

6 aug. 1964

KONINKLIJK NEDERLANDS
METEOROLOGISCH INSTITUUT

Wetenschappelijk Rapport W.R. 64-1 (R III-287-1964)

Dr. H.J. de Boer

Over de nachtvorstwerende eigenschap
van water, waterdamp en waterdruppels
van verschillende grootte

De Bilt - 1964

Kon. Ned. Meteor. Inst.
De Bilt

All Rights Reserved.

Nadruk zonder toestemming van het K.N.M.I. is verboden.

551.524.36:

551.571:

551.574.1

Dr. H.J. de Boer

Over de nachtvorstwerende eigenschap
van water, waterdamp en waterdruppels
van verschillende grootte

INHOUD

1. Inleiding.	5
2. Het doorlatend vermogen van water en waterdamp in het atmosferische venster.	7
3. Het doorlatend vermogen van waterdruppels in het atmosferische venster.	9
4. Het opvullen van het atmosferische venster door druppels van een bepaalde grootte tot een zekere hoge graad.	18
Samenvatting.	22
Summary.	23
Literatuur.	24

1. Inleiding

In heldere nachten zonder enige bewolking en weinig of geen wind daalt de luchttemperatuur aan het aardoppervlak sterk. Dit kan in het voorjaar, de vroege zomer en in het najaar aanleiding geven tot het optreden van nachtvorst. Indien in zulk een heldere nacht de lucht met bewolking dicht trekt, blijkt dat de temperatuuordaling ophoudt en dat zelfs een temperatuurstijging inzet; deze stijging houdt slechts enige tijd aan, waarna de temperatuur of gelijk blijft of slechts zeer langzaam daalt, zolang de hemel geheel bewolkt blijft.

Deze verschijnselen kunnen verklaard worden door aan te nemen, dat van de aarde uit een stralingsstroom naar de atmosfeer loopt en dat omgekeerd een stralingsstroom van de atmosfeer naar de aarde gaat. Is de lucht helder gedurende de nacht, dan zal de naar beneden gerichte stralingsstroom veel kleiner zijn dan de naar boven gerichte stroom. Daardoor zal het aardoppervlak sterk afkoelen, als de aanvoer van energie naar dat oppervlak op andere wijze dan de reeds genoemde onvoldoende is om de verloren gegane energie te vervangen. Is de hemel bewolkt, dan zal de naar beneden gerichte stralingsstroom even groot of bijna even groot zijn als de uitgaande energiestroom, zodat het eventuele verlies aan warmte in het aardoppervlak gemakkelijk uit dieper gelegen aardlagen kan worden gecompenseerd. De luchttemperatuur aan het aardoppervlak daalt dan gedurende de nacht weinig of niet.

Deze verklaring kan gemakkelijk worden geverifiëerd door gebruik te maken van een stralingsbalansmeter, waarmee de netto stralingsstroom naar boven of naar beneden op eenvoudige wijze kan worden gemeten.

Nu rijst de vraag waarom bij een heldere lucht de naar beneden gerichte stralingsstroom zoveel kleiner is dan bij een bewolkte lucht. Voor de beantwoording van deze vraag wordt de spectrale verdeling van de van de aarde uitgaande straling en die van de hemel komende straling onderzocht. Het blijkt, dat de spectrale verdeling van de van de aarde uitgaande straling nagenoeg gelijk is aan die van een zwart lichaam met een temperatuur gelijk aan die van het aardoppervlak; veelal ligt het maximum van deze straling bij $\lambda = 10 \mu$. De van de atmosfeer uitgaande langgolvige straling, welke ook tegenstraling genoemd wordt, vertoont een spectrale verdeling, waarvan de omhullende veel gelijkt op die van de straling, welke van een zwart lichaam uitgaat met een temperatuur

gelijk aan de effectieve temperatuur van de atmosfeer; veelal ligt het maximum van deze straling dus bij een golflengte groter dan 10μ . Hoewel de tegenstraling dus een goede gelijkenis vertoont met de straling uitgaande van een zwarte straler, valt het verschil evenzeer op. Het spectrum is niet volledig continu, doch vertoont banden, waarbinnen de intensiteit van de straling aanmerkelijk zwakker is. In sommige banden is de straling iets minder zwak dan in andere. Alle delen voor het spectrum, waarin de stralingsintensiteit gering of zeer gering is, strekken zich elk, met uitzondering van één, over slechts een zeer smal golflengtegebied uit. Die ene uitzondering strekt zich over het gebied van 8 tot 12μ uit en blijkt een zeer geringe stralingsintensiteit te hebben bij heldere lucht, maar een veel grotere intensiteit bij geheel bewolkte hemel. Dit golflengtegebied heeft ook de naam van "atmosferisch venster" gekregen, omdat de straling, welke het aardoppervlak uitzendt in dit golflengtegebied bij heldere lucht in overeenstemming met de wet van Kirchhoff vrijwel ongehinderd wordt doorgelaten, immers het maximum van de van de aarde uitgaande straling ligt juist bij 10μ , daar het aardoppervlak een gemiddelde temperatuur van ongeveer 285°K heeft. Bij geheel bewolkte lucht echter blijkt deze doorlatendheid aanzienlijk veel kleiner te zijn.

Het verschil in de atmosfeer bij heldere lucht en die bij een gesloten wolkendek kan alleen hierin bestaan, dat bij heldere lucht het in de atmosfeer aanwezige water in de vorm van damp voorkomt en dat bij een geheel bedekte lucht water in de vorm van damp en van druppeltjes voorkomt of ook in de vorm van damp en ijskristallen.

Dit feit doet de vraag rijzen of de doorlatendheid van 1 cm^3 water zoveel kleiner is dan die van waterdamp bij dezelfde massa in een verticale kolom van 1 cm^2 doorsnede in het atmosferische venster, zodat daardoor in het geval van de heldere hemel een veel groter nachtvorstgevaar ontstaat. Als deze vraag positief wordt beantwoord, komt onmiddellijk een nieuwe vraag naar voren. Is het mogelijk om bij heldere lucht het nachtvorstgevaar te verminderen door water in de atmosfeer te brengen in de vorm van druppels en wel zodanig, dat zo weinig mogelijk water in de atmosfeer wordt gebracht. Deze laatste voorwaarde heeft dus betrekking op de grootte en het aantal per cm^3 van de waterdruppeltjes.

2. Het doorlatend vermogen van water en waterdamp in het atmosferisch venster.

Als de dikte van een waterlaag gelijk is aan d cm, dan wordt de doorlatendheid D of het doorlatend vermogen van deze laag voor straling van een bepaalde golflengte gedefinieerd door $\exp(-\gamma_w d) = D$, (1)
waarin γ_w = absorptiecoëfficiënt van water (w) voor die bepaalde golflengte en waarin het reflectievermogen R eerst wordt verwaarloosd.

