

16 JULI 1970

KONINKLIJK NEDERLANDS
METEOROLOGISCH INSTITUUT

D e B i l t

WETENSCHAPPELIJK RAPPORT
W.R. 70-2

L. Otto

De kans op hoge stroomsnelheden bij de
Nederlandse lichtscheper

De Bilt, 1970

Kon. Ned. Meteor. Inst.
De Bilt

Publikatienummer: K.N.M.I. W.R. 70-2 (IV)

All rights reserved

Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd en/of openbaar gemaakt door middel van druk, fotokopie, microfilm of op welke andere wijze ook zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van het K.N.M.I., De Bilt.

U.D.C. 551.465.536

De kans op hoge stroomsnelheden bij de Nederlandse lichtschepen

L. Otto

Samenvatting

Stroomgegevens van de lichtschepen Noord-Hinder, Goeree, Texel en Terschellingerbank uit de jaren 1954 tot en met 1963 werden statistisch bewerkt. Deze gegevens bestaan uit uurlijkse gemiddelden van de stroomsnelheid, verdeeld in twee categoriën: vloed- en ebrichting. De frekwentieverdeling van de stroomsnelheid werd vastgesteld (fig. 1) evenals de overschrijdingsfrequentie van de snelheid voor waarden boven 1 zeemijl/uur (fig. 2).

De jaarmaxima van de stroomsnelheid werden eveneens bepaald (tabel in paragraaf 2.3) en op grond hiervan werd, met gebruik van de theorie van Gumbel voor extreme waarden, de frequentie van optreden van de hoge stroomsnelheden geëxtrapoleerd naar langere perioden (fig. 3).

Er blijkt geen duidelijke seizoensperiodiciteit te bestaan in het optreden van zeer hoge stroomsnelheden, wanneer de groep lichtschepen in zijn geheel wordt beschouwd (fig. 4).

Het optreden van hoge snelheden tijdens enkele opeenvolgende uren en tijdens enkele opeenvolgende getij perioden geeft een indruk van de persistentie van de gevallen met zulke sterke stromen (fig. 5 en 6).

In een annex wordt ingegaan op de theoretische aspecten van de overschrijdingsfrequentie van een stroom die bestaat uit een periodiek variërende getijstroom en een stochastisch variabele reststroom. Getracht is om de overschrijdingskans per getij periode af te leiden uit de overschrijdingskans per uurlijkse waarneming (fig. 10). De hieruit af te leiden overschrijdingskans van het jaarmaximum van de stroom is vergeleken met de overschrijdingskans die direct uit de jaarmaxima volgt (fig. 11). De overeenstemming is niet even goed voor alle lichtschepen.

The probability of high current velocities at the Netherlands lightvessels

Summary

Current data from the Netherlands lightvessels Noord-Hinder, Goeree, Texel and Terschellingerbank (for positions see paragr. 1.2) from the years 1954 to 1963 (inclusive) have been used in this statistical study. The data are hourly means of the current velocity; they have been divided into two categories: flood and ebb direction. The observations were made with a Carruthers vertical log. The frequency distribution of the velocities is obtained (fig. 1) as well as the cumulative frequency distribution of velocities exceeding certain high values, of 1 knot and more (fig. 2).

The annual maxima of the velocity were also obtained (see table in paragr. 2.3). With the use of these maxima the return period of a certain current velocity has been extrapolated towards large values by means of Gumbel's theory of extreme values (fig. 3). The 2/3 confidence limits of the extrapolated values are also given.

No significant seasonal periodicity was found in the probability of extreme velocities, if the group of lightvessels is considered as a whole (fig. 4).

The occurrence of high velocities on a consecutive number of hours or tidal periods gives an impression of the persistence of the cases with such extreme conditions (fig. 5 and 6).

In an annex a theoretical discussion is given of the probability of the current to exceed a certain velocity, if this current is composed of a periodically varying tidal current on which is superposed a stochastically varying residual current. An attempt was made to find the probability to exceed certain values during a tidal period from the probability to exceed these values for hourly observations. The results of this estimation are given (fig. 10). The probability of the annual maximum to exceed a certain value that can be derived from these results is compared with the values that follow directly from the observed annual maxima. A good agreement is not found for all lightvessels (fig. 11).

De kans op hoge stroomsnelheden bij de Nederlandse lichtschepen

1. Algemeen gedeelte

1.1 Inleiding

In verband met diverse activiteiten op de Noordzee, in het bijzonder het werk met boorplatforms, het bouwen van vaste lichttorens ter verhoging van lichtschepen en dergelijke, is het gewenst te weten welke stroomsnelheden men kan verwachten. Dit probleem is verwant aan het onderzoek naar de optimale hoogte van dijken in verband met de kans op een bepaalde waterstand (Wemelsfelder 1939, 1960).

Een inzicht in de kans op het overschrijden van een bepaalde stroomsnelheid kan ook van belang zijn bij de studie van sedimenttransport. Het zal hierbij niet alleen gaan om de overschrijdingskans van zeer hoge waarden van de stroomsnelheid, maar ook om die van minder hoge snelheden.

Daar men zelden beschikt over reeksen van stroommetingen van zo lange duur, dat hieruit de overschrijdingskans van een bepaalde stroomsnelheid direct kan worden afgeleid, is er op dit punt nog vrij veel onzekerheid. In de volgende beschouwing zal worden getracht overschrijdingskansen af te leiden uit 10-jarige reeksen van uurlijkse stroomwaarnemingen van de Nederlandse lichtschepen.

1.2 Het waarnemingsmateriaal

Het waarnemingsmateriaal bestaat uit uurlijkse stroommetingen van de lichtschepen Noord-Hinder, Goeree, Texel en Terschellingerbank voor de jaren 1954 t/m 1963.

De positie van deze lichtschepen gedurende de betreffende periode varieerde nooit meer dan een minuut lengte of breedte en was gemiddeld als volgt:

Noord-Hinder	51°39' N.Br.	2°34' O.L.
Goeree	51°56'	3°40'
Texel	53°01'	4°22'
Terschellingerbank	53°29'	5°08'

De stroom wordt op deze lichtschepen gemeten met een "vertical-log" (Carruthers, 1935). De meting van de stroomsnelheid gebeurt door de uurlijkse aflezing van een telwerk te herleiden tot het aantal omwentelingen van de schoepenstang in het afgelopen uur, waaruit met behulp van een ijk-kromme de gemiddelde stroomsnelheid volgt. De nauwkeurigheid van de stroomsnelheid is $\pm 0,1$ zeemijl/uur voor niet te exceptionele weersomstandigheden. Of de nauwkeurigheid belangrijk slechter is bij stormachtig weer is niet bekend.

Van deze metingen werd de frekwentieverdeling over stroomsnelheidsintervallen van 0,1 zeemijl/uur bepaald, voor "vloedstroom" en "ebstroom" afzonderlijk. Hierbij is als "vloedstroom" aangemerkt de stroom in een sector van 180° met noordelijke en oostelijk richting, als "ebstroom" werd aangemerkt de stroom in de andere sector, dus richtingen zuidelijk en westelijk. De preciese scheidingslijn tussen vloed- en eb-stroom is voor elk lichtschip afzonderlijk vastgesteld op grond van de vorm van de getijellips.

Deze methodiek verschilt in zoverre van de methodiek die bij het bepalen van stormvloedfrekwenties wordt gevolgd, dat niet de stroomsnelheid in de "top" van de stroomellips wordt beschouwd, maar alle vloed- en alle ebstromen. Dit is om praktische redenen gedaan, daar de vorm waarin het materiaal aanwezig was een andere bewerking bezwaarlijk maakte.

Het is duidelijk dat deze procedure bepaalde gevolgen heeft voor de interpretatie van de resultaten die uit de bewerking voortvloeien. In het hier beschouwde geval heeft men nl. te maken met een superpositie van twee kansverdelingen, nl. van de getijstroom en van de reststroom (zie paragr. 1.3). Als men daarentegen de maximale stroomsnelheid per getijperiode beschouwt, dan is het in feite alleen nodig de kansverdeling van de reststroom te kennen. De snelheid van de getijstroom is alleen een in principe bekende extra bijdrage tot de totale stroom.

Een theoretische beschouwing van de relatie tussen beide kansverdelingen wordt gegeven in een "Annex".

1.3 Discussie van de verschillende bijdragen tot de totale stroom

De stroom zoals die bij de lichtschepen voorkomt bestaat uit:

1. de getijstroom;
2. de reststroom;
3. regelmatige en onregelmatige bijdragen van korte duur, veroorzaakt door golfbeweging en turbulentie.

De getijstroom wordt doorgaans beschreven als een samenstel van een groot aantal componenten, elk met een eigen regelmatige variatie (partiële getijden).

Beschouwen wij één zo'n partieel getij, dan wordt de stroom die hierbij hoort voorgesteld door een stroomvector waarvan het uiteinde zich langs een ellips beweegt, zodanig dat de component van de stroomvector in een willekeurige richting sinusvormig met de tijd varieert. De lengten van de lange en korte as van deze getij ellips, de richting van de lange as t.o.v. het noorden en het faseverschil tussen het moment van maximale stroom en het moment van de meridiaansdoorgang van de, bij dit partiële getij horende, "astre fictif" (bij het M_2 -getij de middelbare maan) bepalen deze stroom eenduidig.

In de praktijk blijken er complicaties te bestaan bij dit betrekkelijk eenvoudige beeld. Door interactie van regelmatig en onregelmatig variërende bijdragen van de stroom en de waterstand kunnen de grootheden van de getij ellips nog kleine variaties vertonen. Deze zijn echter in de praktijk meestal te verwaarlozen.

De reststroom (dat is het residu van de stroom na aftrekking van de getijstroom) hangt o.m. af van het windveld over de Noordzee en omgeving, zowel van het heersende windveld als van vroegere situaties. Verder speelt de thermohaliene opbouw van het water een rol. De reststroom wordt daarom opgevat als een onregelmatig variërende grootheid (hoewel natuurlijk er bepaalde, b.v. seizoens-, variaties kunnen bestaan).

De stroomvariëtes van kortere duur komen in gemiddelden van de stroom over langere perioden niet tot uitdrukking. Bij de lichtschepen wordt de gemiddelde stroomsnelheid over een periode van een uur bepaald.

Voor toepassing van de uit deze waarnemingen gevonden overschrijdingskansen op praktische problemen moet dus nog met de gevolgen van stroomfluctuaties binnen een uur rekening worden gehouden. Op welke wijze dit dient te gebeuren is een probleem dat hier niet wordt behandeld.

2. Waarnemingsresultaten

2.1 Frekwentieverdeling van de stroomsnelheid

Voor de vier lichtschepen is in fig. 1 A t/m D een histogram van de frekwentieverdeling van de stroomsnelheden gegeven. Hierbij zijn de vloedstroom en de ebstroom afzonderlijk gerekend.

Het blijkt dat de frekwentieverdelingen voor de lichtschepen Noord-Hinder, Goeree en Terschellingerbank een vrij grote mate van symmetrie vertonen. Bij het lichtschip Texel daarentegen vinden wij een

sterk asymmetrische verdeling, met een vrij smalle, hoge piek voor de ebstroom en een betrekkelijk lage en brede verdeling voor de vloedstroom.

Het verloop van de getijstroom bij dit lichtschip, zoals dat bij een groot aantal meetreeksen (met tijdsintervallen tussen de metingen van 15 tot 10 minuten) in de regel is gevonden toont, dat de ebstroom met betrekkelijk lage snelheden gedurende een wat langere tijd doorstaat en dat de vloedstroom met relatief hoge snelheden een korter tijdvak beslaat. Deze ervaring stemt overeen met het hier gevonden asymmetrische verloop, zij het, dat de vloedstroom in totaal een hogere frekwentie heeft dan de ebstroom, wat niet uit de rechtstreekse metingen volgt. Vermoedelijk is deze discrepantie het gevolg van de frekwentieverdeling van de reststroom.

2.2 Overschrijdingsfrekwentie van de stroomsnelheid

In de figuren 2 A t/m D is de overschrijdingsfrekwentie van de stroomsnelheid uitgezet. De in deze figuren getrokken lijnen zijn visueel aan de gevonden waarden aangepast.

Hierbij doet zich het probleem voor, dat voor de ebstroom bij Terschellingerbank de waarnemingen lijken te wijzen op een knik in de kromme bij een stroomsnelheid van 2.45 zeemijl/uur. Het aantal waarnemingen waarom het hier gaat is echter klein (voor de punten bij 2.45 t/m 2.85 zeemijl/uur resp. 6, 4, 4, 3, 2 en 2 waarnemingen). Het lijkt dus zeer wel mogelijk dat deze knik slechts toevallig en niet significant is. Anderzijds kan men zich op het standpunt stellen dat bij het veronachtzamen van deze knik de resultaten van de extrapolatie lagere overschrijdingsfrequenties opleveren dan wanneer men wel met deze knik rekening houdt. Dit laatste is, wanneer de stroomsnelheid een begrenzend factor bij constructies e.d. vormt, een veiliger procedure, die in dit geval is gevolgd.

2.3 Waargenomen jaarmaxima van de stroomsnelheid

Voor de onderzochte periode (1954 t/m 1963) zijn in onderstaande tabel de jaarmaxima van de vloed- en ebstroom gegeven in zeemijl/uur (nauwkeurigheid ± 0.05 zeemijl/uur)

	N.-Hinder		Goeree		Texel		Tersch.bank	
	vloed	eb	vloed	eb	vloed	eb	vloed	eb
1954	<u>3.0</u>	<u>3.0</u>	2.5	<u>2.6</u>	3.1	<u>3.2</u>	<u>3.1</u>	2.3
55	<u>2.9</u>	<u>2.7</u>	<u>2.9</u>	<u>2.9</u>	2.9	<u>3.0</u>	<u>2.7</u>	2.2
56	<u>2.9</u>	2.6	<u>2.8</u>	<u>2.8</u>	<u>3.2</u>	2.0	<u>2.7</u>	2.6
57	<u>3.0</u>	<u>3.0</u>	<u>2.7</u>	<u>3.0</u>	<u>2.9</u>	2.8	<u>2.9</u>	<u>3.0</u>
58	<u>3.3</u>	<u>3.1</u>	<u>2.8</u>	<u>2.7</u>	<u>3.2</u>	2.0	<u>2.9</u>	<u>2.1</u>
59	<u>2.5</u>	<u>3.3</u>	<u>2.9</u>	2.2	<u>2.9</u>	2.8	<u>2.9</u>	2.3
60	2.6	<u>2.7</u>	<u>2.4</u>	<u>2.5</u>	<u>2.9</u>	<u>2.9</u>	<u>2.9</u>	2.3
61	3.0	<u>3.3</u>	<u>2.6</u>	<u>2.5</u>	<u>3.2</u>	2.1	<u>3.4</u>	2.2
62	2.9	<u>3.7</u>	<u>2.8</u>	2.7	<u>2.8</u>	2.0	2.7	<u>3.1</u>
63	<u>3.6</u>	<u>3.0</u>	<u>2.6</u>	<u>2.6</u>	2.9	<u>3.1</u>	≤ 2.4	<u>2.4</u>

De onderstreepte waarden van de stroomsnelheid geven de absolute jaarmaxima, onafhankelijk van de stroomrichting.

Uit deze jaarmaxima is een schatting te maken van de kans dat het jaarmaximum kleiner is dan een bepaalde waarde. Als i de frekwentie is dat een jaarmaximum in de onderzochte N -jaarlijkse periode werd onderschreden wordt veelal als een schatting van de onderschrijdingskans genomen (Levert, 1964)

$$F = \frac{i}{N + 1}$$

2.4 Frekwentie van het optreden van een extreme stroomsnelheid

Het is mogelijk met de theorie van Gumbel voor extreme waarden (zie Levert, 1964) een schatting te maken van de frekwentie van het overschrijden van extreme stroomsnelheden.

Van de tien jaarmaxima van de stroomsnelheid per lichtschip, waarvan kan worden gesteld dat zij onafhankelijke waarnemingen zijn, is in fig. 3 op zogenaamd Gumbelpapier de frekwentie uitgezet. Als de kansverdeling van deze maxima van het dubbele exponentiële type is (wat in de praktijk vaak het geval blijkt) zouden deze punten op een rechte lijn moeten liggen. Een rechte die deze punten zo goed mogelijk benadert geeft de mogelijkheid tot extrapolatie naar langere perioden.

In fig. 3 is aangegeven de best aan de jaarmaxima aangepaste rechte, met de 2/3 betrouwbaarheidsgrenzen (d.w.z. de grenzen waarbinnen met een kans 2/3 de ideale rechte moet liggen, waarvan de getrokken een benadering is).

