

KONINKLIJK NEDERLANDS
METEOROLOGISCH INSTITUUT

Wetenschappelijk Rapport W.R. 64-2 (R III 292-1964)
U.Dc.551.525.4

Drs. P.J.Rijkoort

De vorstdiepte in de bodem gedurende
de winter 1962-1963.

De Bilt - 1964

All Rights Reserved

Nadruk zonder toestemming van het K.N.M.I. is verboden

Inleiding

In het wetenschappelijk rapport W.R.-60-5 [1] is een formule afgeleid, waarmee de indringingsdiepte van de vorst in de bodem kan worden berekend, indien de temperatuur aan de aardoppervlakte gegeven is als functie van de tijd en bovendien de temperatuurvereffingscoëfficiënt $a (= \lambda/c$, waarin λ het warmtegeleidingsvermogen met de dimensies $[\text{cal cm}^{-1} \text{sec}^{-1} \text{°C}^{-1}]$ is en C de warmtecapaciteit met de dimensies $[\text{cal cm}^{-3} \text{°C}^{-1}]$) van de bodem en een tweetal empirische grootheden p en q bekend zijn. Het temperatuurverloop aan het aardoppervlak moet hiertoe geschematiseerd worden tot een lineaire toename van de vorst van 0°C tot $T_0^\circ\text{C}$ om daarna constant te blijven op de vorsttemperatuur T_0 . Wat p en q betreft, moet men volstaan met het gebruik van bekende waarden uit vorige jaren. Als het verloop van de vorstdiepte gedurende een bepaald jaar bekend is, kan de formule worden aangepast, waarmee dan de waarden van p en q bepaald zijn. Indien p en q van jaar tot jaar niet al te veel variëren, kan men voor een gegeven jaar de waarden uit een vorige jaar wel gebruiken. In W.R. 60-5 is een voorbeeld gegeven, waaruit blijkt dat dit een redelijk resultaat geeft. Voor p zou men niet op vorige waarnemingen behoeven terug te grijpen, omdat bekend is waarin p is uit te drukken n.l. $p = P \lambda^2 / \lambda_1$; hierin is P de temperatuurgradient in de bodem aan het begin van de vorstperiode en λ_1 de warmtegeleidingscoëfficiënt ($i = 1$ slaat op het bevroren gedeelte van de bodem en $i = 2$ op het onbevroren gedeelte). De waarden van λ_1 en λ_2 zijn niet goed bekend, zodat het terug grijpen op experimenteel bepaalde waarden van P de voorkeur heeft boven berekening. Hoe q samenhangt met de bodemconstanten is niet bekend; voor q is men dus beslist op andere waarnemingen aangewezen.

In W.R. 60-5 zijn in het bijzonder de winters van 1947 en 1954 behandeld. Het is de bedoeling van dit rapport een overzicht te geven van het verloop van de bodemtemperaturen en van de vorstdiepten voor enkele stations in de strenge winter 1962 - 1963. Tevens zal hierbij getracht worden de vorstdiepte te berekenen met behulp van de formule uit W.R. 60-5. De beschikbare gegevens zijn afkomstig van de stations De Bilt, Castricum (lysimeterstation) en Rottegatpolder (verdampingsonderzoekstations te Ten Boer, Groningen). Bovendien zijn er gegevens van een zestal bijzondere stations in het Deltagebied n.l. Zierikzee, Heinkenszand, Wilhelminadorp, Philippine, Nieuwe Tonge en Haamstede.

Voor De Bilt en Castricum zijn grafieken gegeven die het gehele verloop van de lucht- en de bodemtemperatuur in de periode 1 december 1962 tot medio maart 1963 weergeven. Van de Rottegatpolder zijn alleen de gegevens van het eind van de vorstperiode in beeld gebracht, terwijl uit het materiaal van de stations in het Deltagebied alleen enkele numerieke gegevens zijn afgeleid.

1. Het verloop van bodem- en luchttemperatuur in de winter 1962 - 1963 en berekening van vorstdiepte te De Bilt en Castricum.

1.1. Overzicht.

In de figuren 1 en 2 is het verloop van de luchttemperatuur op 150 cm boven de grond en van de bodemtemperaturen op de diepten 5, 10, 20, 50, 75 en 100 cm gegeven voor De Bilt, resp. Castricum. Voor de luchttemperatuur stonden de dagelijkse termijnwaarnemingen te 8, 14 en 19 uur en de dagelijkse maxima en minima ter beschikking; voor de bodemtemperaturen alleen de dagelijkse termijnwaarnemingen, behoudens voor De Bilt waarvan de diepten 50, 75 en 100 cm alleen de 14 uur waarneming aanwezig is. Dit laatste is geen ernstig bezwaar, omdat op deze diepten de dagelijkse gang toch zeer gering of zelfs nihil is.

Over de begin- en middengedeelten van de winterperiode is niets bijzonders op te merken. Over het laatste deel echter wel.

In de eerste plaats begint op 22 februari 1963 de periode met zeer zonnig, helder weer, die geleidelijk het einde van de winter bracht. 's Nachts vindt nog een zeer sterke afkoeling van de lucht plaats tot zeer lage dagelijkse minima, terwijl overdag de zon in staat is de temperatuur tot boven nul te doen stijgen. De gemiddelde luchttemperatuur gaat iedere dag iets omhoog tot op 5 maart ook het minimum boven nul komt. Er is een sterke dagelijkse schommeling, die zeer regelmatig blijkt te zijn. Ook in de bodemtemperatuur op 5, 10 en 20 cm diepte is deze regelmatige dagelijkse schommeling te zien, uiteraard met afnemende amplitude bij toenemende diepte. Het laatste feit maakt dit gedeelte van het materiaal zeer geschikt om er de theorie van de voortplanting van temperatuurgolven op toe te passen. Zo doende kan de waarde van de temperatuurvereffeningscoëfficiënt worden berekend.

In de tweede plaats kan in de eindperiode van de vorst de grootste vorstdiepte die bereikt werd, worden bepaald. In De Bilt zien we temperatuur op 50 cm diepte op 27 februari de 0°C-grens bereiken. De grootste vorstdiepte werd ongeveer op 2 maart bereikt en bedroeg toen naar schatting ongeveer 52 cm. In Castricum is de temperatuur op 50 cm diepte reeds op 10 januari onder nul gekomen, terwijl op 26 februari de vorstdiepte 75 cm bedroeg. De grootste vorstdiepte werd hier op 3 maart bereikt en bedroeg naar schatting ongeveer 80 cm. Het verschil in vorstdiepte in De Bilt en in Castricum is geheel in overeenstemming met de waarnemingen in vorige winters zoals uit [1] blijkt. De oorzaak is naast enig verschil

in grondsoort (duinzand in Castricum en humeuze zandgrond in De Bilt) waarschijnlijk vooral de diepere grondwaterstand te Castricum (ca. 2m) tegen over die te De Bilt (ca. 1m).

