

26 OKT. 1970

KONINKLIJK NEDERLANDS
METEOROLOGISCH INSTITUUT

De Bilt

WETENSCHAPPELIJK RAPPORT

W.R. 70-6

A. Denkema

Representativiteit van een puntregenmeting

De Bilt, 1970

Kon. Ned. Meteor. Inst.
De Bilt

Publikationsnummer: K.N.M.I. W.R. 70-6 (III)

U.D.C.: 551.501.777 :
551.508.77

I N H O U D

| | blz. |
|--|------|
| A. Doel en opzet van de metingen te De Bilt | 1 |
| B. Definities van representativiteit | 2 |
| C. Het onderzoek naar de homogeniteit over het veld | 5 |
| D. Het onderzoek naar de mate, waarin de meting met één enkele regenmeter het veldgemiddelde vertegenwoordigt | 12 |
| E. Beantwoording van de vraag, in hoeverre het gemiddelde van vier, resp. van acht en van twaalf puntmetingen het veldgemiddelde beter benadert dan de aftappingen van één enkele regenmeter | 14 |
| F. Het onderzoek naar de kansverdeling van de verschillen tussen aftappingen van twee regenmeters op verschillende afstanden | 18 |
| Summary | 23 |
| Literatuur | 24 |

Representativiteit van een puntregenmeting

door

A. Denkema

A. Doel en opzet van de metingen te De Bilt

Het aantal regenstations in Nederland bedraagt momenteel ca. 300. Deze stations zijn elk uitgerust met één enkele regenmeter. Om een indruk te krijgen van de "waarde" van metingen met één enkele regenmeter, anders gezegd: van de representativiteit van een regenpost - dit begrip wordt in hoofdstuk B nader gepreciseerd en gedefinieerd - werden op initiatief van dr. C. Levert 15 regenmeters op het KNMI-terrein geplaatst. Van deze 15 regenmeters met een horizontale opvangopening van 400 cm^2 op 40 cm boven het maaiveld waren er 12 langs de benen van een bijna NS - WE gelegen kruis opgesteld, rondom de centrale nr 5, terwijl de overige 2, de nrs 1 en 15, waren geplaatst in de uiterste hoeken van het terrein gelegen op 100 m van resp. de posten 5 en 14 (zie fig. 1). De posten 2, 9, 8 en 14 lagen op 20 m afstand van post 5, de posten 3, 10, 7 en 13 op 10 m afstand van post 5, terwijl de posten 4, 11, 6 en 12 hiervan 4 m verwijderd waren. Fig. 2 laat een tekening van een model van de bij het onderzoek gebruikte plastic regenmeters met "opvangfles" zien. Van 4 mei 1959 tot 30 maart 1961 waren de regenmeters van literflessen voorzien, van laatstgenoemde datum af van 2-literflessen. Een doorboorde rubberstop zorgde voor een nauwpassende omsluiting van de trechterpijp in de hals van de fles. Na iedere regen werd elk van de 15 flessen verwijderd en door een lege vervangen. In totaal konden in het tijdvak van 1 april 1959 - 31 december 1961 351 regens gemeten worden.

De gemiddelden van 15 "gelijktijdige" aftappingen liepen uiteen van 0,09 tot 43,84 mm. Vanzelfsprekend zullen ook de 15 aftappingen van éénzelfde regen niet alle dezelfde zijn. Naast statistische fluktuaties in de neerslag zelf komen ook instrumentele fouten voor. Zo treden bij het uitschenken in een maatglas benattingsverliezen op, de opvangopeningen van de 15 regenmeters zijn wellicht niet van alle precies 400 cm^2 geweest, niet alle regenmeters hebben precies horizontaal gestaan (het was niet te vermijden dat enkele regenmeters enkele graden scheef stonden). Voorts is het zeer wel mogelijk, dat er systematische verschillen tussen de posten aanwezig zijn; de ene regenmeter van het veld kan, over een voldoende lange periode beschouwd, meer neerslag hebben ontvangen dan de andere. Bij de analyse van de meetuitkomsten bleek dit inderdaad het geval te zijn.

Het is echter niet zo verwonderlijk dat statistisch significante verschillen tussen bepaalde posten aangetoond konden worden; dit aantonen gaat nl. des te gemakkelijker naarmate er een hogere correlatie tussen de aftappingen aanwezig is.

Het bleek, dat de regenmeters met de hoogste gemiddelden (berekend over vele regens) gevonden werden in het centrum en aan de westzijde van het terrein, en dat de regenmeters met de laagste gemiddelden om het centrum lagen. Van homogeniteit van de in de 15 regenmeters gevallen neerslaghoeveelheden kan dan ook niet gesproken worden. Een invloed van de omgeving (op ca. 85 meter afstand ten westen van het terrein bevindt zich de rand van een boscomplex) in verband met de windrichting kon onderzocht worden, na splitsing van het cijfermateriaal in een aantal windrichtingsgroepen. Dit onderzoek, waarop in hoofdstuk C nader zal worden ingegaan, leerde, dat genoemd verschijnsel van heterogeniteit, hoewel minder duidelijk, zich bleef voordoen. Vermoedelijk is er toch van enige invloed van de windrichting op de aftappingen sprake geweest. Deze invloed moet echter verweven zijn met instrumentele fouten. Door de 15 regenmeters tijdens de duur van het onderzoek regelmatig onderling te verwisselen, zou het mogelijk zijn geweest, de invloed van de instrumentele fouten te elimineren. Dit is echter niet gebeurd.

Levert heeft in een vroegere publikatie (2) waarin voorlopige resultaten werden behandeld de doeleinden van het onderzoek als volgt geformuleerd:

1. in hoeverre is de meting met één enkele regenmeter een benadering van het ware veldgemiddelde?
2. in hoeverre mag men de meting van een bepaalde regenmeter op een bepaalde plaats vervangen door een andere, die op enige afstand in hetzelfde veld geplaatst is?
3. mocht een enkele "puntmeting" bedoeld onder 1) niet voldoende "representatief" voor het veldgemiddelde zijn, is dit dan wel het geval met het gemiddelde van b.v. een viertal puntmetingen?

B. Definities van representativiteit

Het aantal definities van representativiteit, dat men in de literatuur kan aantreffen, is legio. De meest eenvoudige is o.i. de volgende:

1. iets is representatief voor wat anders als het ervoor in de plaats gezet mag worden. Iets minder beknopt, maar nog vrij vaag, is de definitie, die in de International Meteorological Vocabulary (W.M.O.-publicatie No. 182.T.P. 91) wordt gegeven:

2. A meteorological observation is representative, if it is valid for a more or less extendend area around the point (station), at which the observation is made.

Ook de "Guide to Climatological Practices" (W.M.O.- publicatie No. 100.T.P.44) wijdt een summiere beschouwing aan het begrip "representative", zonder tot een definitie te komen.

Wij citeren hieruit (l.c. p. III.7):

"The site of a climatological station should, as far as possible, be representative of the surrounding district.

"The word "representative" here has a rather different meaning from that which is understood in the case of synoptic stations. The existence of a fairly large number of stations having a very open site and a free horizon, which is so important from a synoptic point of view, has some advantages for climatological studies, but the network of such stations should be supplemented by climatological stations situated in less open country, such as sheltered valleys, deep forests, or densely populated areas."

In "A dictionary of statistical terms" door Kendall en Buckland komen we de volgende definitie tegen:

3. Een representatieve steekproef is een steekproef, die representatief is voor de populatie. Nu zijn er nog twee opvattingen mogelijk: òf "representatief" betekent: "selected by some process which gives all samples an equal chance of appearing to represent the population" (dit is gelijkkluidend aan de definitie van aselechte steekproef); òf "representatief" betekent: "typical in respect of certain characteristics, however chosen"(de Nederlandse van Dalen: representatief = typerend).

De tweede opvatting past het best bij ons regenonderzoek. Beschouw b.v. de populatie der regens, gemeten door de centrale regenmeter (post 5) en die der veldgemiddelden. Als beide populaties dezelfde gemiddelden hebben, dan heet de puntregenmeting representatief.

Serra, 1954, vergelijkt in een onderzoek van dagsommen neerslag over een veld van $100 \times 100 \text{ m}^2$ de dagsommen van telkens één regenmeter met het gemiddelde van een 16-tal op het veld.

Hij definieert:

4. De puntmeting op zekere post A heet meer representatief dan de puntmeting op B, als de standaarddeviatie van het dagelijkse verschil tussen A en

het veldgemiddelde kleiner is dan die van het dagelijkse verschil tussen B en het veldgemiddelde.

Nog een definitie, die betrekking heeft op de punt-punt-relatie:

5. Het punt Q heet representatief voor het punt P, als voor gegeven M en gegeven ϵ de ongelijkheid

$$\text{Prob} \{ |x_P - x_Q| > M \} \leq \epsilon \quad \text{of} \quad \text{Prob} \{ -M < x_P - x_Q < +M \} \geq 1 - \epsilon$$

geldt.

Alle punten Q die aan bovengenoemde ongelijkheid voldoen, vormen een gebied om P, dat men de "werkingssfeer" van P zou kunnen noemen. Zo kan men de vraag stellen:

binnen welke straal ("aktie-radius") rondom een regenstation S zijn alle stations gelegen, voor welke de kans, dat de hier gemeten 5-daagse neerslagsom in augustus M of meer verschilt van de te S gemeten 5-daagse som ten hoogste ϵ is?

Een begrip, dat aan representativiteit ten nauwste verwant is, is relatieve homogeniteit; twee meetreeksen, resp. te A en te B heten relatief homogeen, als de ene voor de andere in de plaats gezet mag worden of dat B als verlengstuk van A gezien mag worden. Is dus A representatief voor zeker gebied G, dan is automatisch B het ook.

Tenslotte trachten we nu, samenvattend, zelf een definitie van representativiteit te geven en onderscheiden daarbij twee duale gevallen.

- 6a) Een puntmeting d.i. een meting in een gegeven punt over een gegeven periode in de tijd, heet representatief voor een gegeven gebied, als in een reeks metingen het verband tussen puntmeting en gebiedgemiddelde van de grootheid over dit oppervlak voldoende strak is. Door het punt te verschuiven, het gebied vast te houden, kan men nagaan of er punten, misschien ook velden zijn, voor welke de strakheid van bedoeld verband maximaal is. Daarmee zijn dan de meest representatieve punten in dit gebied gevonden.
- 6b) Een tijdstipmeting, d.i. een meting op een gegeven ogenblik over een gegeven deel van de ruimte, heet representatief voor een gegeven tijdvak, als in een reeks metingen het verband tussen tijdstipmeting en tijdvakgemiddelde van de grootheid voldoende strak is. Door het tijdstip te verschuiven, het tijdvak vast te houden, kan men onderzoeken of er tijdstippen zijn, misschien ook korte deeltijdvakken voor welke de strakheid van bedoeld verband het grootst is. Daarmede zijn dan de

meest representatieve tijdstippen in dit tijdvak gevonden.