Voor diezelfde golflengte wordt de complexe brekingsindex m voor water per definitie samengesteld uit twee delen. Het eerste deel (n) geeft de reële brekingsindex van water voor die golflengte, terwijl het tweede deel ($-in'$) bestaat uit de absorptieindex n' vermenigvuldigd met i ($\sqrt{-1}$) voorafgegaan door een minteken; dus $m = n - i n'$. (2)

Waar n' een maat is voor de absorptie, moet er een verband bestaan tussen n' en γ_w ; deze betrekking luidt: $\gamma_w = 4\pi n' / \lambda$. (3)

Uit formule (3) blijkt meteen, dat de absorptieindex n' berekend wordt nadat γ_w voor een zekere λ is bepaald geworden; hierdoor wordt ook n' een functie van λ .

De in het verleden door verschillende onderzoekers bepaalde complexe brekingsindices van vloeibaar water bij verschillende golflengten λ heeft aanleiding gegeven tot de samenstelling van twee reeksen complexe brekingsindices, die wat het reële deel betreft, goed overeenstemmen. Het imaginaire deel van beide reeksen stemt vrij goed overeen, behalve juist in het golflengtegebied van het atmosferische venster. De oudste reeks, samengesteld door Centeno [1] in 1941, berust op kritische beschouwingen van oudere experimenten. Deze gegevens zijn ook reeds te vinden in het handboek over eigenschappen van water door Dorsey [2] blz. 328. De nieuwste reeks, afkomstig van Plyler en Acquista [3], berust op nieuwe metingen met behulp van interferentiefilters. Een kritische beschouwing van beide reeksen is door Mc Donald [4] geleverd, die een voorkeur voor de nieuwe reeks uitspreekt, waarbij niet moet worden vergeten, dat hij door Plyler met raad en daad terzijde gestaan werd. Er wordt nog vermeld dat bij de proeven de temperatuur van het water steeds op 20°C werd gehouden.

De absorptiecoëfficiënten voor water in dampvorm berusten nog steeds alleen op de oude proeven van Rubens, Ladenburg en Askinass in de dekade vóór en die na 1900; zij staan vermeld in Dorsey [2, p. 129]. Bij deze experimenten was de druk 1 atmosfeer, de precipitabele waterdikte 1 cm = 1677 cm damp en de temperatuur 100°C .

In tabel 1 zijn bijeengebracht in kolom 1 de golflengtes in μ , in de tweede kolom staan vermeld de reële brekingsindices voor water n_w volgens beide bronnen, in de derde kolom de absorptieindices voor water n'_w , in de vierde kolom de absorptiecoëfficiënten voor water per cm lengte γ_w , in de vijfde kolom de absorptieindex voor waterdamp n'_{wv} en tenslotte in de zesde kolom de absorptiecoëfficiënt voor waterdamp γ_{wv} van 1677 cm lengte, 1 atm. druk en 100°C.

Tabel 1

Volgens Plyler en Acquista				Volgens Dorsey	
λ	n_w	n'_w	γ_w (cm ⁻¹)	$n'_{w \text{ vap}}$	$\gamma_{w \text{ vap}}$ (cm ³)
8 μ	1,293	0,0231	363,0	$7,26 \cdot 10^{-4}$	11,40
9 μ	1,264	0,0260	363,2	$8,40 \cdot 10^{-5}$	1,17
10 μ	1,196	0,368	462,4	$1,33 \cdot 10^{-4}$	1,68
12 μ	1,187	0,2220	2325,-	$2,08 \cdot 10^{-4}$	2,18
Volgens Centeno					
8 μ	1,292	0,0472	741,7		
9 μ	1,268	0,0498	695,6		
10 μ	1,212	0,0601	755,5		
12 μ	1,165	0,2058	2156,-		

Complexe brekingsindices en absorptiecoëfficiënten van water en waterdamp in het atmosferische venster.

In de eerste plaats ziet men dat bij de oude metingen de waarden van n'_w voor $\lambda = 8,9$ en 10μ ongeveer tweemaal zo groot zijn als bij de nieuwe metingen. Voor $\lambda = 12 \mu$ verschillen de waarde van n'_w niet veel. Zeer opvallend is het feit, dat voor $\lambda = 9$ en 10μ de absorptiecoëfficiënt voor water ruwweg 300 maal zo groot is als voor waterdamp van dezelfde precipitabele waterdikte; voor $\lambda = 8 \mu$ slechts 30 maal zo groot en voor $\lambda = 12 \mu$ 1100 maal zo groot. Voor de juiste vergelijking zou men òf het water van 20°C tot 100°C moeten verwarmen en dan de metingen uitvoeren òf de waterdamp van 100°C in temperatuur laten dalen tot 20°C. In beide gevallen echter blijft bij gelijke temperatuur het verschil in absorptiecoëfficiënt tussen beide toestanden groot,

hoewel dit iets afneemt.

Ten gevolge van bovengenoemde feiten kan men zich voorstellen dat bij heldere lucht 's nachts de luchttemperatuur aan het aardoppervlak veel sterker daalt dan bij bewolkte lucht.

3. Het doorlatend vermogen van waterdruppels in het atmosferisch venster.

Om de tweede vraag in de inleiding te beantwoorden, namelijk of het mogelijk is water in vloeibare vorm en wel als druppeltjes in de atmosfeer te brengen om de doorlatendheid van het atmosferische venster zoveel te verkleinen, dat het nachtvorstgevaar bezworen wordt, moet men in de eerste plaats denken aan het probleem wat met een parallelle stralingsstroom, opgevat als een electromagnetisch golfverschijnsel, gebeurt, die op een bol van water valt. Deze invallende straling wordt voor een gedeelte geabsorbeerd en voor een deel verstrooid; het deel van de op de waterbol met straal a vallende hoeveelheid energie dat wordt geabsorbeerd, wordt Q_{abs} genoemd, terwijl het verstrooide gedeelte Q_{sc} wordt genoemd. De som van beide delen wordt Q_{ext} genoemd. De berekening van de genoemde drie grootheden is reeds Mie in 1908 gelukt, terwijl Stratton (1941) tot dezelfde uitdrukkingen kwam op een gemakkelijker te begrijpen wijze. Elk van de dimensieloze grootheden Q is uit te drukken als een sommatie van een uitdrukking in a_n en b_n , waarbij n van 1 tot ∞ loopt; a_n en b_n worden de verstrooiingsamplitudecoëfficiënten, ook wel Mie coëfficiënten, genoemd. a_n en b_n zijn ingewikkelde functies van sferische Besselfuncties en van sferische Hankelfuncties van de 2e soort, waarbij de Besselfuncties het argument $\alpha = 2\pi a/\lambda$ en $m\alpha$ ($m =$ complexe brekingsindex) hebben en de Hankelfuncties alleen het argument α . Verwezen mag worden naar het boek van Van de Hulst [5] p. 121 e.v. De uitdrukkingen welke voor de verschillende Q 's kunnen worden opgeschreven, zijn dus functies van de veranderlijken m , a en λ of m en α . Deze functies zijn zeer ingewikkeld. In de loop van de tijd zijn evenwel eenvoudige of betrekkelijke eenvoudige uitdrukkingen voor de verschillende Q 's gevonden voor bijzondere gevallen, zoals: kleine reële waarde van m en een willekeurige waarde van α , of: een matige reële waarde van m en een willekeurige waarde van α , of: een reële waarde van m , die tot oneindig nadert, en een willekeurig waarde van α ; voorts de omgekeerde gevallen van α en een willekeurige reële waarde van m ; ook voor speciale complexe waarden van m en willekeurige waarden van α zijn goede benaderingen gevonden. Deze gevallen zijn bijna allemaal in het boek van Van de Hulst te vinden.