In de derde plaats is de dooiperiode van 5 maart af zeer interessant. Als de minima van de luchttemperatuur boven 0°C komen, blijft in de lucht een sterke dagelijkse schommeling doorgaan. De temperatuurschommeling op 5, 10 en 20 cm in de bodem neemt dan echter direkt sterk af, waarna gedurende enige tijd de temperatuur nagenoeg constant 0°C blijft. Dit is klaarblijkelijk het gevolg van het smelten van het ijs in de bodem. Alle toegevoerde warmte wordt dan gebruikt om ijs in water om te zetten en de temperatuur blijft 0°C . Op 8 maart begint de temperatuur op 5 cm diepte plotseling weer een dagelijkse schommeling te vertonen. Deze diepte is dan blijkbaar ijsvrij. Iets later beginnen de temperaturen op de diepten 10 resp. 20 cm weer een dagelijkse schommeling te vertonen, in Castricum op 9 resp. 10 of 11 maart en in De Bilt op 11, resp. 13 maart. In De Bilt zien we verder de temperatuur op 50 cm diepte heel langzaam omhoog gaan tot 15 maart; dan zet ineens een veel sterkere stijging in. De langzame toename van de temperatuur zal ongetwijfeld veroorzaakt zijn door warmtetoevoer uit diepere lagen. Tussen 20 en 50 cm moet vòòr 15 maart nog ijs aanwezig zijn geweest. De plotselinge stijging op 15 maart kan dan opgevat worden als een teken dat thans al het ijs is verdwenen, zodat nu de warmtestroom van boven ongehinderd naar beneden kan doordringen. Dit is in overeenstemming met enkele experimenten die in de periode 7 ... 12 maart te De Bilt zijn uitgevoerd. Een ijzeren staaf werd in de grond gestoken; aanvankelijk kon dit slechts tot beperkte diepte; kennelijk was nog een flinke ijslaag aanwezig. Op 12 maart lukte het door te stoten, hoewel op een diepte van 25 à 30 cm ijs aanwezig moet zijn geweest, omdat toch duidelijk een zekere weerstand te voelen was. De ijslaag was daar blijkbaar zo dun dat doorstoten mogelijk was.

In Castricum blijft de temperatuur op 50 cm diepte gedurende lange tijd nagenoeg 0°C en ondergaat die op 75 cm een langzame stijging. Op 16 maart gaan zowel de temperatuur op 50 cm als die op 75 cm plotseling omhoog. Het ijs was hier dus blijkbaar één dag langer in de grond aanwezig dan in De Bilt. Onzes inziens kunnen we het gedrag van de temperatuur op 50 cm het beste gebruiken als indicator van het moment waarop alle ijs in de bodem juist gesmolten is. Dit moment is het einde van de periode waarop "de hal" nog in de grond zit, zoals soms wel gezegd wordt; men kan dus kortweg van de halperiode spreken. Het is beslist

niet juist dat het einde van de halperiode is aangebroken als bij de waarnemingen gebruikte grondthermometers boven 0°C aanwijzen. Daarvoor is het diepteverschil tussen de opeenvolgende thermometers te groot. Zouden de thermometers op onderlinge afstanden van 5 à 10 cm zijn opgesteld dan zou vermoedelijk wel uit het boven 0°C zijn van alle thermometers tot het einde van de halperiode zijn te besluiten.

1.2. De voortplanting van de temperatuurgolf.

1.2.1. De theorie.

De waarnemingen op 5, 10 en 20 cm diepte in de periode 22 februari - 3 maart zullen thans gebruikt worden om te trachten de waarde van de temperatuurvereffeningscoëfficiënt van de bevroren grond te bepalen.

Zoals bekend is (zie [2] en [3]) volgt de voortplanting van een temperatuurgolf in een homogeen medium, als men dit probleem één dimensionaal behandelt, uit de vergelijking:

$$\frac{\partial T(z, t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T(z, t)}{\partial z^2} \quad (1.2.1)$$

waarin $T(z, t)$ de temperatuur op de diepte z beneden het aardoppervlak en het tijdstip t voorstelt, terwijl a de temperatuurvereffeningscoëfficiënt is (dimensie: $[\text{cm}^2 \text{ sec}^{-1}]$)

De oplossing is:

$$\begin{aligned} T(z, t) &= T_{\bar{x}} + k_1 z + k_2 z^2 + 2ak_2 t + \sum_1^{\infty} R_i \exp\left(-z \sqrt{\frac{\omega_i}{2a}}\right) \cos\left(\omega_i t - \sqrt{\frac{\omega_i}{2a}} z + \psi_i\right) \\ &= T_{\bar{x}} + k_1 z + k_2 z^2 + 2ak_2 t + \sum_1^{\infty} A_i(z) \cos(\omega_i t + \psi_i(z)) \end{aligned}$$

waarin $\omega_i = \frac{2\pi}{P_i}$ als P_i de periode voorstelt.

$P_1 = 86400 \text{ sec} (=1 \text{ dag})$; $P_i = P_1/i$, waarbij $i = 1, 2, \dots, \infty$.

De grootheid $\sqrt{\frac{2a}{\omega}}$ wordt wel dempingsdiepte genoemd en met D aangegeven. Het is de diepte waarop de amplitude van de temperatuurgolf is afgenomen tot 1/2 van de amplitude aan de oppervlakte zoals volgt uit

$$A_i(z) = R_i \exp\left(-z \sqrt{\frac{\omega_i}{2a}}\right) = R_i \exp\left(-\frac{z}{D_i}\right)$$

en dus

$$A_i(D_i) = R_i \exp(-1) = \frac{1}{e} R_i$$

Aangezien we in ons geval slechts waarnemingen op drie vaste tijdstippen per dag hebben, heeft hetgeen zin hogere harmonischen dan de eerste te berekenen, we volstaan derhalve met de vergelijking:

$$T(z, t) = T_{\bar{x}} + kz + R \exp(-z/D) \cos(\omega t + \varphi - z/D) \quad (1.2.2)$$

De waarnemingen van de periode 22 februari ... 3 maart vormen natuurlijk geen zuivere goniometrische functie volgens (1.2.2). Het temperatuurverloop bestaat naast de dagelijkse variatie en een trend uit fluctuaties met grote perioden, die zowel het gemiddelde als de amplitudines van de dagelijkse schommeling doen variëren. Het is echter niet goed mogelijk om het verloop van deze fluctuaties nauwkeurig vast te stellen om daarna hiervoor te corrigeren. Derhalve werd van een poging tot eliminatie van deze storende effecten afgezien en zo werden zonder meer de 8, 14 en 19 uur waarnemingen over de 10 dagen gemiddeld. Op deze drie gemiddelden \bar{T}_8 , \bar{T}_{14} en \bar{T}_{19} werd de formule

$$T(z, t) = T_{\bar{x}}(z) + A(z) \cos \left\{ \omega t + \psi(z) \right\} = T_{\bar{x}}(z) + B(z) \cos \omega t + C(z) \sin \omega t \quad (1.2.3)$$

toegepast.