Voorbeelden

1. Station S_1 kan t.a.v. de maandelijks hoeveelheid neerslag representatief zijn voor een groot gebied G er omheen.
2. Hetzelfde station is dat wellicht niet voor de dagsommen in augustus.
3. De combinatie van 5 stations S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 kan, weer t.a.v. de maandsom neerslag, beter representatief voor G zijn dan alleen S_1 dit is.
4. De temperatuur, gemeten om 8 h, is wellicht representatief voor de periode 6 tot 10 h.
5. Wellicht is één der 24 uurlijkse tijdstippen $H_1, H_2 \dots H_{24}$ van het etmaal het meest representatief voor het etmaalgemiddelde van de temperatuur. Het kan zijn, dat toch het gemiddelde der temperatuur, gemeten om 8, 14 en 19 h nog beter representatief is.

Het is duidelijk, dat wij in ons onderzoek met definitie 6a te maken hebben.

De puntmeting heeft in feite betrekking op een horizontaal oppervlak van 400 cm^2 op 40 cm hoogte boven maaiveld, op het KNMI-proefveld, het gegeven gebied is het veld; de gegeven periode is de wisselende duur van een regen. Bij de bestudering van het in de definitie genoemde verband wordt voornamelijk gelet op het gedrag van het verschil tussen puntmeting en veldgemiddelde.

C. Het onderzoek naar de homogeniteit over het veld

In hoofdstuk A werd terloops opgemerkt dat er systematische verschillen tussen bepaalde posten aangetoond konden worden, en dat een verklaring voor deze verschillen vermoedelijk ten dele in de invloed van de omgeving van het terrein gezocht moet worden.

We stellen in het volgende de aftappingen van de posten 1, 2 ... 15 voor door $H_1, H_2 \dots H_{15}$. Van iedere regen werden in een ponskaart geponst: datum, waarop de regen begon, de 15 metingen H_i ($i = 1$ t/m 15), het ware veldgemiddelde

$$G \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} H_i \quad 1), \text{ het grootste verschil } \Delta$$

tussen enig tweetal H_i en H_j en de standaardafwijking s van de 15 metingen H_i berekend volgens

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{15} (H_i - G)^2}{14}}$$

Het complete cijfermateriaal van 351 regens werd, in verband met de afhankelijkheid van G en s , gesplitst in 5 groepen ("klassen") naar toenemende grootte van G :

- I $G < 1$ mm
- II $1 \leq G < 2$ mm
- III $2 \leq G < 5$ mm
- IV $5 \leq G < 10$ mm
- V $G \geq 10$ mm

Van iedere groep werden de volgende gemiddelden over de diverse regens berekend:

\bar{H}_i ($i = 1$ t/m 15), \bar{G} , \bar{s} en $\bar{\Delta}$; de uitkomsten zijn tabel 1 verzameld, n stelt het aantal regens van de groep voor.

-
- 1) Voor een gegeven oppervlak met 15 regenmeters hebben we het veldgemiddelde G aldus gedefinieerd. Het "ware" veldgemiddelde T zou gedefinieerd kunnen worden als de limiet, waartoe G nadert, als het aantal regenmeters, N , onbepaald toeneemt, mits deze limiet bestaat. In formule: $\lim_{N \rightarrow \infty} G = T$. Voor ons doel beschouwen we G als een voldoende benadering van T .

Table 1 Means of H_1 , G , S and Δ (in mm).

Tabel 1 Gemiddelden van H_1 , G , s en Δ (in mm)

| Groep | n | \bar{H}_1 | \bar{H}_2 | \bar{H}_3 | \bar{H}_4 | \bar{H}_5 | \bar{H}_6 | \bar{H}_7 | \bar{H}_8 | \bar{H}_9 | \bar{H}_{10} | \bar{H}_{11} | \bar{H}_{12} | \bar{H}_{13} | \bar{H}_{14} | \bar{H}_{15} | \bar{G} | \bar{s} | $\bar{\Delta}$ |
|---------|-----|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------|-----------|----------------|
| I | 67 | 0,535 | 0,527 | 0,526 | 0,524 | 0,536 | 0,541 | 0,525 | 0,530 | 0,518 | 0,515 | 0,538 | 0,542 | 0,532 | 0,550 | 0,549 | 0,533 | 0,027 | 0,096 |
| II | 67 | 1,439 | 1,431 | 1,424 | 1,413 | 1,423 | 1,430 | 1,412 | 1,420 | 1,412 | 1,402 | 1,438 | 1,444 | 1,411 | 1,453 | 1,436 | 1,431 | 0,053 | 0,193 |
| III | 96 | 3,481 | 3,427 | 3,450 | 3,422 | 3,454 | 3,476 | 3,444 | 3,444 | 3,442 | 3,424 | 3,518 | 3,490 | 3,430 | 3,494 | 3,486 | 3,459 | 0,116 | 0,383 |
| IV | 62 | 7,024 | 7,034 | 7,035 | 6,960 | 7,099 | 7,244 | 7,002 | 7,050 | 7,050 | 7,021 | 7,311 | 7,189 | 7,056 | 7,164 | 7,168 | 7,093 | 0,219 | 0,794 |
| V | 59 | 16,366 | 16,506 | 16,232 | 16,364 | 16,441 | 16,580 | 16,309 | 16,237 | 16,397 | 16,300 | 16,579 | 16,515 | 16,481 | 16,646 | 16,456 | 16,424 | 0,453 | 1,56 |
| I t/m V | 351 | 5,323 | 5,328 | 5,289 | 5,286 | 5,336 | 5,393 | 5,289 | 5,289 | 5,311 | 5,284 | 5,422 | 5,382 | 5,327 | 5,401 | 5,366 | 5,334 | 0,163 | 0,575 |

Met de toets van Friedman werd voor elke groep afzonderlijk de juistheid onderzocht van de hypothese : "er is geen overeenstemming in de rangschikkingen van "gelijktijdige" aftappingen van 15 op het KNMI-terrein geplaatste regenmeters". De met behulp van deze toets berekende toetsingsgrootheden hadden in alle gevallen overschrijdingskansen die kleiner dan 0,01 waren; dit betekent, dat genoemde hypothese verworpen moet worden, zodat er strikt genomen geen homogeniteit over het veld bestaat.

Bij bovengenoemd onderzoek zijn alle regens betrokken geweest, ongeacht de heersende windrichting. Om te onderzoeken of de heterogeniteit over het veld wellicht in het bijzonder bij bepaalde windrichting(en) zou optreden, werd het cijfermateriaal gesplitst in vier groepen, waarbij de wind tijdens de regen uit één van de volgende sectoren waaide:

- I. N ; $351^{\circ} \leq \psi < 360^{\circ}$ en $0 < \psi < 36^{\circ}$
- II. E ; $81^{\circ} \leq \psi \leq 126^{\circ}$
- III. S ; $171^{\circ} \leq \psi \leq 216^{\circ}$
- IV. W ; $261^{\circ} \leq \psi \leq 306^{\circ}$

(ψ is de hoek tussen de gemiddelde windrichting tijdens de regen en de lijn Noord-Zuid; de hoeken lijken zo "gek", omdat de lijn N-Z een hoek van 13° maakt met de lijn, die de regenmeters 2 en 8 verbindt).

Om de omvang van het cijfermateriaal niet te klein te maken, werd geen splitsing naar G-klassen gemaakt. Toepassing van de toets van Friedman op de hypothese: "er is geen overeenstemming in de rangschikking van "gelijktijdige" aftappingen van 15 op het KNMI-terrein geplaatste regenmeters", voor elk van bovengenoemde 4 groepen afzonderlijk, leverde toetsingsgrootheden op, die overschrijdingskansen van resp. 0,05 ; 0,03; $< 0,001$ en 0,003 hadden; dit betekent, dat genoemde hypothese in alle vier gevallen verworpen moet worden, zodat een significante invloed van de windrichting op de aftappingen van de 15 regenmeters niet aantoonbaar is.

Om de vraag te beantwoorden, of het wellicht mogelijk zou zijn, de 15 posten in twee of meer groepjes in te delen, waarvan de posten onderling (statistisch) gelijke gemiddelden hebben, werden, wederom voor de 5 groepen afzonderlijk cumulatieve frekwentieverdelingen van $H_i - G$ ($i=1$ t/m 15) samengesteld, waarna toepassing van de toets van Smirnov ons in staat stelt, de hypothesen: "de beide frekwentieverdelingen $H_i - G$ en $H_j - G$ ($i \neq j$) zijn steekproeven uit éénzelfde populatie" te toetsen.

De uitkomsten van deze toetsingen leidden er toe, dat in groep I ($G < 1$ mm) de 15 regenposten in 3 groepen met onderling (statistisch) gelijke \bar{H}_i 's konden worden ingedeeld, in groep II indeling in 4 groepjes, in groep III in 2 groepjes, in groep IV in 3 en in groep V in 2 groepjes. In tabel 2 rangschikken we deze \bar{H}_i 's naar opklimmende grootte (de verticale strepen markeren de scheiding tussen de groepjes).

Tables 2 - 6 : Gauge ranking according to increasing values of \bar{H}_i .

Tabellen 2 t/m 6: Rangschikking van de posten naar opklimmende waarden van \bar{H}_i .

Tabel 2; Groep I: $G < 1$ mm

| Rangnr. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|-------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| \bar{H}_i | .515 | .518 | .524 | .525 | .526 | .527 | .530 | .532 | .535 | .536 | .538 | .541 | .542 | .549 | .550 |
| Postnr. | 10 | 9 | 4 | 7 | 3 | 2 | 8 | 13 | 1 | 5 | 11 | 6 | 12 | 15 | 14 |

Op dezelfde manier zijn de tabellen 3 t/m 6 voor de overige vier G-groepen tot stand gekomen.

Tabel 3; Groep II: $1 \leq G < 2$ mm

| Rangnr. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| \bar{H}_i | 1,402 | 1,411 | 1,412 | 1,412 | 1,413 | 1,420 | 1,423 | 1,424 | 1,430 | 1,431 | 1,436 | 1,438 | 1,439 | 1,444 | 1,453 |
| Postnr. | 10 | 13 | 9 | 7 | 4 | 8 | 5 | 3 | 6 | 2 | 15 | 11 | 1 | 12 | 14 |

Tabel 4; Groep III: $2 \leq G < 5$ mm

| Rangnr. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| \bar{H}_i | 3,422 | 3,424 | 3,427 | 3,430 | 3,442 | 3,444 | 3,444 | 3,454 | 3,454 | 3,476 | 3,481 | 3,486 | 3,490 | 3,494 | 3,518 |
| Postnr. | 4 | 10 | 2 | 13 | 9 | 8 | 7 | 3 | 5 | 6 | 1 | 15 | 12 | 14 | 11 |

Tabel 5; Groep IV: $5 \leq G < 10$ mm

| Rangnr. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| \bar{H}_i | 6,960 | 7,002 | 7,021 | 7,024 | 7,034 | 7,035 | 7,050 | 7,050 | 7,056 | 7,099 | 7,164 | 7,168 | 7,189 | 7,244 | 7,311 |
| Postnr. | 4 | 7 | 10 | 1 | 2 | 3 | 9 | 8 | 13 | 5 | 14 | 15 | 12 | 6 | 11 |

Tabel 6; Groep V: $G \geq 10$ mm

| Rangnr. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|-------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| \bar{H}_i | 16,232 | 16,237 | 16,300 | 16,309 | 16,364 | 16,366 | 16,397 | 16,441 | 16,456 | 16,481 | 16,506 | 16,515 | 16,579 | 16,580 | 16,646 |
| Postnr. | 3 | 8 | 10 | 7 | 4 | 1 | 9 | 5 | 15 | 13 | 2 | 12 | 11 | 6 | 14 |

Table 7 Ranks of \bar{H}_i , belonging to the 15 gauges.