In 1951 heeft Aden [8] met succes de algemeen geldende uitdrukkingen voor a_n en b_n weten te transformeren door passend gedefiniëerde logaritmisch afgeleide functies toe te passen op de bovengenoemde Bessel- en Hankelfuncties. Hierdoor worden de uitdrukkingen voor a_n en b_n veel eenvoudiger. De thans er in voorkomende functies met reëel argument staan getabelleerd in tafels voor sferische functies, terwijl voor de ene functie met een complex argument een eenvoudige recurrente betrekking kan worden gebruikt.

Zo hebben Stephens en Gerhardt [6] waarden van Q_{abs} berekend en gepubliceerd voor het spectrale gedeelte van $\lambda = 5\mu$ tot en met $\lambda = 18\mu$ en voor waarden van α vanaf 0,05 tot en met 5,2. Voor kleine waarden van α ($0,05 \leq \alpha \leq 0,50$) is een benadering van Van de Hulst gebruikt. De waarden van m volgens Plyler en Acquista zijn gebruikt.

Herman [7] heeft waarden van Q_{abs} , Q_{sc} en Q_{ext} berekend en in grafieken bijeengebracht voor waarden van $\lambda = 4\mu$ tot en met $\lambda = 24\mu$ en voor waarden van α vanaf 0 tot en met 30 opklimmende met 0,5.

De Q_{abs} -, Q_{sc} - en Q_{ext} -waarden zijn van grafieken voor $\lambda = 8\mu$, 9μ , 10μ en 12μ afgelezen voor de verschillende waarden van α en zijn bijeengebracht voor $\lambda = 8\mu$ in de 4e, 5e en 6e kolom van tabel 2, voor $\lambda = 9\mu$ in dezelfde kolommen van tabel 3, voor $\lambda = 10\mu$ in tabel 4 en voor $\lambda = 12\mu$ in tabel 5. In deze vier tabellen staan de verschillende waarden van α in de eerste kolommen; in de tweede kolom zijn de overeenkomstige a -waarden in cm te vinden ($2\pi a/\lambda = \alpha$); in de derde kolom staat de grootheid $N =$ aantal bollen met straal a gemaakt uit 1 cm^3 water.

Nu kan de grootheid γ ook voor druppels worden bepaald. Zij $N(a)$ da het aantal deeltjes per cm^3 met een straal tussen a en $a+da$, dan is het totale aantal deeltjes per cm^3 $N = \int_0^\infty N(a) da$. Zij verder $Q(a)$ dat deel van de op de bol met straal a opvallende evenwijdige straling, dat of geabsorbeerd of verstrooid of geabsorbeerd en verstrooid wordt in of door de bol, dan is, als πa^2 het oppervlak van de doorsnede is, de absorptiecoëfficiënt of de verstrooiingscoëfficiënt of de extinctiecoëfficiënt γ uitgedrukt door:

$$\gamma = \int_0^\infty \pi a^2 Q(a) N(a) da \text{ in } \text{cm}^{-1} \quad (4)$$

Met behulp van formule (4) kan voor elke waarde van α met gebruik maken van de overeenkomstige waarden van a , N , Q_{abs} , Q_{sc} en Q_{ext} de waarden van γ_{abs} , γ_{sc} en γ_{ext} voor een precipitabele waterlaag van 1 cm worden berekend. Deze waarden zijn te vinden in de 7e, 8ste en 9e kolom van tabel 2, 3, 4 en 5.

In tabel 6 worden voor de vier verschillende golflengten de waarden van α en de corresponderende a -waarden bijeengebracht, waarvoor Q_{ext} en γ_{ext} een maximum aanwijzen.

Tabel 6

λ	a en α bij $Q_{\text{ext}} = \text{max}$		a en α bij $\gamma_{\text{ext}} = \text{max}$	
8 μ	8,9 μ	7,0	6,4 μ	5,0
9 μ	10,7 μ	7,5	7,9 μ	5,5
10 μ	15,9 en 16,7 μ	10,0 en 10,5	9,4 μ	6,0
12 μ	19,1 μ	10,0	2,1 μ	1,1