Uit $A(z) = R \exp(-z/D)$ volgt

$$\ln A(z) = -z/D + \ln R \quad (1.2.4)$$

$$\text{en verder is } \psi(z) = -z/D + \psi \quad (1.2.5)$$

Als dus de waarden van A en ψ voor twee diepten bekend zijn, kan hieruit D en dus a op twee manieren berekend worden n.l.

$$1^\circ \quad D' = \frac{z_2 - z_1}{\ln A(z_1) - \ln A(z_2)} \quad (1.2.6)$$

$$2^\circ \quad D'' = \frac{z_2 - z_1}{\psi(z_1) - \psi(z_2)} \quad (1.2.7)$$

In principe kunnen dus als de temperaturen van diverse diepten bekend zijn de temperatuurseffeningsscoëfficiënten van de opeenvolgende lagen bepaald worden. Daarmede zou men dan de homogeniteit van de bodem kunnen nagaan. In de praktijk blijkt echter de nauwkeurigheid van de temperatuurwaarnemingen niet voldoende te zijn om tot significante verschillen in a -waarden voor de verschillende lagen te besluiten. Het is daarom beter om $\ln A(z)$ resp. $\psi(z)$ grafisch tegen z_i uit te zetten en in verband met de formules (1.2.4) en (1.2.5), door de punten een rechte te trekken. D is dan op twee wijzen bepaald door de helling van de rechten.

$$D' = -1 / \frac{\partial \ln A(z)}{\partial z} \quad (1.2.8)$$

$$D'' = -1 / \frac{\partial \psi(z)}{\partial z} \quad (1.2.9)$$

Vaak blijkt nu echter bij toepassing, dat D' en D'' niet gelijk zijn. Dit is een aanwijzing dat het simpele model, waarbij λ en C constant ge-

dacht zijn, te eenvoudig is. Peerlkamp behandelt in [2] een model, waarbij λ en C met de diepte kunnen variëren. Hij gaat hierbij uit van de algemene vorm van de warmtevergelijking:

$$C_{(x)} \frac{\partial T(z_1, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \lambda(z) \cdot \frac{\partial T(z_1, t)}{\partial z} \quad (1.2.10)$$

die voor λ en C constant, met $\lambda/C = a$ in (1.2.1) overgaat. De algemene oplossing is zeer ingewikkeld. Een vereenvoudigde onderstelling, die tot een bruikbare oplossing voert, is dat $\ln A$ en ψ lineair van de diepte afhangen, evenals bij het model dat uit (1.2.1) volgt, maar nu met verschillende waarden voor afname met de diepte. Als we invoeren

$$r = \frac{\partial \ln A}{\partial z} \quad \text{en} \quad s = \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad \text{dan is}$$

$$D = \frac{2 r}{s(r^2 + s^2)} \quad (1.2.11)$$

en

$$A = \frac{r w}{s(r^2 + s^2)} \quad (1.2.12)$$

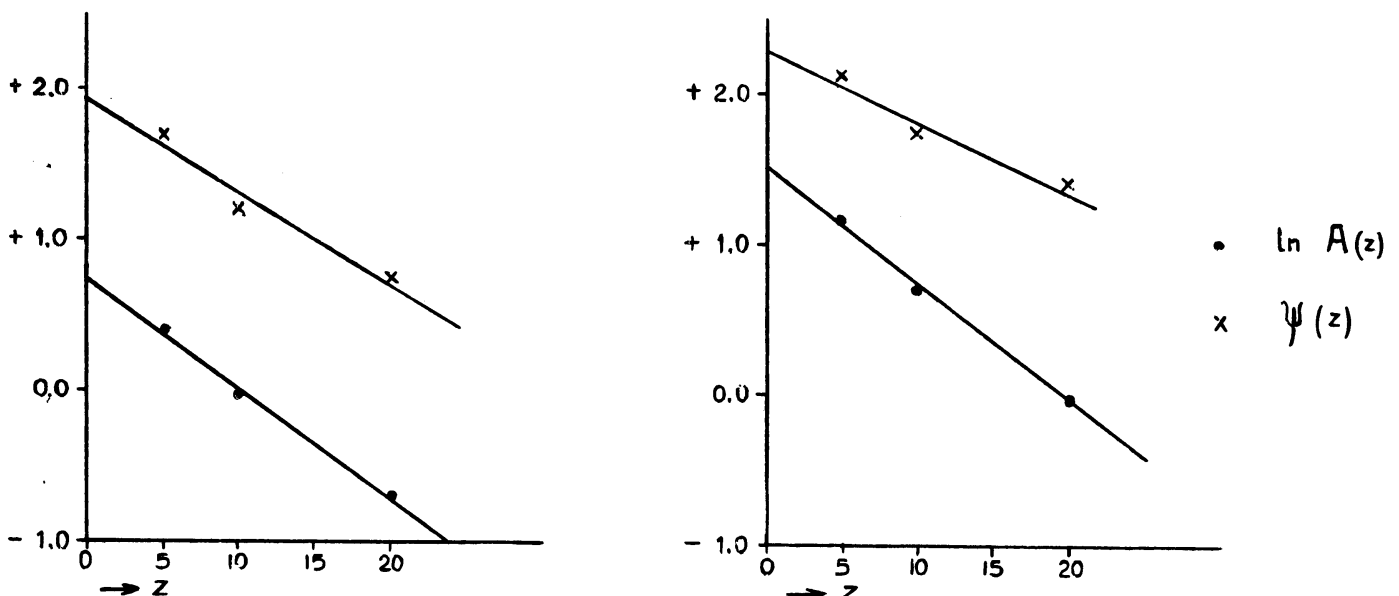
1.2.2. De toepassing.

Het resultaat van de toepassing op de gegevens van De Bilt en Castricum is samengevat in de tabellen (1.2.1), (1.2.2) en (1.2.3) en in fig.4.

fig. 4

De Bilt

Castricum



Tabel (1.2.1) geeft de gemiddelde waarden van de bodemtemperaturen.