Tabel 7 Rangnummering van \bar{H}_i m.b.t. de 15 posten.

| Posten | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|-----------------|----|----|-----|-----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|-----|-----|
| $G < 1$ | 9 | 6 | 5 | 3 | 10 | 12 | 4 | 7 | 2 | 1 | 11 | 13 | 8 | 15 | 14 |
| $1 \leq G < 2$ | 13 | 10 | 8 | 5 | 7 | 9 | 4 | 6 | 3 | 1 | 12 | 14 | 2 | 15 | 11 |
| $2 \leq G < 5$ | 11 | 3 | 8 | 1 | 9 | 10 | 7 | 6 | 5 | 2 | 15 | 13 | 4 | 14 | 12 |
| $5 \leq G < 10$ | 4 | 5 | 6 | 1 | 10 | 14 | 2 | 8 | 7 | 3 | 15 | 13 | 9 | 11 | 12 |
| $10 \leq G$ | 6 | 11 | 1 | 5 | 8 | 14 | 4 | 2 | 7 | 3 | 13 | 12 | 10 | 15 | 9 |
| som (t) | 43 | 35 | 28 | 15 | 44 | 59 | 21 | 29 | 24 | 10 | 66 | 65 | 33 | 70 | 58 |
| $t-\bar{t}$ | +3 | -5 | -12 | -25 | +4 | +19 | -19 | -11 | -16 | -30 | +26 | +25 | -7 | +30 | +18 |

In tabel 7 is een overzicht gegeven van het bij elke post behorende rangnummer (voorkomende in de tabellen 2 t/m 6) wanneer de posten naar opklimmend postnummer worden gerangschikt. Voor iedere post is de rangnummersom, verminderd met 40 (het gemiddelde van de rangnummersommen) bepaald. Brengen wij deze $t-\bar{t}$ -waarden in beeld, op de schaal van figuur 1, dan zien we (fig.3) een concentratie van +waarden in het centrum en aan de westzijde. De negatieve waarden liggen om het centrum, behoudens post 13 met -7, waarvan het echter de vraag is, of dit significant is. De posten met de grote regenhoeveelheden zijn dus 14, 11, 12, 6 en 15 en met kleine 10, 4, 7 en 9. Toepassing van de toets van Friedman op de rangnummers in tabel 7 doet, zoals verwacht mocht worden, de hypothese, dat voor elke post de waarden van \bar{H}_i in een willekeurige volgorde staan, verwerpen.

Passen wij nu herhaald deze toets toe, waarbij we telkens de post met de grootste rangnummersom weglaten, dan blijkt dat de nulhypothese niet meer verworpen kan worden, nadat wij de posten 14, 11, 12, 6, 15, 10 en 4 uit tabel 7 hebben weggelaten.

Volledigheidshalve drukken we in tabel 8 het verschil tussen de gemiddelden van 2 extreme \bar{H}_i 's uit in procenten van \bar{G} .

Tabel 8 Verschillen tussen twee extreme waarden van \bar{H}_i en \bar{H}_j ($i \neq j$); in percentages van \bar{G} .

| Groep | | mm | in proc. van \bar{G} |
|-------|-------------------------------|-------|------------------------|
| I | $\bar{H}_{14} - \bar{H}_{10}$ | 0,035 | 6,6 |
| II | $\bar{H}_{14} - \bar{H}_{10}$ | 0,051 | 3,6 |
| III | $\bar{H}_{11} - \bar{H}_4$ | 0,096 | 2,8 |
| IV | $\bar{H}_{11} - \bar{H}_4$ | 0,351 | 4,9 |
| V | $\bar{H}_{14} - \bar{H}_3$ | 0,414 | 2,5 |

Table 8 Differences between extreme values of \bar{H}_i and \bar{H}_j , $i \neq j$ as percentages of \bar{G} .

Als we groep I, met de kleinste neerslagsommen (< 1 mm), buiten beschouwing laten, is het grootste verschil tussen enig tweetal, gemiddeld genomen, van de orde van 3 à 4%. Wij achten dit verschil, hoewel statistisch reëel, te gering om bij de beschouwingen in de hoofdstukken E en F het cijfermateriaal te splitsen in windrichtingsgroepen.

D. Het onderzoek naar de mate, waarin de meting met één enkele regenmeter het veldgemiddelde vertegenwoordigt.

De in tabel 1 opgenomen waarden van \bar{s} geven ons een schatting hoe, binnen een bepaalde G-groep, individuele, "gelijktijdige" aftappingen kunnen spreiden over het veld. Men kan gemakkelijk inzien, dat deze waarden eveneens schattingen zijn van de nauwkeurigheid, waarmee één enkele regenmeter het veldgemiddelde vertegenwoordigt.

Stelt men n.l. een aftapping van regenmeter i weer voor door H_i ($i = 1$ t/m 15), het veldgemiddelde van 15 aftappingen voor door $G (= 1/15 \sum H_i)$ en zijn er in een groep n regens geweest, dan is blijkbaar

$$\bar{s} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sqrt{\frac{1}{14} \sum_{i=1}^{15} (H_{ij} - G_j)^2} \quad (j \text{ is als index voor de}$$

diverse regens ingevoerd).

Zij nu $\Delta_i = H_{ij} - G_j$, dan is $s_{\Delta_i} = \frac{1}{n-1} \sqrt{\sum_{j=1}^n (H_{ij} - G_j)^2}$ en

$$\bar{s}_{\Delta_i} = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (H_{ij} - G_j)^2} \quad \text{De uitdrukkingen voor } \bar{s} \text{ en } \bar{s}_{\Delta_i}$$

zijn nagenoeg identiek, beide zijn een soort gemiddelde standaard-afwijking van $H_{ij} - G_j$ over het gehele veld. Het verschil zit slechts in de volgorde, waarin gesommeerd wordt. Een en ander wordt nog duidelijker, als men niet de standaard-afwijkingen, maar de varianties middelt; n.l.

$$\bar{s} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left\{ \frac{1}{14} \sum (H_{ij} - G_j)^2 \right\}} \quad \text{en} \quad \bar{s}_{\Delta_i} = \frac{1}{15} \sqrt{\sum_{i=1}^{15} \left\{ \frac{1}{n-1} \sum (H_{ij} - G_j)^2 \right\}};$$

de verhouding hiervan is $\sqrt{\frac{15}{14} \cdot \frac{n-1}{n}} \approx 1,04$.

Mede ter beantwoording van de vragen in hoofdstuk E zijn voor elke i en voor elk van de 5 groepen de waarden van $s(H_i - G) = s_{\Delta_i}$ berekend en in tabel 9 weer-

gegeven; de onderste regel geeft $\bar{s}_{\Delta_i} = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} s_{\Delta_i}$ 1)

1) Hoewel het gebruikelijker is varianties in plaats van standaardafwijkingen te middelen, maakt dit voor het onderhavige onderzoek weinig verschil.

Table 9 Values of $s_{\Delta_i} = s(H_i - G)$, in mm.

Tabel 9. Waarden van $s_{\Delta_i} = s(H_i - G)$, in mm.

| Groep | I | II | III | IV | V |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| s_{Δ_1} | 0,047 | 0,125 | 0,177 | 0,247 | 0,441 |
| s_{Δ_2} | 0,032 | 0,067 | 0,113 | 0,219 | 0,741 |
| s_{Δ_3} | 0,021 | 0,048 | 0,120 | 0,140 | 0,438 |
| s_{Δ_4} | 0,023 | 0,044 | 0,104 | 0,165 | 0,434 |
| s_{Δ_5} | 0,024 | 0,038 | 0,141 | 0,194 | 0,275 |
| s_{Δ_6} | 0,027 | 0,036 | 0,095 | 0,228 | 0,454 |
| s_{Δ_7} | 0,030 | 0,040 | 0,131 | 0,227 | 0,565 |
| s_{Δ_8} | 0,025 | 0,063 | 0,085 | 0,136 | 0,430 |
| s_{Δ_9} | 0,033 | 0,057 | 0,133 | 0,219 | 0,703 |
| $s_{\Delta_{10}}$ | 0,026 | 0,040 | 0,112 | 0,164 | 0,320 |
| $s_{\Delta_{11}}$ | 0,017 | 0,069 | 0,218 | 0,303 | 0,535 |
| $s_{\Delta_{12}}$ | 0,024 | 0,047 | 0,128 | 0,237 | 0,372 |
| $s_{\Delta_{13}}$ | 0,019 | 0,039 | 0,094 | 0,158 | 0,339 |
| $s_{\Delta_{14}}$ | 0,028 | 0,061 | 0,112 | 0,182 | 0,620 |
| $s_{\Delta_{15}}$ | 0,024 | 0,072 | 0,120 | 0,223 | 0,515 |
| \bar{s}_{Δ_i} | 0,027 | 0,056 | 0,126 | 0,203 | 0,479 |

Men kan zich afvragen of het middelen van de s_{Δ_i} - waarden hier wel terecht gedaan is, immers het "poolen" van $s_{\Delta_i}^2$ - waarden is alleen dan geoorloofd, als elke $s_{\Delta_i}^2$ een schatting is van éénzelfde $\sigma_{\Delta_i}^2$. Inderdaad blijkt met de toets van Hartley, dat in de groepen I en II b.v. $s_{\Delta_1}^2$ niet tot de populatie van de overige $s_{\Delta_i}^2$ waarden behoort. Het blijkt echter tevens dat weglating van deze $s_{\Delta_1}^2$ de waarde van \bar{s}_{Δ_i} niet noemenswaard beïnvloedt.

E. Beantwoording van de vraag, in hoeverre het gemiddelde van vier, resp. van acht en van twaalf puntmetingen het veldgemiddelde beter benadert dan de aftappingen van één enkele regenmeter.

Men voelt intuïtief aan, dat als men de centrale regenmeter nr. 5 zou vervangen door het gemiddelde van 4 in een vierkant hieromheen geplaatste regenmeters, dit gemiddelde een betere benadering van het veldgemiddelde zal zijn, (meer representatief zal zijn) dan de enkele meting H_5 alleen. Nu rijst direkt de vraag: hoeveel beter? Doet het er nog toe, als die vier regenmeters over verschillende oppervlakken maar binnen het terrein in kwestie staan? En als die vier regenmeters er acht of twaalf worden, hoe is het dan met de representativiteit gesteld? Om op dit soort vragen antwoord te kunnen geven, lieten we, grotendeels machinaal van iedere regen de volgende gemiddelden, met hun afwijkingen t.o.v. het (ware) veldgemiddelde berekenen.