Wij zien dat de maximale stroomsnelheid die naar verwachting gemiddeld eens per 100 jaar kan optreden een grote onzekerheid heeft. De geschatte waarden van deze stroomsnelheid zijn

	stroomsnelh. met frekw. 1 x per 100 jaar
Noord-Hinder	4,2 zeemijl/uur
Goeree	3,5 " "
Texel	3,8 " "
Terschellingerbank	4,1 " "

2.5 Seizoensvariaties in het optreden van extreme stroomsnelheden

Door verschillende oorzaken kunnen seizoensvariaties voorkomen in de frekwentie waarmee extreme stroomsnelheden optreden. Deze zijn gedeeltelijk van astronomische aard. Onder invloed van het K_2 -getij zijn omstreeks de dag en nachteveningen de getijstromen bij springtij sterker en bij doodtij minder sterk dan omstreeks de kortste en langste dag. Dit effect is op te vatten als een vergroting van de amplitude van het S_2 getij in maart-april en in september-oktober en een verkleining van deze amplitude in december-januari en juni-juli.

Hoe en in welke mate door deze astronomische factoren de maandelijkse overschrijdingsfrekwentie wordt beïnvloed zal hier verder buiten beschouwing blijven. Het ligt voor de hand dat seizoensveranderingen in de frekwentieverdeling van de reststroom $f(R)$ die het gevolg zijn van de variatie van b.v. de stormfrekwentie een belangrijker invloed uitoefenen.

In fig. 4. is de overschrijdingsfrekwentie van $V = 2,05$ zeemijl/uur en $V = 2,55$ zeemijl/uur gegeven voor de verschillende maanden. Opvallend is dat de jaarlijkse gang voor de verschillende lichtscheperen sterk uiteenloopt. Een duidelijke getijïnvloed, die zich bij de vier lichtscheperen op dezelfde wijze zou manifesteren, is niet aanwijsbaar.

Men kan hieruit concluderen, hetzij dat de seizoensvariaties worden overtroffen door onregelmatige fluctuaties in het optreden van hoge stroomsnelheden, hetzij dat de seizoensvariaties van plaats tot plaats zeer verschillen. In de praktijk betekent dit dat op grond van deze gegevens niet gesproken kan worden van ongunstige of gunstige perioden wat betreft het optreden van hoge stroomsnelheden.

2.6 De overschrijding van een hoge stroomsnelheid gedurende langere tijd

Het is nuttig om te weten hoe vaak het voorkomt dat enkele uren of enkele getijperioden achtereen de stroomsnelheid een bepaalde hoge waarde overschrijdt. Ten eerste geeft dit een indruk van de persistentie van de hoge stroomsnelheden, wat nodig is voor een betere statistische interpretatie van de waarnemingen. Ten tweede is het juist voor een aantal

praktische problemen waarbij extreme stroomsnelheden een rol spelen van belang om te weten hoe vaak een dergelijke successie van extreme condities voorkomt.

Het optreden van hoge stroomsnelheden gedurende enkele uren achtereen is niet slechts afhankelijk van de persistentie in dergelijke extreme condities wat betreft de reststroom, maar ook van het verloop met de tijd van de getijstroom. In fig. 5 is aangegeven hoe vaak een bepaalde stroomsnelheid door enkele opeenvolgende uurgemiddelden wordt overschreden. De volgende voorbeelden dienen om deze figuur nader te verduidelijken.

1. voorbeeld. Bij Noord-Hinder is in 2,8 % van het aantal gevallen dat $V \geq 2.45$ zeemijl/uur zulk een waarneming er een van een groepje van 2 opeenvolgende waarnemingen die deze stroomsnelheid overtreffen. Stroomsnelheden $V \geq 2.55$ zeemijl/uur komen steeds als geïsoleerde waarnemingen voor.

2e voorbeeld. Bij Terschellingerbank is in 1,4 % van het aantal gevallen dat $V \geq 2.55$ zeemijl/uur de waarneming er een van een groepje van 5 opeenvolgende waarnemingen. In 2,9 % van het aantal gevallen is de waarneming er een van een groepje van 3 of meer opeenvolgende waarnemingen, en in 12,8 % van het aantal gevallen maakt de waarneming deel uit van een groepje van 2 of meer opeenvolgende waarnemingen.

Uit fig. 5 blijkt een groot verschil tussen enerzijds de lichtscheepen Texel en Terschellingerbank, waar de stroomsnelheid betrekkelijk vaak gedurende langere tijd hoge waarden heeft, en anderzijds de lichtscheepen Noord-Hinder en Goeree, waar dit verschijnsel veel minder vaak voorkomt. De reden voor dit verschil is moeilijk aan te geven, daar zowel de getijstroom, de reststroom en mogelijk interactie tussen die twee een rol kan spelen.

Wat betreft het optreden van hoge stroomsnelheden in de loop van enkele opeenvolgende getijperiodes is te zeggen dat dit uitsluitend het gevolg is van de persistentie in de snelheid van de reststroom. In fig. 6 is de frekwentie, waarmee dit verschijnsel optreedt, aangegeven. Als verduidelijking moge dienen dat blijkens deze figuur b.v. bij Terschellingerbank in 0,9 % van het totaal aantal waarnemingen met stroomsnelheid ≥ 2.45 zeemijl/uur de waarneming deel uitmaakt van een reeks waarbij gedurende 6 opeenvolgende getijperiodes deze stroomsnelheid wordt overtroffen; in 1,8 % van het aantal waarnemingen hoort de waarneming thuis in een reeks van minstens 4 opeenvolgende getijperiodes met een waarde van $V_{\max} \geq 2.45$ zeemijl/uur, in 5,2 % in een reeks met minstens 3 opeenvolgende getijperiodes en in 7,8 % in een reeks met minstens 2 opeenvolgende getijperiodes met $V_{\max} \geq 2.45$ zeemijl/uur.

De in fig. 6 weergegeven resultaten, vergeleken met de overschrijdingsfrekwentie gegeven in fig. 10, wijzen op een belangrijke persistentie in het optreden van hoge stroomsterkten bij de lichtscheepen Goeree, Texel en Terschellingerbank. Voor het lichtschip Noord-Hinder is een dergelijke persistentie niet zo duidelijk.

3. Conclusies

De hier gegeven resultaten laten nog vrij grote onzekerheden bestaan wat betreft de frekwentie waarmee extreem hoge stroomsnelheden op de zuidelijke Noordzee kunnen optreden. Om tot meer betrouwbare uitspraken hierover te komen zou een waarnemingsreeks die veel langer is dan 10 jaar nodig zijn. De hier bewerkte reeks waarnemingen is wat dat betreft niet te vergelijken met de reeks waarnemingen van waterstanden die ter beschikking staan bij het bepalen van de frekwentie van het optreden van stormvloeden.

Toch heeft de hier gegeven studie als winstpunt, dat op grond hiervan althans een meer gefundeerde uitspraak kan worden gedaan dan op grond van de gepubliceerde gegevens tot nu toe mogelijk was. Op welke wijze men de hier gepubliceerde gegevens zal gebruiken, hangt sterk af van de aard van het beschouwde probleem.

Annex

Overschrijdingskans van de stroomsnelheid bij een combinatie van getijstroom en reststroom

1. Inleiding

In de hier volgende beschouwing worden enige betrekkingen afgeleid die de overschrijdingskans geven voor de stroomsnelheid bij een superpositie van een reststroom op een getijstroom. Een methode wordt aangegeven om uit de overschrijdingskans voor het geheel van alle uurlijkse stroomwaarnemingen de overschrijdingskans per getijperiode af te leiden. Ten slotte worden de resultaten van een dergelijke afleiding voor de metingen bij de lichtscheperen weer vergeleken met direct uit het waarnemingsmateriaal bepaalde overschrijdingskansen van het jaarmaximum van de stroomsnelheid.

2. Overschrijdingskans bij een cosinusvormig variërende getijstroom en een constante reststroom in één richting

Wij willen het eenvoudige geval bekijken van een zuiver alternerende stroming (b.v. in een kanaal of in de nabijheid van een rechte kustlijn), die bestaat uit een cosinusvormig variërende getijstroom en een constante reststroom.

$$V = a \cos \omega t + R \quad (a \text{ is positief}) \quad (1)$$

De fractie van de tijd dat een bepaalde waarde V^1 van V wordt overschreden wordt gegeven door $P_V(V^1)$, waarbij

$$\text{als } V^1 > a + R, \text{ dan } P_V(V^1) = 0 \quad (2A)$$

$$\text{als } a + R > V^1 > -a + R \text{ dan } P_V(V^1) = \frac{\arccos \frac{V^1 - R}{a}}{\pi} \quad (2B)$$

$$\text{als } -a + R > V^1 \text{ dan } P_V(V^1) = 1 \quad (2C)$$

Evenzo wordt de fractie van de tijd dat V kleiner is dan een bepaalde waarde V^{11} gegeven door $P_E(V^{11})$, waarbij

$$\text{als } V^{11} < -a + R, \text{ dan } P_E(V^{11}) = 0 \quad (3A)$$

$$\text{als } -a + R < V^{11} < a + R, \text{ dan } P_E(V^{11}) = \frac{\arccos \frac{|V^{11} - R|}{a}}{\pi} \quad (3B)$$

$$\text{als } a + R < V^{11} \text{ dan } P_E(V^{11}) = 1 \quad (3C)$$

Als V^1 positief is resp. als V^{11} negatief is, geven P_V en P_E de overschrijdingskans van de absolute waarde van de stroomsterkte tijdens resp. vloed en eb bij een gegeven waarde van R

3. Overschrijdingskans bij een veranderlijke reststroom

Wanneer wij een reststroom hebben die niet constant, maar variabel is, dan kunnen wij een waarschijnlijkheidsfunctie $f(R)$ definiëren, die de kans p_{12} geeft dat R ligt tussen de willekeurig gekozen waarden R_1 en R_2 volgens de relatie

$$p_{12} = \int_{R_1}^{R_2} f(R) dR$$

De overschrijdingskans $P_V(V^1)$ voor de totale stroom (getijstroom en reststroom samen) wordt gegeven door

$$P_V(V^1) = \int_{V^1 - a}^{V^1 + a} f(R) \frac{\arccos \frac{V^1 - R}{a}}{\pi} dR + \int_{V^1 + a}^{\infty} f(R) dR \quad (4)$$

De onderschrijdingskans $P_E(V^{11})$ voor de totale stroom is

$$P_E = \int_{-\infty}^{V^{11} - a} f(R) dR + \int_{V^{11} - a}^{V^{11} + a} f(R) \frac{\arccos \frac{-V^{11} + R}{a}}{\pi} dR \quad (5)$$

Het blijkt vaak mogelijk om de "staarten" van een waarschijnlijkheidsverdeling te benaderen met een e-macht. Wij zullen in ons geval veronderstellen

$$f(R) = f(R_0) e^{-q(R-R_0)} \quad \text{voor } R \geq R_0, \quad (6A)$$

$$f(R) = f(R_0^*) e^{+r(R-R_0^*)} \quad \text{voor } R \leq R_0^*. \quad (6B)$$

Dit geeft, indien $V^1 - a \geq R_0$, resp. $V^{11} + a \leq R_0^*$,

$$P_V(V^1) = f(R_0) \left\{ \int_{V^1 - a}^{V^1 + a} e^{-q(R-R_0)} \frac{\arccos \frac{V^1 - R}{a}}{\pi} dR + \int_{V^1 + a}^{\infty} e^{-q(R-R_0)} dR \right\} \quad (7)$$

$$P_E(V^{11}) = f(R_0^*) \left\{ \int_{-\infty}^{V^{11} - a} e^{+r(R-R_0^*)} dR + \int_{V^{11} - a}^{V^{11} + a} e^{+r(R-R_0^*)} \frac{\arccos \frac{-V^{11} + R}{a}}{\pi} dR \right\} \quad (8)$$

Deze uitdrukkingen zijn te beschouwen als een bijzonder geval van de algemene vorm

$$P(x) = C \int_{x-a}^{\infty} e^{-qR} \varphi(x-R) dR,$$

waarin φ een willekeurige functie is van $x-R$, die nul is voor $x-R = a$ en eindig voor $R \rightarrow \infty$. Een dergelijke integraal geeft als uitkomst: const. $\exp(-qx)$. Dus:

$$P_V(V^1) = P_V(V^1_0) e^{-q(V^1 - V^1_0)} \quad \text{voor } V^1 \geq V^1_0 = R_0 + a \quad (9)$$

$$P_E(V^{11}) = P_E(V^1_0) e^{+r(V^{11} - V^1_0)} \quad \text{voor } V^{11} \leq V^1_0 = R_0^* - a \quad (10)$$

Hierbij is

$$P_V(V^1_0) = f(R_0) \left\{ \int_{R_0}^{R_0+2a} e^{-q(R-R_0)} \frac{\arccos \left(\frac{R_0-R}{a} + 1 \right)}{\pi} dR + \frac{1}{q} e^{-2qa} \right\},$$

of, met $Q = \frac{R-R_0}{a}$,

$$P_V(V^1_0) = f(R_0) \cdot a \left\{ \int_0^2 e^{-aqQ} \frac{\arccos(1-Q)}{\pi} dQ + \frac{1}{aq} e^{-2aq} \right\} = f(R_0) a \cdot I$$

In fig. 7 is het verloop van de uitdrukking

$$I = \left\{ \int_0^2 e^{-aqQ} \frac{\arccos(1-Q)}{\pi} dQ + \frac{1}{aq} e^{-2aq} \right\}$$

als functie van aq weergegeven.

Het verloop van deze functie is langs grafisch-numerieke weg bepaald.

4. Geval van een getijstroom met bijdragen van twee partiële getijden

Wanneer de getijstroom bestaat uit de bijdragen van twee partiële getijden (b.v. M_2 en S_2) en gegeven is door

$$V_g = a_1 \cos \omega_1 t + a_2 \cos (\omega_2 t - \varphi), \quad (11)$$

dan kunnen wij het geheel van alle stroommetingen beschouwen als een combinatie van $N = \frac{2\pi}{\omega_2 \Delta t}$ ensembles met verschillende vrijwel constante bijdragen van het tweede partiële getij, mits tenminste Δt zo klein is, dat het tweede partiële getij in dit tijdvak vrijwel niet verandert. In het speciale geval dat de meting uurlijks wordt verricht en wij het M_2 - en S_2 -getij beschouwen hebben wij twaalf ensembles met discrete waarden van $a_2 \cos(\omega_2 t - \varphi)$.

In het geval dat het M_2 - en het S_2 -getij worden beschouwd, waarbij ω_1 en ω_2 niet in een rationale verhouding tot elkaar staan, kunnen wij de theorie van de vorige paragrafen toepassen op elk van deze ensembles, met in plaats van de reststroom R een term B_k , die gegeven wordt door

$$B_k = R + a_2 \cos (\omega_2 k \Delta t - \varphi) = R + G_k \quad (12)$$

Binnen een ensemble k wordt de waarschijnlijkheidsverdeling van de stroomsnelheden gevonden uit die van paragraaf 2.2 door in de uitdrukking voor de overschrijdingskans van V^1 in plaats van V^1 te schrijven $V^1 - G_k$. Immers, alle stromen binnen het ensemble k zijn een bedrag G_k groter dan het geval zou zijn als er geen bijdrage was van een tweede partieel getij.

Noemen wij de nieuwe overschrijdingskans $P_V^{(k)}(V^1)$ en de oude, volgens (9), $P_{0V}(V^1)$, dan geldt blijkbaar

$$P_V^{(k)}(V^1) = P_{OV}(V^1 - G_k) = f(R_0) a_1 I e^{-q(V^1 - G_k - R_0 - a_1)} =$$

$$f(R_0) a_1 I \cdot e^{-q(V^1 - (R_0 + a_1 + a_2))} \cdot e^{-q(a_2 - G_k)} \quad (13)$$

Samenvoegen van de ensembles voor de verschillende waarden van k geeft de totale overschrijdingskans, nu $P_V(V^1)$ genoemd, waarbij nu als eis gesteld wordt

$$V^1 \geq V^1_0 = R_0 + a_1 + a_2$$

Wij vinden als resultaat van de sommering voor $P_V(V^1)$:

$$P_V(V^1) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n e^{-q(a_2 - G_k)} f(R_0) \times a_1 \times I \times e^{-q(V^1 - V^1_0)} =$$

$$= F \times I \cdot a_1 \cdot f(R_0) \cdot e^{-q(V^1 - V^1_0)} \quad (14)$$

met

$$F = \frac{1}{12} \sum_{k=1}^{12} e^{-q a_2 \{1 - \cos(k \times 30^\circ - \varphi)\}}$$

voor uurlijkse waarnemingen, als F de invloed van het S_2 - getij weergeeft. We zien dat

$$P_V(V^1_0) = F \cdot I \cdot a_1 \cdot f(R_0) \quad (15)$$

In fig. 8 is het verloop van F als functie van $q a_2$ gegeven. Deze waarde hangt weliswaar nog af van de fasehoek φ van het S_2 - getij, en is maximaal voor $\varphi = 15^\circ$ en minimaal voor $\varphi = 0^\circ$, maar de verschillen tussen deze waarden zijn zo gering dat zij in de figuur niet tot uiting komen. Praktisch zijn zij te verwaarlozen.