Tabel 1.2.1
Gemiddelde bodemtemperaturen \bar{T}_8 , \bar{T}_{14} en \bar{T}_{19} voor
22 februari ... 3 maart 1963

	De Bilt			Castricum		
	5 cm	10 cm	20 cm	5 cm	10 cm	20 cm
8 uur	-4,35	-3,48	-2,23	-7,91	-7,51	-6,19
14 uur	-2,25	-2,34	-1,89	-3,44	-4,64	-4,91
19 uur	-1,77	-1,50	-1,31	-4,00	-4,06	-4,30

Uit de waarden van tabel 1.2.1 zijn de waarden van $T_{\bar{x}}(z)$, $A(z)$ en $\psi(z)$ berekend nadat $T_{\bar{x}}$, $B(z)$ en $C(z)$ uit (1.2.3) zijn opgelost volgens:

$$\begin{aligned} T_{\bar{x}} &= 0,5658 \bar{T}_8 - 0,1516 \bar{T}_{14} + 0,5858 \bar{T}_{19} \\ B &= 0,2729 \bar{T}_8 - 1,0730 \bar{T}_{14} + 0,8002 \bar{T}_{19} \\ C &= 0,6589 \bar{T}_8 - 0,4446 \bar{T}_{14} - 0,2144 \bar{T}_{19} \end{aligned} \quad (1.2.13)$$

Tabel 1.2.2
Parameterwaarden van de temperatuurgolf

	De Bilt			Castricum		
	5 cm	10 cm	20 cm	5 cm	10 cm	20 cm
$T_{\bar{x}}$	-3,16	-2,49	-1,74	-6,30	-5,92	-5,28
A	1,50	1,00	0,51	3,28	2,04	0,99
ln A	0,41	0,00	-0,67	1,19	0,71	-0,01
ψ (graden)	97°41'	68°48'	43°10'	120°54'	98°57'	81°53'
ψ (radialen)	1,70	1,20	0,75	21,0	1,73	1,43

Naast A en ψ (in graden) die rechtstreeks uit de berekeningen volgens zijn ook ln A en ψ in radialen in de tabel opgenomen, omdat dit de groot-heden zijn waar verder meegerekend wordt.

In fig.4 zijn ln A en ψ tegen z uitgezet. De waarden van ln A voldoen zeer goed aan een lineair verband; die van ψ minder goed.

Het lineaire verband

$$\ln A = r.z + m$$

$$\psi = s.z + n$$

is bepaald met de methode der kleinste kwadraten, waarbij we alleen r en s hebben berekend volgens

$$r = -0,05714(\ln A)_{5\text{cm}} - 0,01429(\ln A)_{10\text{cm}} + 0,07143(\ln A)_{20\text{cm}}$$

en

(1.2.14)

$$s = -0,5714 \Psi_{5\text{cm}} - 0,01429 \Psi_{10\text{cm}} + 0,07143 \Psi_{20\text{cm}}$$

Na de berekening van r en s zijn D en a volgens (1.2.11) en (1.2.12) te bepalen. In tabel 1.2.3 zijn de waarden van D en a samengevat; ook de waarden D' en D'' volgens (1.2.8) en (1.2.9) met bijbehorende waarden a' en a'' zijn in deze tabel opgenomen.

Tabel 1.2.3

	De Bilt	Castricum
D'	14,0 (1,02)	12,6 (0,32)
D''	16,6 (1,43)	23,4 (1,73)
D	16,5 (1,33)	21,4 (1,16)
a'	0,0071 (0,0010)	0,0058 (0,0003)
a''	0,0100 (0,0017)	0,0198 (0,0029)
a	0,0099 (0,0016)	0,0166 (0,0018)

Voordat enkele opmerkingen over de gevonden waarden en D en a worden gemaakt, zullen we eerst trachten iets over de nauwkeurigheid van de uitkomsten te zeggen. De moeilijkheid is daarbij dat we niet precies weten welke nauwkeurigheid de basiswaarden \bar{T}_8 , \bar{T}_{14} en \bar{T}_{19} bezitten. Het is n.l. stellig niet juist hiervoor de spreiding te gebruiken, die volgt uit het feit dat deze grootheden een gemiddelde van 10 afzonderlijke waarden voor T_8 , voor T_{14} en voor T_{19} zijn. De variatie in elk van deze 10 waarden is n.l. ten dele een gevolg van reële temperatuurfluctuaties, die voor de nauwkeurigheid van de D en a waarden niet van belang zijn. Alleen de meetonnauwkeurigheid speelt een rol. We kennen deze niet exact, maar zullen voor de afzonderlijke temperatuurmetingen een nauwkeurigheid (spreiding) van $0,1^\circ\text{C}$ onderstellen; op alle diepten dezelfde waarden dus, dan is dus

$$\sigma_{\bar{T}_8}^2 = \sigma_{\bar{T}_{14}}^2 = \sigma_{\bar{T}_{19}}^2 = 0,001$$

Immers de variantie van de afzonderlijke temperatuurmetingen bedraagt dan $(0,1)^2$ en die van het gemiddelde over 10 waarnemingen $(0,1)^2 \cdot 1/10$.

Verder zullen we de foutenvoortplantingwet gebruiken voor het geval dat de diverse termen onafhankelijk zijn. Deze heeft de volgende vorm als y en functie is van N onderlinge onafhankelijke grootheden

$$x_1 \dots x_N : N$$
$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{x_i}^2$$

We volstaan met de einduitkomsten die in tabel 1.2.3 tussen haakjes zijn opgenomen.

Het blijkt dan dat er voor De Bilt geen significant verschil bestaat tussen de volgens de verschillende methoden bepaalde waarden; voor Castricum echter wel.

Ter vergelijking geven we enkele waarden van a zoals die in de literatuur (zie [3] of [4]) te vinden zijn:

droog zand	0,0013	cm ² sec ⁻¹
nat zand	0,01	" "
ijs	0,012	" "
water(onbewogen)	0,0015	" "

De waarden voor De Bilt komt redelijk goed met die voor nat zand overeen, die voor Castricum is iets aan de hoge kant t.o.v. die voor nat zand.

1.3 De grootste in 1962-1963, bereikte vorstdiepten.

De resultaten van de theorie die in [1] is behandeld en in de inleiding werd genoemd, zullen thans worden toegepast op de waarnemingen van de winter 1962 - 1963, waarbij we ons echter zullen beperken tot de berekening van de grootste vorstdiepte. De formule voor het verloop van de vorstdiepte luidt als volgt (zie pg. 31 van [1]):

$$R_t = \frac{1}{S + \frac{Qd}{\sqrt{u}} + 2a(\sqrt{u} - \sqrt{u-1})} \quad \text{voor } u > 1 \quad (1.3.1)$$

waarin $S = P/-T_0$; $Q = q/-T_0$; $a = \frac{1}{\sqrt{a_1 \pi t}}$ en $u = t/\theta$

De grootheden p en q hangen met de "bodemconstanten" samen; p volgens $p = \frac{P\lambda_2}{\lambda_1}$ waarin P de temperatuurgradient in de bodem voorstelt aan het begin van de vorstperiode en λ_2 resp. λ_1 de warmtegeleidingscoëfficiënt is van de onbevroren resp. bevroren grond; q hangt op onbekende wijze met de bodemconstanten samen. In het algemeen moeten p en q langs empirische weg bepaald worden. Verder is T_0 de constante vorsttemperatuur van de oppervlakte, t de tijd en θ het tijdstip waarop de temperatuur de waarde T_0 bereikt na een lineaire toename van de vorst vanaf 0°C op het tijdstip $t = 0$.

Voor $u < 1$ geldt een andere formule die hier echter buiten beschouwing blijft.