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{4} (H_4 + H_{11} + H_6 + H_{12}) ; \Delta_A = A - G \\
 B &= \frac{1}{4} (H_3 + H_{10} + H_7 + H_{13}) ; \Delta_B = B - G \\
 C &= \frac{1}{4} (H_2 + H_9 + H_8 + H_{14}) ; \Delta_C = C - G \\
 D &= \frac{1}{4} (H_1 + H_2 + H_8 + H_{15}) ; \Delta_D = D - G \\
 AB &= 1/8 (4 A + 4 B) ; \Delta_{AB} = AB - G \\
 AC &= 1/8 (4 A + 4 C) ; \Delta_{AC} = AC - G \\
 AD &= 1/8 (4 A + 4 D) ; \Delta_{AD} = AD - G \\
 BC &= 1/8 (4 B + 4 C) ; \Delta_{BC} = BC - G \\
 BD &= 1/8 (4 B + 4 D) ; \Delta_{BD} = BD - G \\
 ABC &= 1/12 (4 A + 4 B + 4 C) ; \Delta_{ABC} = ABC - G \\
 ABD &= 1/12 (4 A + 4 B + 4 D) ; \Delta_{ABD} = ABD - G
 \end{aligned}$$

De regenmeters die betrokken zijn bij de berekening van A, B en C vormen vierkanten met zijden van resp. (afgerond) 6, 14 en 28 meter; de vierhoek D heeft zijden van ca. 200, 85, 80 en 40 meter.

Van alle Δ 's werden, afzonderlijk voor elke groep waartoe G behoorde, frekwentieverdelingen samengesteld; voorts werden uit deze frekwentieverdelingen, waarin uitschieters buiten beschouwing werden gelaten, standaardafwijkingen $s(\Delta_A)$, $s(\Delta_B)$ $s(\Delta_{ABD})$ berekend. De uitkomsten van deze berekeningen zijn in tabel 10 verzameld.

Table 10 Values of $s(\Delta_A)$, etc. in mm.

Tabel 10 Waarden van $s(\Delta_A)$, enz.; $s(\Delta_{AB})$, enz.; $s(\Delta_{ABC})$ en $s(\Delta_{ABD})$ in mm.

| Groep | I | II | III | IV | V |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $s(\Delta_A)$ | 0,010 | 0,023 | 0,069 | 0,158 | 0,231 |
| $s(\Delta_B)$ | 0,014 | 0,023 | 0,054 | 0,091 | 0,247 |
| $s(\Delta_C)$ | 0,021 | 0,017 | 0,053 | 0,098 | 0,204 |
| $s(\Delta_D)$ | 0,016 | 0,028 | 0,066 | 0,103 | 0,175 |
| gemiddeld | 0,016 | 0,023 | 0,061 | 0,113 | 0,214 |
| $s(\Delta_{AB})$ | 0,008 | 0,016 | 0,038 | 0,072 | 0,087 |
| $s(\Delta_{AC})$ | 0,009 | 0,015 | 0,041 | 0,057 | 0,146 |
| $s(\Delta_{AD})$ | 0,009 | 0,012 | 0,033 | 0,075 | 0,128 |
| $s(\Delta_{BC})$ | 0,010 | 0,013 | 0,035 | 0,073 | 0,124 |
| $s(\Delta_{BD})$ | 0,008 | 0,013 | 0,034 | 0,062 | 0,149 |
| gemiddeld | 0,009 | 0,014 | 0,036 | 0,068 | 0,127 |
| $s(\Delta_{ABC})$ | 0,007 | 0,010 | 0,023 | 0,038 | 0,048 |
| $s(\Delta_{ABD})$ | 0,007 | 0,007 | 0,024 | 0,041 | 0,067 |
| gemiddeld | 0,007 | 0,009 | 0,024 | 0,039 | 0,058 |

Zoals te verwachten viel, is er een geleidelijke afname van de gemiddelden van de standaardafwijkingen, die tot éénzelfde kolom behoren (zie $0,016 \rightarrow 0,009 \rightarrow 0,007$, enz.), d.w.z. naarmate men het gemiddelde van meer regenmeters vergelijkt met het veldgemiddelde. Voorts blijkt uit tabel 10, dat in het algemeen niet gezegd kan worden, dat één van de vierhoeken A, B, C of D het veldgemiddelde beter representeert dan de overige drie. Men kan zich voorts afvragen, of de in tabel 10 gevonden waarden $s(\Delta_A)$, $s(\Delta_B)$, etc. in overeenstemming zijn met die, welke men op grond van de betrekkingen $A = \frac{1}{4}(H_4 + H_{11} + H_6 + H_{12})$, $B = \frac{1}{4}(H_3 + H_{10} + H_7 + H_{13})$ etc., en de gevonden waarden van $s(\Delta_4)$, $s(\Delta_{11})$ etc., in tabel 9 zou verwachten.

Nu volgt uit $A = \frac{1}{4}(H_4 + H_{11} + H_6 + H_{12})$ dat

$$\Delta_A = A - G = \frac{1}{4}(H_4 - G) + \frac{1}{4}(H_{11} - G) + \frac{1}{4}(H_6 - G) + \frac{1}{4}(H_{12} - G) = \frac{1}{4}(\Delta_4 + \Delta_{11} + \Delta_6 + \Delta_{12}), \text{ zodat}$$

$$\sigma_{\Delta_A}^2 = \frac{1}{16} (\sigma_{\Delta_4}^2 + \sigma_{\Delta_{11}}^2 + \sigma_{\Delta_6}^2 + \sigma_{\Delta_{12}}^2) + \frac{2}{16} \{ \text{cov}(\Delta_4, \Delta_{11}) + \text{cov}(\Delta_4, \Delta_6) + \dots + \text{cov}(\Delta_6, \Delta_{12}) \} \approx \frac{1}{4} \sigma_{\Delta_4}^2, \text{ daar bij benadering de varianties van de } \Delta\text{'s}$$

gelijk zijn en de covarianties van elk tweetal, in verband met de onderlinge onafhankelijkheid ($H_i - G$ is niet afhankelijk van $H_j - G$ voor $i \neq j$; de minimale afstand tussen 2 regenmeters werd nog zo groot genomen dat ze elkaar niet aerodynamisch konden beïnvloeden) nul verondersteld werden.

We toetsen daarom met de F-toets de hypothesen

$$s_{\Delta_A}^2 = \sigma_{\Delta_A}^2 \dots\dots\dots (1)$$

$$s_{\Delta_B}^2 = \sigma_{\Delta_B}^2 \dots\dots\dots (2)$$

$$s_{\Delta_C}^2 = \sigma_{\Delta_C}^2 \dots\dots\dots (3)$$

$$s_{\Delta_D}^2 = \sigma_{\Delta_D}^2 \dots\dots\dots (4),$$

waarbij $\sigma_{\Delta_A}^2$, $\sigma_{\Delta_B}^2$, $\sigma_{\Delta_C}^2$ en $\sigma_{\Delta_D}^2$ geschat worden met behulp van

$$\sigma_{\Delta_A}^2 = \frac{1}{16} (s_{\Delta_4}^2 + s_{\Delta_{11}}^2 + s_{\Delta_6}^2 + s_{\Delta_{12}}^2)$$

$$\sigma_{\Delta_B}^2 = \frac{1}{16} (s_{\Delta_3}^2 + s_{\Delta_{10}}^2 + s_{\Delta_7}^2 + s_{\Delta_{13}}^2)$$

$$\sigma_{\Delta_C}^2 = \frac{1}{16} (s_{\Delta_2}^2 + s_{\Delta_9}^2 + s_{\Delta_8}^2 + s_{\Delta_{14}}^2)$$

$$\sigma_{\Delta_D}^2 = \frac{1}{16} (s_{\Delta_1}^2 + s_{\Delta_5}^2 + s_{\Delta_{15}}^2 + s_{\Delta_{16}}^2)$$

In tabel 11 zijn de waarden van beide leden van (1), (2), (3) en (4) overzichtelijk voor de 5 G-groepen gegroepeerd, met de quotiënten

$$F = s_{\Delta_A}^2 / \sigma_{\Delta_A}^2, \text{ etc. Volgens de F-toets wordt } H_0 \text{ niet verworpen,}$$

(behoudens onbetrouwbaarheid α) als de steekproefvariantie s^2 een zodanige waarde heeft, dat

$$P_{\frac{1}{2}\alpha} < \frac{s^2}{\sigma^2} < P_{1-\frac{1}{2}\alpha},$$

waarin

$$P_{\frac{1}{2}\alpha} = \chi^2_{\frac{1}{2}\alpha} / \nu \quad \text{en} \quad P_{1-\frac{1}{2}\alpha} = \chi^2_{1-\frac{1}{2}\alpha} / \nu. \quad (\nu = \text{aantal vrijheidsgraden van de steekproef})$$

Uit getabelleerde percentielen van de χ^2 / ν - verdeling lezen we voor $\alpha = 0,10$ de volgende drempelwaarden af:

| ν | 66 | 95 | 61 | 58 |
|------------|-------|-------|-------|-------|
| $P_{0,05}$ | 0,733 | 0,775 | 0,724 | 0,718 |
| $P_{0,95}$ | 1,30 | 1,25 | 1,32 | 1,32 |

Tabel 11. Toetsing van de hypothesen $s^2 = \sigma^2$ Table 11. Testing of $s^2 = \sigma^2$

| Groep | I | II | III | IV | V |
|-----------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | 66 | 66 | 95 | 61 | 58 |
| $s^2_{\Delta A}$ | 0,000105 | 0,000522 | 0,004717 | 0,024871 | 0,053398 |
| $\sigma^2_{\Delta A}$ | 0,000131 | 0,000638 | 0,005250 | 0,013643 | 0,051206 |
| F = | 0,802 | 0,818 | 0,898 | 1,82 | 1,04 |
| $s^2_{\Delta B}$ | 0,00020 | 0,00053 | 0,00291 | 0,00836 | 0,06078 |
| $\sigma^2_{\Delta B}$ | 0,00015 | 0,00044 | 0,00332 | 0,00768 | 0,04554 |
| F = | 1,33 | 1,20 | 0,877 | 1,09 | 1,33 |
| $s^2_{\Delta C}$ | 0,000430 | 0,000299 | 0,002825 | 0,009603 | 0,041795 |
| $\sigma^2_{\Delta C}$ | 0,000219 | 0,000963 | 0,003137 | 0,009237 | 0,100812 |
| F = | 1,96 | 0,310 | 0,901 | 1,04 | 0,415 |
| $s^2_{\Delta D}$ | 0,000261 | 0,000774 | 0,004378 | 0,010705 | 0,030710 |
| $\sigma^2_{\Delta D}$ | 0,000275 | 0,001825 | 0,004106 | 0,011075 | 0,07461 |
| F = | 0,949 | 0,424 | 1,07 | 0,967 | 0,411 |

Uit tabel 11 blijkt, dat in slechts 2 van de 20 onderzochte gevallen de berekende F te groot en in 4 gevallen te klein is om de getoetste hypothesen niet te verwerpen; in het algemeen gesproken pleit dit toch wel voor de juistheid van onze veronderstelling, dat elk tweetal Δ_i, Δ_j ($i \neq j$) als onafhankelijk dient te worden beschouwd.