Een belangrijk geval is ook de combinatie van een M_2 en een M_4 getij. Hierdoor kan b.v. vergeleken met een zuiver M_2 - getij de vloedperiode verkort worden en de ebperiode verlengd, met gelijktijdige vergroting van de maximale vloedstroom en een verkleining van de maximale ebstroom. Dit zal op de overschrijdingsfrequentie van invloed zijn. Van een behandeling van deze gevallen wordt hier echter afgezien, hoewel de invloed van het M_4 getij in de praktijk wel degelijk aanwezig is. Dit blijkt b.v. uit het in paragraaf 2.1 beschreven asymmetrisch verloop van de frequentieverdeling van de stroomsnelheden bij Texel.

5. Geval van niet zuiver alternerende stroom

In het geval van de lichtschepen is dan de in paragraaf 2 gestelde voorwaarde van stroom in één richting niet voldaan. De vector van de getijstroom beschrijft een ellips, zij het met een zeer kleine waarde van de assenverhouding $\frac{b}{a}$.

Toch kan nog redelijk van de hiervoor geschetste theorie gebruik worden gemaakt wanneer het gaat om de extreme stroomsterktes. Dit is te zien uit de volgende beschouwing:

Wanneer wij een rechthoekig coördinatenstelsel (x, y) denken, met de x as langs de lange as van de ellips van de, bij het M_2 getij horende, getijstroom (bij de Nederlandse lichtschepen de belangrijkste getijstroom

componente), dan kunnen wij de stroom beschrijven door

$$V_x = R_x + \Sigma G_x^{(n)}$$
$$V_y = R_y + \Sigma G_y^{(n)}$$

waarbij R_x en R_y de componenten in de x en y richting zijn van de reststroom, en $G_x^{(n)}$ en $G_y^{(n)}$ de x en y componenten van het n^e partiële getij.

De stroomsnelheid wordt gegeven door

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

Nu zijn over het algemeen bij de Nederlands lichtschepen de getij ellipsen vrij smal (korte as $b \ll$ lange as a), terwijl verder de richting van de lange as voor alle belangrijke partiële getijden vrijwel dezelfde is. Ook de reststromen hebben als voorkeursrichting de x as (Otto, 1964). Een en ander hangt duidelijk samen met de lokale configuratie van de kust. Hierdoor zal de maximale waarde van V_x veel groter zijn dan die van V_y .

Wanneer wij ons speciaal interesseren voor de maximale stroomsnelheden, dan is het duidelijk, dat deze juist optreden als V_x zeer groot is, dat is in het algemeen omstreeks de tijden waarop in elk geval de M_2 -getijstroom maximaal is. In dat geval is $V_x \gg V_y$, en

$$V \approx |V_x| \left(1 + \frac{1}{2} \frac{V_y^2}{V_x^2} \right)$$

Beschouwen wij de vloed- en ebstroom (V_x resp. > 0 en < 0) afzonderlijk, dan vervallen de absoluut strepen om V_x .

Bij een stroomsnelheid $V \geq 1,5$ zeemijl/uur en bij een nauwkeurigheid in de bepaling van de stroomsnelheid van $\pm 0,1$ zeemijl/uur blijkt dat met dezelfde nauwkeurigheid geldt:

$$V \approx V_x \text{ als } |V_y| \leq 0,5 \text{ zeemijl/uur.}$$

Gezien de waarden van de y-componente van de diverse partiële getijden en gezien de normale waarden van de y-componente van de reststroom, lijkt het geoorloofd om voor $V \geq 1,5$ zeemijl/uur de stroom als alternierend op te vatten.

6. De overschrijdingskans van de stroomsnelheid per getijperiode

Voor een groot aantal problemen is het niet direct van belang om de overschrijdingskans te kennen van een bepaalde waarde van de stroomsnelheid gerekend over alle tijdstippen, maar de overschrijdingskans per getijperiode.

Wanneer wij aannemen dat de reststroom R binnen het interval van een getijperiode niet te sterk verandert, dan kunnen wij stellen dat de maximale vloedstroom per getijperiode wordt gegeven door

$$V_{V \max} = a + R \quad (\text{voor } R \geq -a)$$

en de maximale ebstroom per getijperiode door

$$V_{E \max} = |-a + R| \quad (\text{voor } R \leq a)$$

De kans op overschrijding door resp. de vloedstroom en de ebstroom van een bepaalde absolute waarde V van de snelheid per getijperiode is

$$P_V^* (V) = \int_{V-a}^{\infty} f(R) dR \quad (16^A)$$

en

$$P_E^* (V) = \int_{-\infty}^{-V+a} f(R) dR \quad (16^B)$$

Wanneer $f(R)$ wordt gegeven door (6^A) en (6^B) , dan is

$$P_V^* (V) = \frac{f(R)}{q} e^{-q(V-V_o^1)} \quad \text{voor } V \geq V_o^1 = R_o + a \quad (17^A)$$

en

$$P_E^* (V) = \frac{f(R_o^*)}{r} e^{-r(V+V_o^{11})} \quad \text{voor } -V \leq V_o^{11} = R_o^* - a \quad (17^B)$$

Over het algemeen is de variatie van de reststroom binnen een getijperiode niet groot. Voor grote waarden van V zal daarom de kans te verwaarlozen zijn, dat zowel tijdens de eb als tijdens de vloed de absolute waarde van de stroom deze waarde V overtreft. Dan is de totale kans dat V wordt overtroffen per getijperiode

$$P_T^* (V) = P_V^* (V) + P_E^* (V), \quad (18)$$

en

$$P_T^* (V) = \frac{f(R_o)}{q} e^{-q(V-V_o^1)} + \frac{f(R_o^*)}{r} e^{-r(V+V_o^{11})} \quad (19)$$

Wanneer wij nu van de overschrijdingsfrequentie van de stroom per uurlijkse waarneming over willen gaan op de overschrijdingsfrequentie per getijperiode, dan kunnen wij stellen, gebruik makend van (9), (14) en (17), dat

$$P_V^* (V) = \frac{P_V(V)}{a_{M_2} q \cdot F \cdot I} = A P_V(V) \quad (20)$$

Als wij verder aannemen dat voor een bepaald gebied er een vaste verhouding bestaat tussen a_{M_2} en a_{S_2} , dan is voor gegeven waarden van q en a_{M_2} de factor A te berekenen. Voor de zuidelijke Noordzee is $a_{M_2} \approx 3.9 a_{S_2}$ (Otto, 1964), en in dat geval is het verloop van A als functie van $a_{M_2} q$ als weergegeven in fig. 9.

Het is duidelijk dat op soortgelijke wijze P_E^* uit P_E kan worden afgeleid.

7. Toepassing op de gegevens van de lichtschepen

De in paragraaf 2.2 beschreven en in fig. 2 weergegeven overschrijdingsfrequenties van de stroomsnelheid maken het mogelijk om de hiervoor gegeven beschouwing aan praktijkgegevens te toetsen.

Uit de krommen van fig. 2 zijn de waarden te vinden van q en r , die het exponentieel verloop van de overschrijdingsfunctie volgens (9) en (10) geven. Hierbij is genomen $V_o^1 = -V_o^{11} = 2,45$ zeemijl/uur. Daar de snelheid van de getijstroom, ook omstreeks springtij, kleiner is dan 2 zeemijl/uur betekent dit een R_o (waarboven $f(R)$ een exponentieel verloop heeft) die groter is dan 0,45 zeemijl/uur. Daar de gemiddelde reststroom

ligt omstreeks 0,2 à 0,1 zeemijl/uur lijkt het een niet onredelijke veronderstelling dat wij bij $R_0 = 0,45$ zeemijl/uur in de "staart" van de waarschijnlijkheidsverdeling $f(R)$ zitten. Het verloop van de krommen in fig. 2 wijst op een bij benadering exponentieel verloop voorbij $V = 2,45$ zeemijl/uur.

In het volgende overzicht worden de geschatte waarden van q en r gegeven.

N.-Hinder	$q=7,0 (zm/uur)^{-1}$	$P_V(V_0)=0,0018$	$r=4,2 (zm/uur)^{-1}$	$P_E(V_0)=0,00080$
Goeree	6,9	0,0010	5,2	0,00024
Texel	5,7	0,0029	1,5	0,00002
Tersch.bank	6,9	0,0015	1,7	0,00005

Voor de nu volgende berekening van de frekwentieverdeling $f(R)$ voor $R > R_0$ is het nodig de amplitudes van de M_2 en S_2 componenten van de getijstroom, resp. a_{M_2} en a_{S_2} te kennen. Daar van de stroom op deze diepte geen getijanalyses zijn verricht, en zelfs voor wat betreft de stroom op een andere diepte alleen getijgegevens van Noord-Hinder bekend zijn, moet een geschatte waarde voor a_{M_2} en a_{S_2} worden aangenomen.

Gegevens van de getijstroom aan de oppervlakte voor een aantal andere lichtschipposities (Otto, 1964) vormen het uitgangspunt van de schatting, samen met de door v.Veen (1937) empirisch bepaalde relatie voor het verticaal stroom-profiel. Volgens deze relatie is het verband tussen de stroom op 6 meter diepte V_6 en die aan de oppervlakte V_0 gegeven door

$$\frac{V_6}{V_0} = \left(\frac{H-6}{H} \right)^{1/5}$$

waarbij H de waterdiepte is in meters.

De volgende aldus geschatte waarden voor a_{M_2} en a_{S_2} werden aangehouden bij de verdere redenering

Noord-Hinder	$a_{M_2} = 1,2$ zeemijl/uur	$a_{S_2} = 0,3$ zeemijl/uur
Goeree	1,4	0,3
Texel	1,0	0,2
Terschellingerbank	1,2	0,3

Wij krijgen dan de volgende resultaten door gebruik te maken van de waarden van q die in de vorige paragraaf zijn gevonden (hierbij is R_0 de waarde overeenkomend met $V_0 = 2,45$ zeemijl/uur, dus $R_0 = V_0 - a_{M_2} - a_{S_2}$).

Lichtschip	F_{S_2} (uit fig. 8)	I (uit fig. 7)	$f(R_0)$ (uit form. 15)	R_0
N.-H. (vl)	0,30	0,0165	0,30 $\frac{zm}{uur}^{-1}$	0,95 $\frac{zm}{uur}$
(eb)	0,40	0,037	0,045	-0,95
G (vl)	0,30	0,013	0,18	0,75
(eb)	0,35	0,0205	0,024	-0,75
Tx (vl)	0,43	0,030	0,22	1,25
(eb)	0,75	0,29	0,0009	-1,25
Tb (vl)	0,30	0,017	0,25	0,95
(eb)	0,64	0,16	0,0041	-0,95

De gevonden waarden van $f(R_0)$ voor de vloedstroom zijn veel hoger dan die voor de ebstroom. Op grond van ervaring is het moeilijk te begrijpen dat waarden van $R = 0,75$ tot $1,25$ zeemijl/uur met een zo hoge frekwentie zouden voorkomen. Maar deze ervaring is beperkt, en strekt zich niet uit tot stormperiodes, waarbij juist hoge reststroomwaarden kunnen worden verwacht. Vanzelfsprekend kan de schematische behandeling, b.v. het verwaarlozen van de invloed van het M_4 getij, tot niet zeer exacte uitkomsten leiden.

Ondanks deze mogelijk fouten zal hier verder met behulp van de hiervoor ontwikkelde theorie de overschrijdingsfrequentie per getijperiode worden berekend. Met behulp van fig. 9 kunnen de waarden van A, de te gebruiken omrekeningsfactor, bepalen. Wij vinden

Noord-Hinder	Vloed : A = 24,5	eb : A = 12
Goeree	28	21
Texel	16	4,5
Terschellingerbank	24	6

Met behulp van deze waarden van A kan de overschrijdingsfrequentie per getijperiode (vloed en eb gecombineerd) worden berekend. In fig. 10 zijn deze krommen gegeven voor de vier lichtschepen (eb en vloed gecombineerd).

8. Vergelijking van de hier berekende waarden met de overschrijdingsfrequentie van het jaarmaximum

In paragraaf 2.3 zijn de jaarmaxima van de stroomsnelheid gegeven. Volgens de daar gegeven relatie is de onderschrijdingskans F te berekenen. In fig. 11 is het verloop van F als functie van de stroomsnelheid gegeven.

Met behulp van de door Wemelsfelder (1939) gegeven theorie voor de jaarlijkse overschrijdingskans is deze frequentieverdeling ook uit de overschrijdingskans per getijperiode (zoals gegeven in fig. 10) af te leiden. Het verloop van deze jaarlijkse overschrijdingskans volgens deze berekening is eveneens in fig. 11 gegeven.

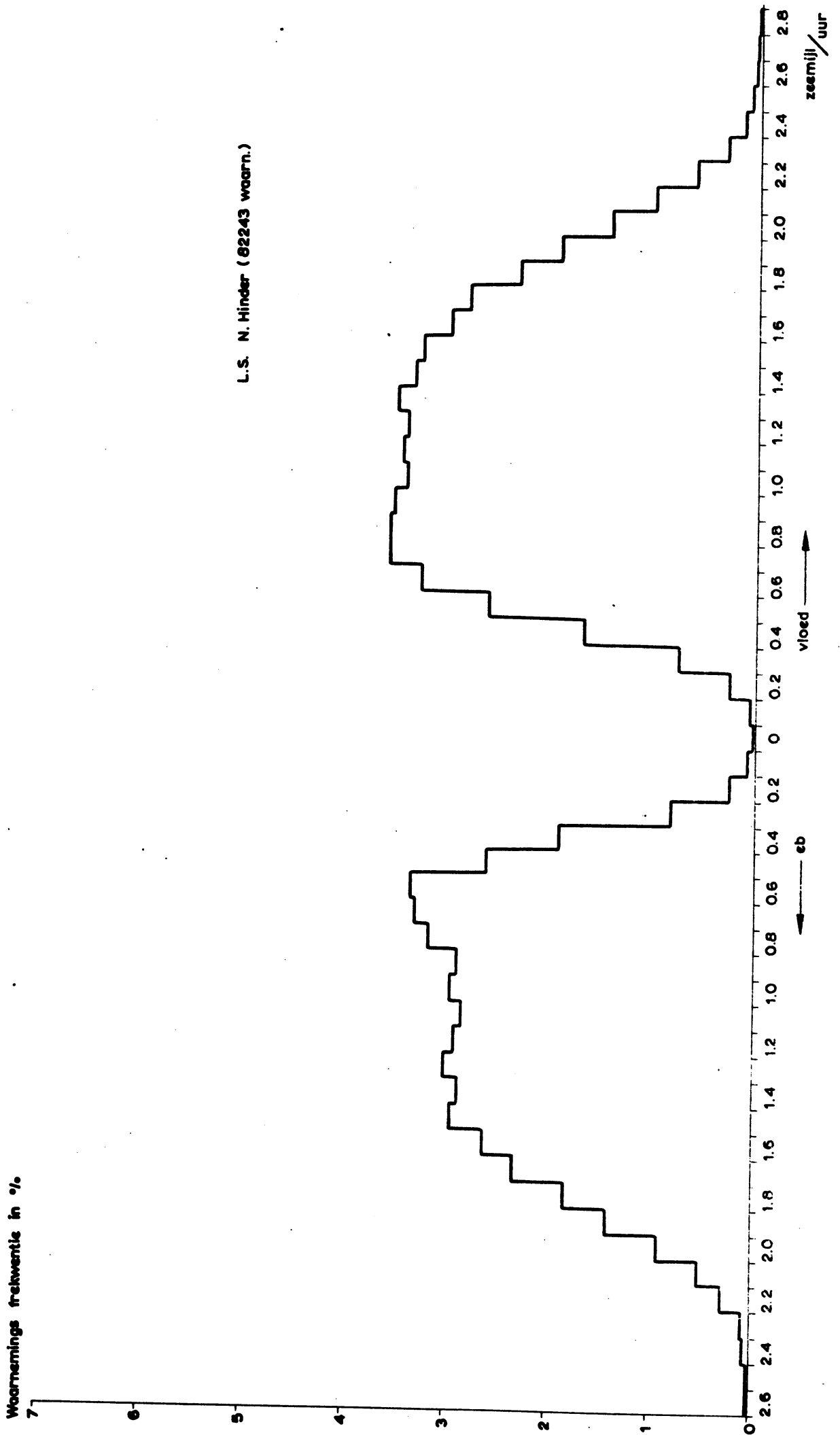
Het blijkt dat voor Texel en Terschellingerbank de waarnemingen redelijk met de berekende kromme overeenkomen. Voor Noord-Hinder is de overeenkomst iets minder goed, terwijl voor Goeree de waarnemingen aanmerkelijk van de berekende kromme afwijken. In hoeverre de verschillen het gevolg zijn van onnauwkeurigheid van de in fig. 10 gegeven overschrijdingskans, of van de onzekerheid ten gevolge van het kleine aantal jaarmaxima (10) is niet vast te stellen.