$\lambda = 8 \mu$

tabel 2

a	a [cm]	N [cm ⁻³]	Q_{abs}	Q_{so}	Q_{ext}	γ_{abs}	γ_{so}	γ_{ext}	a
0,5	$6,365 \times 10^{-5}$	$9,26 \times 10^{11}$	0,03	0,02	0,05	353	235	588	0,5
1,0	$1,273 \times 10^{-4}$	$1,16 \times 10^{11}$	0,07	0,10	0,17	413	590	1003	1,0
1,5	1,910	$3,42 \times 10^{10}$	0,11	0,25	0,36	432	983	1415	1,5
2,0	2,546	$1,45 \times 10^{10}$	0,16	0,45	0,61	470	1323	1793	2,0
2,5	3,182	$7,41 \times 10^9$	0,20	0,87	1,07	470	2045	2515	2,5
3,0	3,819	$4,29 \times 10^9$	0,24	1,28	1,52	470	2509	2979	3,0
3,5	4,456	$2,70 \times 10^9$	0,28	1,63	1,91	473	2755	3228	3,5
4,0	5,092	$1,81 \times 10^9$	0,32	1,98	2,30	470	2911	3381	4,0
4,5	5,729	$1,27 \times 10^9$	0,36	2,33	2,69	472	3052	3524	4,5
5,0	6,365	$9,26 \times 10^8$	0,39	2,62	3,01	460	3092	3552	5,0
5,5	7,002	$6,94 \times 10^8$	0,43	2,80	3,23	456	2968	3424	5,5
6,0	7,638	$5,38 \times 10^8$	0,47	2,95	3,42	463	2906	3369	6,0
6,5	8,275	$4,20 \times 10^8$	0,50	3,00	3,50	452	2709	3161	6,5
7,0	8,911	$3,37 \times 10^8$	0,53	2,98	3,51	445	2500	2945	7,0
7,5	$9,548 \times 10^{-4}$	$2,75 \times 10^8$	0,57	2,92	3,49	448	2295	2743	7,5
8,0	$1,018 \times 10^{-3}$	$2,27 \times 10^8$	0,59	2,77	3,36	438	2055	2493	8,0
8,5	1,082	$1,88 \times 10^8$	0,61	2,60	3,21	421	1794	2215	8,5
9,0	1,146	$1,59 \times 10^8$	0,63	2,39	3,02	411	1561	1972	9,0
9,5	1,210	$1,35 \times 10^8$	0,66	2,18	2,84	408	1347	1755	9,5
10,0	1,273	$1,16 \times 10^8$	0,69	1,97	2,66	407	1162	1569	10,0
10,5	1,337	$1,003 \times 10^8$	0,71	1,82	2,53	400	1026	1426	10,5
11,0	1,400	$8,70 \times 10^7$	0,73	1,63	2,36	391	872	1263	11,0
11,5	1,464	$7,58 \times 10^7$	0,75	1,47	2,22	382	748	1130	11,5
12,0	1,528	$6,71 \times 10^7$	0,77	1,37	2,14	378	673	1051	12,0
12,5	1,591	$5,95 \times 10^7$	0,78	1,30	2,08	368	614	982	12,5
13,0	1,655	$5,26 \times 10^7$	0,79	1,24	2,03	357	560	917	13,0
13,5	1,719	$4,65 \times 10^7$	0,81	1,23	2,04	353	536	889	13,5
14,0	1,782	$4,22 \times 10^7$	0,83	1,25	2,08	350	528	878	14,0
14,5	1,846	$3,80 \times 10^7$	0,84	1,30	2,14	342	529	871	14,5
15,0	1,910	$3,42 \times 10^7$	0,86	1,37	2,23	338	538	876	15,0
15,5	1,973	$3,11 \times 10^7$	0,87	1,42	2,29	330	538	868	15,5
16,0	2,037	$2,82 \times 10^7$	0,88	1,47	2,35	322	538	860	16,0
16,5	2,100	$2,58 \times 10^7$	0,89	1,54	2,43	317	548	865	16,5
17,0	2,164	$2,36 \times 10^7$	0,90	1,58	2,48	312	548	860	17,0
17,5	2,228	$2,15 \times 10^7$	0,90	1,60	2,50	302	536	838	17,5
18,0	2,291	$1,99 \times 10^7$	0,91	1,62	2,53	298	531	829	18,0
18,5	2,355	$1,82 \times 10^7$	0,92	1,60	2,52	292	507	799	18,5
19,0	2,419	$1,68 \times 10^7$	0,92	1,57	2,49	284	485	769	19,0
19,5	2,482	$1,56 \times 10^7$	0,93	1,53	2,46	280	461	741	19,5
20,0	2,546	$1,45 \times 10^7$	0,93	1,48	2,41	273	435	708	20,0
20,5	2,610	$1,34 \times 10^7$	0,94	1,42	2,36	270	408	678	20,5
21,0	2,673	$1,25 \times 10^7$	0,94	1,37	2,31	263	384	647	21,0
21,5	2,737	$1,16 \times 10^7$	0,95	1,32	2,27	259	360	619	21,5
22,0	2,801	$1,08 \times 10^7$	0,95	1,27	2,22	253	338	591	22,0
22,5	2,864	$1,02 \times 10^7$	0,96	1,24	2,20	252	325	577	22,5
23,0	2,928	$9,52 \times 10^6$	0,96	1,22	2,18	246	312	558	23,0
23,5	2,992	$8,93 \times 10^6$	0,97	1,20	2,17	243	301	544	23,5
24,0	3,055	$8,40 \times 10^6$	0,97	1,20	2,17	239	295	534	24,0
24,5	3,119	$7,87 \times 10^6$	0,97	1,20	2,17	234	289	523	24,5
25,0	3,183	$7,41 \times 10^6$	0,97	1,21	2,18	228	284	512	25,0
25,5	3,246	$6,99 \times 10^6$	0,98	1,22	2,20	226	282	508	25,5
26,0	3,310	$6,58 \times 10^6$	0,98	1,23	2,21	222	279	501	26,0
26,5	3,373	$6,21 \times 10^6$	0,98	1,25	2,23	218	278	496	26,5
27,0	3,437	$5,88 \times 10^6$	0,98	1,27	2,25	214	277	491	27,0
27,5	3,501	$5,56 \times 10^6$	0,98	1,28	2,26	211	275	486	27,5
28,0	3,564	$5,26 \times 10^6$	0,98	1,29	2,27	206	271	477	28,0
28,5	3,628	$5,00 \times 10^6$	0,99	1,30	2,29	205	269	474	28,5
29,0	3,692	$4,74 \times 10^6$	0,99	1,31	2,30	200	265	465	29,0
29,5	3,755	$4,50 \times 10^6$	0,99	1,31	2,30	197	261	458	29,5
30,0	$3,819 \times 10^{-3}$	$4,29 \times 10^6$	0,99	1,30	2,29	194	255	449	30,0