In de figuren 4a t/m 4c is, op normaal waarschijnlijkheidspapier de kansverdeling van $\Delta(1)$, van $\Delta(4)$, van $\Delta(8)$ en van $\Delta(12)$ voor de 5 groepen van G weergegeven; met $\Delta(j)$ ($j = 1; 4; 8; 12$) is bedoeld: de afwijking van het gemiddelde van j regenmeters t.o.v. het veldgemiddelde, berekend uit alle 15 regenmeters.

F. Het onderzoek naar de kansverdeling van de verschillen tussen aftappingen van twee regenmeters op verschillende afstanden.

Voor de beantwoording van de in hoofdstuk A gestelde vraag: "in hoeverre mag men de meting van een bepaalde regenmeter op een bepaalde plaats vervangen door een andere, die op enige afstand in hetzelfde veld geplaatst is?" werd begonnen met het vervaardigen van frekwentieverdelingen van verschillen in aftapping tussen 2 regenmeters, die op eenzelfde afstand geplaatst waren. Voor een afstand van 4 meter tussen 2 regenmeters werden aldus, per regen ook weer gesplitst naar de 5 verschillende G-groepen, machinaal getabelleerd de verschillen

voor 10 m: $H_5 - H_4, H_5 - H_{11}, H_5 - H_6$ en $H_5 - H_{12}$;
 $H_5 - H_3, H_5 - H_{10}, H_5 - H_7$ en $H_5 - H_{13}$

voor 20 m: $H_5 - H_2, H_5 - H_9, H_5 - H_8$ en $H_5 - H_{14}$

voor ca 100 m: $H_5 - H_{15}$ en $H_5 - H_1$

voor 200 m: $H_1 - H_{15}$

Uit de vervaardigde $5 \times 15 = 75$ frekwentieverdelingen werden gemiddelden en standaardafwijkingen van deze verschillen berekend. De uitkomsten zijn in de tabellen 12 a en 12 b weergegeven.

Tabel 12 a. Gemiddelden van verschillen in aftapping tussen regenmeters op diverse afstanden (in mm) ¹⁾

| <u>Afstand 4 m</u> | I | II | III | IV | V |
|--------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $H_5 - H_{12}$ | -0,006 | <u>-0,021</u> | -0,036 | -0,090 | -0,074 |
| $H_5 - H_4$ | <u>+0,012</u> | +0,010 | <u>+0,032</u> | <u>+0,139</u> | <u>+0,077</u> |
| $H_5 - H_6$ | -0,005 | -0,007 | <u>-0,022</u> | <u>-0,145</u> | -0,139 |
| $H_5 - H_{11}$ | -0,002 | -0,015 | -0,064 | -0,212 | -0,138 |
| gemiddeld | 0,000 | -0,008 | -0,022 | -0,077 | -0,068 |

| <u>Afstand 10 m</u> | I | II | III | IV | V |
|----------------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| H ₅ - H ₇ | +0,011 | +0,011 | <u>+0,010</u> | <u>+0,097</u> | +0,132 |
| H ₅ - H ₃ | <u>+0,010</u> | -0,001 | +0,004 | +0,064 | <u>+0,209</u> |
| H ₅ - H ₁₀ | <u>+0,021</u> | <u>+0,021</u> | +0,030 | <u>+0,078</u> | +0,141 |
| H ₅ - H ₁₃ | +0,004 | +0,012 | +0,024 | +0,043 | -0,040 |
| gemiddeld | +0,012 | +0,011 | +0,017 | +0,070 | +0,110 |
| <u>Afstand 20 m</u> | | | | | |
| H ₅ - H ₉ | +0,018 | +0,011 | +0,012 | +0,049 | +0,044 |
| H ₅ - H ₁₄ | -0,014 | <u>-0,030</u> | <u>-0,040</u> | +0,065 | <u>-0,205</u> |
| H ₅ - H ₈ | +0,006 | +0,003 | +0,010 | <u>+0,049</u> | <u>+0,204</u> |
| H ₅ - H ₂ | <u>+0,009</u> | -0,008 | +0,027 | +0,065 | -0,065 |
| gemiddeld | +0,005 | -0,006 | +0,002 | +0,057 | -0,006 |
| <u>Afstand 100 m</u> | | | | | |
| H ₅ - H ₁₅ | -0,013 | <u>-0,013</u> | -0,032 | -0,069 | -0,015 |
| H ₅ - H ₁ | +0,001 | -0,016 | -0,027 | +0,075 | +0,075 |
| gemiddeld | -0,006 | -0,014 | -0,030 | +0,003 | +0,030 |
| <u>Afstand 200 m</u> | | | | | |
| H ₁ - H ₁₅ | -0,014 | +0,003 | -0,005 | -0,144 | -0,090 |

Table 12 a. Means of differences between rainfall amounts measured at various distances (in mm).

1) De onderstreepte gemiddelden zijn significant $\neq 0$.

Tabel 12 b. Standaardafwijkingen van verschillen in aftapping tussen regenmeters op diverse afstanden. (in mm)

| <u>Afstand 4 m</u> | I | II | III | IV | V |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $s(H_5 - H_{12})$ | 0,035 | 0,047 | 0,239 | 0,336 | 0,460 |
| $s(H_5 - H_4)$ | 0,025 | 0,055 | 0,115 | 0,226 | 0,423 |
| $s(H_5 - H_6)$ | 0,032 | 0,054 | 0,127 | 0,299 | 0,458 |
| $s(H_5 - H_{11})$ | 0,023 | 0,050 | 0,171 | 0,304 | 0,598 |
| $\bar{s} (4)$ | 0,029 | 0,052 | 0,163 | 0,291 | 0,485 |
| <u>Afstand 10 m</u> | | | | | |
| $s(H_5 - H_7)$ | 0,044 | 0,056 | 0,142 | 0,226 | 0,619 |
| $s(H_5 - H_3)$ | 0,030 | 0,064 | 0,146 | 0,227 | 0,487 |
| $s(H_5 - H_{10})$ | 0,043 | 0,054 | 0,171 | 0,267 | 0,571 |
| $s(H_5 - H_{13})$ | 0,035 | 0,049 | 0,160 | 0,280 | 0,376 |
| $\bar{s} (10)$ | 0,038 | 0,056 | 0,155 | 0,250 | 0,513 |
| <u>Afstand 20 m</u> | | | | | |
| $s(H_5 - H_9)$ | 0,039 | 0,078 | 0,146 | 0,244 | 0,680 |
| $s(H_5 - H_{14})$ | 0,038 | 0,086 | 0,191 | 0,242 | 0,621 |
| $s(H_5 - H_8)$ | 0,032 | 0,073 | 0,125 | 0,263 | 0,565 |
| $s(H_5 - H_2)$ | 0,043 | 0,067 | 0,168 | 0,217 | 0,432 |
| $\bar{s} (20)$ | 0,038 | 0,076 | 0,158 | 0,242 | 0,575 |
| <u>Afstand 100 m</u> | | | | | |
| $s(H_5 - H_{15})$ | 0,052 | 0,083 | 0,208 | 0,296 | 0,533 |
| $s(H_5 - H_1)$ | 0,057 | 0,129 | 0,260 | 0,308 | 0,602 |
| $\bar{s} (100)$ | 0,055 | 0,106 | 0,234 | 0,302 | 0,568 |
| <u>Afstand 200 m</u> | | | | | |
| $s(H_1 - H_{15})$ | 0,064 | 0,101 | 0,238 | 0,442 | 0,717 |
| = $s (200)$ | | | | | |

Table 12 b. Standard deviations of differences between rainfall amounts at various distances (in mm).

Wat leren ons nu de getallen uit tabel 12 b? Allereerst dat de waarden $\bar{s}(4)$, $\bar{s}(10)$, etc. toenemen met toenemend veldgemiddelde. Dit was te verwachten, daar uit

$$\sigma^2 (H_i - H_j) = \sigma^2 (\Delta_i - \Delta_j) = \sigma_{\Delta_i}^2 + \sigma_{\Delta_j}^2 - 2 \text{cov}(\Delta_i, \Delta_j) \approx \sigma_{\Delta_i}^2 + \sigma_{\Delta_j}^2$$

(zie de conclusie in hoofdstuk E)

volgt, dat als σ_{Δ_i} toeneemt, dit ook met $\sigma(H_i - H_j)$ het geval zal zijn.

Voorts suggereren de gemiddelden $\bar{s}(4)$, $\bar{s}(10)$, $\bar{s}(20)$, $\bar{s}(100)$ en $s(200)$ in tabel 12 dat met toenemende afstand tussen 2 regenmeters, bij eenzelfde G-klasse ook $\sigma(H_i - H_j)$ in het algemeen toeneemt.

Theoretisch is de toename van $\sigma(H_i - H_j)$ met de afstand als volgt af te leiden:

$$\text{Uit } \sigma^2 (H_i - H_j) = \sigma^2 (H_i) + \sigma^2 (H_j) - 2 \rho_{H_i H_j} \sigma(H_i) \sigma(H_j)$$

volgt, als we $\sigma(H_i) = \sigma(H_j) = \sigma$ veronderstellen:

$$\sigma^2 (H_i - H_j) = 2 \sigma^2 (1 - \rho_{H_i H_j})$$

$$\text{dus } \sigma(H_i - H_j) = \sigma \sqrt{2(1 - \rho_{H_i H_j})}.$$

Nu is aannemelijk, dat $\rho_{H_i H_j}$ kleiner wordt, naarmate de afstand tussen de regenmeters groter wordt, zodat $1 - \rho_{H_i H_j}$ toeneemt en daarmee ook $\sigma(H_i - H_j)$. De waarden van $\bar{s}(4)$ en $\bar{s}(10)$ in tabel 12 b zijn, althans voor de eerste drie G-groepen vrijwel gelijk. In figuur 5, waar het verband tussen G en $\sigma(H_i - H_j)$ voor de verschillende afstanden grafisch is weergegeven, is daarom door de gemiddelden van $\bar{s}(4)$ en $\bar{s}(10)$ een vloeiende kromme getrokken (zie s(4 à 10)).

Wellicht ten overvloede is nog op de gegevens van $\bar{s}(4)$, $\bar{s}(10)$, $\bar{s}(20)$, $\bar{s}(100)$ en $s(200)$ uit tabel 12 b de hypothese: de standaardafwijkingen $\sigma(H_i - H_j)$ hebben per G-klasse waarden, die met toenemende afstand tussen de regenmeters toevallige verschillen te zien geven, met als alternatieve hypothese, dat voor het merendeel der G-klassen $\sigma(H_i - H_j)$ een stijgend verloop vertoont, met een verlooptoets onderzocht.