Literatuur

- J.N. Carruthers, 1935. A "vertical log" current meter.
Journal du Conseil 10(2): 151-168.
- C. Levert, 1964. Toepassing theorie extreme waarden.
Cursus gezondheidstechniek 1963-1964. 8.5.
- L. Otto, 1964. Results of current observations at the Netherlands
lightvessels over the period 1910-1939. Part I. Tidal
analysis and the mean residual current.
K.N.M.I. Meded. en Verh. 85
- J. v. Veen, 1937. Waarnemingen omtrent de snelheidsverdeling in een ver-
ticaal.
Rapp. en Meded. v.d. Rijkswaterstaat no. 29.
- P.J. Wemelsfelder, 1939. Wetmatigheden in het optreden van stormvloeden.
De Ingenieur 54: B31
- idem 1960. Overschrijdingslijnen van de hoogwaterstanden in
het Nederlandse getijgebied.
Rapport Deltacommissie, 4(III.2) : 55-86

Fig. 1^o

FREKWENTIEVERDELING VAN DE STROOMSNELHEID



L.S. N. Hinder (62243 waarn.)

Fig. 1^b

FREKWENTIEVERDELING VAN DE STROOMSNELHEID

Waarnemings frekwentie in %.

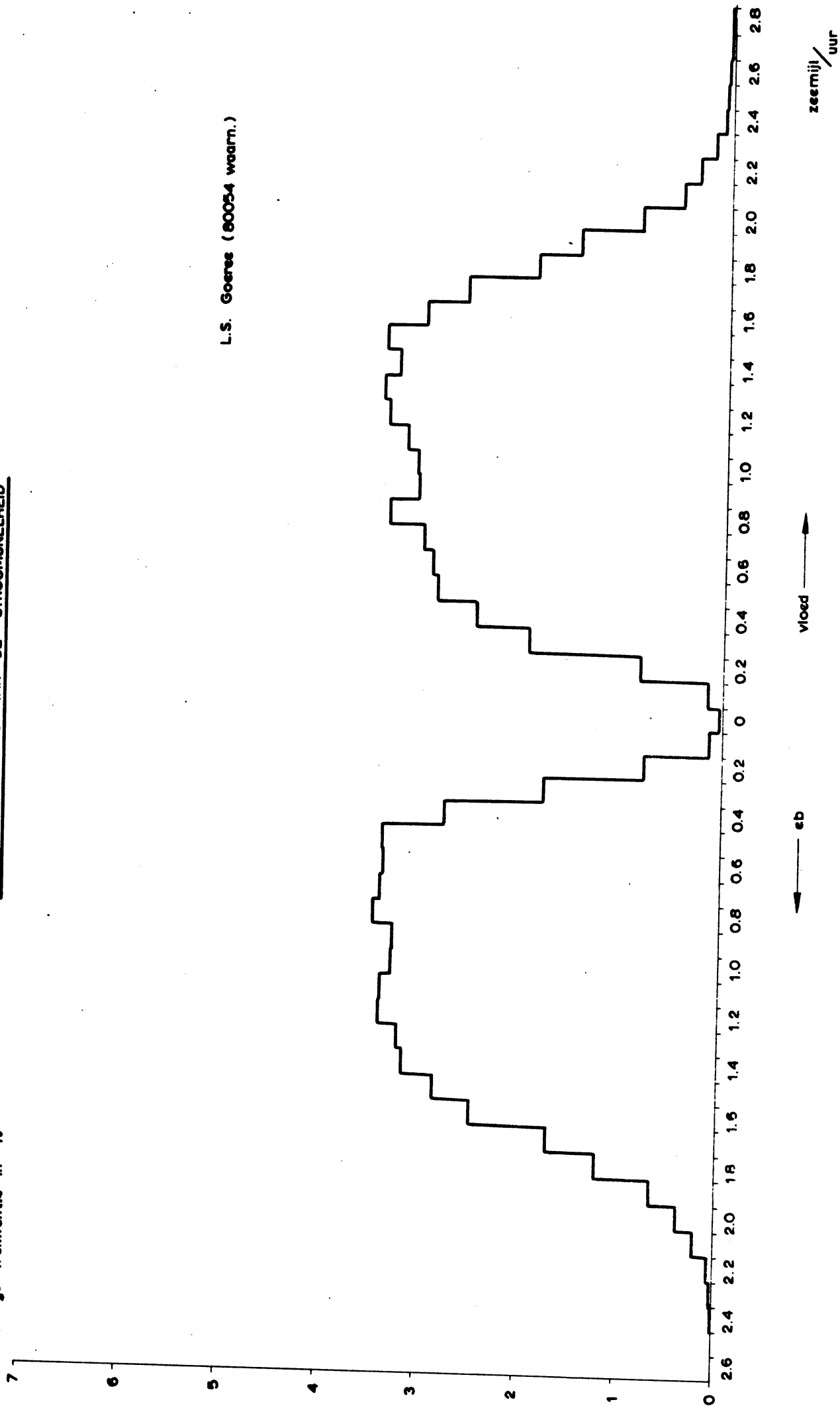
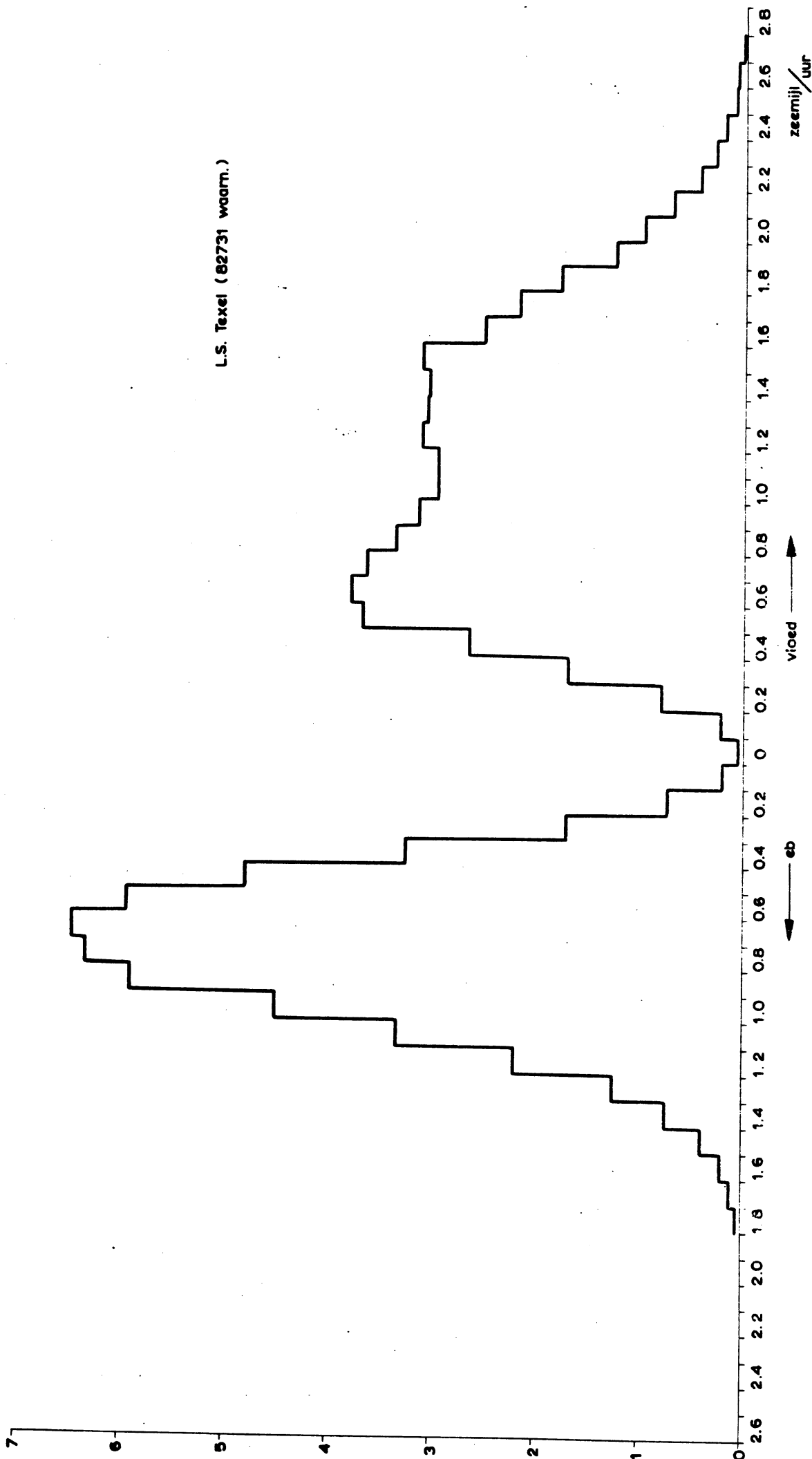


Fig. 1^c

FREKVENTIEVERDELING VAN DE STROOMSNELHEID

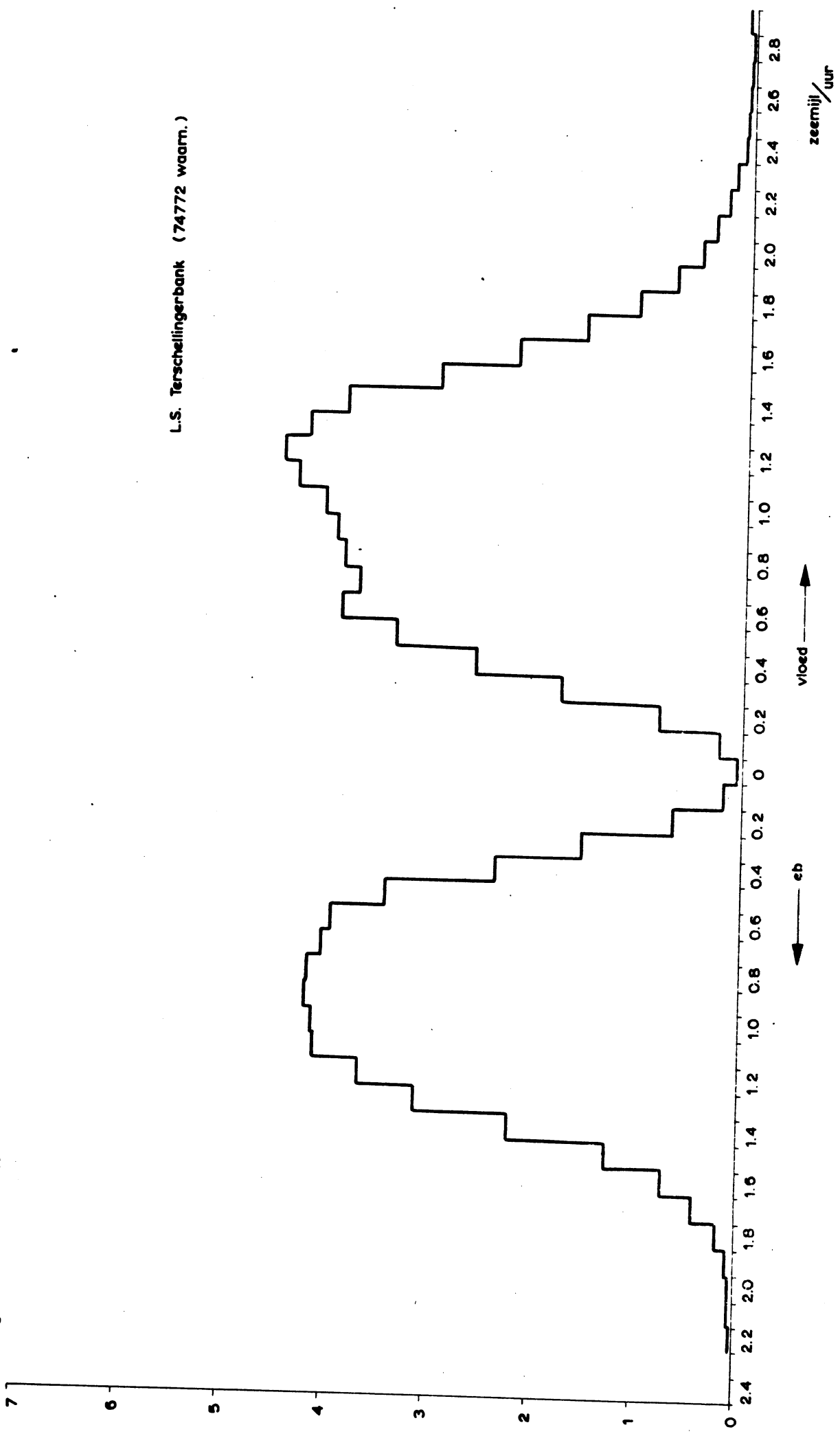
Waarnemings frekwentie in %.

