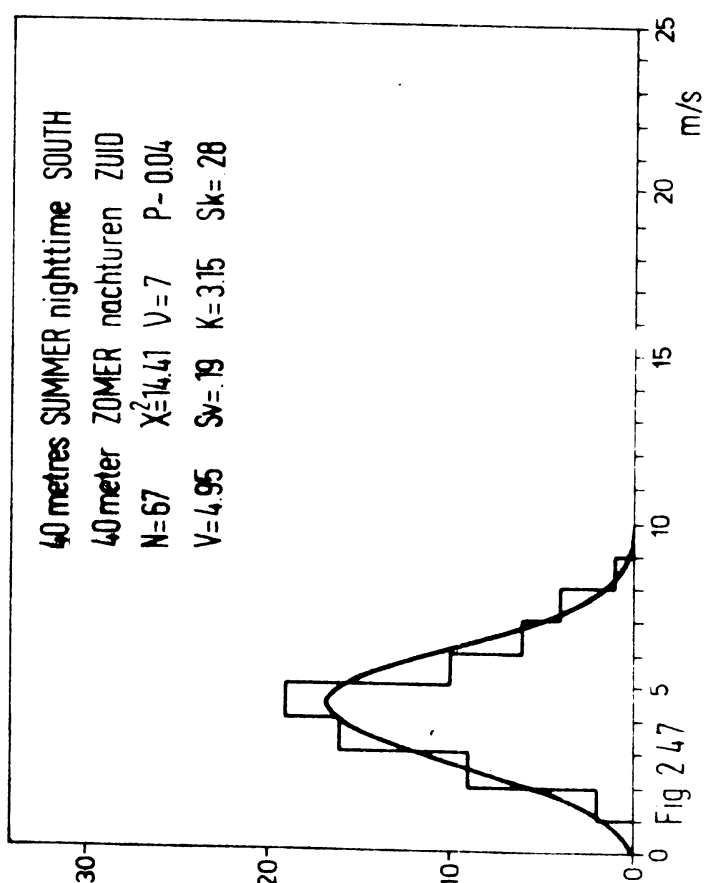
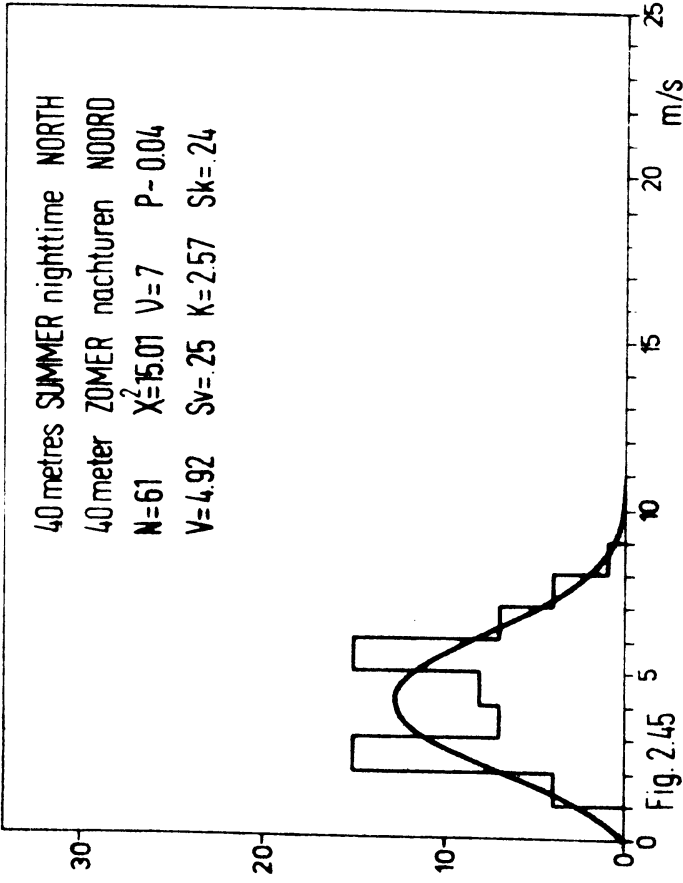


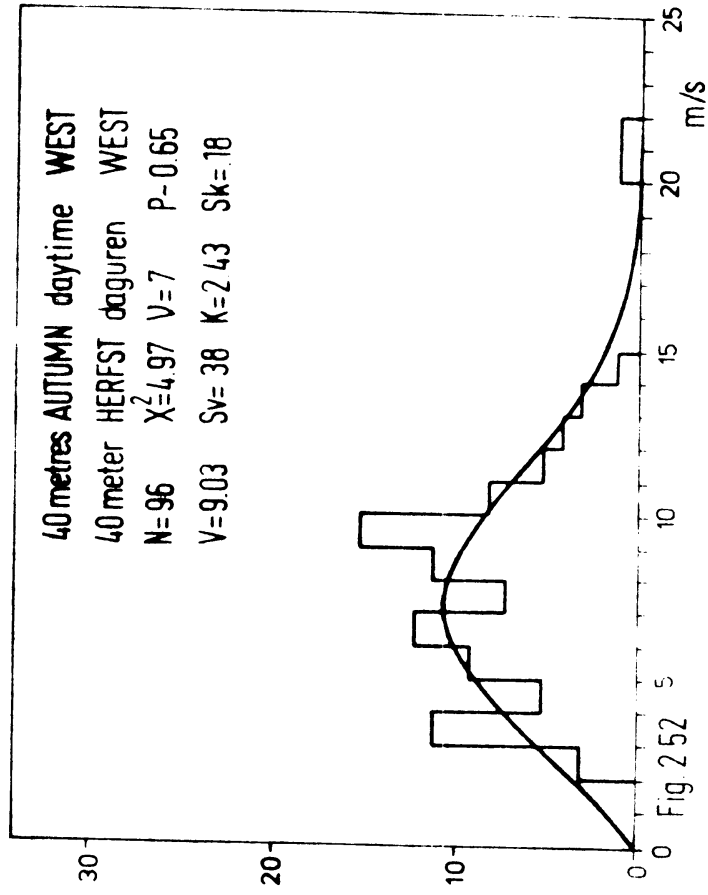
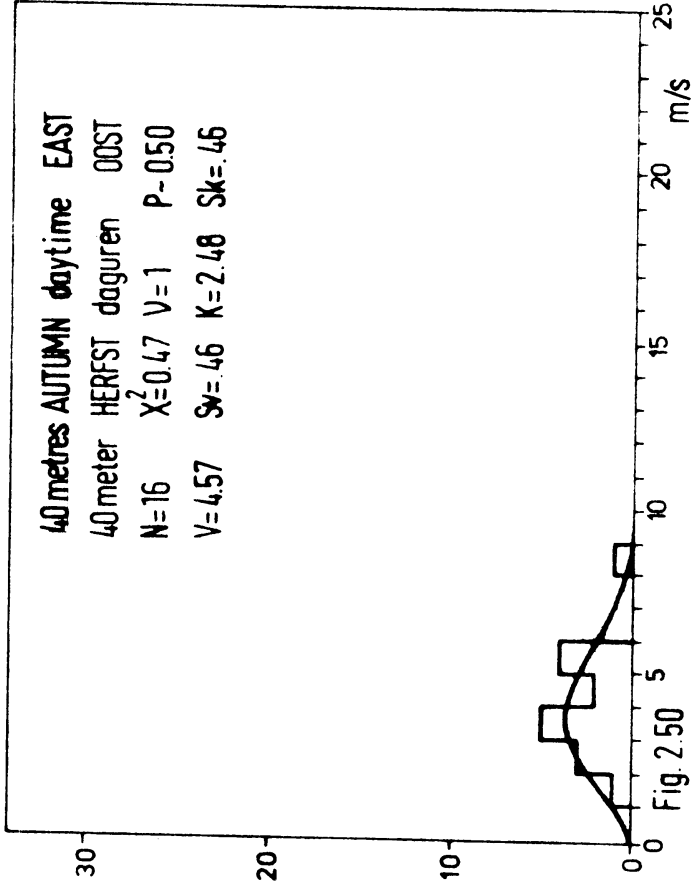
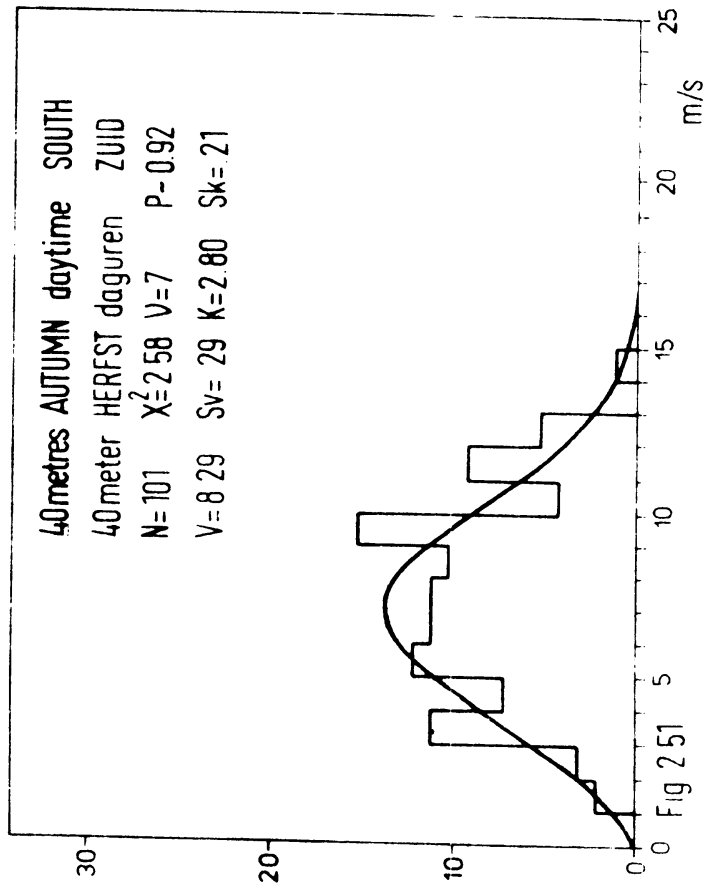
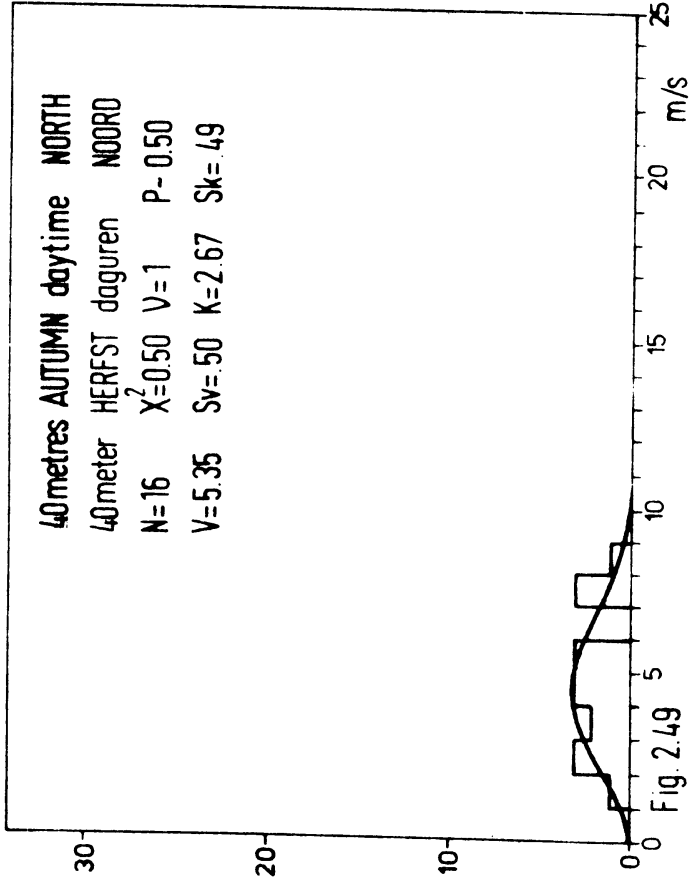