$\lambda = 9\mu$	α	a	N	tabel 3			γ_{abs}	γ_{sc}	γ_{ext}	- 13 -	α
				Q_{abs}	Q_{sc}	Q_{ext}					
0,5	7,16	x 10 ⁻⁵	6,49 x 10 ¹¹	0,04	0,01	0,05	418	104	522	0,5	
1,0	1,432	x 10 ⁻⁴	8,13 x 10 ¹⁰	0,09	0,08	0,17	472	419	891	1,0	
1,5	2,148	x	2,41 x 10 ¹⁰	0,14	0,21	0,35	489	733	1222	1,5	
2,0	2,864	x	1,02 x 10 ¹⁰	0,19	0,43	0,62	500	1131	1631	2,0	
2,5	3,58	x	5,21 x 10 ⁹	0,23	0,72	0,95	481	1505	1986	2,5	
3,0	4,296	x	3,01 x 10 ⁹	0,27	1,02	1,29	473	1785	2258	3,0	
3,5	5,012	x	1,89 x 10 ⁹	0,30	1,30	1,60	447	1937	2384	3,5	
4,0	5,728	x	1,27 x 10 ⁹	0,34	1,63	1,97	445	2135	2580	4,0	
4,5	6,444	x	8,93 x 10 ⁸	0,37	1,92	2,29	429	2227	2656	4,5	
5,0	7,160	x	6,49 x	0,42	2,19	2,61	437	2278	2715	5,0	
5,5	7,876	x	4,88 x	0,45	2,41	2,86	428	2294	2722	5,5	
6,0	8,592	x	3,76 x	0,49	2,62	3,11	427	2285	2712	6,0	
6,5	9,308	x	2,96 x	0,52	2,75	3,27	419	2214	2633	6,5	
7,0	10,024	x 10 ⁻⁴	2,37 x	0,55	2,81	3,36	412	2105	2517	7,0	
7,5	1,074	x 10 ⁻³	1,93 x	0,57	2,80	3,37	397	1952	2349	7,5	
8,0	1,146	x	1,58 x	0,60	2,75	3,35	391	1790	2181	8,0	
8,5	1,217	x	1,33 x	0,63	2,67	3,30	389	1650	2039	8,5	
9,0	1,289	x	1,12 x 10 ⁸	0,65	2,51	3,16	380	1468	1848	9,0	
9,5	1,360	x	9,43 x 10 ⁷	0,67	2,41	3,08	367	1321	1688	9,5	
10,0	1,432	x	8,13 x	0,71	2,25	2,96	372	1179	1551	10,0	
10,5	1,504	x	7,04 x	0,73	2,07	2,80	365	1035	1400	10,5	
11,0	1,575	x	6,10 x	0,75	1,90	2,65	356	902	1258	11,0	
11,5	1,649	x	5,32 x	0,77	1,75	2,52	350	796	1146	11,5	
12,0	1,718	x	4,72 x	0,78	1,61	2,39	342	705	1047	12,0	
12,5	1,790	x	4,17 x	0,80	1,48	2,28	337	623	960	12,5	
13,0	1,862	x	3,69 x	0,81	1,37	2,18	326	551	877	13,0	
13,5	1,933	x	3,31 x	0,83	1,29	2,12	321	499	820	13,5	
14,0	2,005	x	2,96 x	0,84	1,22	2,06	313	455	768	14,0	
14,5	2,076	x	2,67 x	0,85	1,20	2,05	306	432	738	14,5	
15,0	2,148	x	2,41 x	0,86	1,20	2,06	300	419	719	15,0	
15,5	2,220	x	2,19 x	0,87	1,21	2,08	295	410	705	15,5	
16,0	2,291	x	1,99 x	0,88	1,23	2,11	289	403	692	16,0	
16,5	2,363	x	1,81 x	0,90	1,26	2,16	285	399	684	16,5	
17,0	2,434	x	1,66 x	0,91	1,31	2,22	281	405	686	17,0	
17,5	2,506	x	1,52 x	0,92	1,35	2,27	275	404	679	17,5	
18,0	2,578	x	1,40 x	0,93	1,40	2,33	272	410	682	18,0	
18,5	2,649	x	1,28 x	0,94	1,44	2,38	266	408	674	18,5	
19,0	2,721	x	1,19 x	0,94	1,45	2,39	259	400	659	19,0	
19,5	2,792	x	1,10 x	0,95	1,47	2,42	256	397	653	19,5	
20,0	2,864	x	1,02 x 10 ⁷	0,95	1,48	2,43	250	389	639	20,0	
20,5	2,936	x	9,43 x 10 ⁶	0,96	1,46	2,42	246	374	620	20,5	
21,0	3,007	x	8,77 x	0,97	1,44	2,41	242	359	601	21,0	
21,5	3,079	x	8,20 x	0,97	1,41	2,38	237	344	581	21,5	
22,0	3,150	x	7,63 x	0,97	1,38	2,35	231	328	559	22,0	
22,5	3,222	x	7,14 x	0,97	1,35	2,32	226	315	541	22,5	
23,0	3,294	x	6,67 x	0,98	1,31	2,29	223	299	522	23,0	
23,5	3,365	x	6,25 x	0,98	1,27	2,25	218	282	500	23,5	
24,0	3,437	x	5,88 x	0,98	1,24	2,22	214	270	484	24,0	
24,5	3,508	x	5,52 x	0,98	1,20	2,18	209	256	465	24,5	
25,0	3,580	x	5,21 x	0,98	1,18	2,16	205	247	452	25,0	
25,5	3,652	x	4,90 x	0,99	1,15	2,14	203	236	439	25,5	
26,0	3,723	x	4,63 x	0,99	1,14	2,13	200	230	430	26,0	
26,5	3,795	x	4,37 x	1,00	1,13	2,13	198	224	422	26,5	
27,0	3,866	x	4,13 x	1,00	1,13	2,13	193	218	411	27,0	
27,5	3,938	x	3,91 x	1,00	1,14	2,14	190	217	407	27,5	
28,0	4,010	x	3,70 x	1,01	1,15	2,16	189	215	404	28,0	
28,5	4,081	x	3,52 x	1,01	1,16	2,17	187	215	402	28,5	
29,0	4,153	x	3,33 x	1,01	1,18	2,19	182	212	394	29,0	
29,5	4,224	x	3,16 x	1,02	1,19	2,21	181	211	392	29,5	
30,0	4,296	x 10 ⁻³	3,01 x 10 ⁶	1,02	1,20	2,22	179	210	389	30,0	