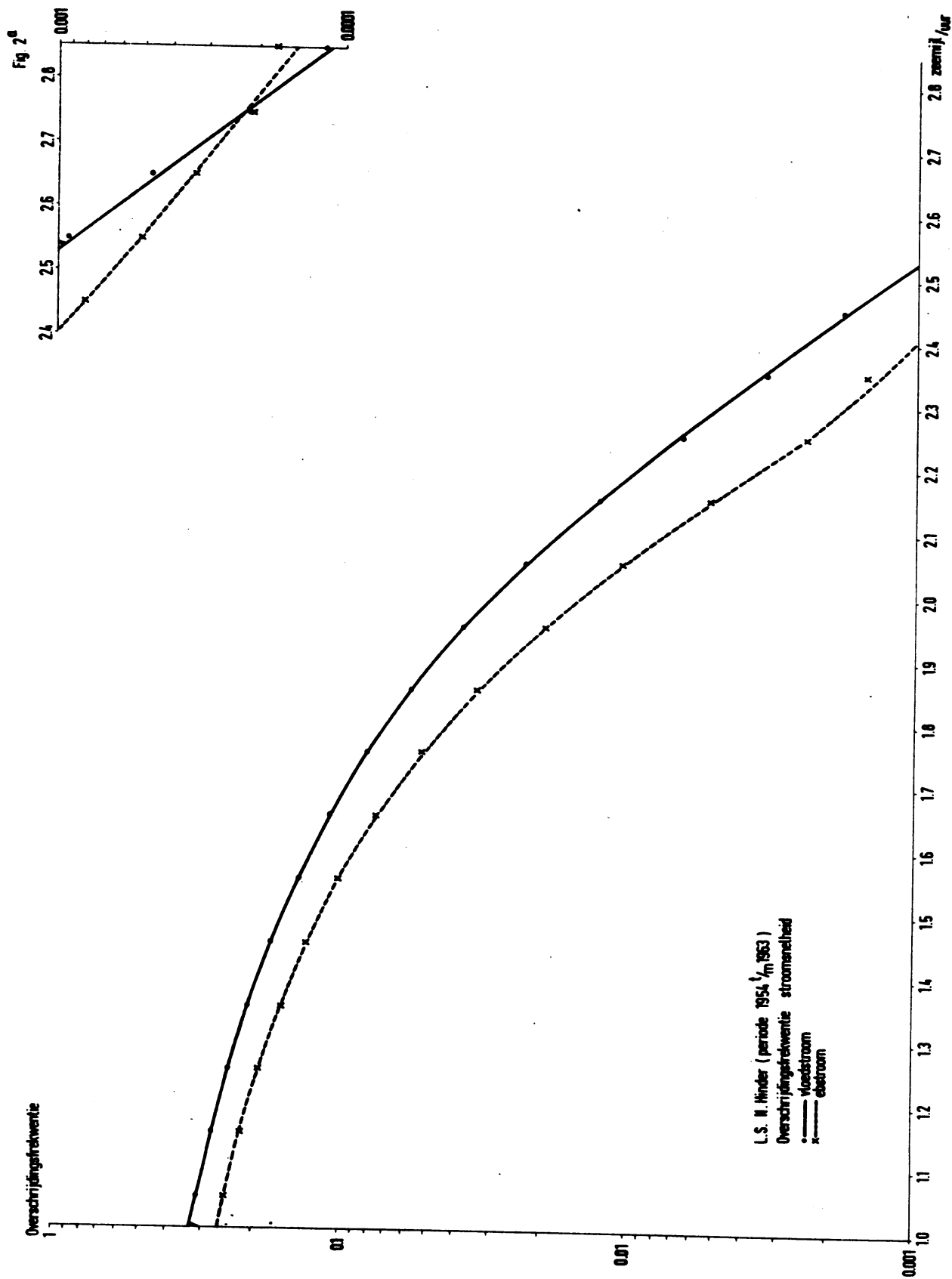


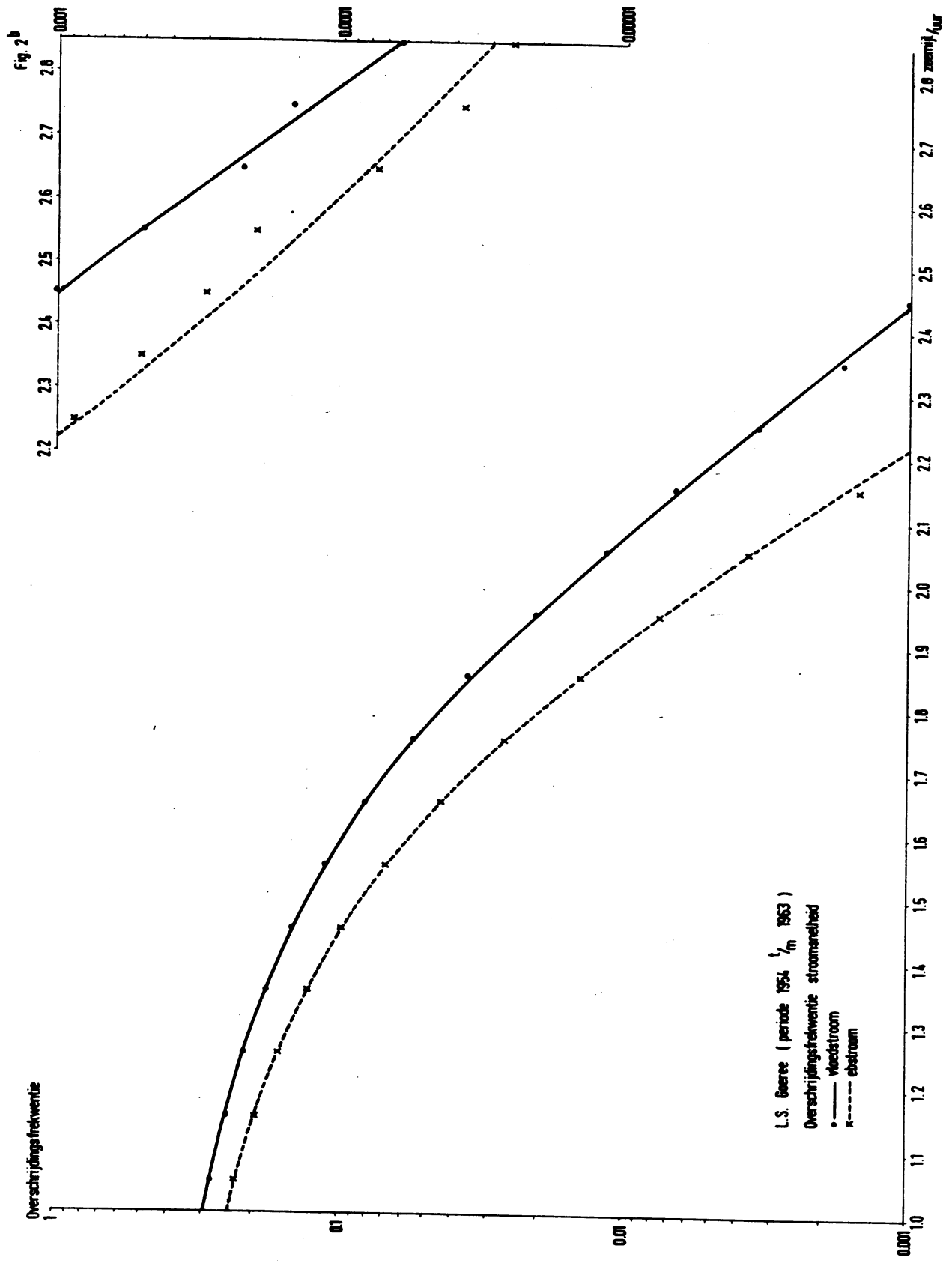
FREKWENTIEVERDELING VAN DE STROOMSNELHEID

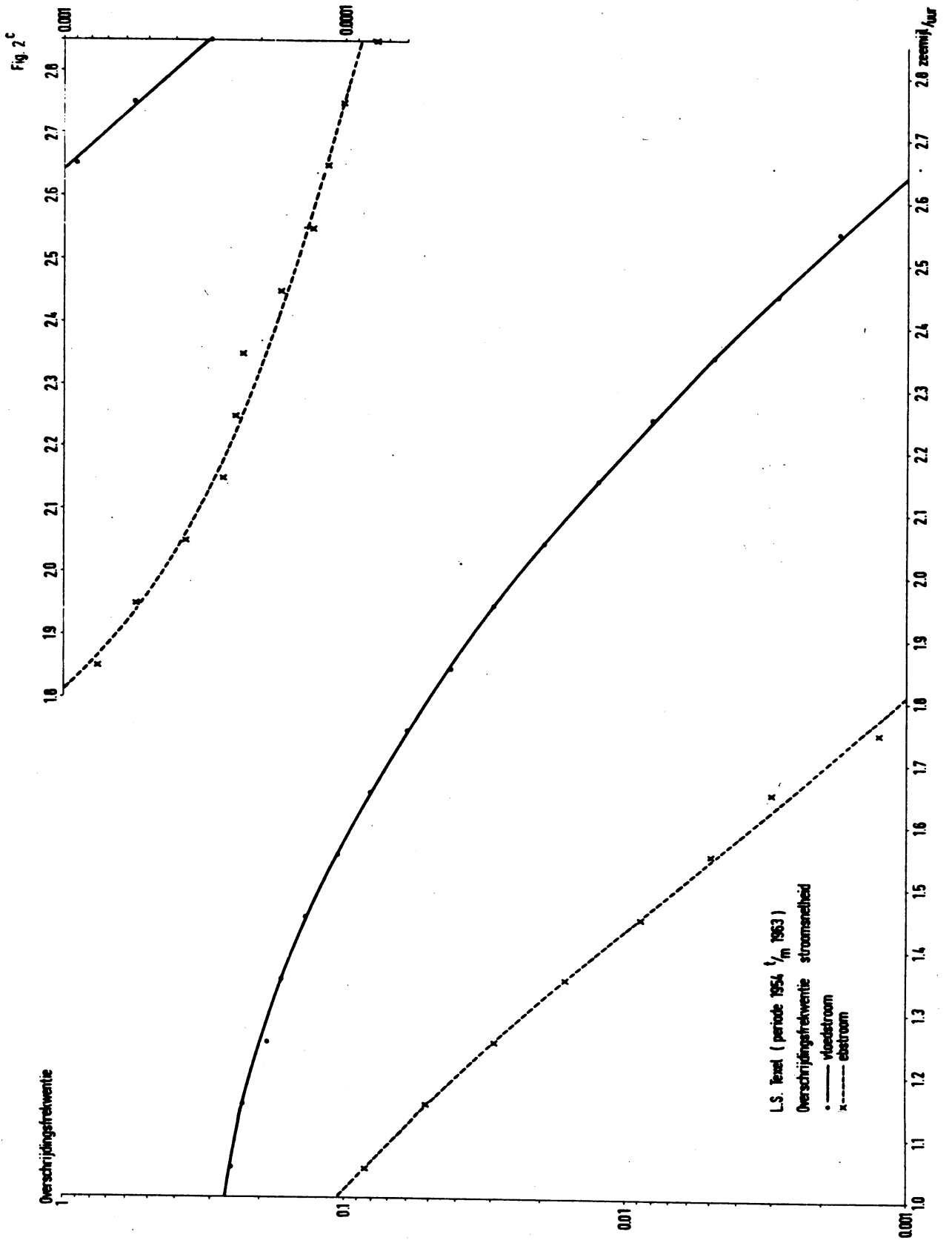
Fig. 1^d

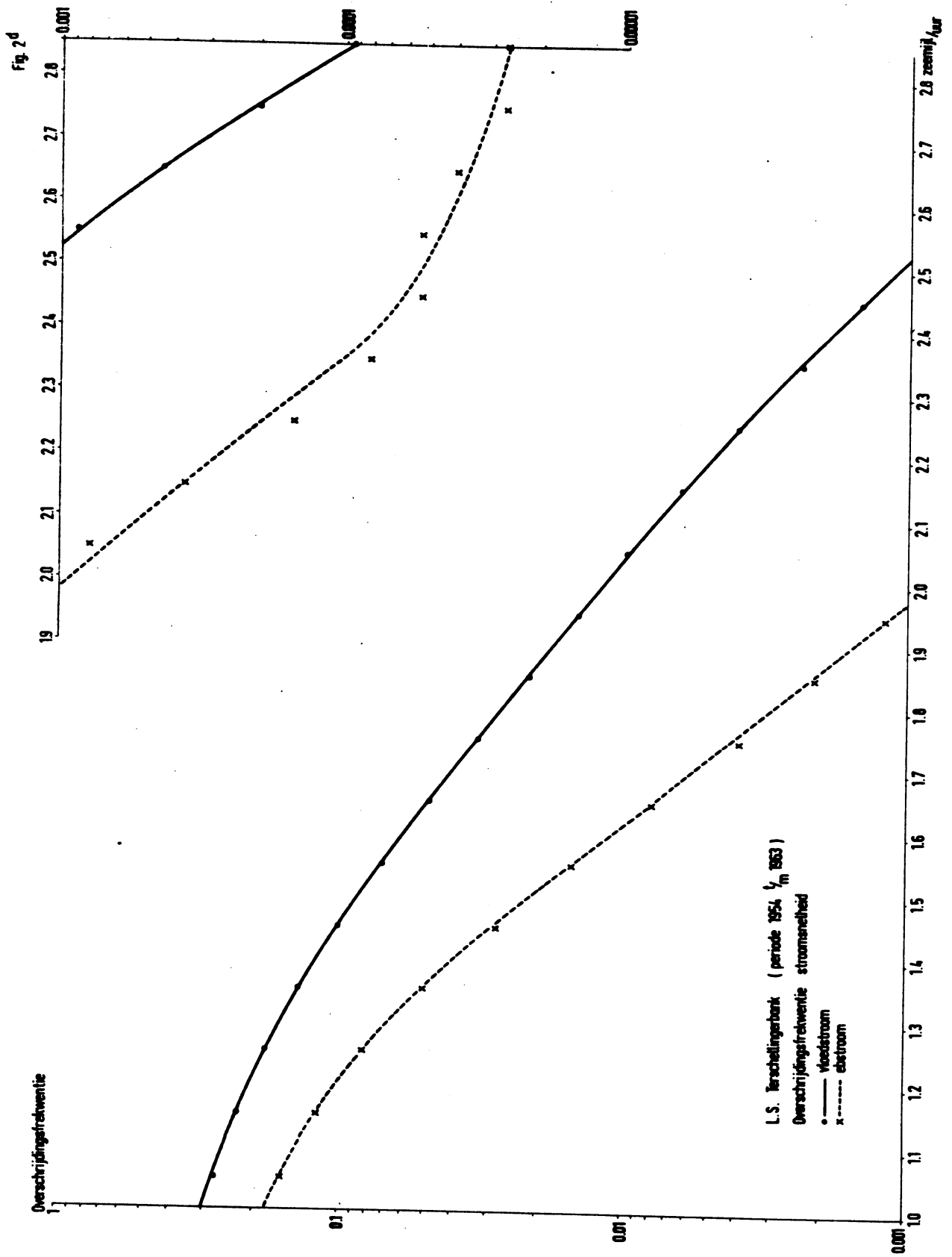
Waarnemings frequentie in %

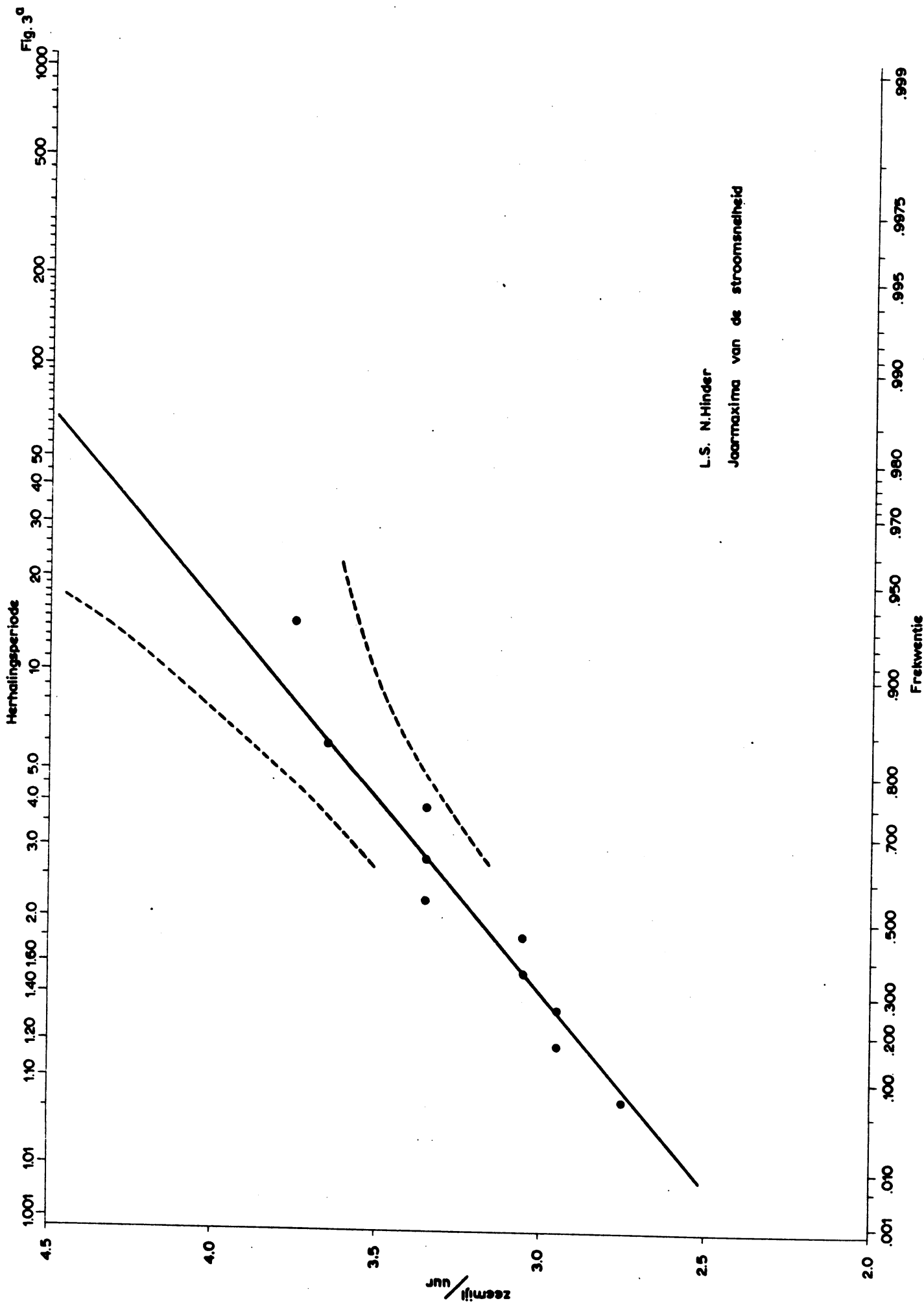




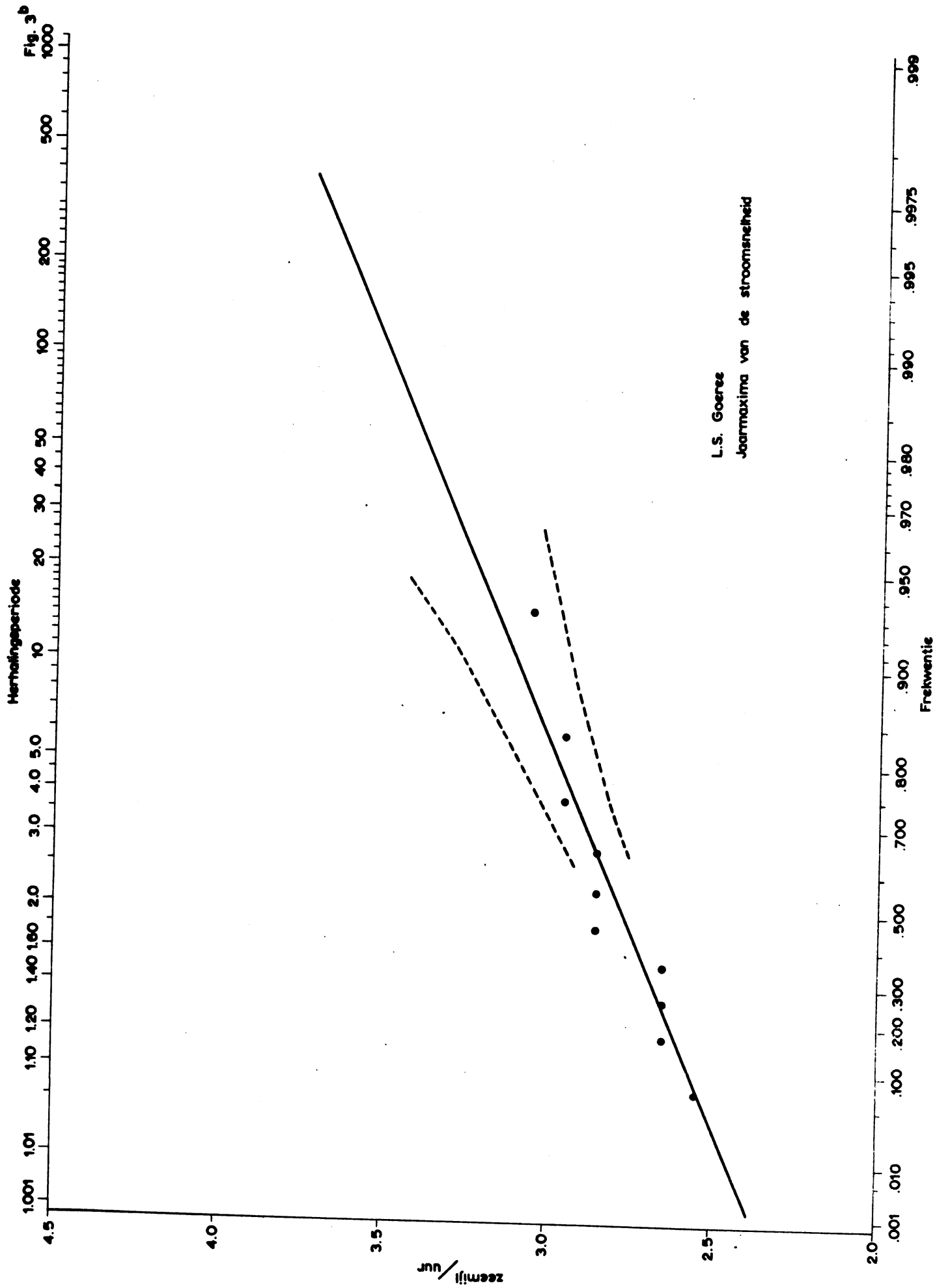


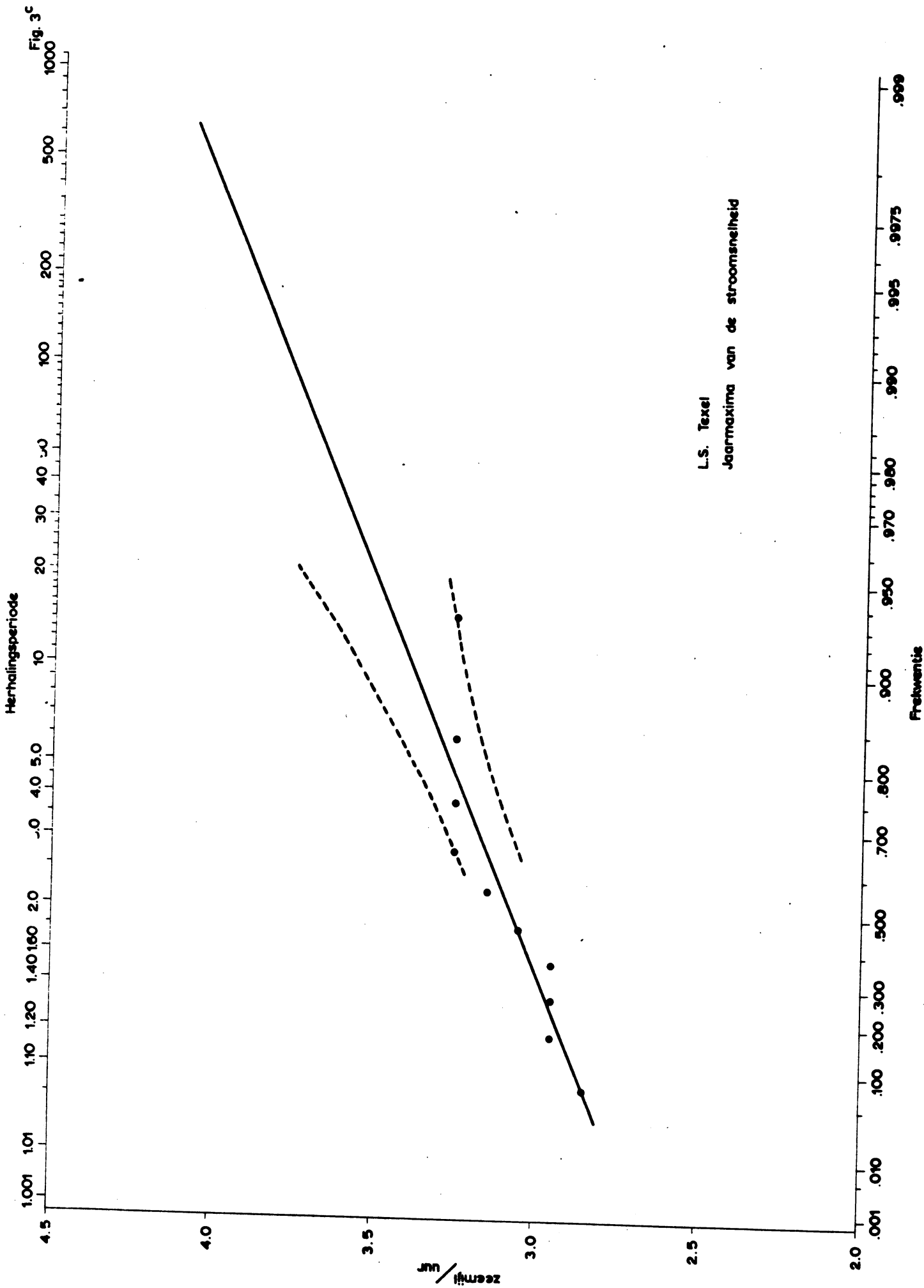






L.S. N.Hinder
 Jaarmaxima van de stroomsnelheid