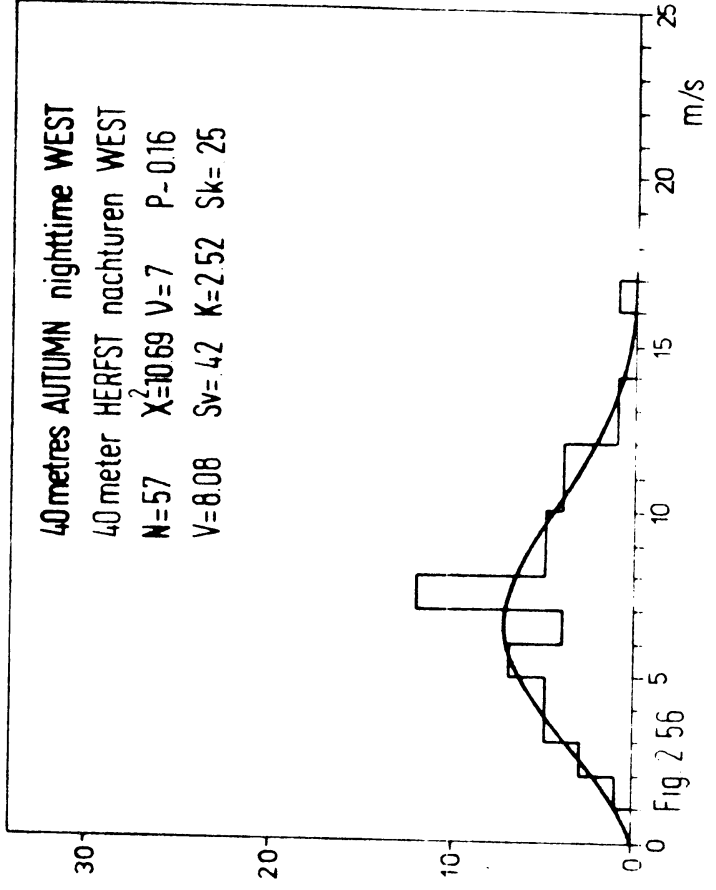
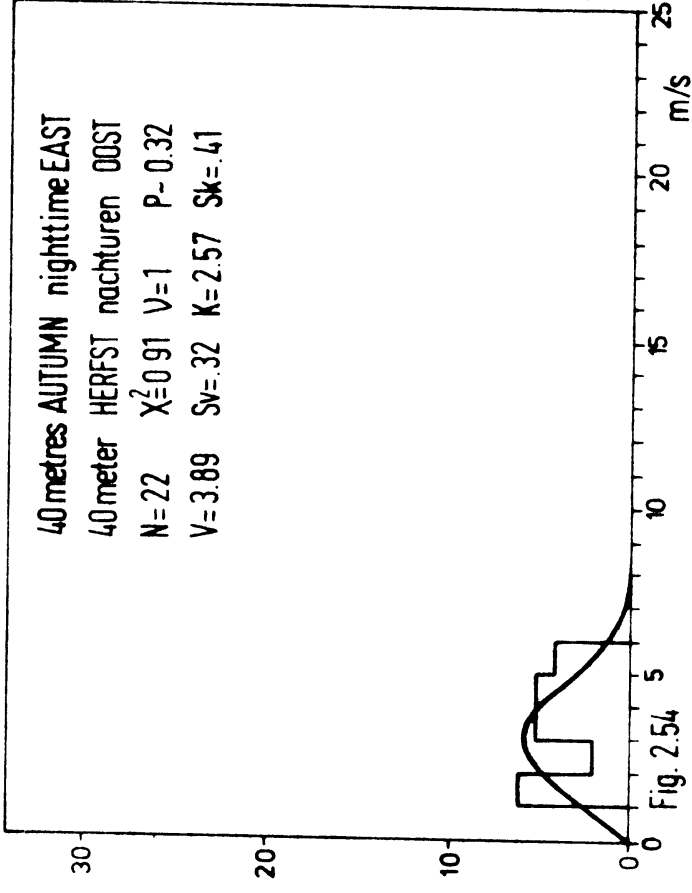
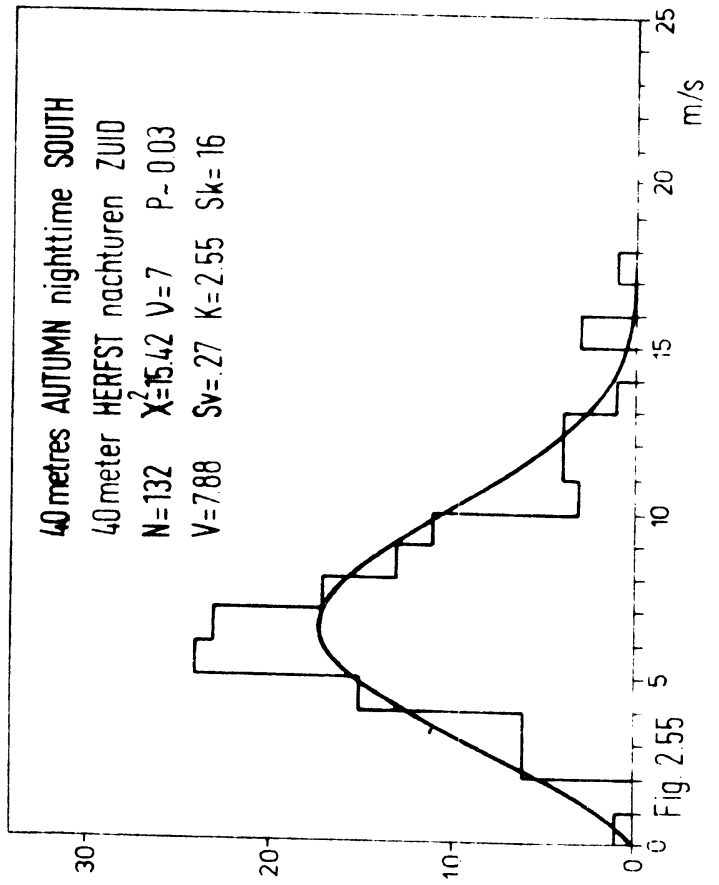
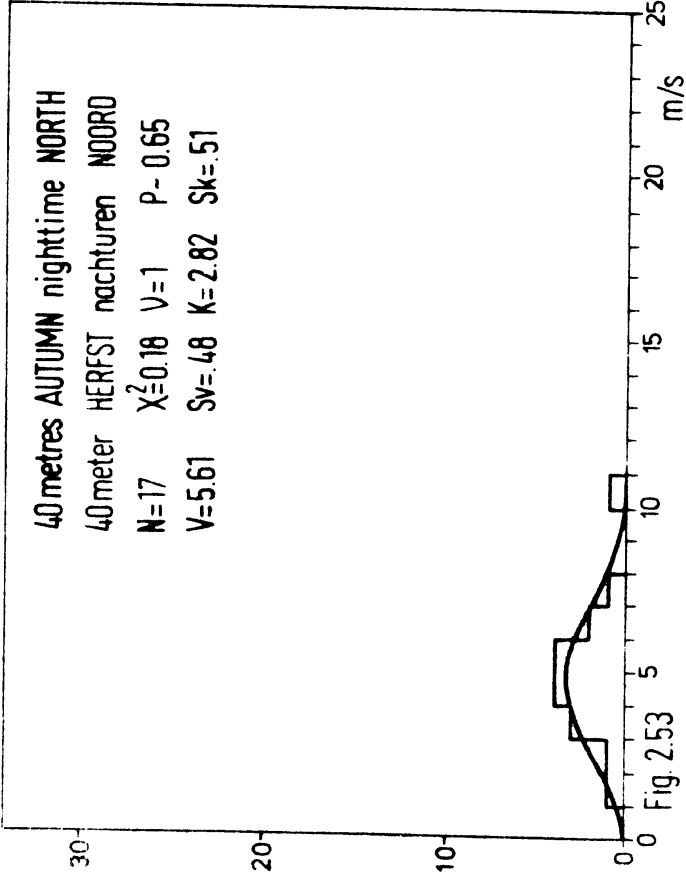


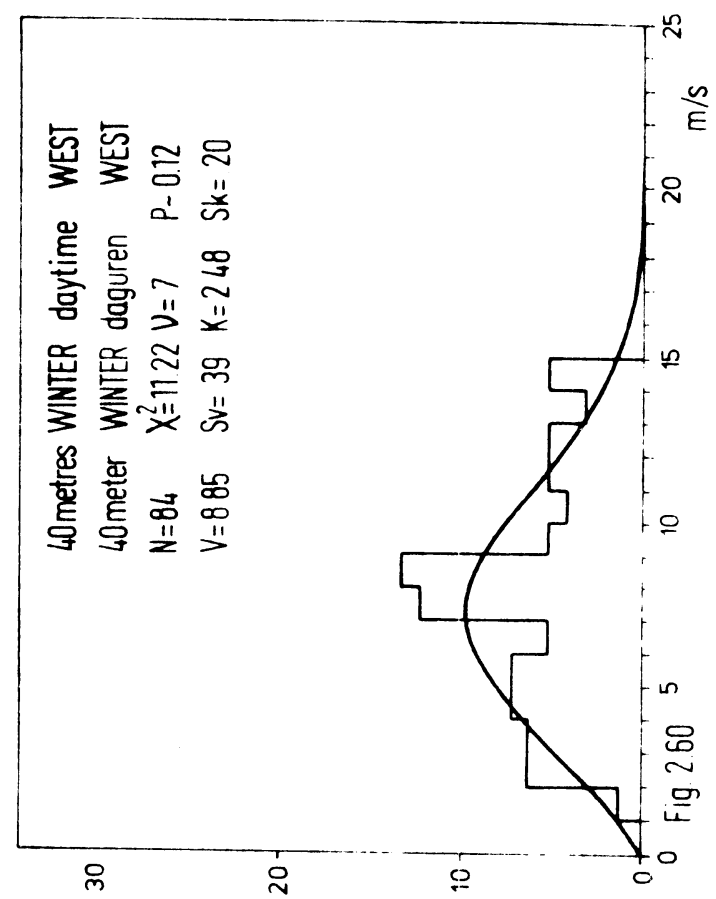
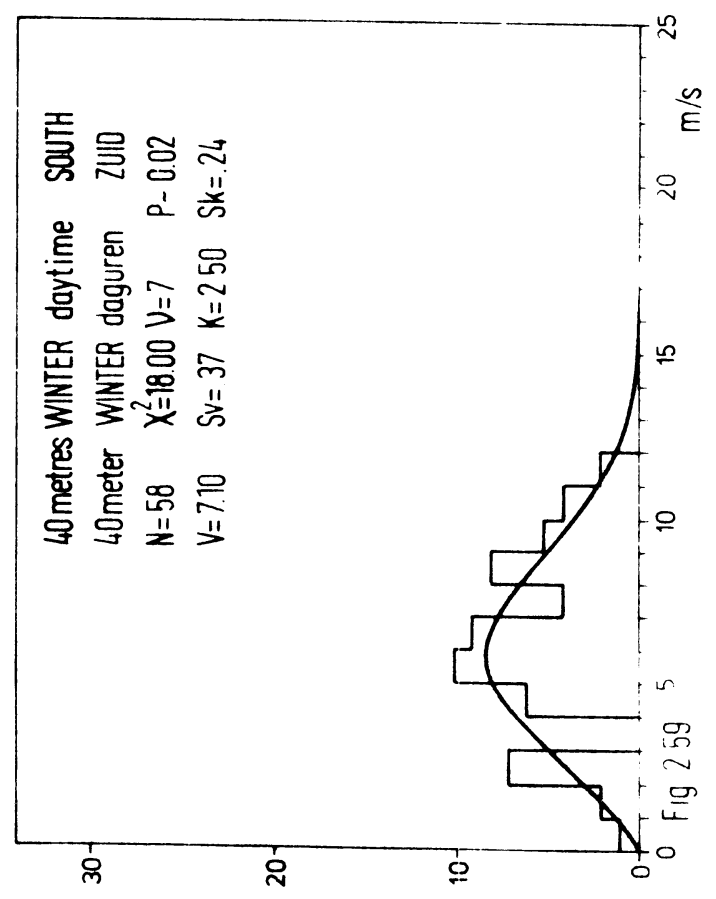
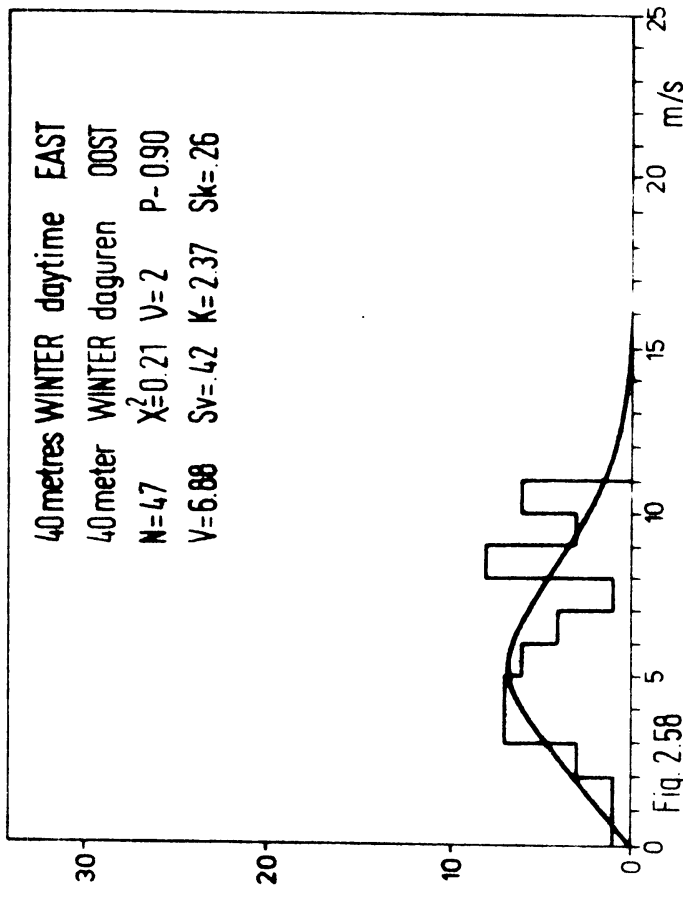
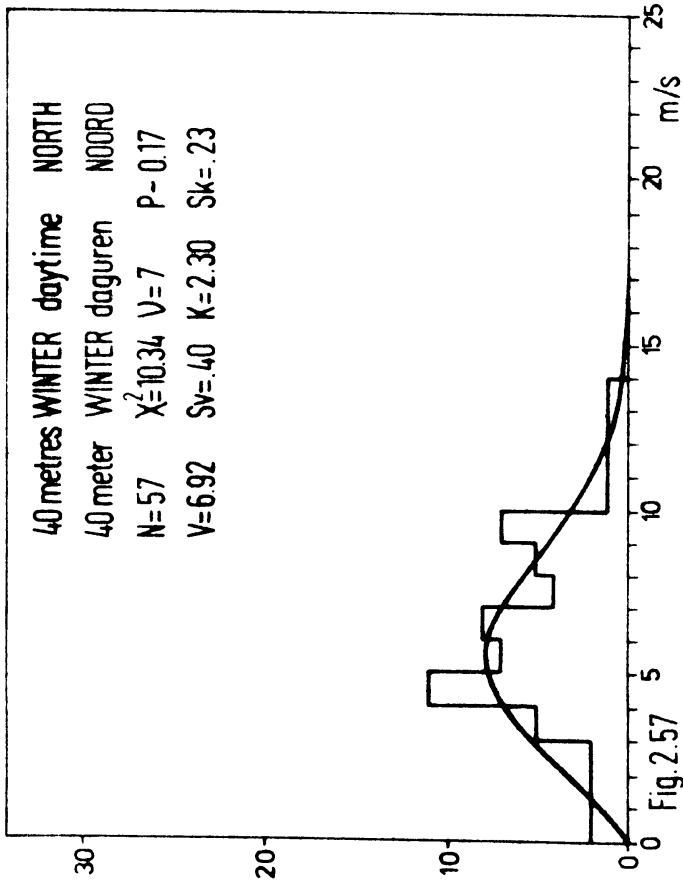