$\lambda = 40 \mu$

tabel 4

α	a	N	Q_{abs}	Q_{sc}	Q_{ext}	γ_{abs}	γ_{sc}	$\bar{\gamma}_{ext}^{14}$	α
0,5	7,96 x 10 ⁻⁵	4,74 x 10 ¹¹	0,05		0,05	472	0	472	0,5
1,0	1,592 x 10 ⁻⁴	5,92 x 10 ¹⁰	0,10	0,03	0,13	471	141	612	1,0
1,5	2,387 x	1,75 x 10 ¹⁰	0,16	0,10	0,26	501	313	814	1,5
2,0	3,183 x	7,41 x 10 ⁹	0,22	0,23	0,45	517	540	1057	2,0
2,5	3,979 x	3,79 x 10 ⁹	0,28	0,39	0,67	526	733	1259	2,5
3,0	4,775 x	2,19 x 10 ⁹	0,33	0,57	0,90	517	894	1411	3,0
3,5	5,570 x	1,38 x 10 ⁹	0,38	0,74	1,12	511	995	1506	3,5
4,0	6,366 x	9,26 x 10 ⁸	0,42	0,94	1,36	494	1105	1599	4,0
4,5	7,162 x	6,49 x	0,47	1,14	1,61	491	1191	1682	4,5
5,0	7,958 x	4,74 x	0,51	1,32	1,83	481	1245	1726	5,0
5,5	8,754 x	3,56 x	0,55	1,48	2,03	472	1270	1742	5,5
6,0	9,549 x 10 ⁻⁴	2,74 x	0,58	1,66	2,24	456	1305	1761	6,0
6,5	1,035 x 10 ⁻³	2,15 x	0,61	1,80	2,41	440	1300	1740	6,5
7,0	1,114 x	1,73 x	0,64	1,90	2,54	432	1283	1715	7,0
7,5	1,194 x	1,40 x	0,67	2,02	2,69	421	1271	1692	7,5
8,0	1,273 x	1,16 x 10 ⁸	0,70	2,10	2,80	413	1239	1652	8,0
8,5	1,353 x	9,62 x 10 ⁷	0,74	2,17	2,91	409	1200	1609	8,5
9,0	1,432 x	8,13 x	0,76	2,20	2,96	398	1153	1551	9,0
9,5	1,512 x	6,90 x	0,78	2,21	2,99	387	1096	1483	9,5
10,0	1,592 x	5,92 x	0,80	2,20	3,00	377	1036	1413	10,0
10,5	1,671 x	5,10 x	0,83	2,17	3,00	371	970	1341	10,5
11,0	1,751 x	4,44 x	0,85	2,13	2,98	364	912	1276	11,0
11,5	1,830 x	3,89 x	0,87	2,08	2,95	355	849	1204	11,5
12,0	1,910 x	3,42 x	0,88	2,02	2,90	346	794	1140	12,0
12,5	1,989 x	3,03 x	0,90	1,94	2,84	338	729	1067	12,5
13,0	2,069 x	2,70 x	0,92	1,85	2,77	333	670	1003	13,0
13,5	2,149 x	2,40 x	0,93	1,76	2,69	324	612	936	13,5
14,0	2,228 x	2,15 x	0,94	1,68	2,62	315	563	878	14,0
14,5	2,308 x	1,94 x	0,95	1,60	2,55	308	518	826	14,5
15,0	2,387 x	1,75 x	0,96	1,51	2,47	300	473	773	15,0
15,5	2,467 x	1,59 x	0,97	1,43	2,40	295	435	730	15,5
16,0	2,546 x	1,45 x	0,98	1,37	2,35	290	406	696	16,0
16,5	2,626 x	1,32 x	0,99	1,30	2,29	283	372	655	16,5
17,0	2,706 x	1,21 x	1,00	1,25	2,25	278	348	626	17,0
17,5	2,785 x	1,11 x	1,01	1,21	2,22	274	328	602	17,5
18,0	2,865 x	1,02 x 10 ⁷	1,02	1,17	2,19	268	308	576	18,0
18,5	2,944 x	9,35 x 10 ⁶	1,03	1,14	2,17	262	290	552	18,5
19,0	3,024 x	8,62 x	1,03	1,13	2,16	254	279	533	19,0
19,5	3,104 x	8,00 x	1,03	1,12	2,15	249	271	520	19,5
20,0	3,183 x	7,41 x	1,04	1,10	2,14	244	259	503	20,0
20,5	3,263 x	6,90 x	1,04	1,10	2,14	239	253	492	20,5
21,0	3,342 x	6,41 x	1,05	1,10	2,15	237	249	486	21,0
21,5	3,422 x	5,95 x	1,05	1,11	2,16	230	243	473	21,5
22,0	3,501 x	5,56 x	1,06	1,12	2,18	228	241	469	22,0
22,5	3,581 x	5,21 x	1,06	1,13	2,19	222	236	458	22,5
23,0	3,661 x	4,88 x	1,06	1,14	2,20	217	234	451	23,0
23,5	3,740 x	4,57 x	1,06	1,15	2,21	213	231	444	23,5
24,0	3,820 x	4,29 x	1,07	1,17	2,24	211	230	441	24,0
24,5	3,899 x	4,03 x	1,07	1,18	2,25	207	228	435	24,5
25,0	3,979 x	3,79 x	1,07	1,18	2,25	201	222	423	25,0
25,5	4,058 x	3,57 x	1,07	1,19	2,26	198	220	418	25,5
26,0	4,138 x	3,37 x	1,07	1,20	2,27	194	217	411	26,0
26,5	4,218 x	3,18 x	1,08	1,20	2,28	192	214	406	26,5
27,0	4,297 x	3,01 x	1,08	1,20	2,28	189	210	399	27,0
27,5	4,377 x	2,85 x	1,08	1,20	2,28	186	206	392	27,5
28,0	4,456 x	2,70 x	1,08	1,19	2,27	183	201	384	28,0
28,5	4,536 x	2,56 x	1,08	1,18	2,26	179	196	375	28,5
29,0	4,615 x	2,43 x	1,08	1,18	2,26	176	192	368	29,0
29,5	4,695 x	2,29 x	1,08	1,17	2,25	171	185	356	29,5
30,0	4,775 x 10 ⁻³	2,19 x 10 ⁻⁶	1,08	1,17	2,25	170	184	354	30,0