De met deze toets berekende toetsingsgroottheid had een overschrijdingskans in de orde van 10^{-4} , zodat de alternatieve hypothese zonder voorbehoud wordt aanvaard.

Als wij op een veld van circa 3 ha negatieve correlaties tussen H_i en H_j buiten beschouwing laten is de kleinste waarde van $\rho_{H_i H_j}$ gelijk aan 0 en is $\sigma_{\max}(H_i - H_j) = \sigma\sqrt{2}$.

Vullen we voor σ de in tabel 9 gevonden waarden van s_{Δ_i} in, dan zijn voor de 5 G-groepen de waarden van $\sigma_{\max}(H_i - H_j)$ resp. 0,038; 0,079; 0,178; 0,287 en 0,677 (in fig. 5 met + aangegeven).

Uit de figuur blijkt direkt, dat we grotere waarden voor $\sigma(H_i - H_j)$ hebben gevonden dan de theoretisch "maximale". Dit is wel verklaarbaar. Zo is de waarde $\sigma(H_i - H_j)$ bijzonder gevoelig voor uitschieters in $H_i - H_j$. De waarden σ_{\max} zijn berekend uit σ 's, die op hun beurt berekend zijn als het gemiddelde van 15 s_{Δ_i} 's; het gemiddelde "nivelleert" de grote s_{Δ_i} 's.

Tenslotte is het zeer wel mogelijk, dat het verschil $H_i - H_j$, behalve behept te zijn met meetfouten en toevallige fouten, significant van 0 verschillend is, m.a.w. $\xi(H_i - H_j)$ kan voor bepaalde combinaties van i en j ongelijk 0 zijn, doordat, op de lange duur, ter plaatse "i" meer regen valt dan op "j"; men zie in tabel 12 a de onderstreepte gemiddelden, die na toepassing van de tekentoots op de betreffende reeks verschillen, significant ongelijk 0 bleken te zijn (behoudens een onbetrouwbaarheid van ten hoogste 5%).

Ook hierdoor kan $\sigma(H_i - H_j)$ groter uitvallen, dan wanneer voor elk tweetal (H_i, H_j) zou gelden:

$$\xi(H_i) = \xi(H_j) \quad (\text{zie o.a. (1), pag. 5})$$

Voor praktisch gebruik menen wij de curven van figuur 5 te moeten aanbevelen. Een enkel voorbeeld ter illustratie.

Stel, dat er uit de centrale regenmeter nr 5 een hoeveelheid van 10 mm wordt afgetapt. Zou deze regenmeter 4 à 10 meter verder hebben gestaan, dan kan met een betrouwbaarheid van 95% gezegd worden, dat ginds tussen de 9.3 en 10.7 mm afgetapt zou zijn, op 100 m tussen de 9.2 en 10.8 mm en op 200 m in 95 van de 100 keren tussen de 8.9 en 11.1 mm.

Slotwoord

Bij het schrijven van hoofdstuk B is gebruik gemaakt van enkele aantekeningen van Dr. Levert. De schrijver betuigt voorts zijn dank aan Dr. Rijkooort voor enkele kritische opmerkingen.

S U M M A R Y

In order to get an impression of the representativeness of precipitation measurements with only one raingauge for the mean over a certain relatively small surface, 15 raingauges were exposed in the garden of the Royal Netherlands Meteorological Institute at De Bilt, for the period from 1-IV-1959 up to 31-XII-1961 inclusive. The data obtained from uninterrupted rainfalls were analysed. In chapter A details are given about the exposure. In chapter B the reader is made acquainted with some definitions on the subject: "representativeness".

The question, how far there are systematic differences between the 15 points (both for the complete data and for those divided according to a number of four sectors of wind-directions), is answered in chapter C.

In the last three chapters the following items have been investigated:

- chapter D: the measure of representativeness of the mean of a given surface by using only one raingauge;
- chapter E: the measure of representativeness of the mean of a given surface by using respectively the average of four, eight or twelve pointmeasurements;
(illustrated by fig.4a, 4b, 4c)
- chapter F: how the representativeness of a pointmeasurement, that has been replaced by another one at some distance, will decrease by increasing distance between the two gauges (illustrated by fig.5).

Literatuur

- (1) Levert, C. Vergelijking der metingen, uitgevoerd met de standaard-regenmeter (400 cm²) en met een nieuw type (200 cm²)
Verslagen van het Kon.Nederlands Meteorologisch
Instituut. V- 44 (R III-227-1959)

- (2) Levert, C. De betrekkelijke waarde van de meting met één regen-
meter.
Hemel en dampkring. Jg. 52 - 1961, pp.133.

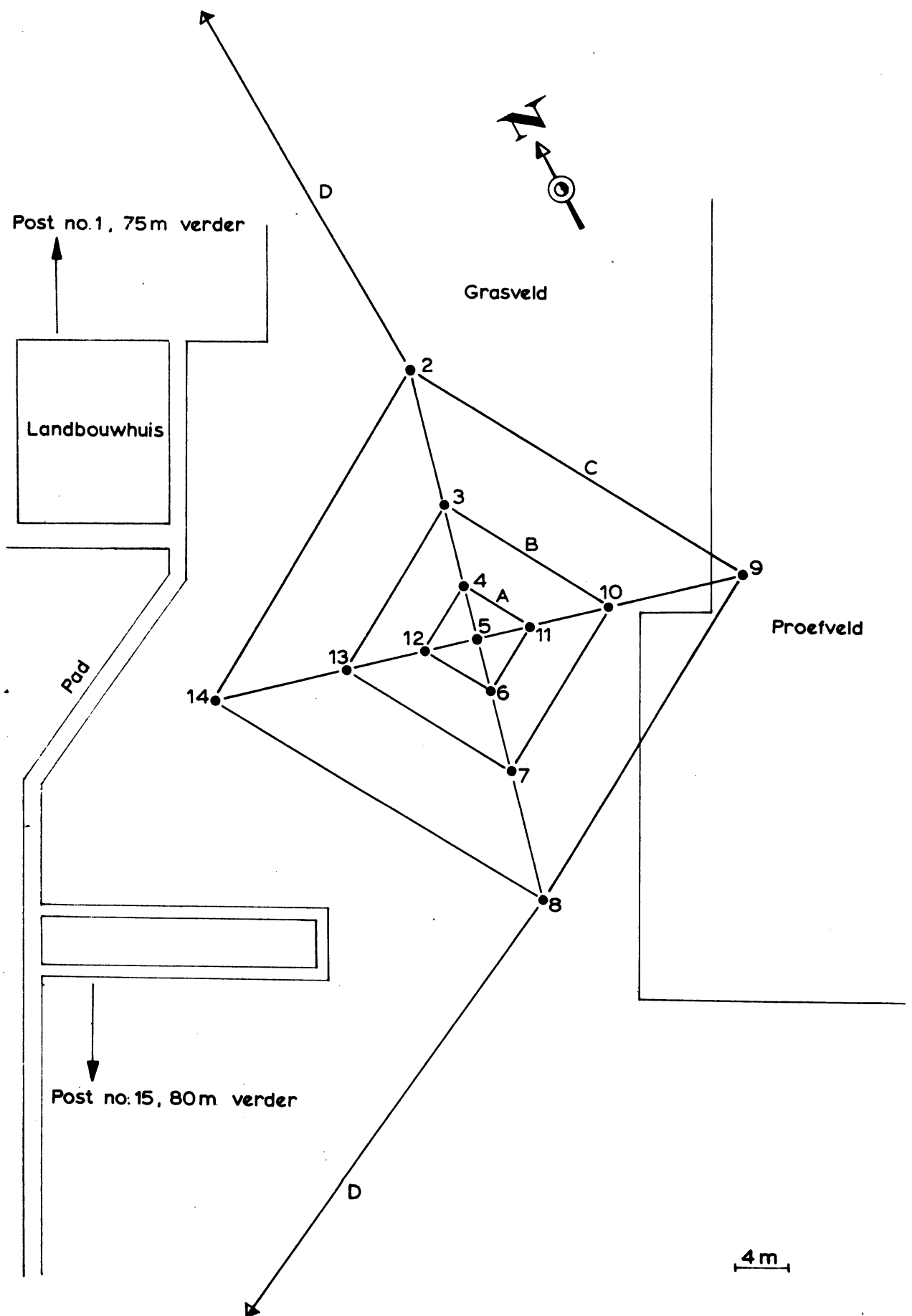


Fig. 1: Ligging van de 15 regenmeters op het K.N.M.I - proefterrein.
 Fig. 1: Situation of 15 raingauges in the experiment garden of the Meteorological Institute.