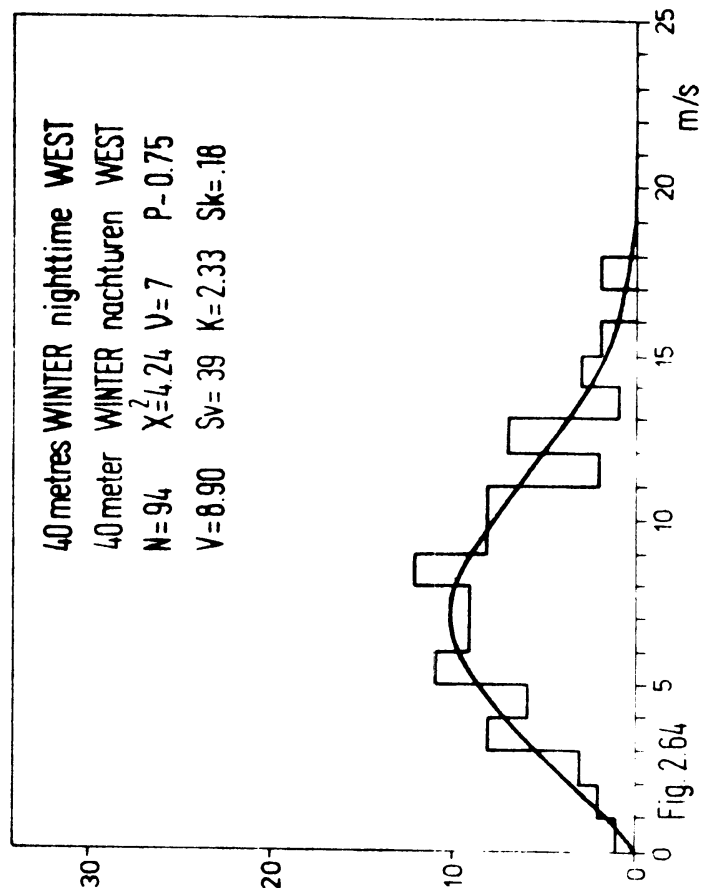
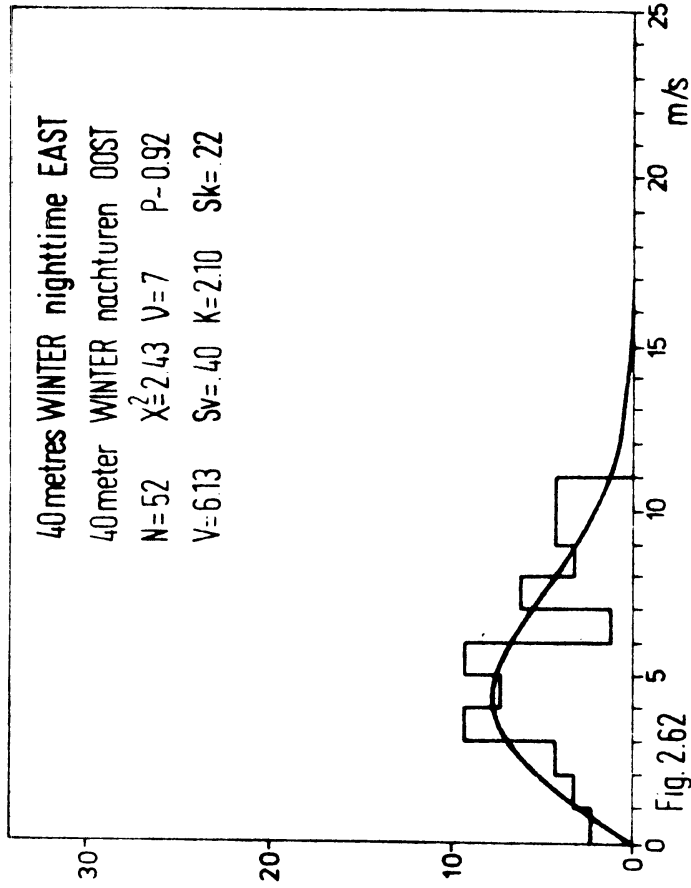
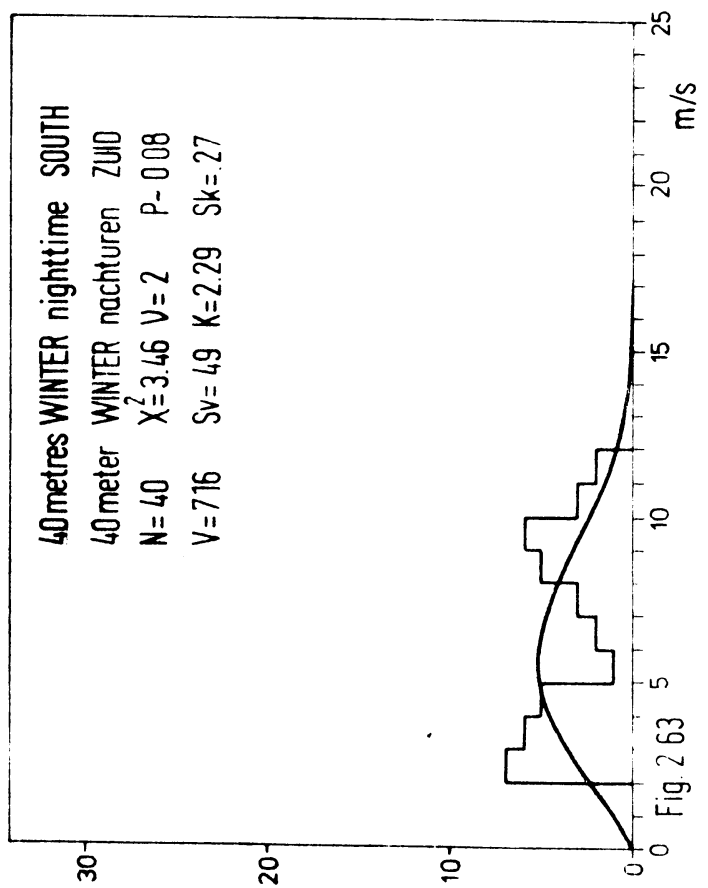
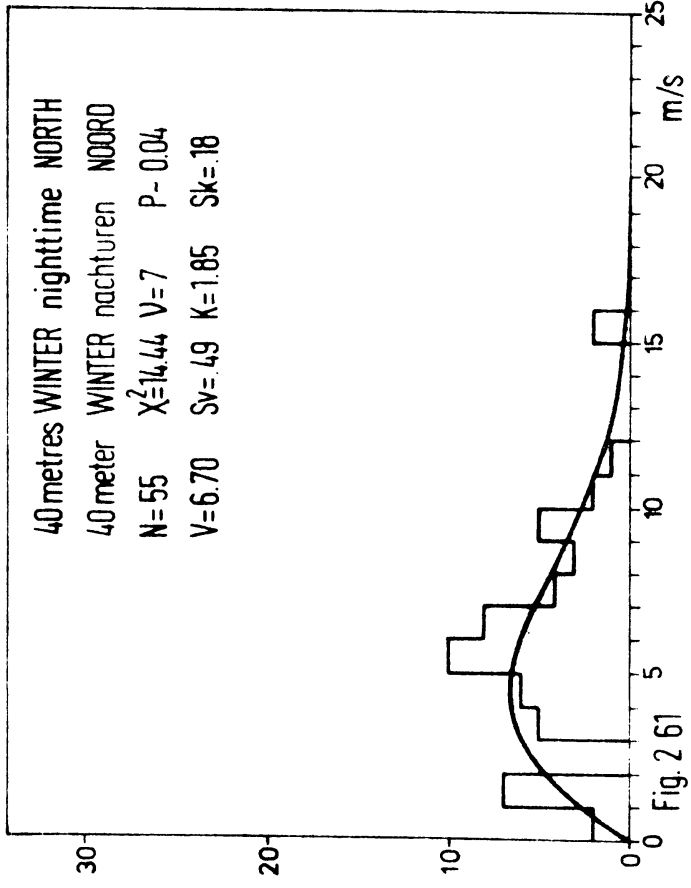


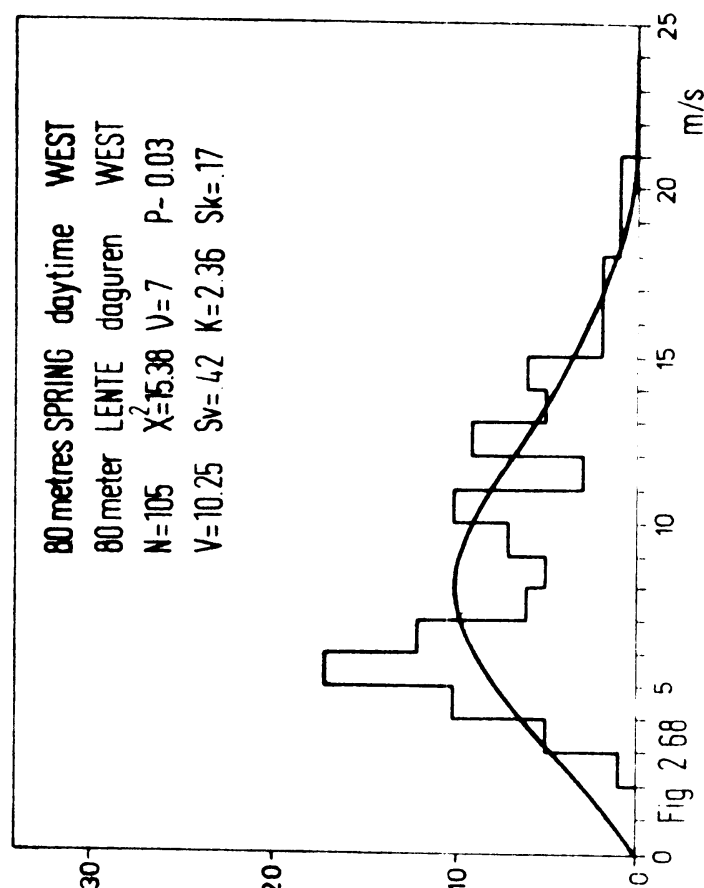
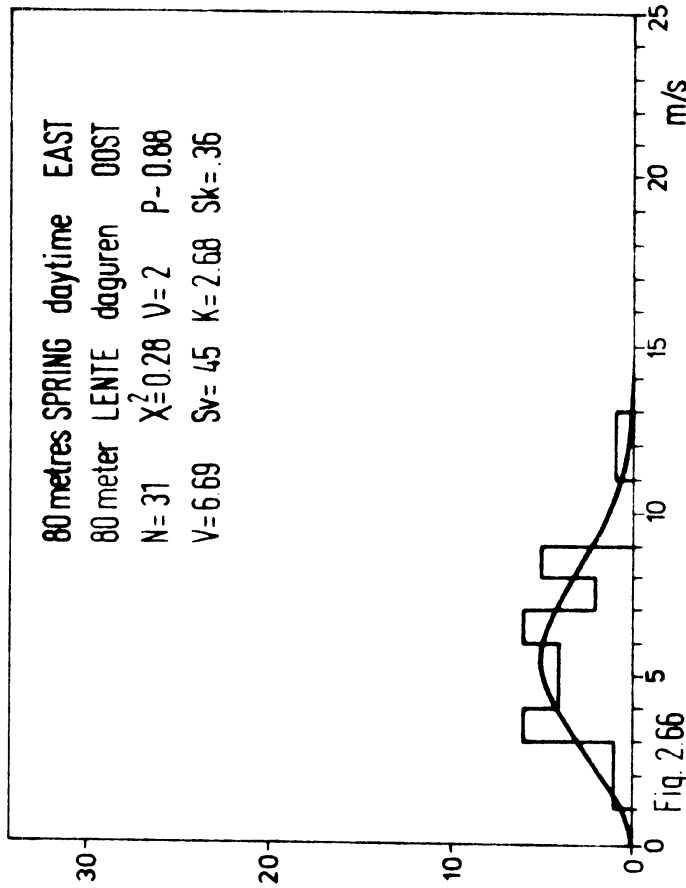
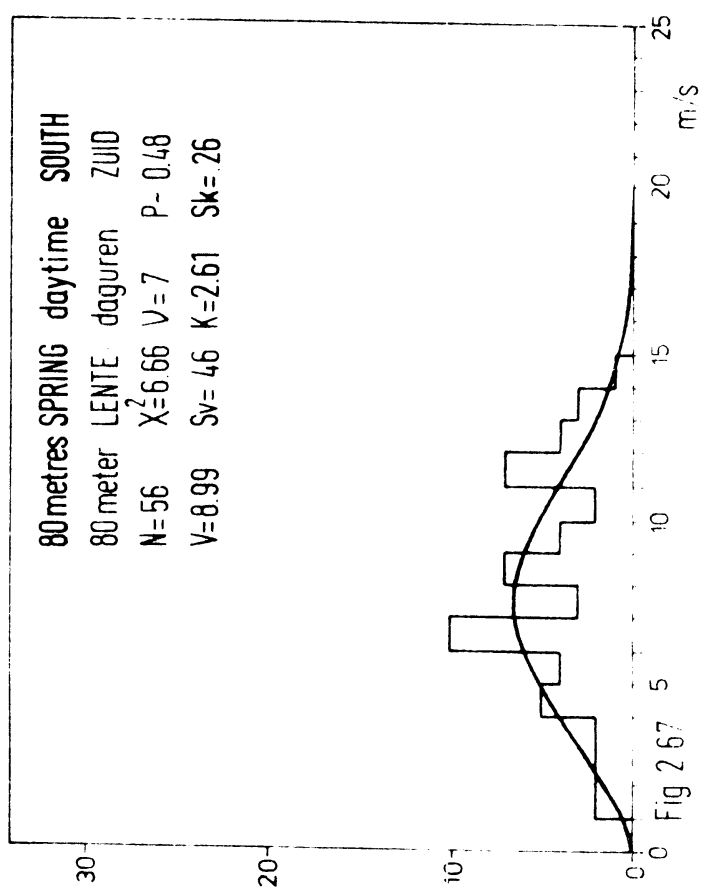
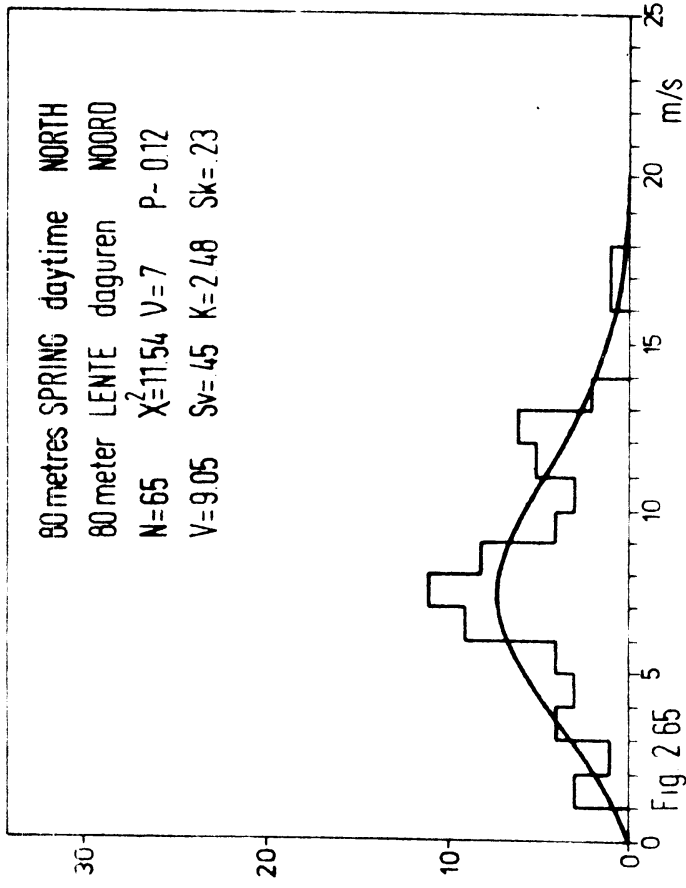