=12μ

tabel 5

										- 15 -	
a	a	N	Q _{abs}	Q _{sc}	Q _{att}	γ _{abs}	γ _{sc}	γ _{att}	a	a	
0,5	9,55 x 10 ⁻⁵	2,74 x 10 ¹¹	0,28	0,01	0,29	2202	79	2281	0,5		
1,0	1,910 x 10 ⁻⁴	3,42 x 10 ¹⁰	0,55	0,07	0,62	2163	275	2438	1,0		
1,5	2,865 x	1,02 x 10 ¹⁰	0,74	0,17	0,91	1948	447	2395	1,5		
2,0	3,819 x	4,29 x 10 ⁹	0,90	0,28	1,18	1772	551	2323	2,0		
2,5	4,774 x	2,19 x 10 ⁹	1,00	0,44	1,44	1568	690	2258	2,5		
3,0	5,729 x	1,27 x 10 ⁹	1,06	0,55	1,61	1386	719	2105	3,0		
3,5	6,684 x	8 x 10 ⁸	1,11	0,65	1,76	1243	728	1971	3,5		
4,0	7,639 x	5,35 x 10 ⁸	1,15	0,74	1,89	1126	724	1850	4,0		
4,5	8,594 x	3,76 x	1,17	0,82	1,99	1020	715	1735	4,5		
5,0	9,549 x 10 ⁻⁴	2,74 x	1,18	0,88	2,06	927	692	1619	5,0		
5,5	1,050 x 10 ⁻³	2,06 x	1,19	0,92	2,11	848	656	1504	5,5		
6,0	1,146 x	1,59 x	1,20	0,95	2,15	786	622	1408	6,0		
6,5	1,241 x	1,25 x 10 ⁸	1,20	0,99	2,19	726	599	1325	6,5		
7,0	1,337 x	1 x 10 ⁸	1,20	1,01	2,21	674	568	1242	7,0		
7,5	1,432 x	8,13 x 10 ⁷	1,19	1,03	2,22	624	540	1164	7,5		
8,0	1,528 x	6,67 x	1,19	1,04	2,23	581	508	1089	8,0		
8,5	1,623 x	5,59 x	1,18	1,05	2,23	545	485	1030	8,5		
9,0	1,719 x	4,69 x	1,18	1,05	2,23	514	458	972	9,0		
9,5	1,814 x	4,00 x	1,18	1,05	2,23	486	433	919	9,5		
10,0	1,910 x	3,42 x	1,18	1,06	2,24	464	417	881	10,0		
10,5	2,005 x	2,96 x	1,17	1,06	2,23	436	395	831	10,5		
11,0	2,101 x	2,58 x	1,17	1,06	2,23	420	381	801	11,0		
11,5	2,196 x	2,25 x	1,17	1,06	2,23	398	360	758	11,5		
12,0	2,292 x	1,99 x	1,17	1,06	2,23	384	348	732	12,0		
12,5	2,387 x	1,75 x	1,16	1,06	2,22	363	332	695	12,5		
13,0	2,483 x	1,56 x	1,16	1,06	2,22	351	321	672	13,0		
13,5	2,578 x	1,40 x	1,16	1,06	2,22	340	311	651	13,5		
14,0	2,674 x	1,25 x	1,15	1,07	2,22	323	301	624	14,0		
14,5	2,769 x	1,13 x	1,15	1,07	2,22	313	291	604	14,5		
15,0	2,865 x	1,02 x 10 ⁷	1,14	1,08	2,22	300	284	584	15,0		
15,5	2,960 x	9,26 x 10 ⁶	1,14	1,08	2,22	291	275	566	15,5		
16,0	3,056 x	8,40 x	1,13	1,08	2,21	278	266	544	16,0		
16,5	3,151 x	7,63 x	1,13	1,08	2,21	269	257	526	16,5		
17,0	3,246 x	6,99 x	1,13	1,08	2,21	261	249	510	17,0		
17,5	3,342 x	6,41 x	1,12	1,08	2,20	253	244	497	17,5		
18,0	3,437 x	5,88 x	1,12	1,08	2,20	244	235	479	18,0		
18,5	3,533 x	5,41 x	1,12	1,08	2,20	239	230	469	18,5		
19,0	3,628 x	5,00 x	1,12	1,08	2,20	233	225	458	19,0		
19,5	3,724 x	4,63 x	1,11	1,09	2,20	224	220	444	19,5		
20,0	3,819 x	4,29 x	1,11	1,09	2,20	219	215	434	20,0		
20,5	3,915 x	3,98 x	1,11	1,09	2,20	212	208	420	20,5		
21,0	4,010 x	3,70 x	1,10	1,09	2,19	206	204	410	21,0		
21,5	4,106 x	3,45 x	1,09	1,09	2,18	199	199	398	21,5		
22,0	4,201 x	3,23 x	1,09	1,09	2,18	195	195	390	22,0		
22,5	4,297 x	3,01 x	1,09	1,09	2,18	191	191	382	22,5		
23,0	4,392 x	2,82 x	1,08	1,09	2,17	185	186	371	23,0		
23,5	4,488 x	2,64 x	1,08	1,09	2,17	180	182	362	23,5		
24,0	4,583 x	2,48 x	1,08	1,09	2,17	177	179	356	24,0		
24,5	4,679 x	2,34 x	1,08	1,09	2,17	174	175	349	24,5		
25,0	4,774 x	2,19 x	1,07	1,09	2,16	168	171	339	25,0		
25,5	4,870 x	2,06 x	1,07	1,09	2,16	164	167	331	25,5		
26,0	4,965 x	1,96 x	1,07	1,09	2,16	163	166	329	26,0		
26,5	5,061 x	1,83 x	1,07	1,09	2,16	157	160	317	26,5		
27,0	5,156 x	1,74 x	1,07	1,09	2,16	155	158	313	27,0		
27,5	5,252 x	1,65 x	1,06	1,09	2,15	152	156	308	27,5		
28,0	5,347 x	1,56 x	1,06	1,10	2,16	148	154	302	28,0		
28,5	5,443 x	1,48 x	1,06	1,10	2,16	146	152	298	28,5		
29,0	5,538 x	1,40 x	1,06	1,10	2,16	143	149	292	29,0		
29,5	5,634 x	1,33 x	1,05	1,10	2,15	139	145	284	29,5		
30,0	5,729 x 10 ⁻³	1,27 x 10 ⁶	1,05	1,10	2,15	138	144	282	30,0		

Het is opmerkelijk dat er tussen de waarden van a , waarbij $Q_{\text{ext}} = \text{max}$ en waarbij $\gamma_{\text{ext}} = \text{max}$ zoveel verschil bestaat. Het blijkt dat bij kleine λ -waarden Q_{ext} een maximum heeft bij een waarde van a (bolstraal) ongeveer even groot als die van λ , maar dat bij toenemende waarde van λ het verschil tussen de λ -waarden en de a -waarden bij $Q_{\text{ext}} = \text{maximum}$ eveneens toeneemt. Voor $\gamma_{\text{ext}} = \text{maximum}$ blijven de a -waarden steeds kleiner dan de overeenkomstige λ -waarden; vanaf $\lambda = 12\mu$ en meer zijn de verschillen zelfs zeer groot.

Om nu het maximum extinctieëffect van waterdruppels voor straling van $\lambda = 8, 9, 10$ en 12μ te vergelijken met de doorlatendheid van waterdamp en water worden in tabel 7 bijeengebracht de absorptiecoëfficiënt voor waterdamp γ_{wv} , die voor water γ_{w} , alsmede de maximale extinctiecoëfficiënt γ_{ext} en zijn twee samenstellende delen de verstrooiingscoëfficiënt γ_{sc} en de absorptiecoëfficiënt γ_{abs} voor waterdruppels; al deze coëfficiënten hebben betrekking op een precipitabele waterdikte van 1 cm.

Nu doet zich bij water nog een eigenschap gelden, namelijk het reflectie vermogen R van straling bij loodrechte inval op het wateroppervlak. Het verband tussen R , n en n' is door Cauchy gevonden in de betrekking:

$$R = \{(n-1)^2 + n'^2\} / \{(n+1)^2 + n'^2\}. \quad (5)$$

Als I_1 de hoeveelheid loodrecht opvallende evenwijdige straling is en I_2 de hoeveelheid uit de laag tredende straling, dan is

$$I_2 = I_1 D.$$

De doorlatendheid D van een laag water ter dikte van d cm is dus ten slotte gegeven door de formule

$$D = (1-R) \exp(-\gamma_{\text{w}} d). \quad (6)$$

Bij waterdruppels en waterdamp treedt verstrooiing op in plaats van reflectie, hoewel de verstrooiing van straling met een golflengte van 8 tot 12μ door waterdamp volkomen is te verwaarlozen.