Indien $\theta = 0$ wordt formule (1.3.1) vereenvoudigd tot:

$$R_t = \frac{1}{S + \frac{Q+1}{\sqrt{a_1 \pi t}}} = \frac{-T_0}{p + \frac{q - T_0}{\sqrt{a_1 \pi t}}} \quad (1.3.2)$$

Uit de waarnemingen vonden we rechtstreeks voor De Bilt resp. Castricum $R_t = 52$ cm resp. 80 cm.

In de theorie is er van uitgegaan dat het verloop van $T(t, z)$ gegeven wordt voor de oppervlakte van de aarde (voor $z = 0$ dus) en hiermede wordt het verloop van de temperatuur op grotere diepten en het verloop van de vorstgrens dan berekend. Er is echter geen enkel bezwaar tegen om van een willekeurige diepte uit te gaan en van daaruit de vorstdiepte te berekenen, mits dan tenslotte de diepte waarvan uitgegaan wordt, weer bij de berekende vorstdiepte wordt opgeteld. We beschikken n.l. niet over oppervlaktetemperaturen; de kleinste diepte waarop thans in De Bilt en Castricum gemeten wordt, is 5 cm. Vroeger werd in Castricum juist beneden de oppervlakte gemeten. In

[1] zijn deze laatstgenoemde metingen als oppervlaktetemperaturen gebruikt. Bij nader inzien moet echter sterk worden betwijfeld of deze metingen wel voldoende representatief zijn. De afmetingen van het meetelement spelen hierbij een rol. Vooral als de grondoppervlakte enigszins onregelmatig is, moet een meting van de oppervlaktetemperatuur een dubieuze zaak geacht worden. Daarom is voortaan 5 cm als kleinste diepte aangehouden; alleen in de Rottegatpolder in Groningen, waarvan ook nog enkele gegevens gebruikt zullen worden, komt nog een diepte van 1 cm als meetniveau voor.

We zullen nu trachten de formule 1.3.1 te gebruiken om de vorstdiepte aan het eind van de vorstperioden (op het tijdstip $t_{\bar{x}}$) in maart 1963 te berekenen voor De Bilt en Castricum. De grootste moeilijkheid zal hierbij blijken te zijn het feit dat de parameter q niet goed bekend is. Dit verhindert ook de bepaling van de onnauwkeurigheid van het eindresultaat. De waarde van q te schatten is al moeilijk maar het bepalen van de onnauwkeurigheid van de schatting van q is volstrekt uitgesloten.

Het enige wat gedaan kan worden is het berekenen van $R_{t_{\bar{x}}}$ voor een aantal waarden van de parameters.

De bepaling van de parameters T_0 , θ en $t_{\bar{x}}$ scheidt geen bijzondere moeilijkheden. Het verloop van de temperatuur op 5 cm diepte is wel te schematiseren.

Voor de keuze van de waarde van a zijn twee mogelijkheden. We kunnen de waarden 0,010 resp. 0,017 (afgerond) voor De Bilt resp. Castricum uit tabel 1.2.3 kiezen of de waarden 0,014 resp. 0,008 die in 1954 werden gevonden.

Voor p en q kunnen we ons alleen op 1954 baseren, waarbij p nog iets gewijzigd zou kunnen worden op grond van de formule $p = P^{\lambda^2/\lambda_1}$. De temperatuurgradient P kan voor het begin van de beide vorstperioden 1954 en 1962-1963 worden bepaald. Hierbij moet dan wel verondersteld worden dat λ^2/λ_1 in beide jaren dezelfde waarde had, dan kan immers gesteld worden $(P/P)_{1954} = (P/P)_{1962-63}$.

We vatten nu in tabel 1.3.1 de waarden van de parameters en de hieruit volgens formule 1.3.1 berekende waarden van $R_{t_{\bar{x}}}$ (na vermeerdering met 5 cm) samen.

Tabel 1.3.1

	De Bilt		Castricum	
T_0 [$^{\circ}\text{C}$]	- 1,9		- 3,7	
θ [dagen]	3		3	
$t_{\bar{x}}$ [dagen]	56		73	
$t = 0$	8 jan. 1963		22 dec. 1962	
a [$\text{cm}^2 \text{sec}^{-1}$]	0,014	0,010	0,008	0,017
p [$^{\circ}\text{C cm}^{-1}$]	0,029		0,034	
q [$^{\circ}\text{C}$]	16,6		5,15	
$R_{t_{\bar{x}}}$ (berekend) [cm]	35	32	75	80
$R_{t_{\bar{x}}}$ (waargenomen) [cm]	52		81	

Terwijl in Castricum een goede overeenkomst met de waargenomen vorstdiepte wordt verkregen, vooral bij gebruik van $a = 0,017$, is in De Bilt de uitkomst van de berekening veel te laag. We vermoeden dat de waarde van q hier te hoog is. Zouden we voor q dezelfde waarde kiezen als in Castricum dan zou $R_{t_{\bar{x}}}$ resp. 50 en 48 worden, hetgeen dus veel beter met de waarnemingen overeenstemt, terwijl bijz. $q = 2,5$ tot 56 en 54 cm leidt.

2. Resultaten van enkele andere stations.

2.1. Rottegatspolder.

In de Rottegatspolder bij Ten Boer in Groningen zijn in het kader van een verdampingsonderzoek, ook bodemtemperaturen gemeten en wel op de diepten 1, 5, 10, 20, 50 en 100 cm. De grondsoort is hier zeeklei. Aangezien de waarnemingen tijdens de vorstdiepte niet regelmatig elke dag hebben plaats gevonden, is niet een volledig beeld van het verloop van de temperauren in grafiek gebracht, maar wordt volstaan met het slot van de vorstperiode n.l. vanaf 1 maart, zoals in fig.3 is te zien.

Het schatten van de faseverschuiving van de temperatuurgolven is achterwege gelaten, omdat wegens het ontbreken van waarnemingen, de nauwkeurigheid van deze schattingen stellig volkomen onvoldoende is. Iets beter gaat het schatten van de amplitudines. We vinden resp. op 1, 5, 10 en 20 cm de waarden $3,5^{\circ}\text{C}$; $2,5^{\circ}\text{C}$; $1,8^{\circ}\text{C}$ en $0,7^{\circ}\text{C}$. Als de logaritmen van deze waarden grafisch tegen z worden uitgezet blijkt een

lineair verband een redelijke aanpassing te zijn. Voor $\frac{d \ln A}{dz}$ vinden we 0,084. Dus is de dempingsdiepte 11,90 cm en de waarde van $a = 0,0052 \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-1}$. Een zeer redelijke uitkomst.