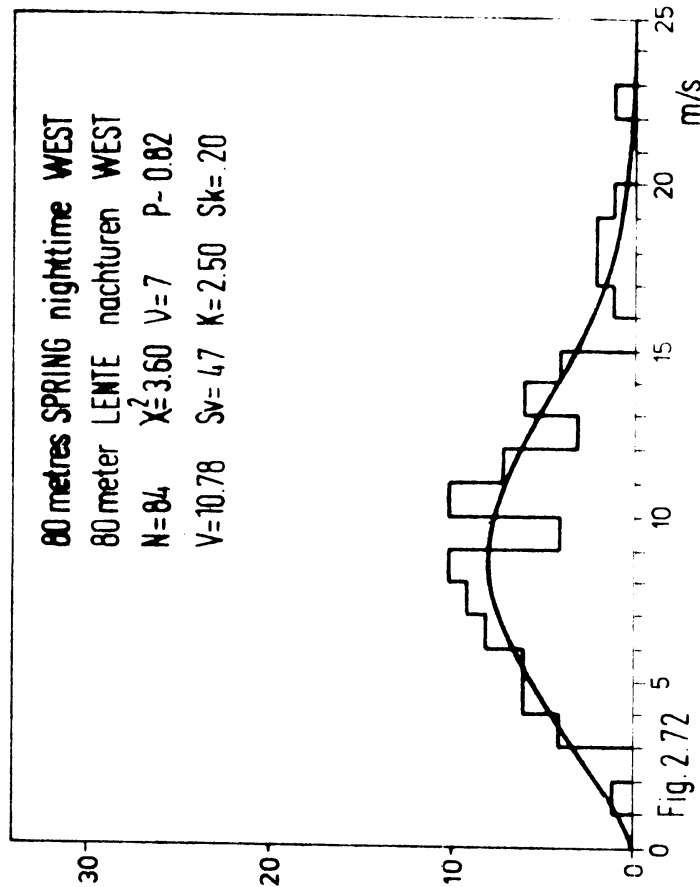
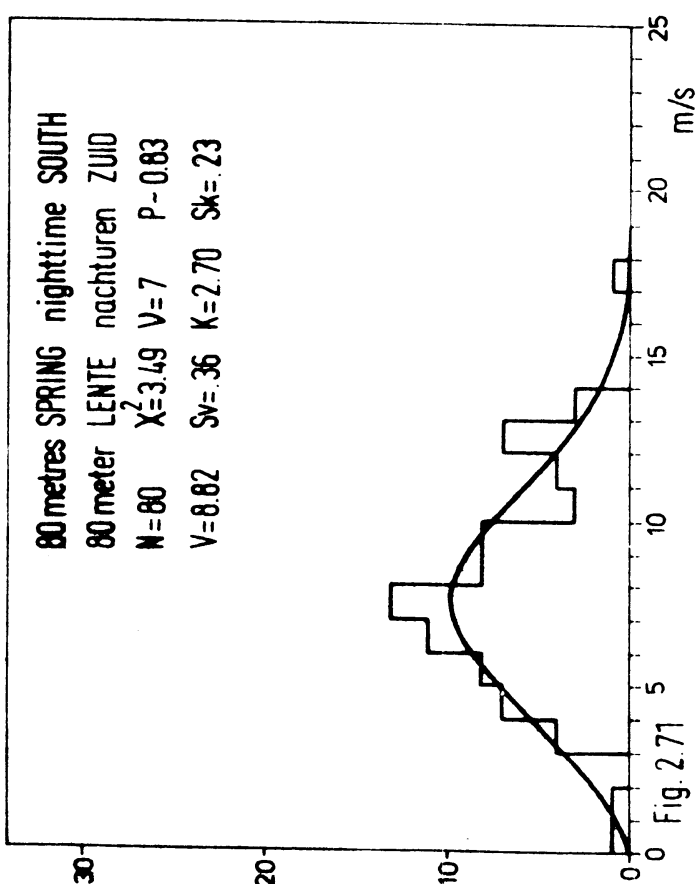
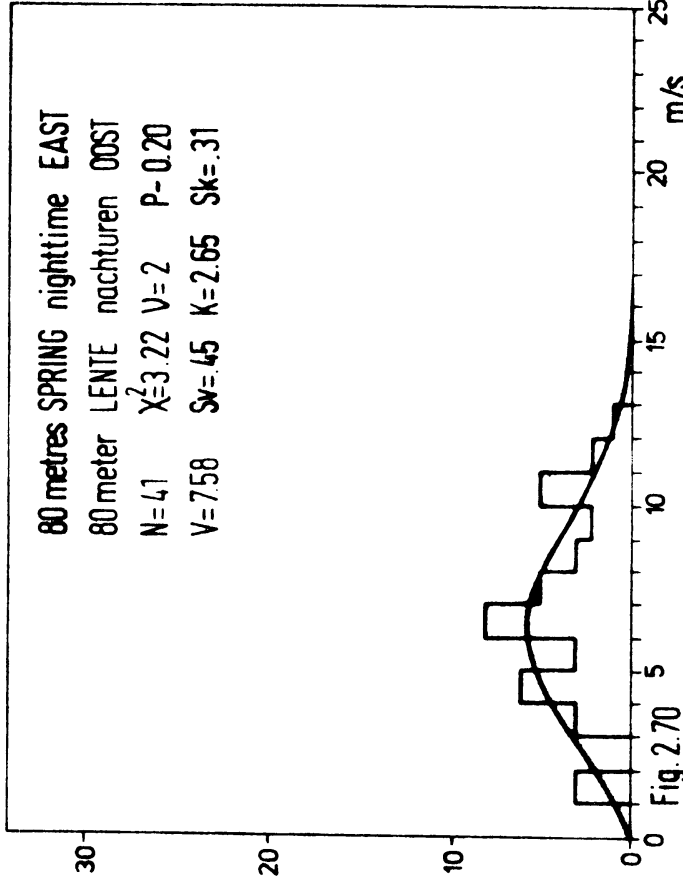
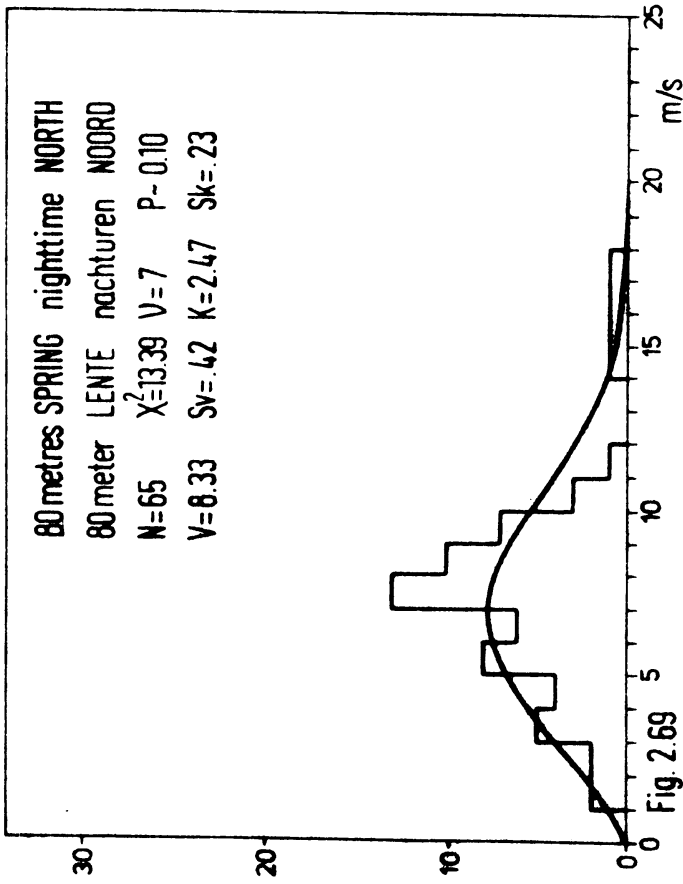


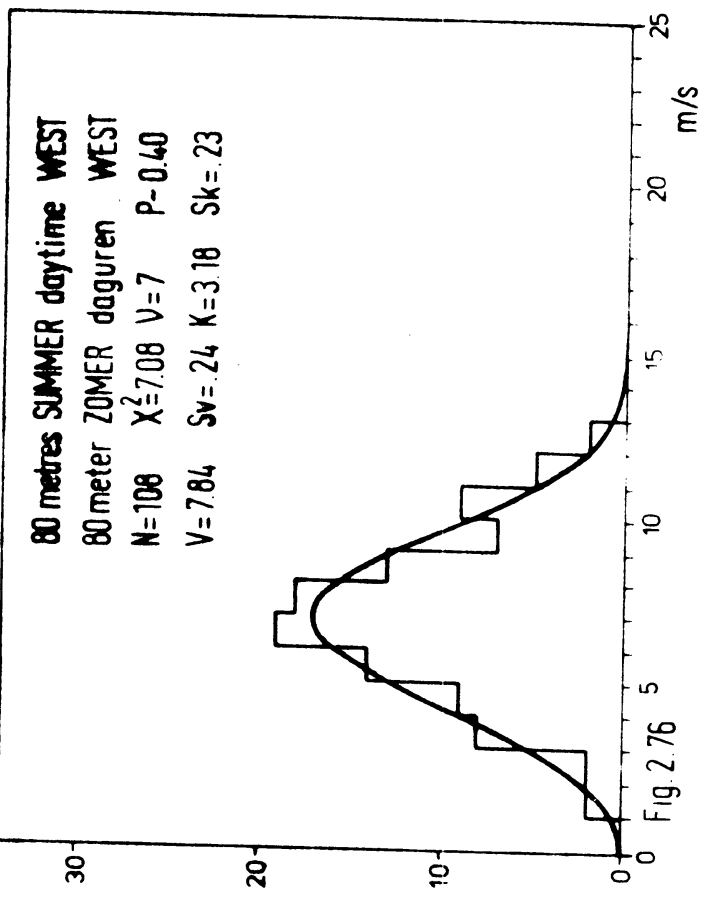
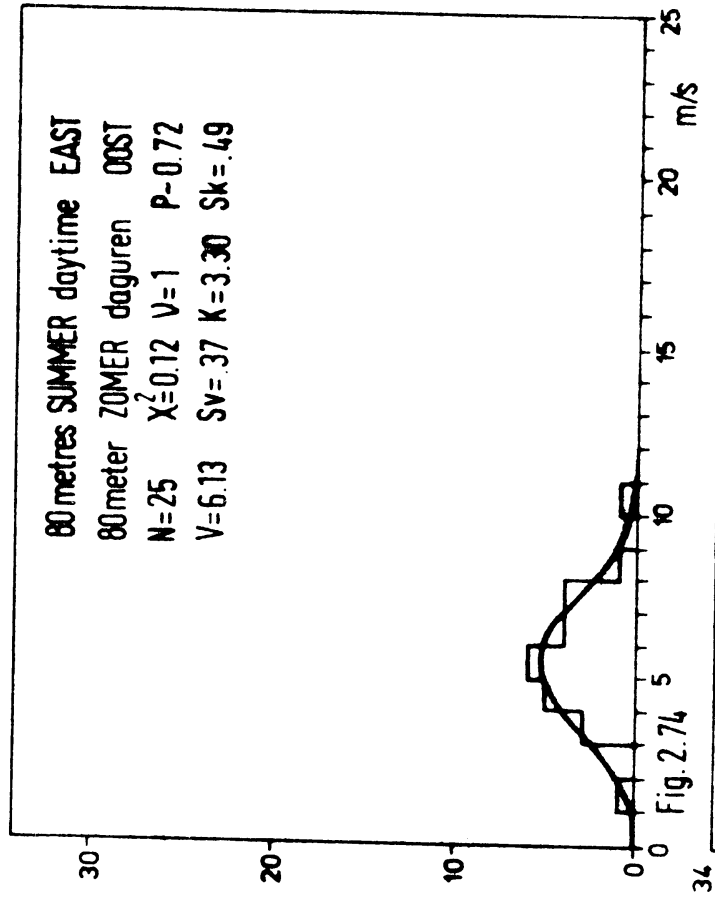
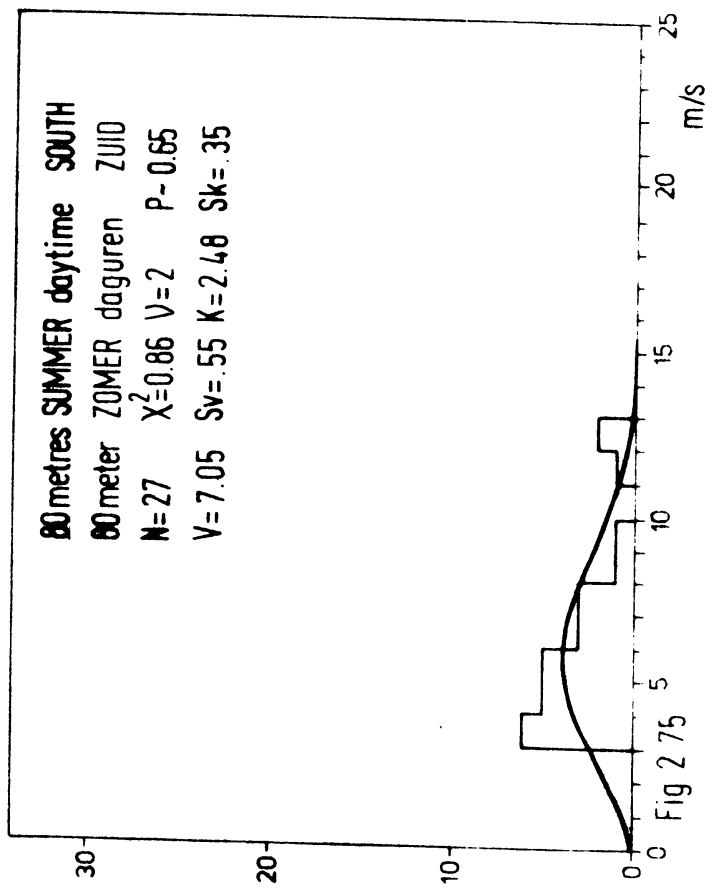
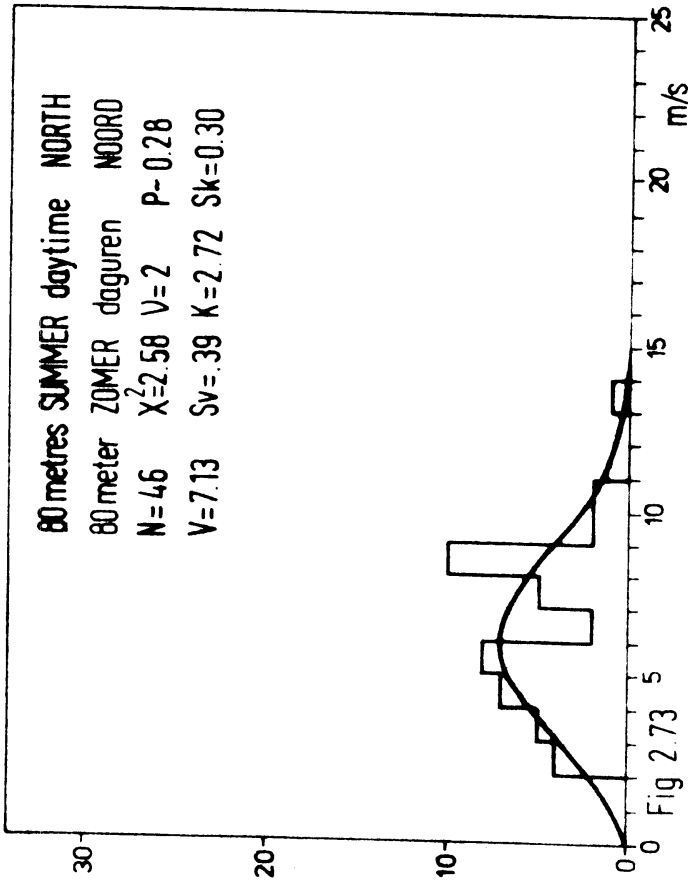