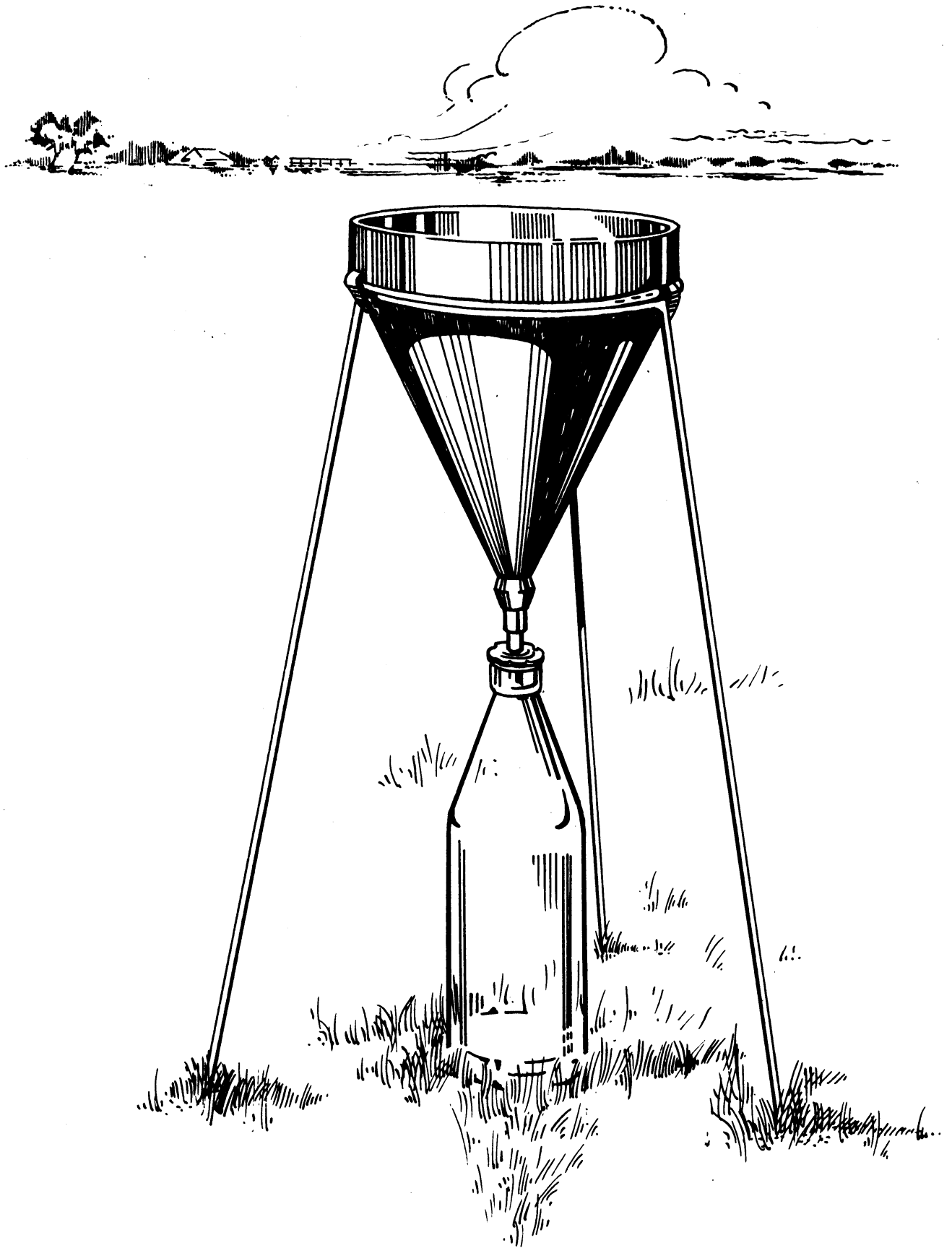


Fig. 2: Model van de gebruikte regenmeters, met opvangfles.
Fig. 2: Sketch of collector and receiver of the used raingauge.

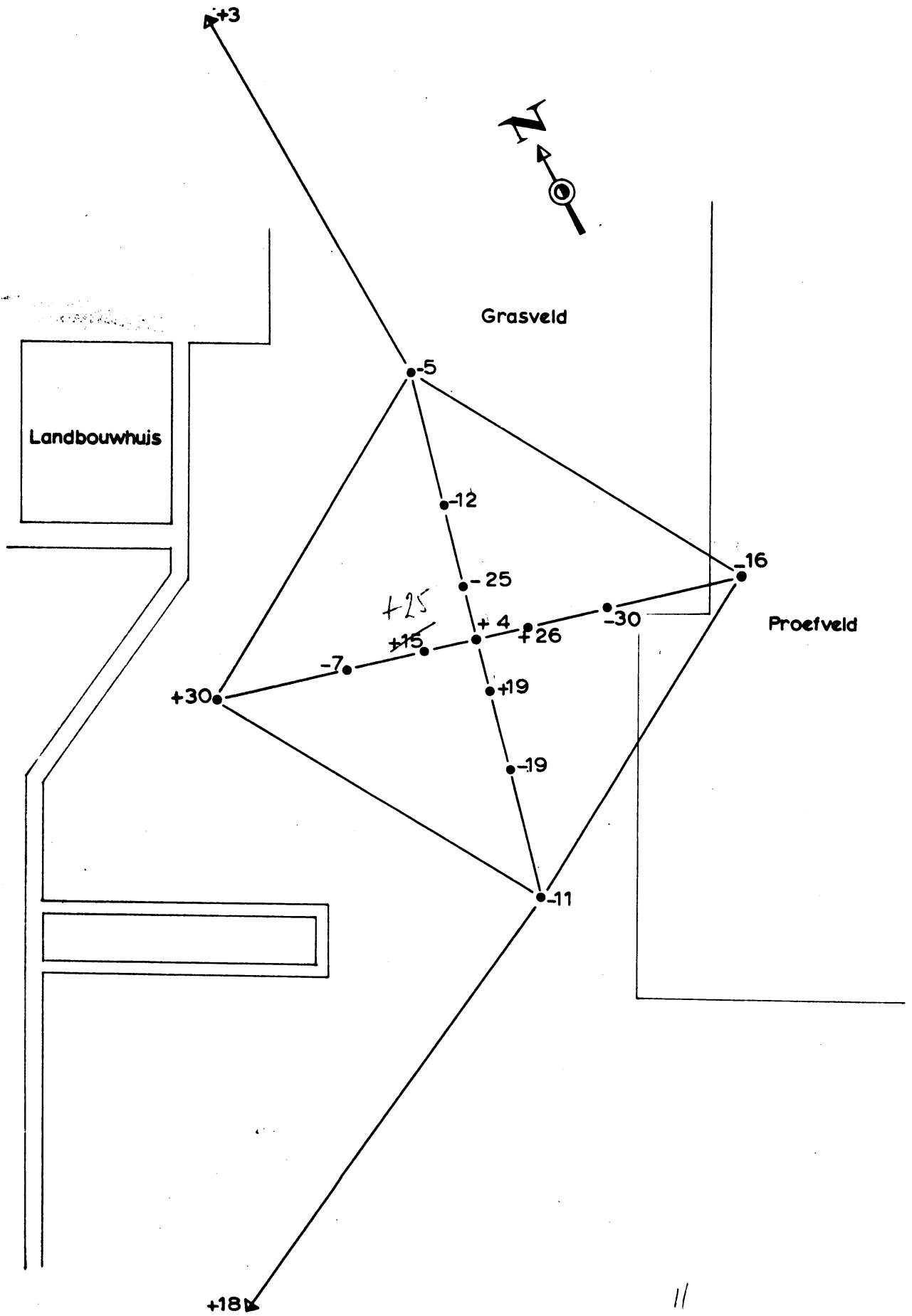


Fig. 3: Waarden van $t - \bar{t}$ (zie tekst blz. 8)

Fig. 3: Values of $t - \bar{t}$ (see text page 8)

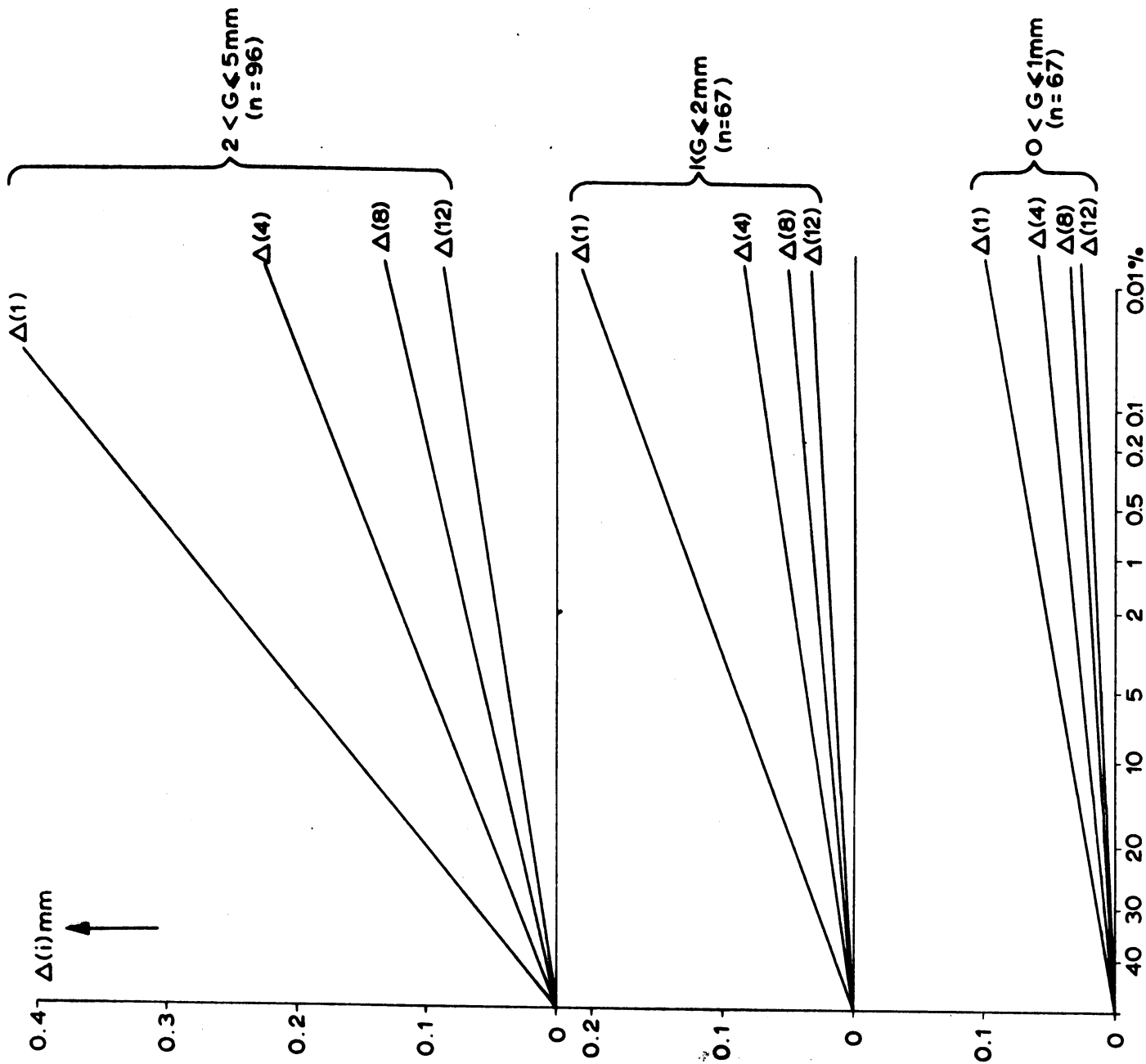


Fig. 4a: Waarschijnlijkheidsverdeling van $\Delta(i)$; $i=1, 4, 8, 12$.

Fig. 4a: Cumulative probability distribution of $\Delta(i)$; $i=1, 4, 8, 12$.