Om de vorstdiepte te berekenen moeten de diverse parameters weer geschat worden. Uit het temperatuurverloop op 1 cm diepte is af te leiden $T_0 = -2,7^\circ\text{C}$; $\Theta = 3$ dagen terwijl we voor t_{v} 72 dagen kiezen. Voor de grootheden p en q hebben we geen waarden uit een vorig jaar ter beschikking. We moeten hiervoor waarden van een ander station kiezen. In Oene (rievierklei) zijn voor 1954 (zie [1]) voor a , p en q resp. $0,0050 \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-1}$; $0,041^\circ\text{C cm}^{-1}$ en $10,27^\circ\text{C}$ gevonden. De waarde van a is nagenoeg gelijk aan die van Rottegatpolder. Als we p en q van Oene gebruiken vinden we voor Rottegatpolder $R_{t_{\text{v}}} = 34,0$ cm. Uit fig.3 is af te leiden dat de vorstdiepte aan het eind van de vorstperiode ongeveer 50 cm was. De berekening komt dus veel te laag uit. Is ook hier de gebruikte q waarde te groot? Met $q = 5$ komen we op 42 en met $q = 2,5$ op 48 cm.

2.2. Enkele stations in het Deltagebied.

In verband met een uitgebreid klimaatonderzoek in het Deltagebied worden vanaf juli 1962 ook bodemtemperatuurwaarnemingen verricht op een aantal stations in dit gebied. We gebruiken hiervan de gegevens van de stations Zierikzee (Z), Heinkenszand (H), Wilhelminadorp (W), Philippine (P), Nieuwe Tonge (N) en Haamstede (Ha). In de eerste plaats is, analoog aan wat in 1.2 voor De Bilt en Castricum is gedaan, de voortplanting van de temperatuurgolf op de diepten 5,10 en 20 cm beschouwd.

Tabel 2.2.1 geeft de gemiddelde temperaturen op de waarnemingstijdstippen 8, 14 en 19 uur.

Tabel 2.2.1

Gemiddelde temperaturen 23 feb. - 3 mrt. 1963

	5 cm			10 cm			20 cm		
	8	14	19	8	14	19	8	14	19
Z	-3,61	-1,75	-1,88	-3,37	-1,90	-1,79	-2,55	-1,93	-1,69
H	-2,30	-0,88	-0,86	-1,36	-0,91	-0,76	-1,04	-0,90	-0,76
W	-3,82	-1,44	-1,59	-	-	-	-1,56	-1,50	-1,18
P	-3,44	-1,18	-1,16	-2,65	-1,48	-1,16	-1,53	-1,40	-1,27
N	-2,98	-1,34	-1,04	-2,52	-1,48	-1,00	-	-	-
Ha	-5,58	-1,78	-2,30	-4,95	-2,43	-2,03	-3,41	-2,81	-2,04

Aanpassing van formule 1.2.3 levert voor de grootheden $T_{\bar{x}}(z)$, $A(z)$ en $\psi(z)$ waarden die in tabel 2.2.2 zijn samengevat. Hierin is ook weer $\ln A(z)$ opgenomen terwijl $\psi(z)$ zowel in graden als in radialen is gegeven.

Tabel 2.2.2

diepte		Z	H	W	P	N	Ha
5 cm	$T_{\bar{x}} \left[\begin{smallmatrix} \text{°C} \\ \text{°C} \end{smallmatrix} \right]$	-2,88	-1,67	-2,87	-2,45	-2,09	-4,23
	A	1,38	1,03	1,72	1,61	1,16	2,80
	$\ln A$	0,322	0,030	0,542	0,476	0,148	1,030
	ψ (gr)	118°15'	111°10'	116°35'	112°0'	100°20'	121°20'
	ψ (rad)	2,064	1,940	2,035	1,955	1,751	2,118
10 cm	$T_{\bar{x}}$	-2,67	-1,08	-	-1,96	-1,79	-3,62
	A	1,04	0,33	-	0,84	0,79	1,78
	$\ln A$	0,039	-1,109	-	-0,174	-0,236	0,577
	ψ (gr)	107°45'	90°0'	-	94°15'	82°40'	101°55'
	ψ (rad)	1,880	1,571	-	1,645	1,443	1,779
20 cm	$T_{\bar{x}}$	-2,14	-0,88	-1,35	-1,40	-	-2,70
	A	0,46	0,15	0,26	0,13	-	0,72
	$\ln A$	-0,777	-1,897	-1,347	-2,040	-	-0,329
	ψ (gr)	87°15'	54°30'	25°15'	59°20'	-	50°55'
	ψ (rad)	1,522	0,951	0,423	1,036	-	0,889

Als $\ln A$ resp ψ (rad) in grafiek worden uitgezet blijkt in vrijwel alle gevallen een redelijke aanpassing met een lineair verband mogelijk. Hieruit werden de waarden $r = \frac{d \ln A}{dz}$ $s = \frac{d\psi}{dz}$ bepaald waarna volgens de formules (1.2.11) en 1.2.12) de waarden van D en a werden berekend. Tabel 2.2.3 geeft het resultaat:

Tabel 2.2.3

	Z	H	W	P	N	Ha
D [cm]	24,5	13,7	9,5	13,1	16,1	11,2
a [cm ² sec ⁻¹]	0,022	0,007	0,003	0,006	0,009	0,005

In het algemeen vinden we hier ook weer de goede grootte orde, alleen de waarde voor Zierikzee valt te hoog uit, vergeleken bij de waarden die uit de literatuur bekend zijn (zie 1.2).

We merken nog op dat de grondsoort waarop de meeste van deze stations liggen zeelei is, alleen in Heinkenszand en Haamstede is de grondsoort resp. zavel en zand.

Vervolgens wordt een poging gedaan om de vorstdiepte aan het einde van de vorstperiode te berekenen.

Bij een beschouwing van de temperaturen op 5 cm diepte is gebleken dat voor alle stations zonder bezwaar $\theta = 0$ gesteld kan worden, terwijl de lengte van de vorstperiode 72 dagen is. De waarden van T_0 zijn gemakkelijk te bepalen. Voor a zullen we de waarden die in tabel 2.2.3 zijn genoteerd gebruiken. Voor p en q is de keuze moeilijker. Op grond van de resultaten voor De Bilt, Castricum en Rottegataspolder zullen we voor q een waarde kiezen die tussen de waarden ligt die voor de drie stations tot goede resultaten leidt n.l. 3. Tenslotte zullen we p zo bepalen dat we voor Zierikzee de juiste waarde voor R_t verkrijgen, dit blijkt 0,028 te zijn. We laten de p voor de zes stations variëren evenredig met de temperatuurgradient P , die we uit de waarneming kunnen bepalen. In tabel 2.2.4 zijn de gebruikte waarden van de parameters en de daaruit berekende vorstdiepten, volgens 1.3.2 en met vermeerdering van 5 cm samengevat terwijl tevens de waargenomen vorstdiepte zijn opgenomen.

tabel 2.2.4

station	T_0	P	p	q	a	$R_{t_{\bar{x}}}$ (ber)	$R_{t_{\bar{x}}}$ (waar)
Z	-2,2	0,070	0,028	3	0,022	66	66
H	-1,7	0,080	0,032	3	0,007	43	48
W	-2,2	0,085	0,034	3	0,003	45	48
P	-2,2	0,075	0,030	3	0,006	54	55
N	-1,7	0,090	0,036	3	0,009	41	53
Ha	-2,4	0,065	0,026	3	0,005	61	60

Als we deze resultaten overzien dan is de overeenkomst, behoudens in het geval Nieuwe Tonge, vrij redelijk, waarbij we echter nog wel moeten bedenken dat door de keuze van p en q er voor gezorgd is dat ongeveer de goede grootte orde wordt verkregen; maar in ieder geval is toch wel bevredigend dat de kleinere vorstdiepten in vier stations vergeleken bij de grotere in Zierikzee en Haamstede goed in de berekende waarden tot uiting komen.