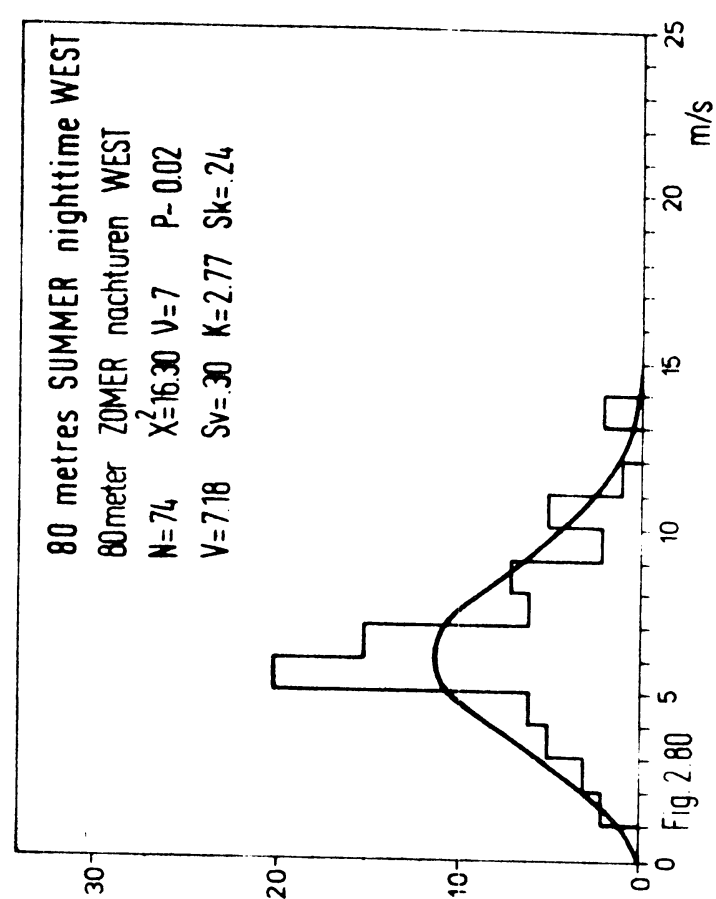
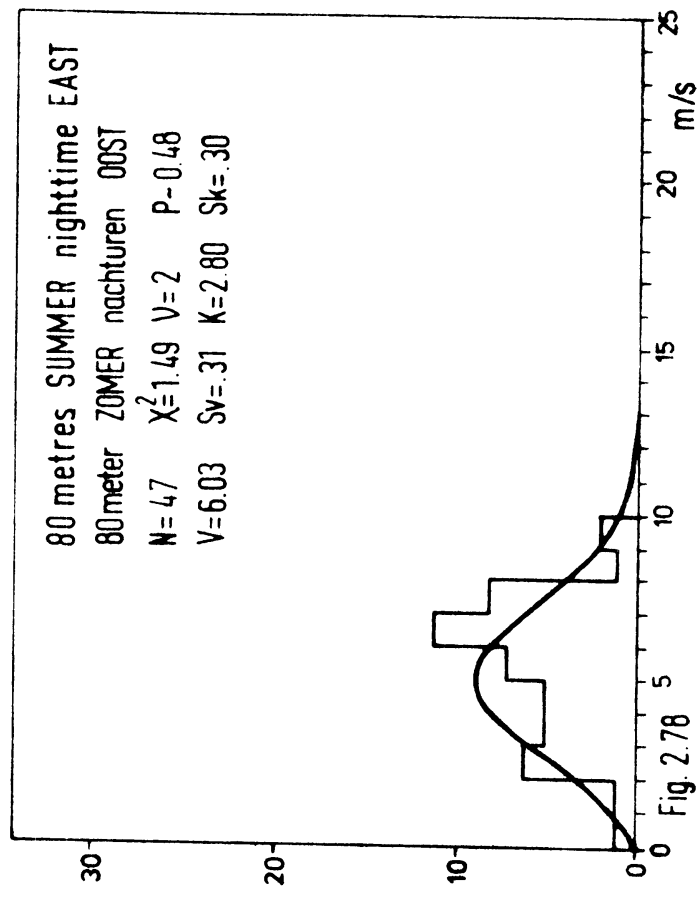
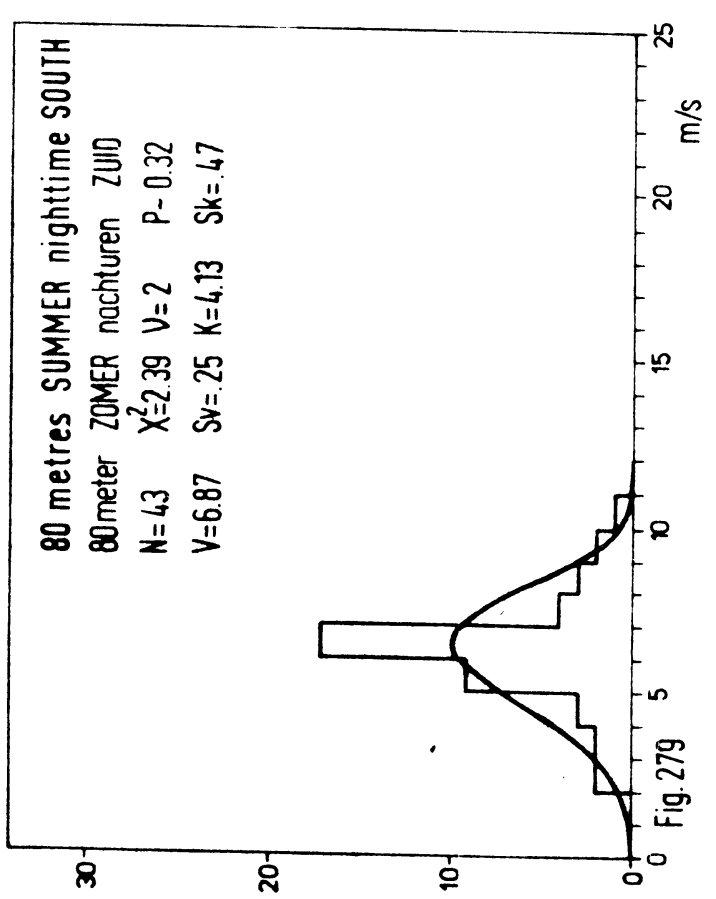
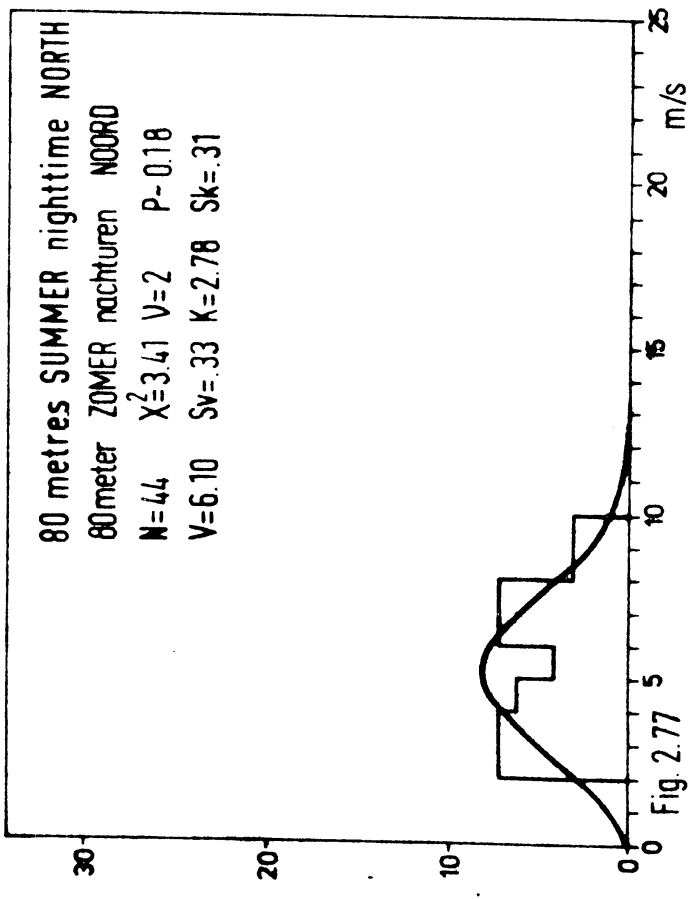




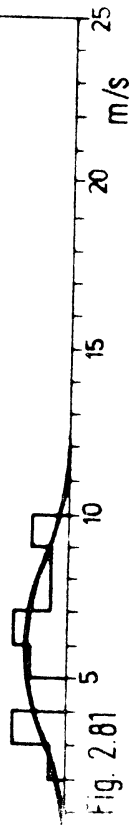




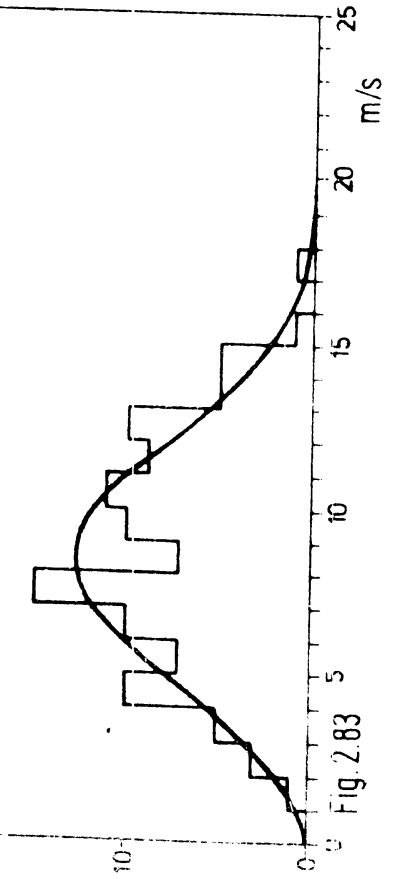




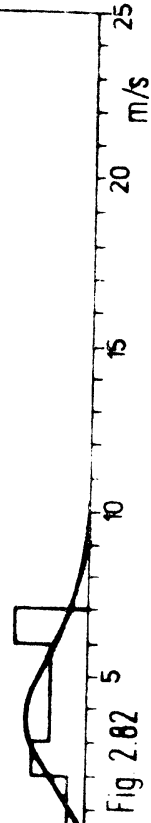
80 metres AUTUMN daytime NORTH
 80meter HERFST daguren NOORD
 N=13 $X^2=0.85$ V=1 P=0.40
 V=6.76 Sv=60 K=3.12 Sk=.64



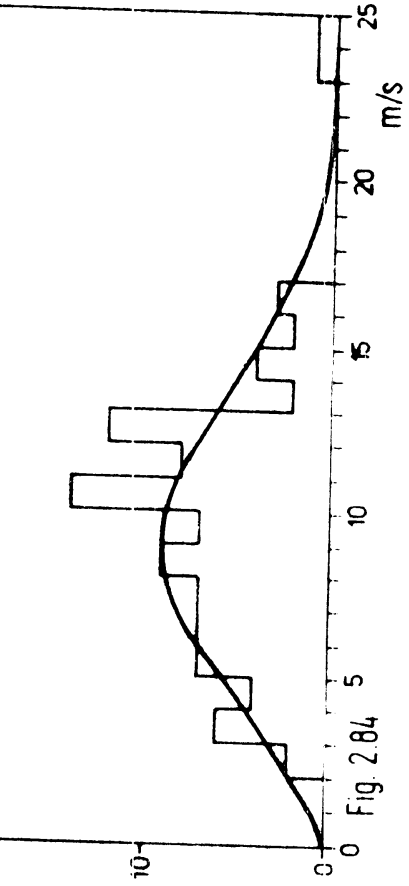
80 metres AUTUMN daytime SOUTH
 80meter HERFST daguren ZUID
 N=110 $X^2=9.17$ V=7 P=0.25
 V=9.73 Sv=32 K=2.86 Sk=.20



80 metres AUTUMN daytime EAST
 80meter HERFST daguren OOST
 N=15 $X^2=0.22$ V=1 P=0.65
 V=4.60 Sv=.47 K=2.55 Sk=.49



80 metres AUTUMN daytime WEST
 80meter HERFST daguren WEST
 N=96 $X^2=9.77$ V=7 P=0.20
 V=10.83 Sv=.43 K=2.55 Sk=.19