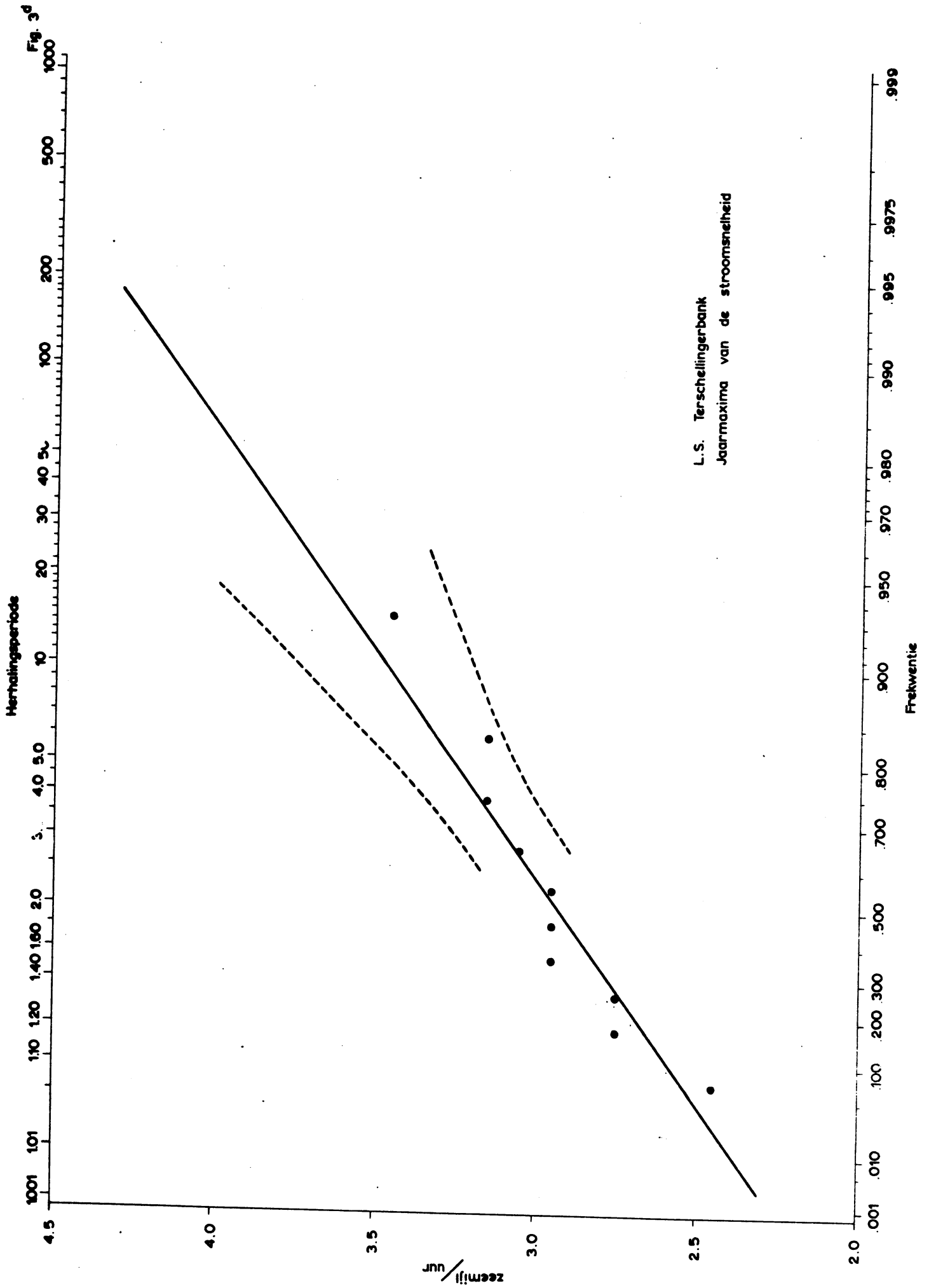


Fig. 4^a

L.S. N.Hinder

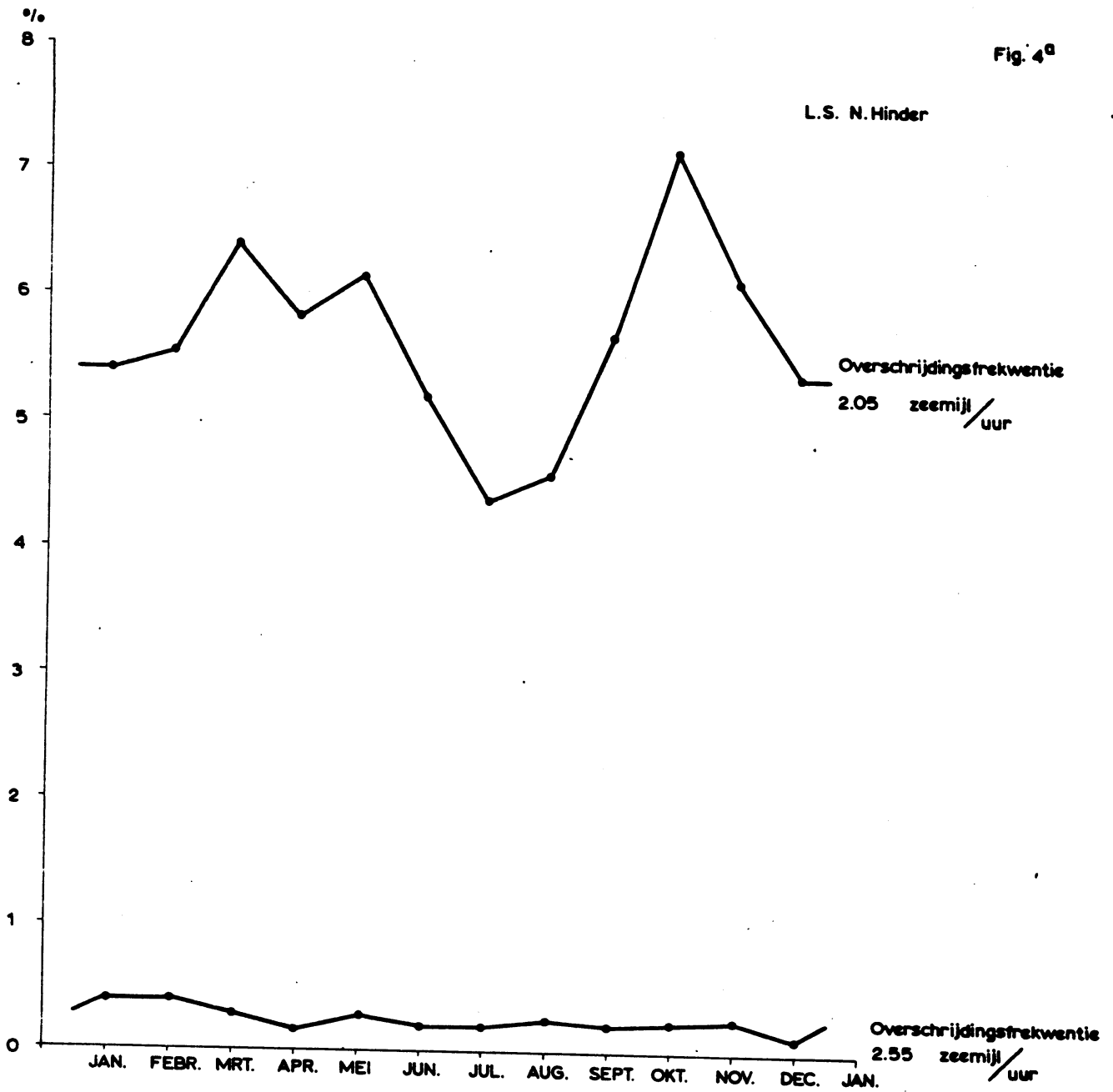


Fig. 4^b

L.S. Goeree

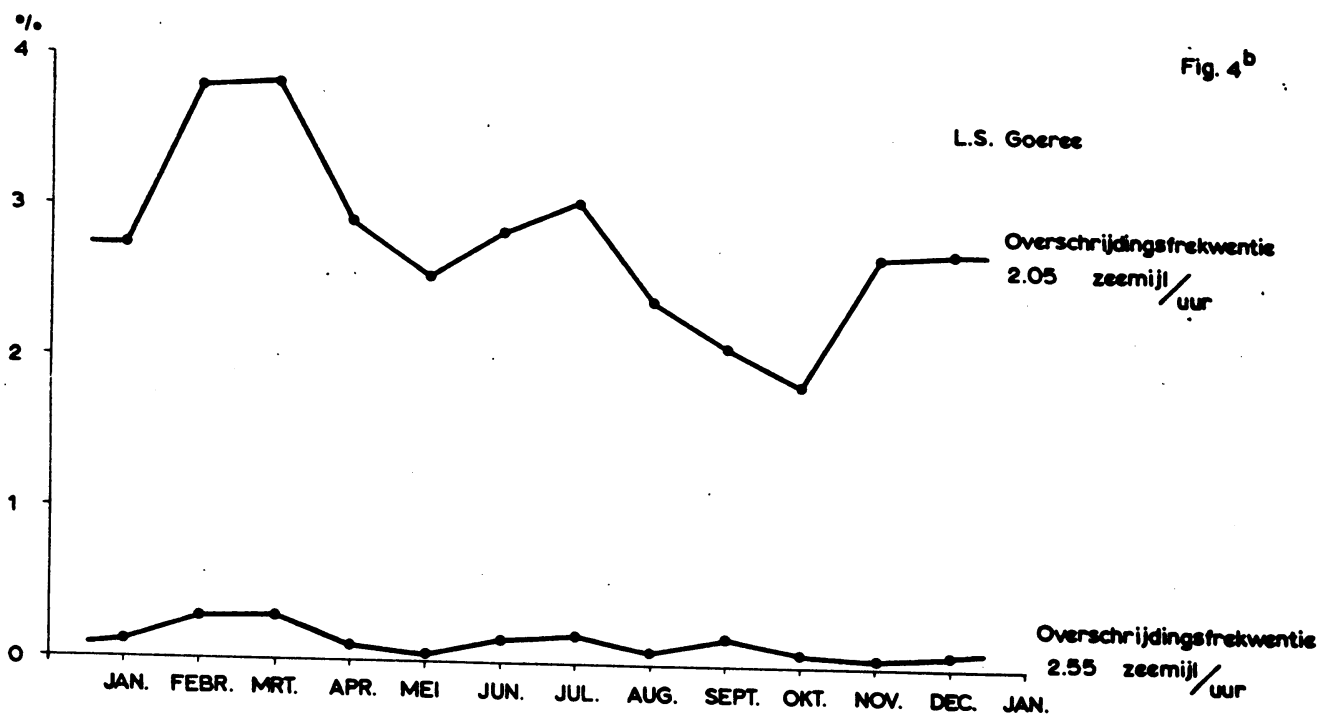


Fig. 4^c

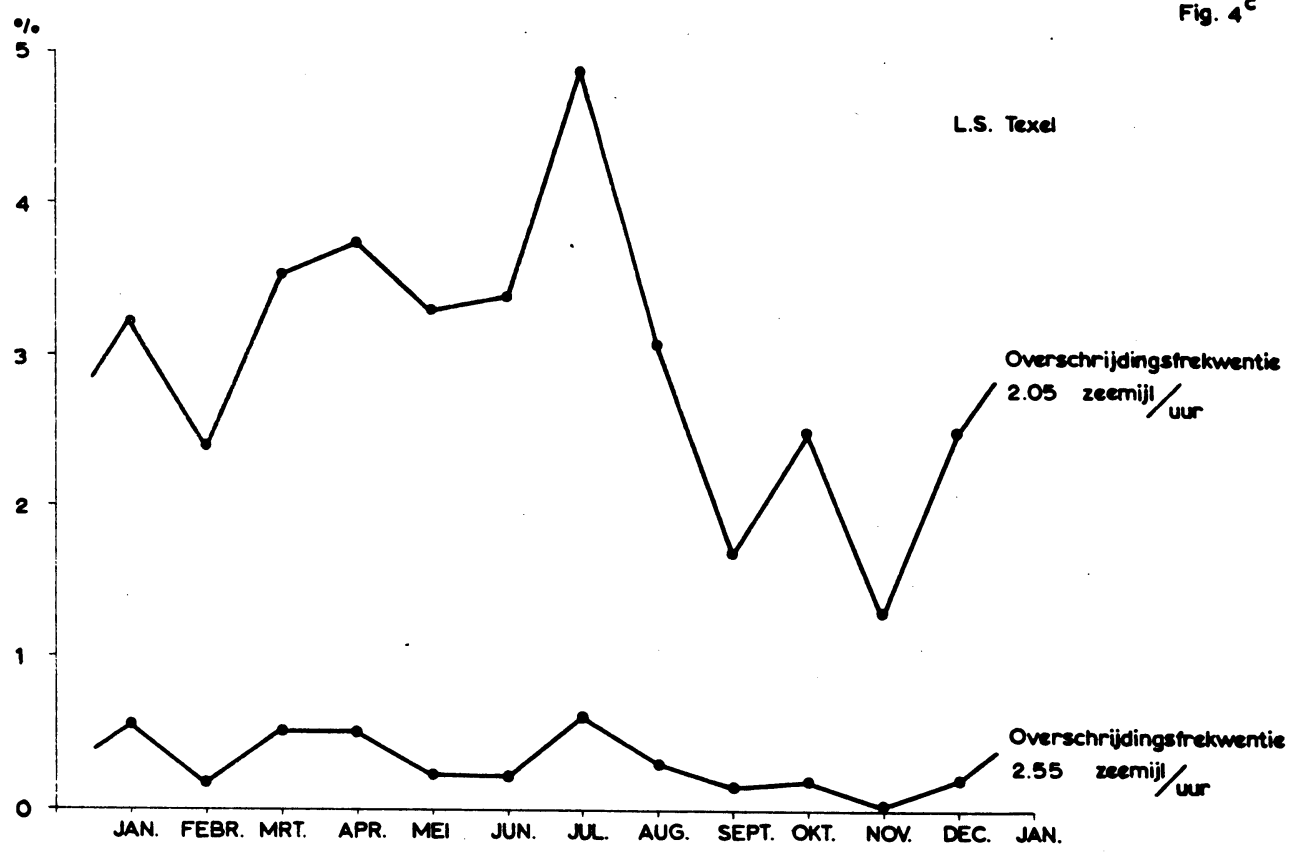


Fig. 4^d

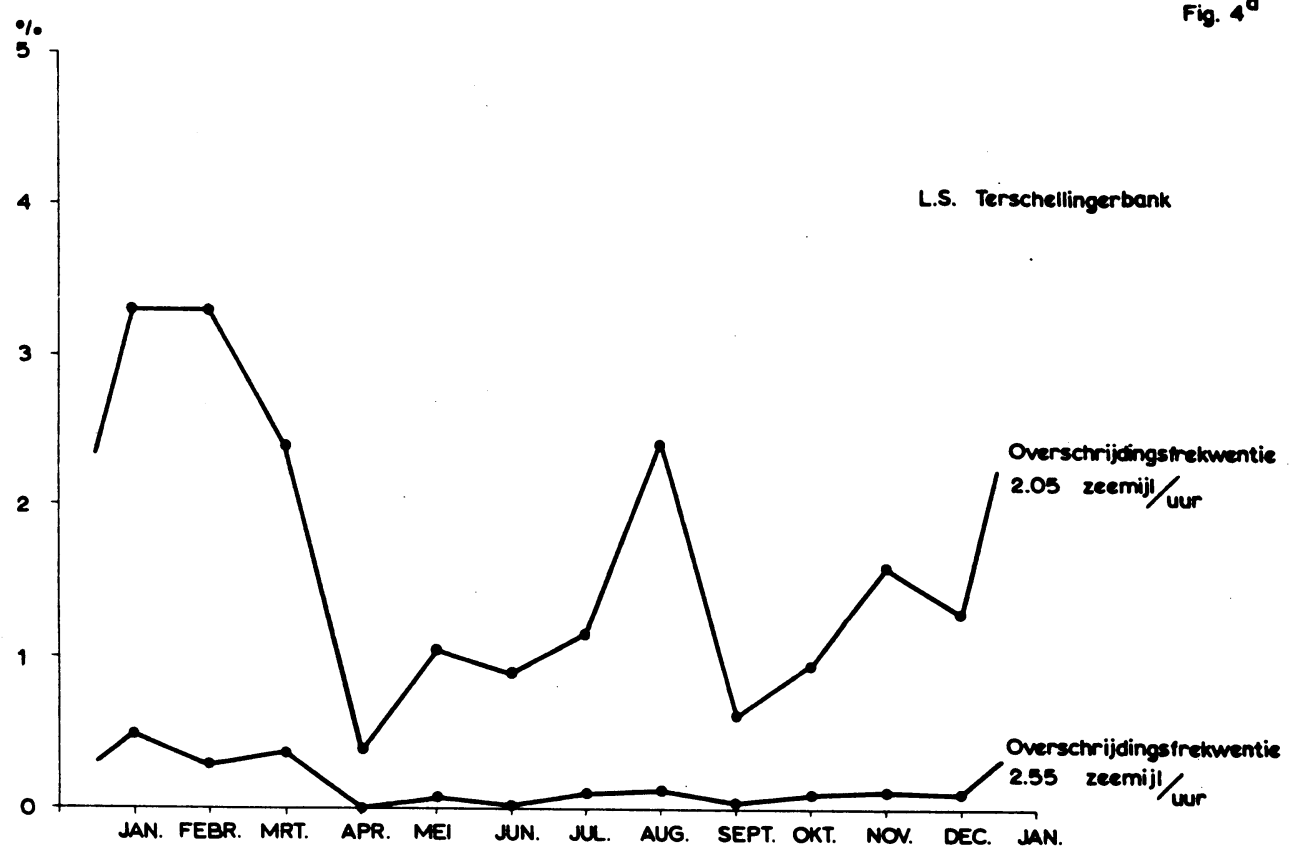
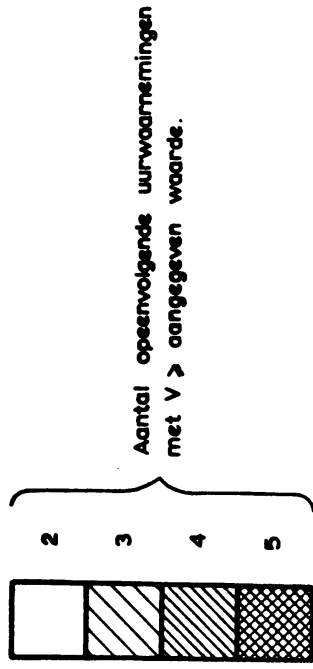


Fig. 5



Percentage van het totale aantal waarnemingen met een stroomsnelheid V > de aangegeven waarde.