3. De lengte van de halperiode.

Tenslotte wordt nog een overzicht gegeven van de lengte van de "hal"periode in de verschillende meetpunten. Voor de bepaling hiervan is de plotselinge stijging van de temperatuur op een diepte van 50 cm als criterium genomen voor het einde van de "hal"periode, terwijl de dag waarop het minimum van de luchttemperatuur boven 0°C kwam als eerste dag werd genomen. In tabel 3.1 zijn voor De Bilt, Castricum, Rottegataspolder en de zes Deltastations de lengten van de halperiode in dagen genoteerd.

Tabel 3.1
Lengte halperiode in dagen

De Bilt	11
Castricum	12
Rottegataspolder	16
Zierikzee	14
Heinkenszand	8
Wilhelminadorp	11
Philippine	10
Nieuwe Tonge	12
Haamstede	8

Er zijn dus vrij sterke verschillen in lengte van de halperiode. Gedeeltelijk zal dit wel samenhangen met de grondsoort. Heinkenszand en Haamstede met resp. zavel en zand hebben kortere perioden dan de overige Deltastations, waar de bodem uit klei bestaat. Dit is wel begrijpelijk omdat zandgrond minder vochthoudend is dan kleigrond. In kleigrond moet meer ijs ontdooien, wat meer tijd kost. Het is bijzonder jammer dat geen metingen in veengrond beschikbaar zijn. Deze grondsoort is zeer sterk vochthoudend. De indringingsdiepte van de vorst moet hier dan ook zeer gering zijn; daarentegen is wel geconstateerd dat, vooral onder bijzondere omstandigheden (b.v. noordhelling waar geen zonnestralen de bodem direkt bereiken) de vorst in veengrond weken tot maanden in de grond kan blijven.

Overigens bestaat de mogelijkheid, dat overeenkomstige grondsoorten toch nog belangrijke verschillen in vochtgehalte bezitten; dit zou een verklaring kunnen geven van het feit, dat de "hal"periode in de klei van Rottegataspolder langer is dan die in de Zeeuwse kleigronden. Immers in eerste instantie

is men geneigd dit aan klimaatverschillen tijdens de dooiperiode toe te schrijven. Zeeland is doorgaans minder koud dan Groningen. Maar tijdens de dooiperiode in maart 1963 was dit niet het geval. Wel was het tijdens de vorstperiode in Groningen kouder dan in Zeeland en aangezien de vorstdiepten in beide gebieden nagenoeg even groot waren, moet in de Rottegataspolder het vochtgehalte wel groter geweest zijn.

4. Samenvatting en conclusies.

De waarnemingen van de lucht- en bodemtemperaturen in de winter 1962-1963 van de stations De Bilt, Castricum (Lysimeterstation) Rottegataspolder (Verdampingsstation, Ten Boer in Groningen) en van de zes Deltastations Zierikzee, Heinkenszand, Wilhelminadorp, Philippine, Nieuwe Tonge en Haamstede zijn gebruikt om een indruk te verkrijgen van het karakter van deze strenge winter en in het bijzonder van de vorstdiepten die zijn bereikt.

De resultaten zijn:

1. De luchttemperatuur is over het algemeen niet bijzonder laag geweest; het meest opvallende is de eindperiode. Vanaf 22 februari 1963 is een zeer markante dagelijkse gang in de temperatuur van de lucht te constateren, die ook duidelijk in de temperatuur van de grond op de diepten 5, 10 en 20 cm is te zien. Geleidelijk loopt de gemiddelde temperatuur op. Op 5 maart komt het minimum van de luchttemperatuur boven 0°C . Dit regelmatige gedrag maakt het mogelijk de theorie van de voorplanting van temperatuurgolven toe te passen. Uit de amplitudovermindering en de faseverschuiving is de temperatuurvereffeningscoëfficiënt te berekenen. De resultaten geven over het algemeen plausibele waarden.
2. Het verloop van lucht- en bodemtemperatuur vanaf 5 maart (de dag waarop het minimum van de luchttemperatuur boven 0°C kwam) maakt het mogelijk de z.g. "hal"periode (de periode waarin nog ijs in de bodem zit, terwijl de bovenlaag reeds ontdooid is) te bepalen. Het blijkt namelijk, dat de bodemtemperatuur op 50 cm diepte, die zich kennelijk onder de hal-laag bevindt, op een bepaalde dag, na een zeer langzame stijging plotseling een veel sterkere stijging gaat vertonen. Men mag onderstellen dat het moment waarop de sterkere stijging inzet, het einde van de "hal"periode aangeeft.
3. Toepassing van de theoretische resultaten uit W.R. 60-5 om de vorstdiepte

te berekenen is uitgevoerd. Het geeft enige moeite om geschikte waarden te vinden voor de empirische constanten p en q die in de formule voorkomen. In tegenstelling tot de resultaten van voorgaande winters, zoals in W.R. 60-5 behandeld, waarbij q nogal sterk uiteenlopende waarden kon aannemen, werden voor de winter 1962-1963 met weinig variërende waarden van q ten bedrage van 3 à 5, bevredigende resultaten verkregen.

L I T E R A T U U R

- 1 P.J.Rijkoort : "De indringingsdiepte van de vorst in de bodem",
Kon.Ned.Met.Inst., De Bilt; W.R. 60-5 (1960).
- 2 P.K.Peerlkamp : "Bodemmeteorologische onderzoeken te
Wageningen",
Mededelingen Landbouwhogeschool Wageningen,
47-5 (1944).
- 3 P.J.Rijkoort : "De natuurkundige grondbeginselen van de warmte-
huishouding in de bodem".
Landbouwk.Tijdschrift, 72-2 (jan. 1960).
4. R.Geiger : "Das Klima der Bodennahen Luftschicht",
Vieweg & Sohn, Braunschweig, (1950 en 1961).

S U M M A R Y

Temperature observations made at normal height in the air and at different depths in the soil during the severe winter 1962-1963 have been studied in detail. Complete series of observations over the whole frostperiod are available from the stations De Bilt (in the centre of the country) and Castricum (in the dune district along the Northsea coast of the province of North-Holland); these observations have been performed at the height of 150 cm above the ground and below the earth's surface at depths of 5, 10, 20, 50, 75 and 100 cm. Analogous observations, however only for the last part of the frost period, were also available for the evaporation station near Ten Boer (Groningen). Finally, data of six different stations in the Delta-area (Zeeland) have been used for comparison.

Chapter 1 gives in the first part (1.1) a review of the course of the temperature in the frost period for the stations De Bilt and Castricum (fig. 1 and 2).