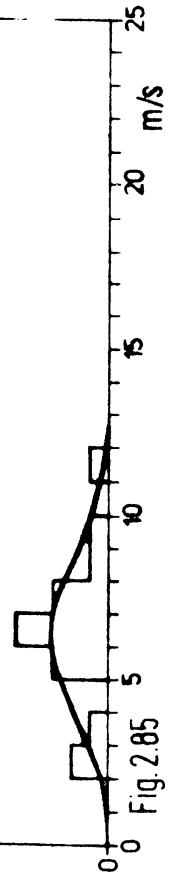


80 metres AUTUMN nighttime NORTH

80meter HERFST nachturen NOORD

N=17 $\chi^2=1.51$ V=1 P=0.22

V=7.11 Sw=5.2 K=3.33 Sk=6.0

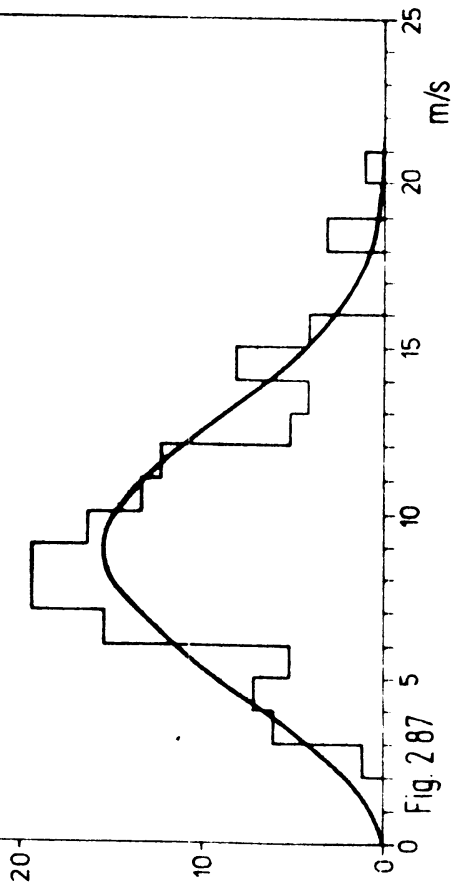


80 metres AUTUMN nighttime SOUTH

80meter HERFST nachturen ZUID

N=138 $\chi^2=10.24$ V=7 P=0.18

V=10.34 Sw=3.1 K=2.87 Sk=1.8

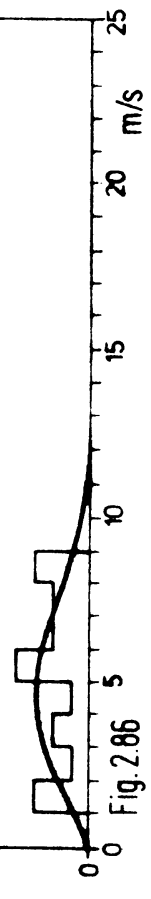


80 metres AUTUMN nighttime EAST

80meter HERFST nachturen OOST

N=18 $\chi^2=1.00$ V=1 P=0.31

V=5.80 Sw=5.9 K=2.31 Sk=4.0

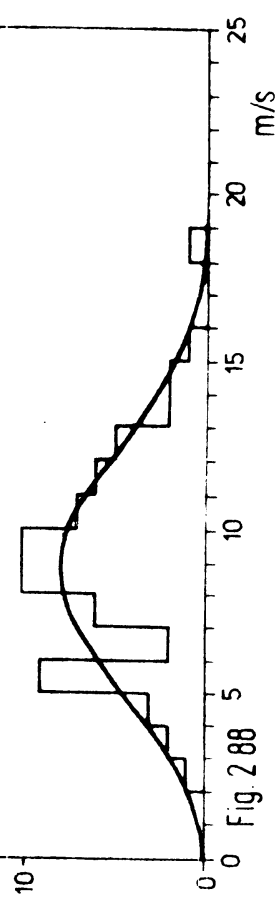


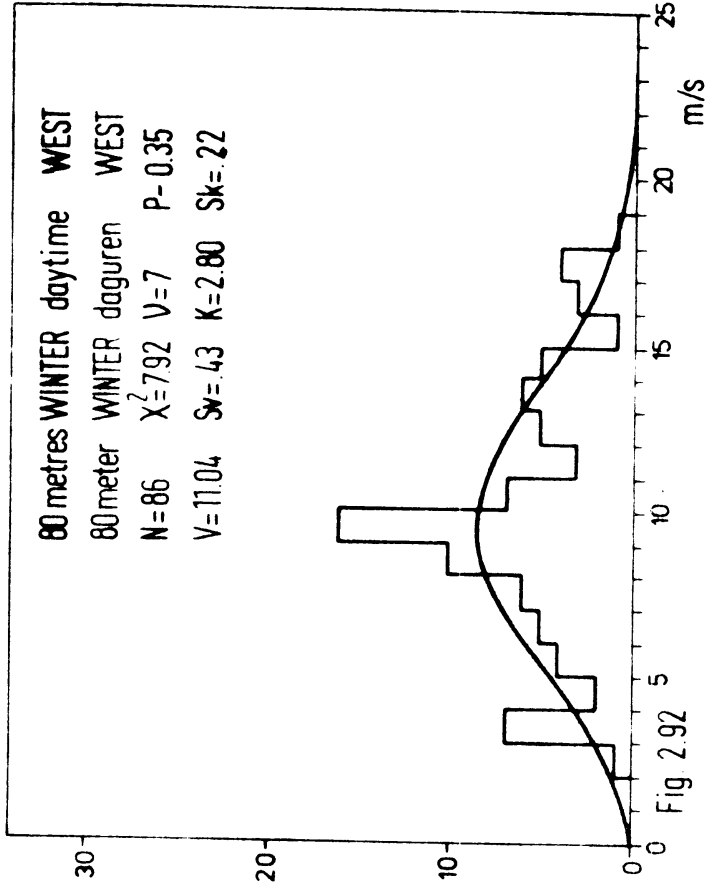
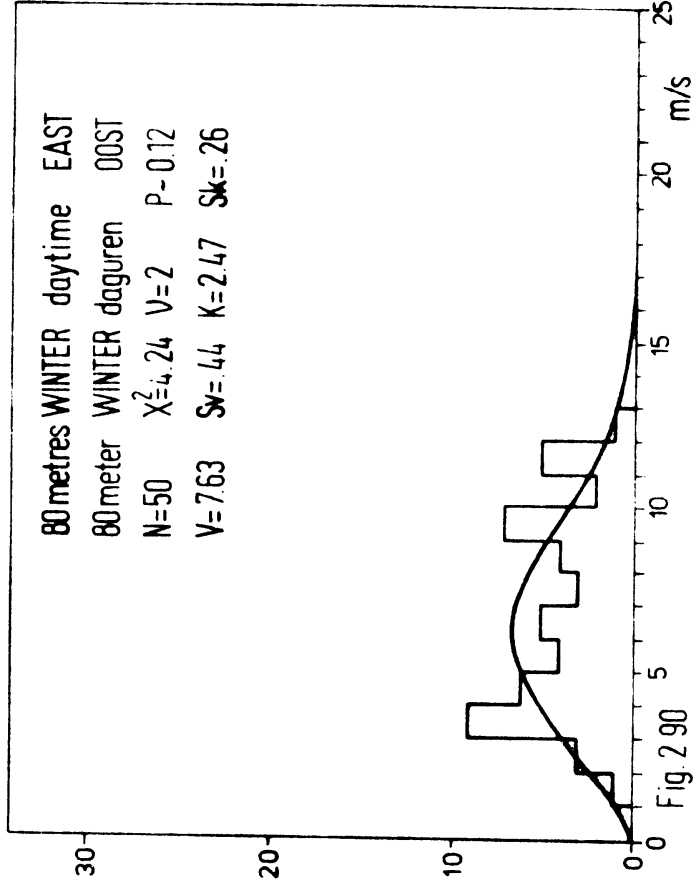
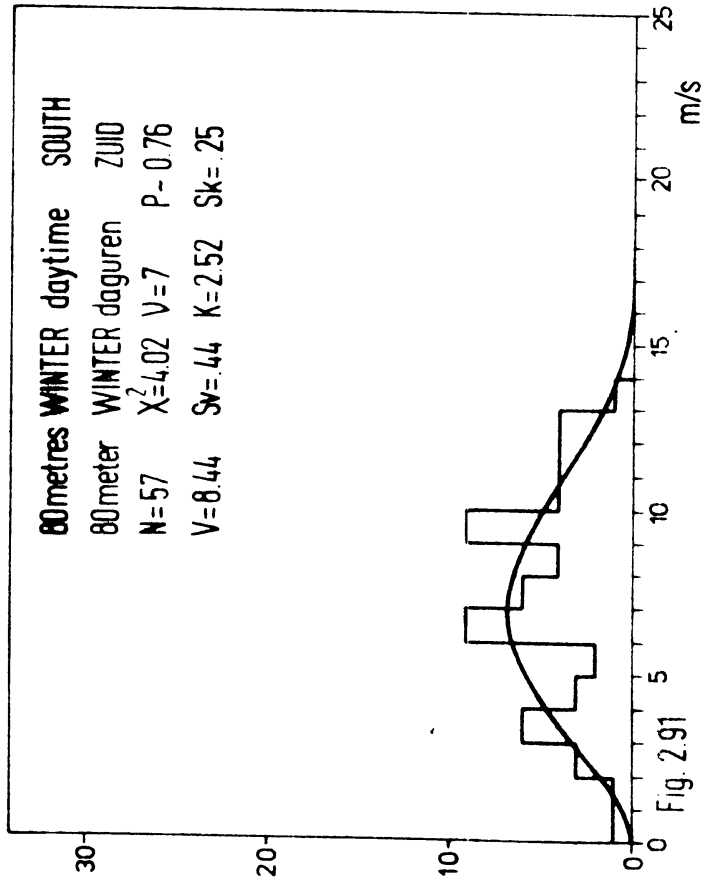
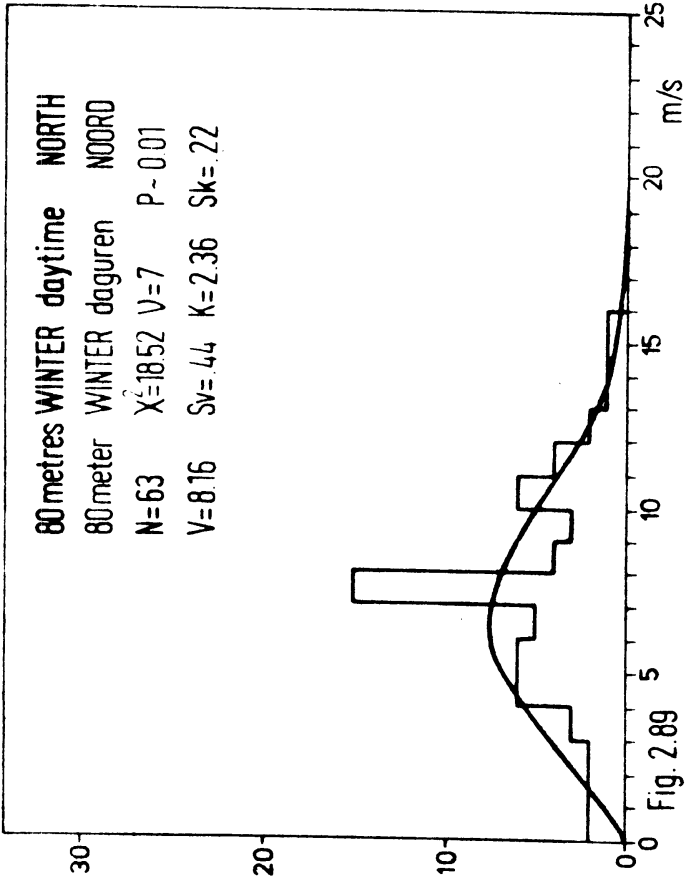
80 metres AUTUMN nighttime WEST