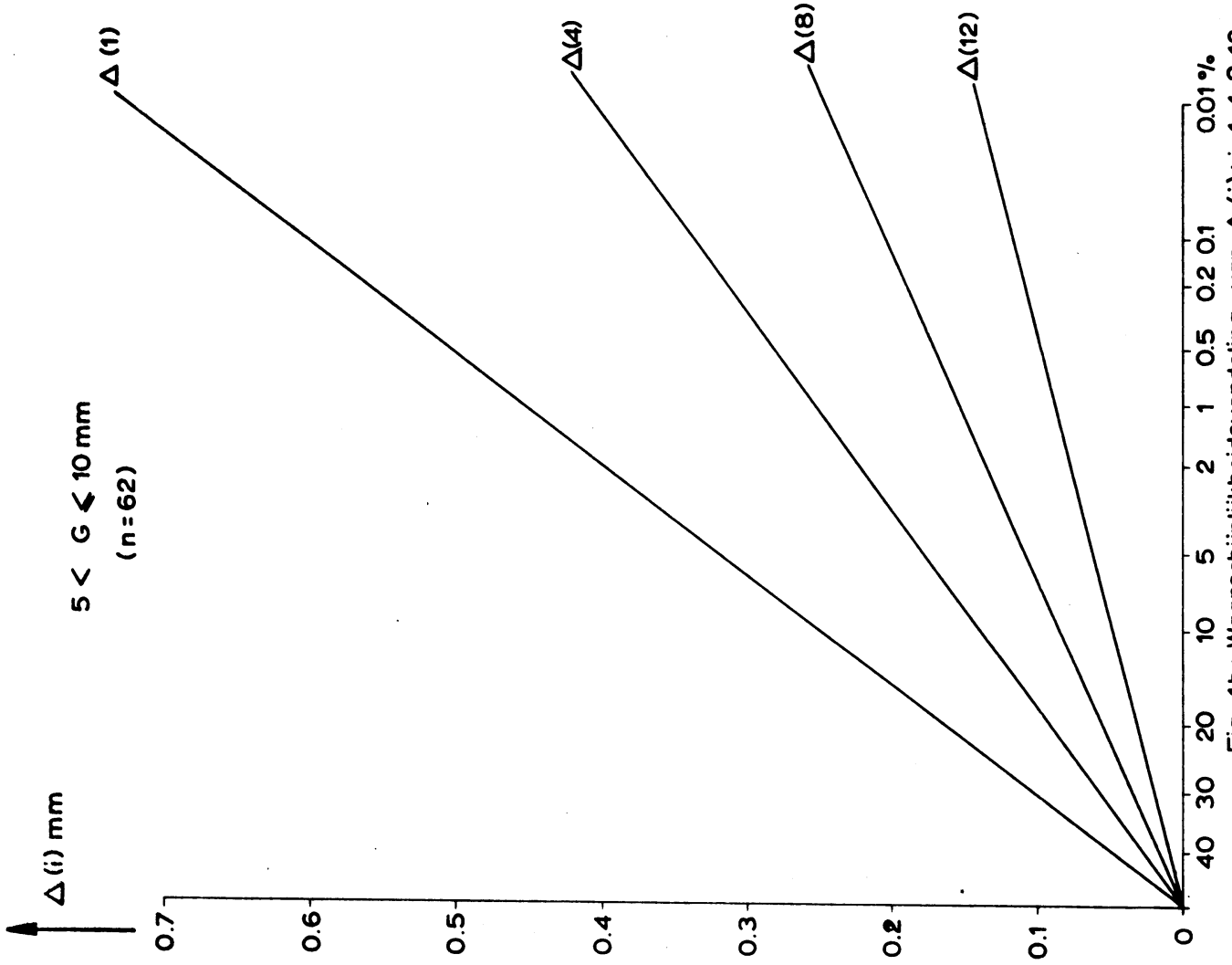


Fig. 4b: Waarschijnlijkheidsverdeling van $\Delta(i)$; $i=1,4,8,12$.
 Fig. 4b: Cumulative probability distribution of $\Delta(i)$; $i=1,4,8,12$.

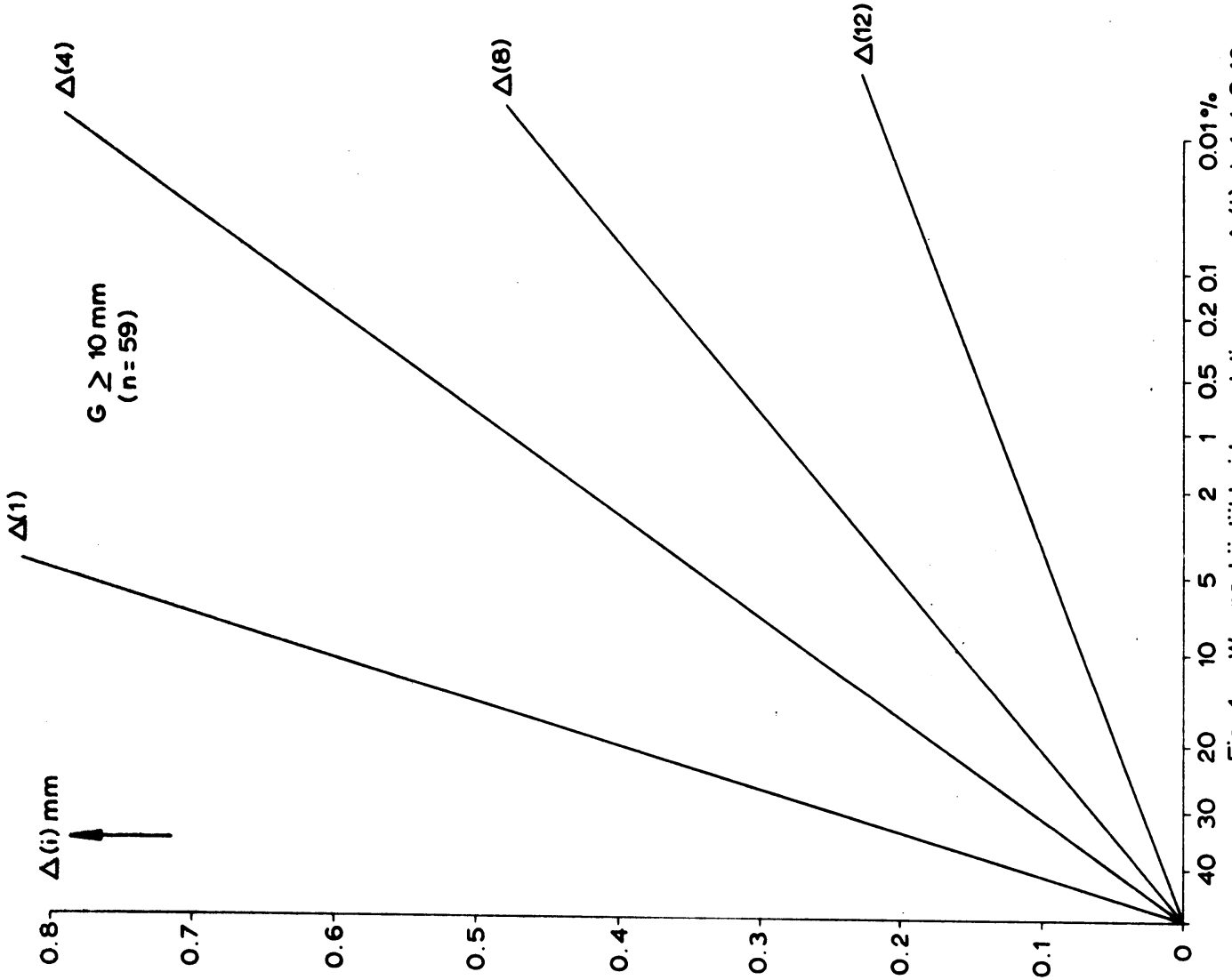


Fig. 4c: Waarschijnlijkheidsverdeling van $\Delta(i)$; $i=1, 4, 8, 12$.
 Fig. 4c: Cumulative probability distribution of $\Delta(i)$; $i=1, 4, 8, 12$.

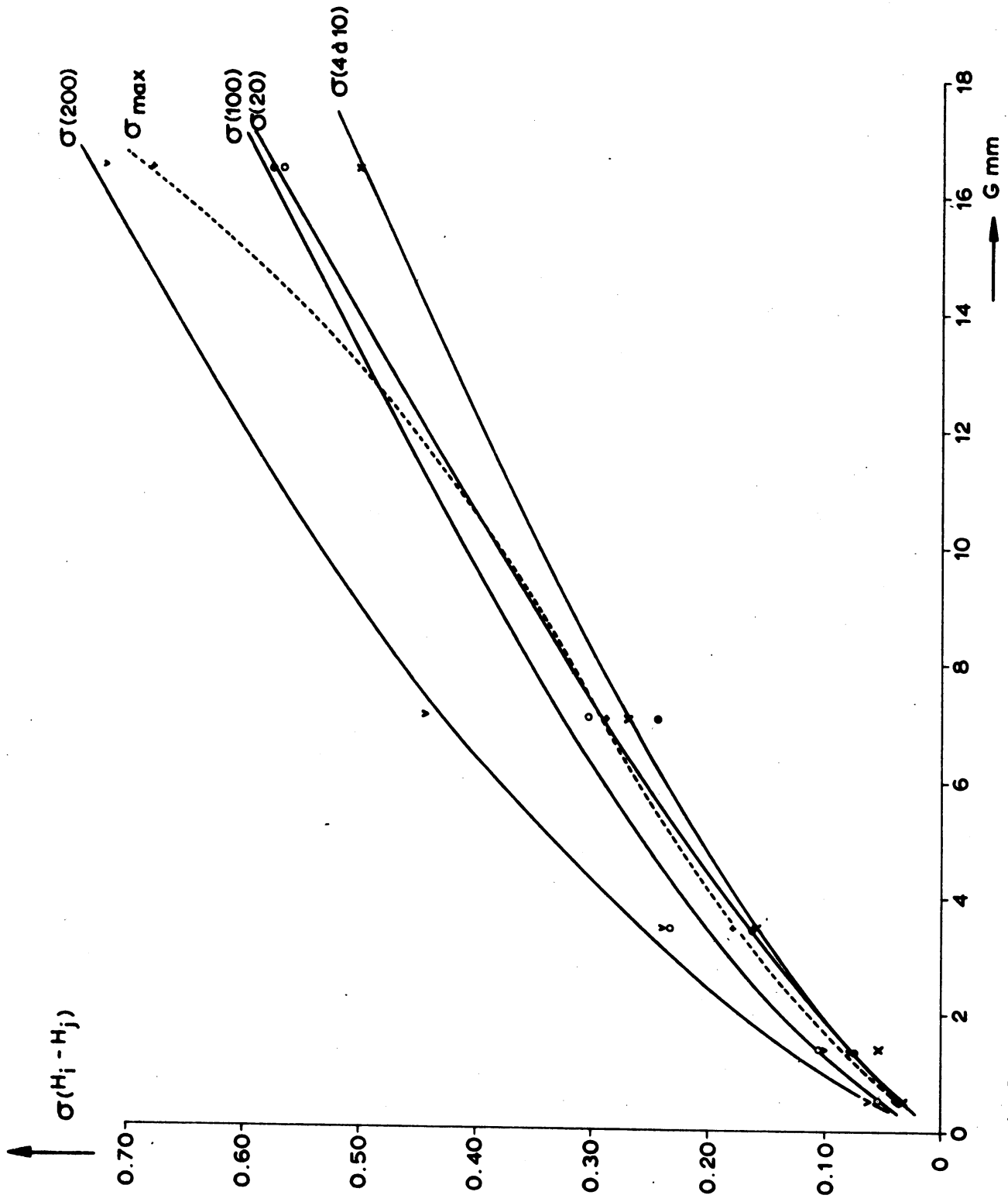


Fig. 5 Verband tussen veldgemiddelde .G, en standaardafwijking van verschillen in aftapping tussen 2 regenmeters op diverse afstanden.
 Fig. 5 Relationship between areal-mean, G, and standard deviation of differences of rainfall amounts measured by two raingauges at various distances.