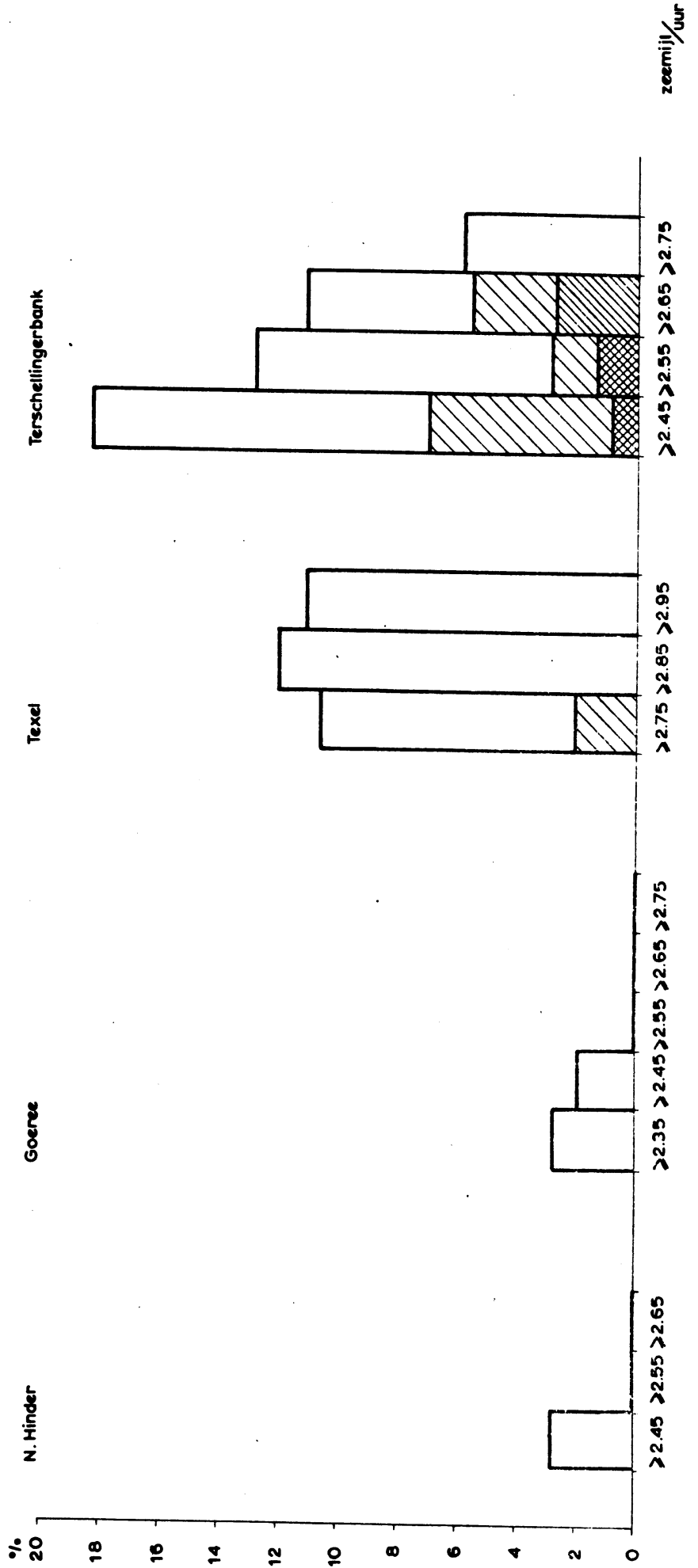
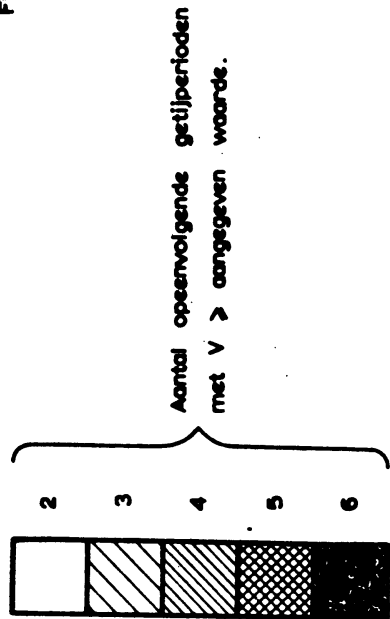


Fig. 6



Percentage van het totale aantal waarnemingen met een stroomsnelheid $V >$ de aangegeven waarde.

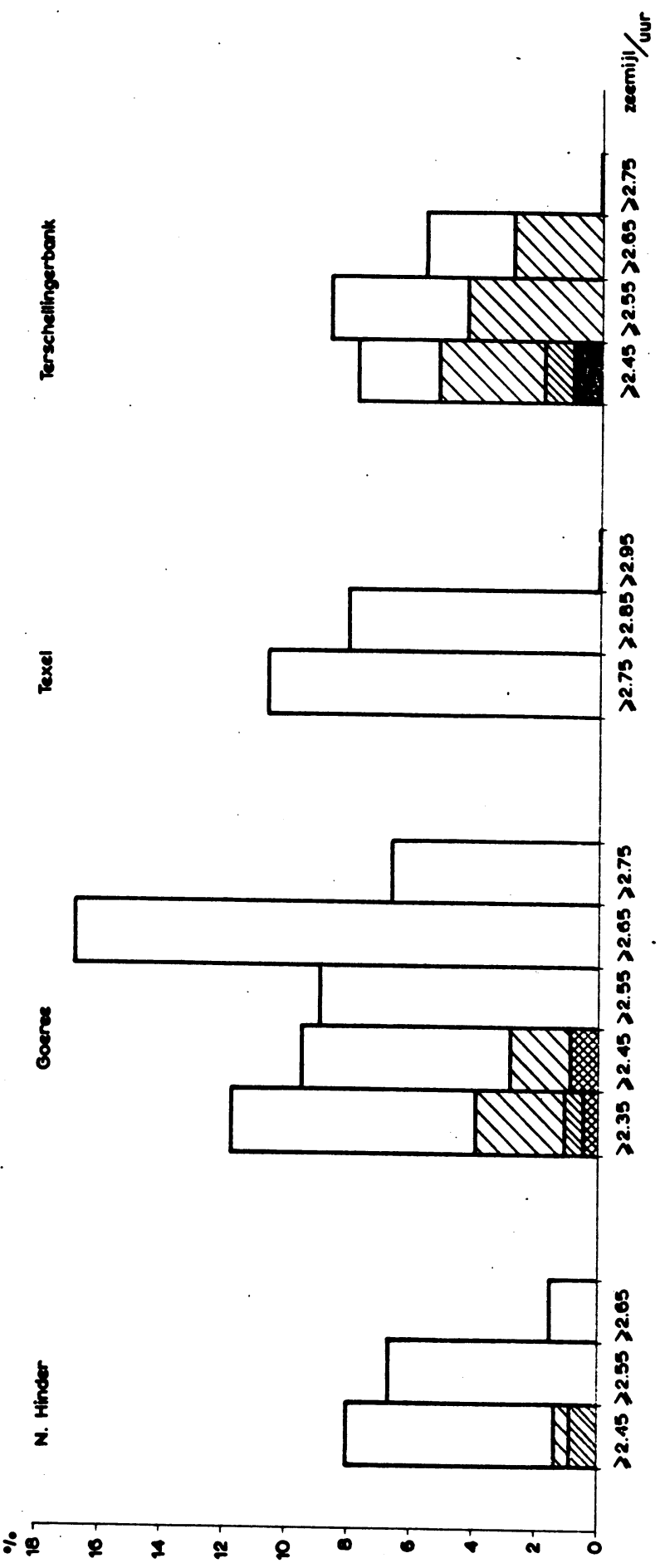


Fig. 7

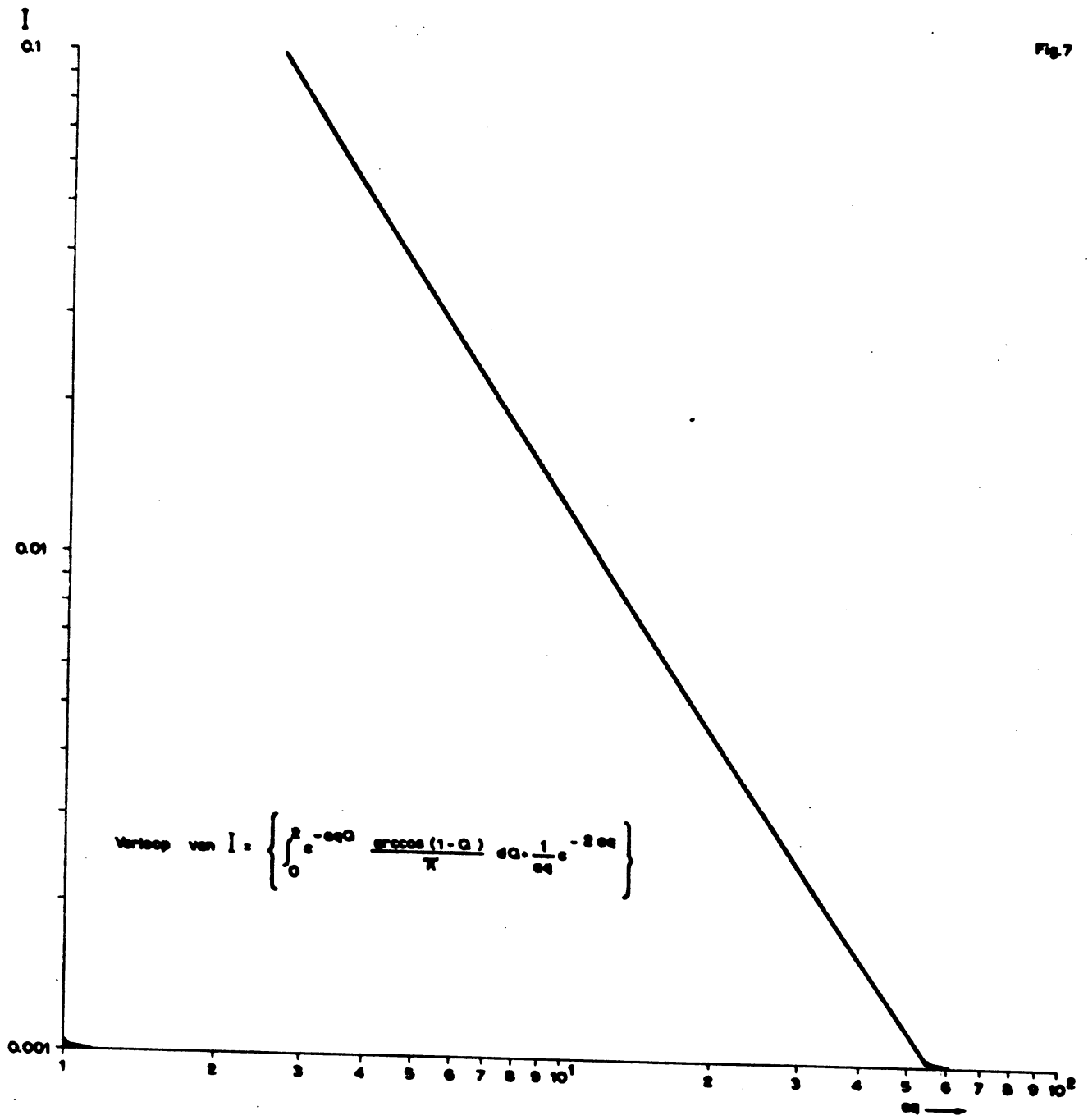


Fig. 6

Verloop van $F = \frac{1}{12} \sum_{k=1}^{12} e^{-qa_2} \{1 - \cos(k \times 30^\circ - \varphi)\}$
als functie van qa_2