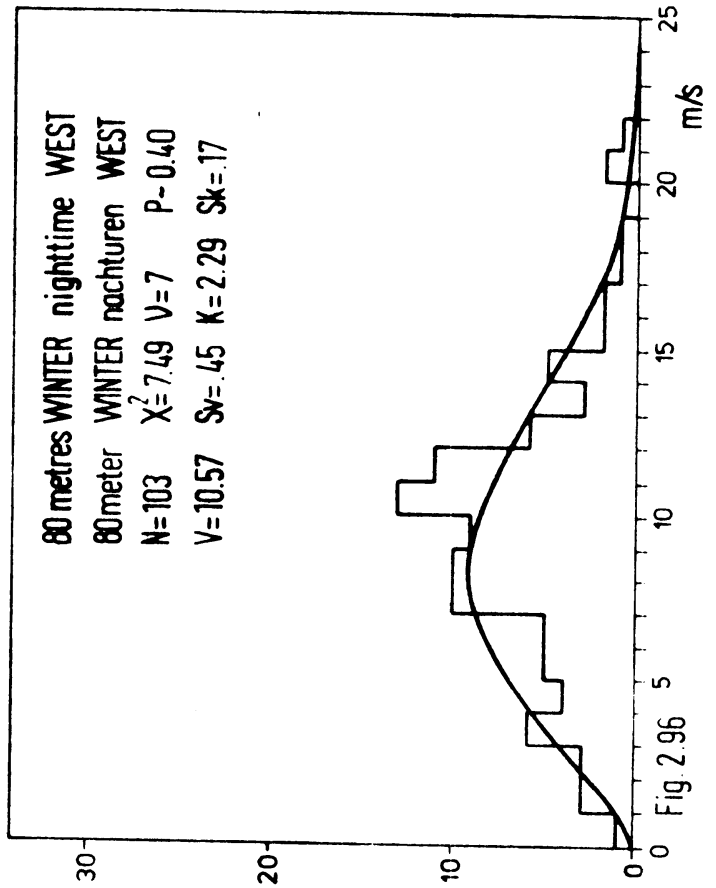
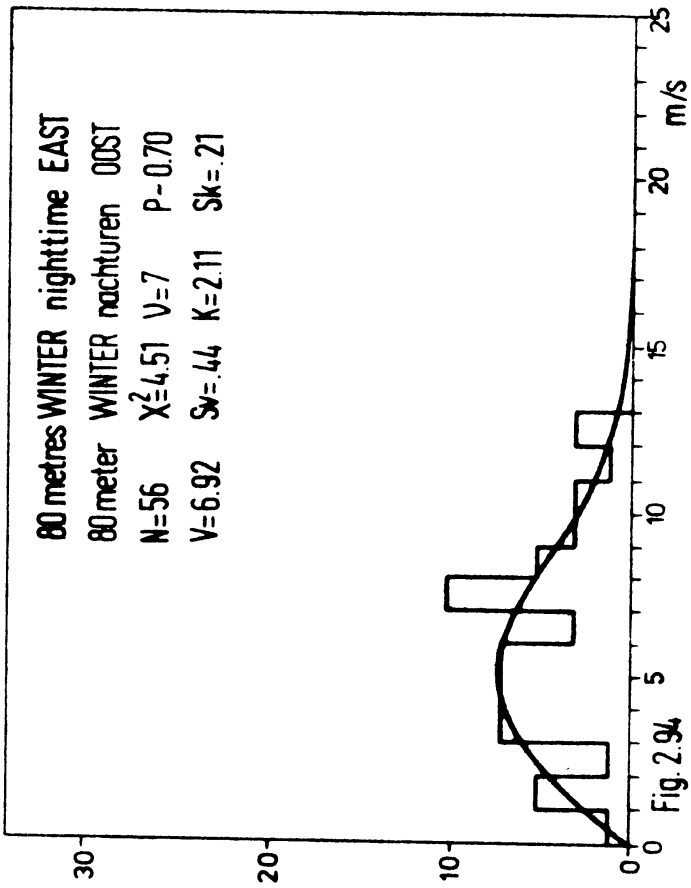
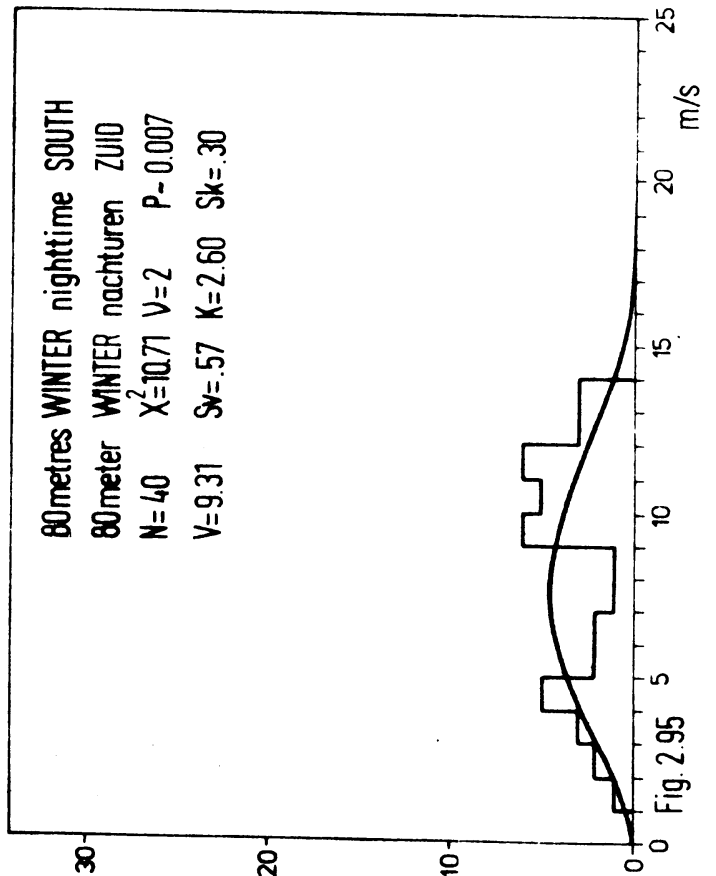
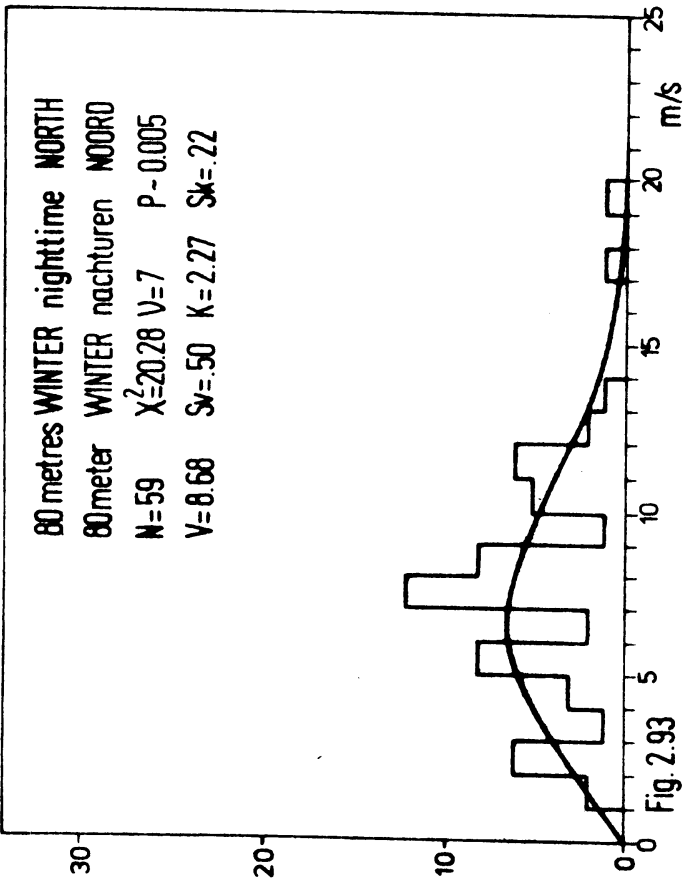
80meter HERFST nachturen WEST

N=66 $\chi^2=12.86$ V=7 P=0.08

V=10.00 Sw=4.0 K=3.05 Sk=2.8



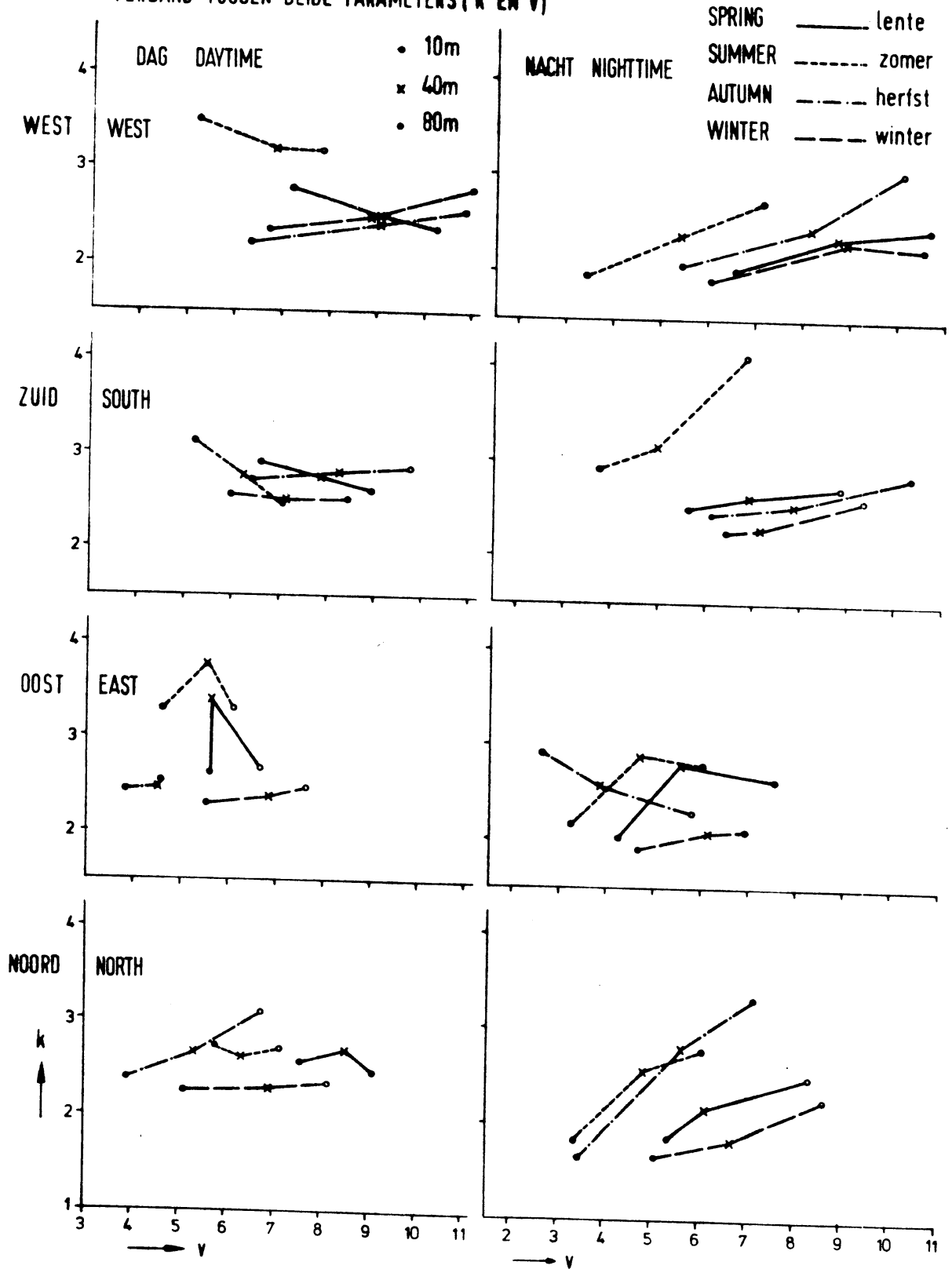




VLAARDINGEN 80M METEOROLOGICAL TOWER APRIL 1967 - APRIL 1968
 WEIBULL DISTRIBUTION FITTED TO FREQUENCIES OF WIND VELOCITY (MAX. LIK. METHOD).
 ASSOCIATION BETWEEN BOTH PARAMETERS (k AND v).

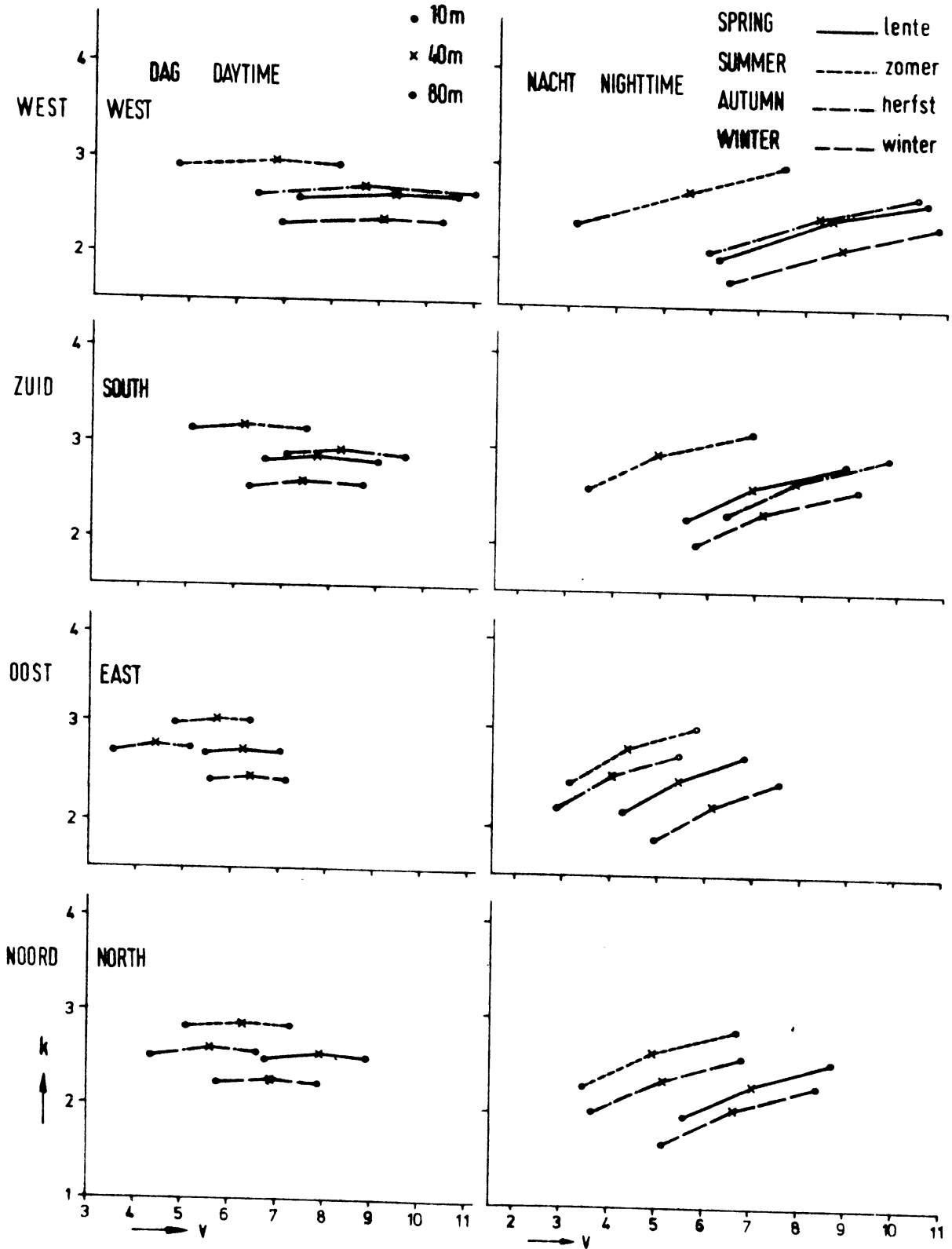
FIG. 3

VLAARDINGEN 80M MAST APRIL '67 - APRIL '68
 AANPASSING WEIBULL VERDELING AAN WINDSMELEHEIDSFREQUENTIES (MAX. LIK. METHODE)
 VERBAND TUSSEN BEIDE PARAMETERS (k EN v)



VLAARDINGEN 80M METEOROLOGICAL TOWER APRIL 1967 - APRIL 1968
 WEIBULL DISTRIBUTION FITTED TO FREQUENCIES OF WIND VELOCITY.
 ASSOCIATION BETWEEN k AND v AFTER ELIMINATION OF RANDOM EFFECTS.

FIG. 4
 AANPASSING WEIBULL-VERDELING AAN WINDSNELHEIDSFREQUENTIES
 VERBAND k EN v NA ELIMINATIE TOEVALSEFFECTEN.