Three aspects of the frost period have been considered:

a. The rather regular diurnal variation of the temperature in the period from February 22 up to March 5. It appears that the penetration of the temperature waves into the soil can be followed till a depth of 20 cm. A thorough discussion is given in 1.2.

b. The maximum frost depth which was reached in the beginning of March, can be determined from the figures. In 1.3 the thus obtained values for the maximum frostdepth are compared with the values which were calculated by means of a theoretical formula.

c. Every frost period is followed by a period during which the frozen layers are thawing. Since for the melting of ice a large amount of heat is needed, it takes a rather long time before the whole frozen soil layer is melted. Therefore at a certain depth a frozen layer is preserved for a considerable time after air- and surface temperature have passed the level of 0°C . In Dutch this phenomenon is called "hal". The length of the "hal"period may equal some weeks.

A discussion of the "hal" phenomenon follows in this same chapter 1.1. The beginning of the "hal"period is of course the first day on which the daily minima of surface and air temperature are equal to or above zero. The outspoken diurnal variation of the temperature in the period after February 22 makes it possible to follow the melting of the successive layers of the soil since as soon as a certain layer starts melting, its diurnal variation of temperature

changes into a constant value of nearly 0°C . This fact can be seen in figures 1, 2 and 3. In figure 1 for instance the temperature at the 5 cm level stops its diurnal variation on March 4 and begins to vary again on March 8. The 10 cm level temperature starts varying again on March 11 and the 20 cm level temperature on March 13. The melting of the upperside of the frozen layer has to be accompanied by a slow melting process at the underside. The latter process must be caused by the heat flow from the deeper layers of the soil as can be deduced from the slowly increasing temperature at the 50 cm level. On March 16 this slow rise is followed by a rather rapid rise. We suppose that this is an indication that at that moment all frozen soil has been melted so that the heat stored in the surface layer can then penetrate the deeper layers. We suggest that the moment at which the temperature of the 50 cm level shows this sudden increase, be taken as the end of the "hal"period.

In part 1.2 the theory of conduction of heat is used to compute values of the coefficient of thermal diffusivity ($a = \lambda/C$). The transmission of a temperature wave through a medium results in a decrease of the amplitude and a shift of the phase of the wave. Both are related to the thermal diffusivity, as follows from the heat equation (1.2.1). The solution (1.2.3) of this equation has been applied to the 9 mean values, which are averages over the period from February 22 up to March 3, of the temperatures at 8, 14 and 19 hours for each of the three depths 5, 10 and 20 cm. This process yields values for the amplitude $A(z)$ and for the phase $\psi(z)$ for each depth. In the case of a medium with constant values of λ (thermal conductivity) and C (heat capacity), $\ln A(z)$ and $\psi(z)$ are both linear functions of the depth z with the same gradient (equations (1.2.4) and (1.2.5)); R and φ are respectively amplitude and phase of the temperature wave at the surface; D is the so-called "damping depth". viz. the depth at which the amplitude of the temperature wave has decreased to $1/e$ of the original value R .

A less simple model allows for a variation of λ and C with depth, but in such a way that $\ln A(z)$ and $\psi(z)$ are still linear functions of the depth, here however with different gradients.

It is now possible to calculate values of D and of the thermal diffusivity a . Those quantities are related by the equation $D = \sqrt{2a/\omega}$, where $\omega = 2\pi/P$ and P = the period of oscillation of the temperature wave.

Both equations (1.2.6) and (1.2.7) give the value of D if the temperatures of only two depths are used. Another pair of values of D may be computed from equations (1.2.8) and (1.2.9) if a linear function of z for $\ln A(z)$ and $\psi(z)$

is fitted to results of more than two depths with the use of a diagram.

From the less simple model two equations (1.2.11) and (1.2.12) for the calculation of D and a may be derived.

The application of the theory on data of De Bilt and Castricum results in:
table 1.2.1 (mean soil temperatures \bar{T}_8 , \bar{T}_{14} and \bar{T}_{19}),
table 1.2.2 (values of some parameters),
table 1.2.3 (values of D and a),

In the last table an estimate of the standard deviation is given in parentheses.

Chapter 1.3 deals with the main purpose of this study, viz. the checking of an equation for the computation of the frost depth. This equation has been derived in W.R.-60-5 (ref. [1]); it gives the frost depth as a function of time depending on 5 parameters (1.3.1). The equation is based on the assumption that the surface temperature during the frost period can be considered as a linear increase of frosttemperature from 0°C at the time $t = 0$ up to $T_0^\circ\text{C}$ at the time $t = \theta$ and that it has a constant value (T_0) for $t > \theta$.

The parameters in the formula for the frost depth are T_0 and θ , together with a, (thermal diffusivity of the frozen layer) and two quantities p and q, which depend on the different properties of the soil. The character of this relation is unknown for q, while p can be written as $P \lambda_2 / \lambda_1$ where P is the temperature gradient in the soil at the time $t = 0$ and λ_1 , resp λ_2 are the thermal conductivities in the frozen and unfrozen parts of the soil.

In case that $\theta = 0$ equation (1.3.1) is simplified to equation (1.3.2).

In table 1.3.1 the chosen or computed values of the parameters together with the computed (in Dutch: berekend) and observed (in Dutch: waargenomen) frost depths $R_{t_{\underline{x}}}$ are summarized.

The computation of the frost depth has been performed starting downwards from the level of 5 cm below the surface; temperatures at the earth's surface not being available. The final frost depth has been determined by adding 5 cm to the calculated value.

The parameters T_0 , θ and $t_{\underline{x}}$ have been determined from the temperatures curves measured at a depth of 5 cm and represented in figures 1 and 2; $t_{\underline{x}}$ is defined as the time in days from $t = 0$ up to March 4. Two values have been chosen for a, one from the 1954 results and another one from the computations in chapter 1.2. The numerical values of p and q have been taken from the 1954 results.

For Castricum there is a rather good agreement between observed and computed values of the frost depth. For De Bilt the computed values are too small

compared to the observed ones. The value of q , which has been used, may be too large. If the values of q for Castricum is also used for De Bilt, then the result is much better, viz 50 and 48 cm respectively.

Chapter 2 gives results analogous to those of 1.3.; for the station Ten Boer in 2.1 and for the six Deltastations in 2.2. Because for Ten Boer no earlier frost data are available, estimates of p and q have been taken from the station Oene in the IJsselvalley. It turns out that the value of q (10,27) is again too high; but if the value 2.5 is taken for q then the calculated frost depth R_{t^*} amounts to 48 cm and this value is close to the observed one, viz. 50 cm.

The results for the Deltastations can be found in table 2.2.4. Since preceding results suggest that q is almost the same for all stations, we have generally attributed to q the value 3.

In chapter 3 the length of the "hal"period for Ten Boer and the Deltastations is studied. Table 3.1 summarizes the lengths of the "hal"period in days for all stations concerned.

Chapter 4 finally gives a summary and conclusions.