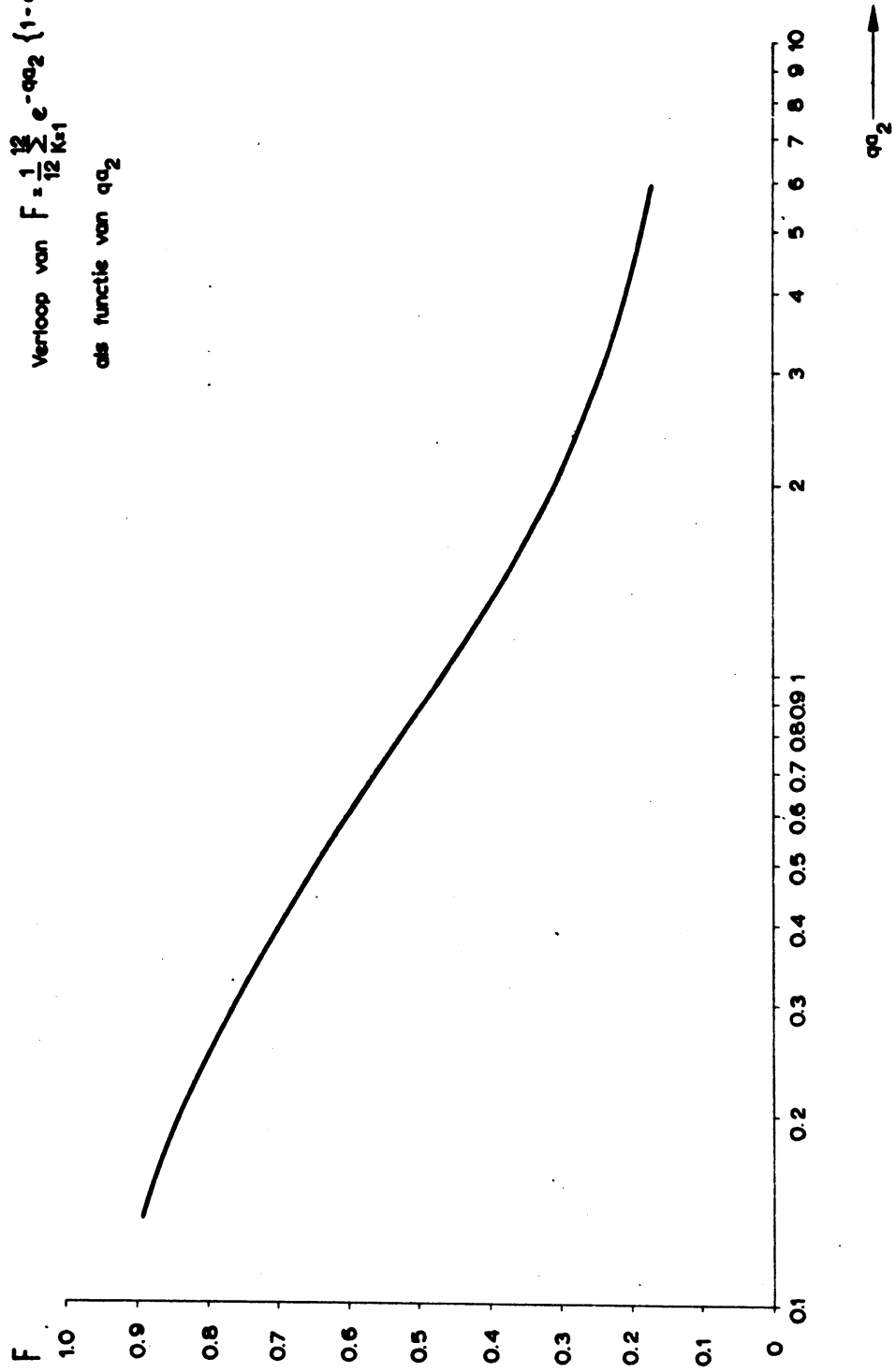
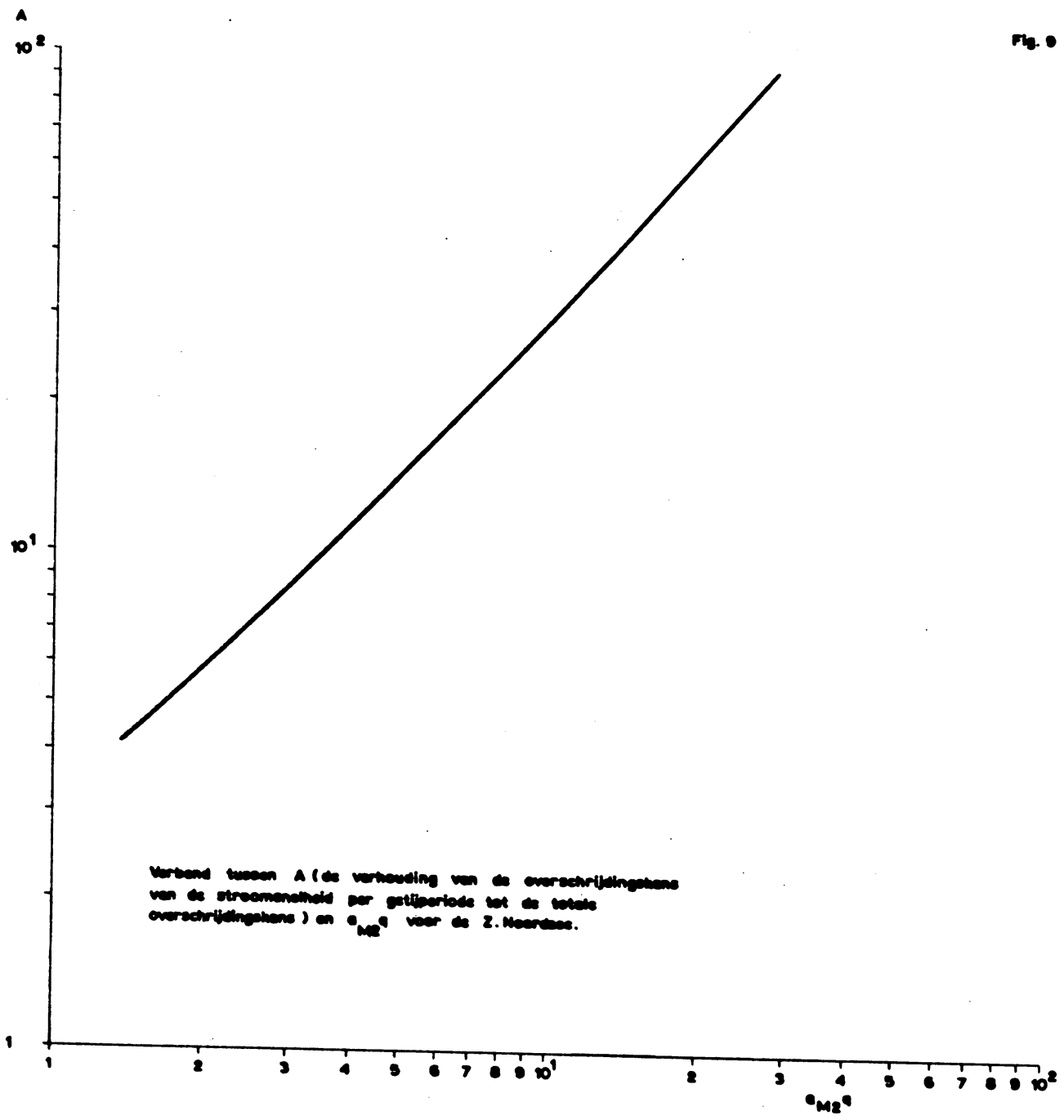
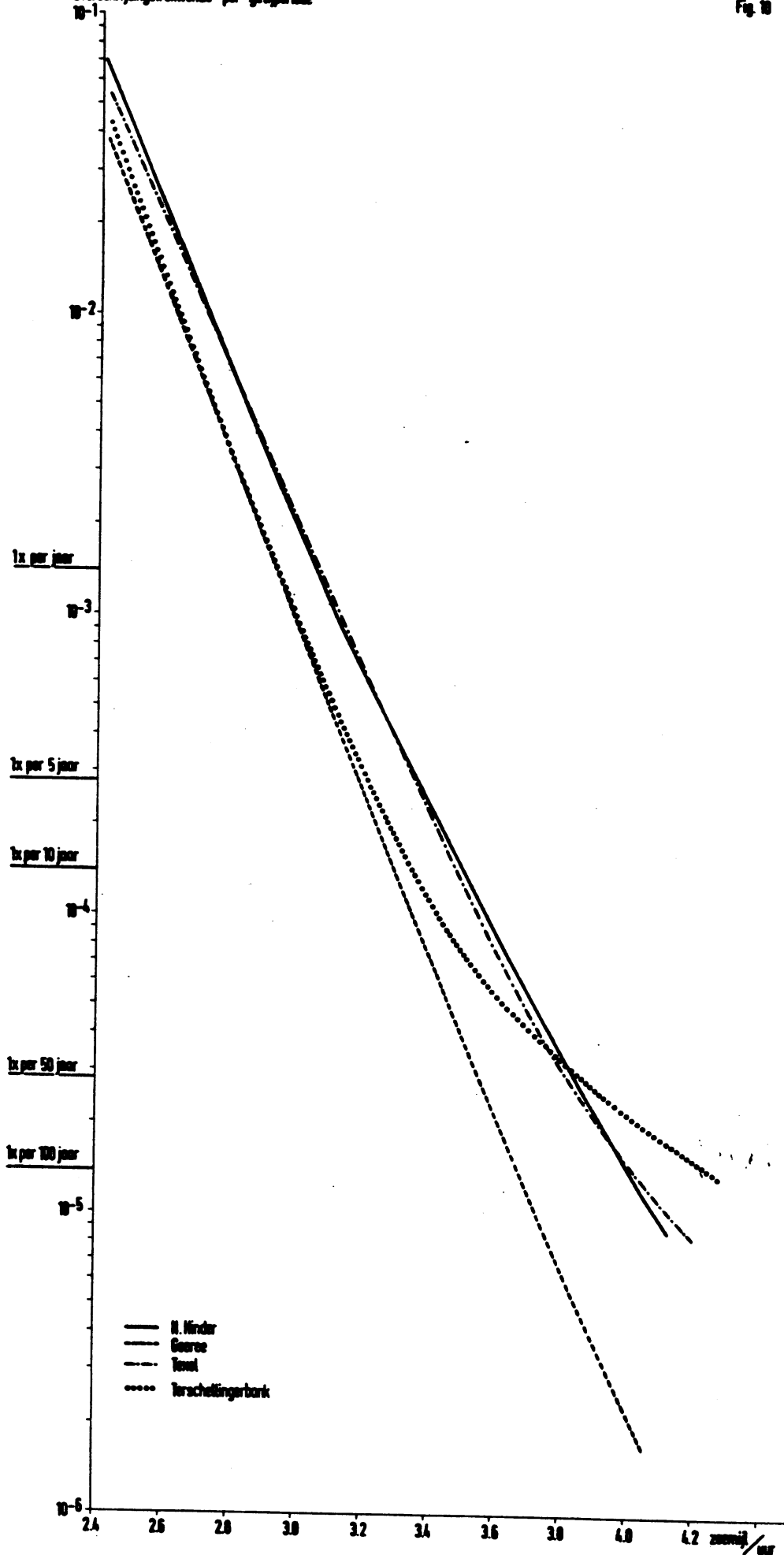


Fig. 9





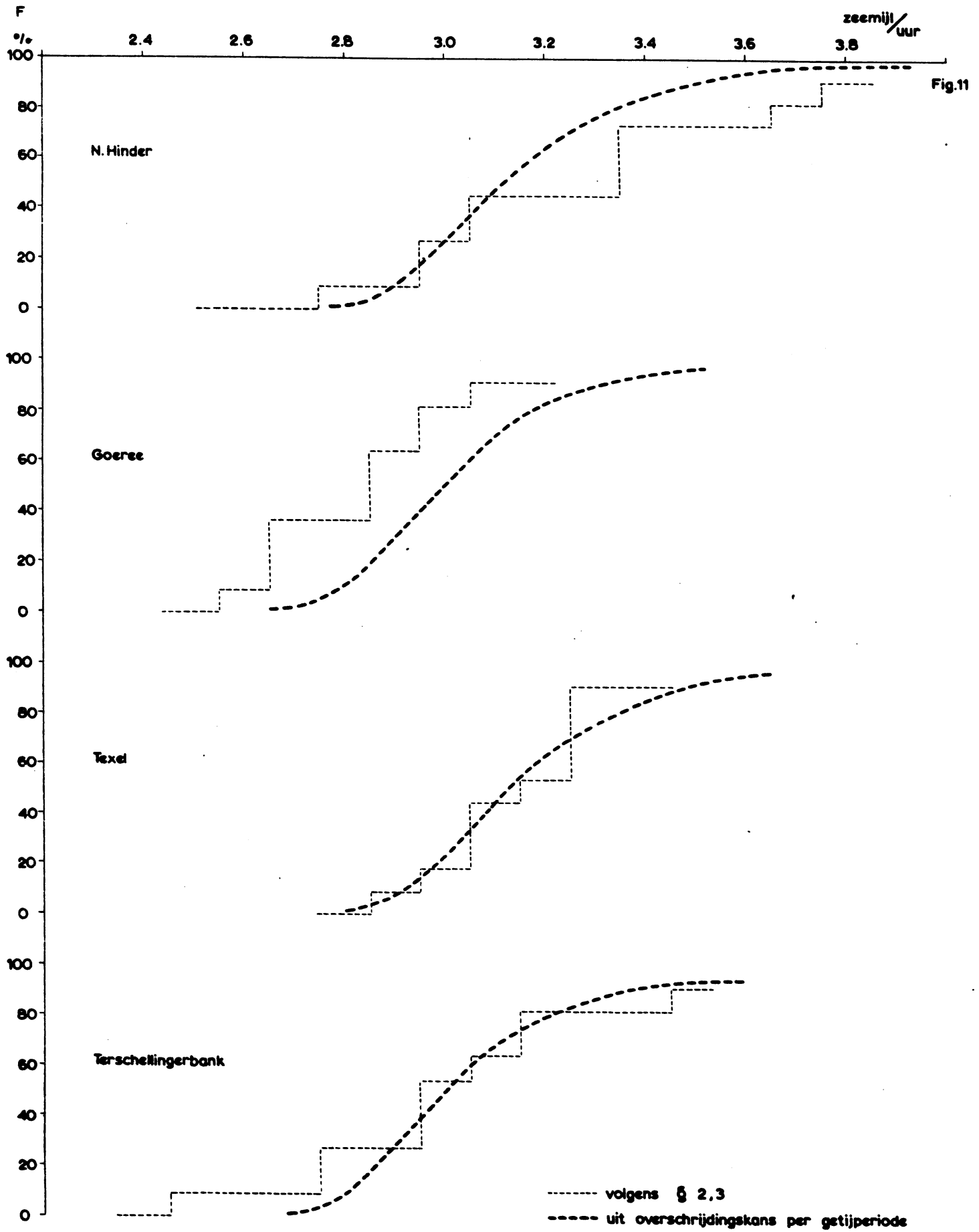


Fig.11

F (Kans op een jaarmaximum van de stroom \leq gegeven waarde)
als functie van de stroomsnelheid.