WEIBULL AANPASSING WEIBULL DISTRIBUTION FITTED TO WINDSPEED FREQUENCIES
 VERBAND k EN v ASSOCIATION BETWEEN k AND v

FIG 5.1

FIG. 5.2

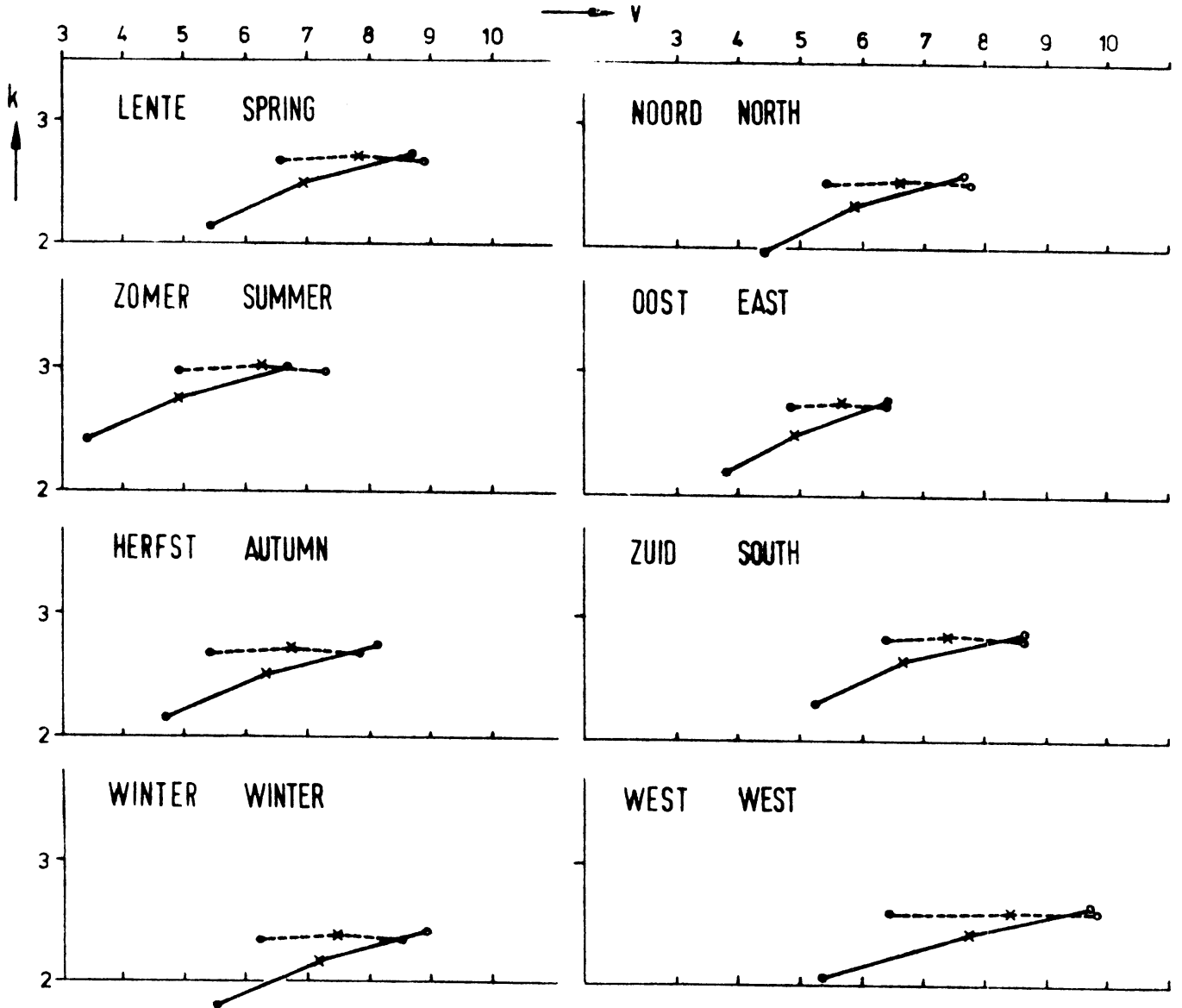


FIG. 5.3

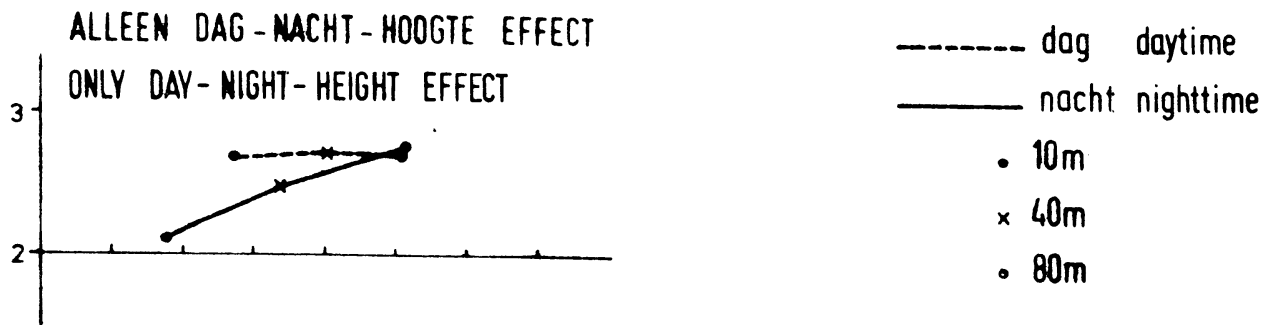


FIG. 6

WEIBULL VERDELINGSFUNCTIE. DAG-NACHT - HOOGTE EFFECT
WEIBULL FREQUENCY FUNCTION. DAY-NIGHT - HEIGHT EFFECT.

— 10m dag daytime
- - - 10m nacht nighttime
- - - 80m

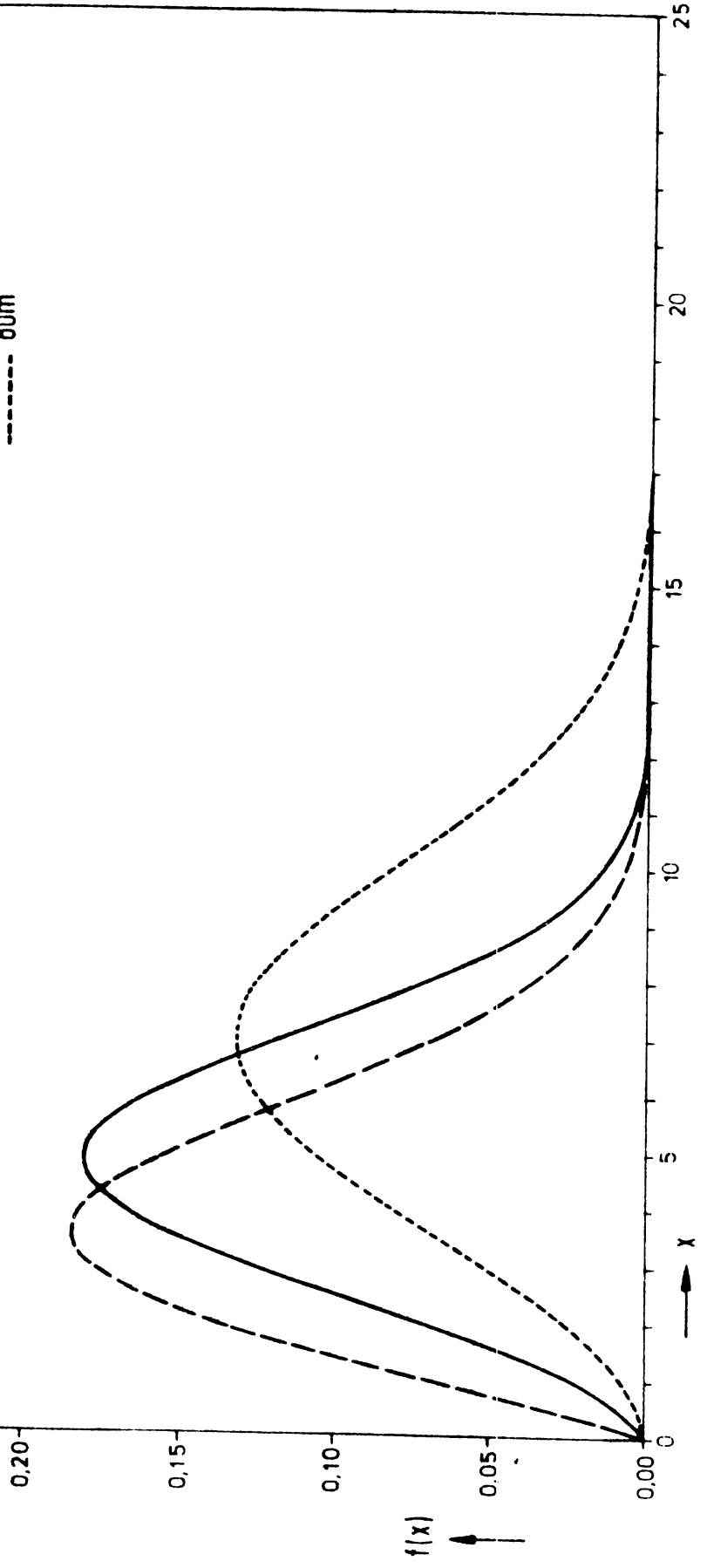


FIG. 7

"EXTREME" WINDSNELHEDEN TE VLAARDINGEN OP DE DRIE HOOGTEN 10, 40 EN 80 M
 BEREKEND DOOR EXTRAPOLATIE VAN DE AANGEPASTE WEIBULL VERDELINGEN EN
 "EXTREME" WAARDEN VOOR DE WINDSNELHEID VOLGENS DE GUMBEL THEORIE
 VOOR EEN AANTAL KLIMATOLOGISCHE STATIONS

"EXTREME" WINDVELOCITIES AT VLAARDINGEN AT THE THREE LEVELS 10, 40 AND 80 M
 CALCULATED BY EXTREPOLATION OF TO WINDSPEED FREQUENCIES FITTED WEIBULL DISTRIBUTIONS
 AND "EXTREME" VALUES OF WINDVELOCITY ACCORDING TO GUMBEL THEORY FOR A NUMBER
 OF CLIMATOLOGICAL STATIONS.

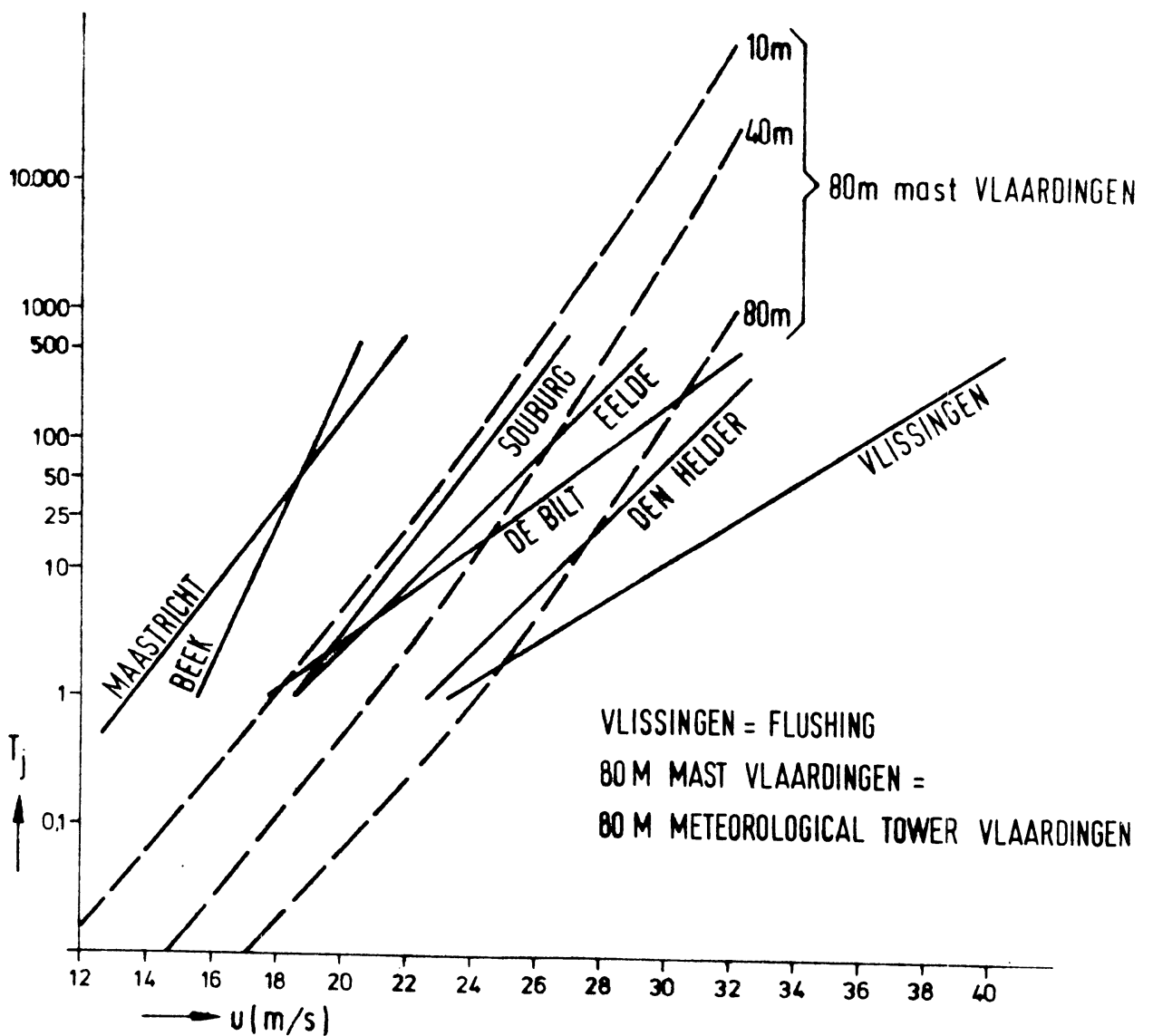


FIG. 8

- WEIBULL "OVERALL" VERDELINGSFUNCTIE OP 10M HOOGTE; SOMMATIE VAN 32 AFZONDERLIJKE WEIBULL VERDELINGEN VAN DAG EN NACHT, 4 SEIZOENEN EN 4 WINDRICHTINGEN.
- - - - MET AANGEPASTE WEIBULL KROMME.
- WEIBULL "OVERALL" FREQUENCY FUNCTION AT A LEVEL OF 10 M ; SUMMATION OF 32 INDIVIDUAL WEIBULL DISTRIBUTIONS OF DAY- AND NIGHTTIME , 4 SEASONS AND 4 WIND DIRECTIONS.
- - - - WITH FITTED WEIBULL CURVE.