Tabel 7

λ (1)	waterdamp	water	waterdruppels			R (7)
	γ_{wv} (2)	γ_{w} (3)	γ_{ext} (4)	γ_{sc} (5)	γ_{abs} (6)	
8	11,40	363,0	3552	3092	460	0,0167
9	1,17	363,2	2722	2294	428	0,0137
10	1,68	462,4	1761	1305	456	0,0082
12	2,18	2325,-	2443	275	2165	0,0174

In tabel 7 wordt ook nog de grootte R ingevoegd, zodat nu alle gegevens bijeen zijn om de doorlatendheid van eenzelfde hoeveelheid te vergelijken in de vorm van water, waterdamp en waterdruppels. In combinatie met tabel 6 ziet men dat voor druppels met een straal van $6,4\mu$ de extinctiecoëfficiënt bijna 10 maal zo groot is als de absorptiecoëfficiënt van water bij $\lambda = 8\mu$; bij $\lambda = 9\mu$ is deze verhouding voor druppels met $a = 7,9\mu$ bijna 8; bij $\lambda = 10\mu$ is de verhouding voor druppels met $a = 9,5\mu$ bijna 4 en bij 12μ voor druppels met $a = 1,9\mu$ ongeveer 1. Dit betekent dat druppels van de verschillende grootten een aanzienlijk geringere doorlatendheid hebben dan water en waterdamp; immers het reflectievermogen van water speelt maar een kleine rol, gezien de kleine waarden van R.

Het is nog interessant om het absorptiegedeelte van γ_{ext} , namelijk γ_{abs} , van genoemde waterdruppels te vergelijken met γ_w , d.w.z. de 6e kolom met de 3e van tabel 7. γ_{abs} is bij $\lambda = 8\mu$ veel groter dan γ_w , bij $\lambda = 9\mu$ is γ_{abs} groter dan γ_w , bij $\lambda = 10\mu$ is γ_{abs} ongeveer gelijk aan γ_w , terwijl bij $\lambda = 12\mu$ γ_w groter is dan γ_{abs} . Beide mogelijkheden kan men zich gemakkelijk indenken. Laat een evenwijdige bundel straling van bijv. $\lambda = 8\mu$ vallen op een waterbol met straal a en met complexe brekingsindex m . Dan wordt, zoals bekend, door de bol de hoeveelheid straling onderschept evenredig met Πa^2 . Een deel van deze straling wordt verstrooid of gereflecteerd tegen de bol; de rest treedt de bol binnen, waarbij de wet van Snellius wordt gevolgd. Dat wil zeggen dat alle stralen behalve die door het middelpunt een langere weg door de bol afleggen dan wanneer deze ongebroken hun weg door het water zouden hebben vervolgd. Wordt nu de bol tot een parallelipedum water gevormd met een grondvlak gelijk 1 cm^2 , dan is de hoogte van dit blok $4/3 \Pi a^3$ in cm^3/cm^2 . Men kan zich nu wel voorstellen dat afhankelijk van de reële brekingsindex n in de bol meer straling wordt geabsorbeerd dan in het blok. Dit hangt natuurlijk ook af van de hoeveelheid straling, welke wordt verstrooid of gereflecteerd.

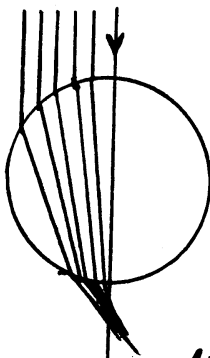


fig. 1

Met behulp van de tabellen 2, 3, 4 en 5 kan het verschil in absorptie per cm^3 tussen de bol en het parallelipedum van gelijke inhoud met grondvlak van 1 cm^2 voor $\lambda = 8\mu$, 9μ , 10μ en 12μ worden bepaald, als ook nog γ_w bekend is. Voor $\lambda = 8\mu$ en $\gamma_w = 363,0$ kan voor enige waarden van a gemakkelijk worden berekend N maal de door de bol geabsor-

beerde hoeveelheid straling gedeeld door de hoeveelheid op de bol inval-
lende straling - d.w.z. $\Pi a^2 Q_{abs}$ daar $N = 1$ - en de voor een waterlaag
van dezelfde inhoud corresponderende grootte dy_w , waarbij $d = 4/3 \Pi a^3$ in cm^3 ge-
deeld door $1 cm^2$. In tabel 8 zijn de van belang zijnde ende gevraagde
grootheden verzameld als voorbeeld.

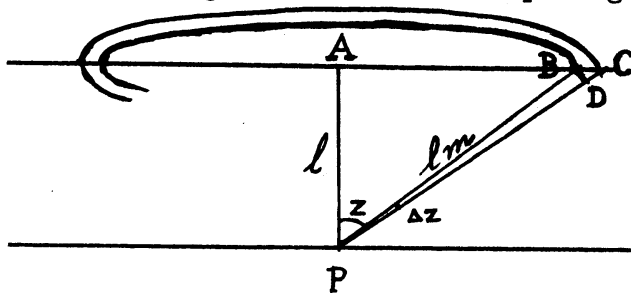
Tabel 8

α	a cm	$N \Pi a^2 Q_{abs} = \gamma_{abs}$	dy_w
0,5	$6,365 \cdot 10^{-5}$	$3,683 \cdot 10^{-10}$	$3,920 \cdot 10^{-10}$
1,0	$1,273 \cdot 10^{-4}$	$3,308 \cdot 10^{-9}$	$3,133 \cdot 10^{-9}$
2,0	$2,546 \cdot 10^{-4}$	$3,228 \cdot 10^{-8}$	$2,508 \cdot 10^{-8}$
4,0	$5,092 \cdot 10^{-4}$	$2,602 \cdot 10^{-7}$	$2,007 \cdot 10^{-7}$
7,0	$8,911 \cdot 10^{-4}$	$1,320 \cdot 10^{-6}$	$1,078 \cdot 10^{-6}$
10,0	$1,273 \cdot 10^{-3}$	$3,512 \cdot 10^{-6}$	$3,133 \cdot 10^{-6}$
20,0	$2,546 \cdot 10^{-3}$	$1,888 \cdot 10^{-5}$	$2,508 \cdot 10^{-5}$
30,0	$3,819 \cdot 10^{-3}$	$4,534 \cdot 10^{-5}$	$8,458 \cdot 10^{-5}$

Uit tabel 8 blijkt dat voor zeer kleine waarden van α en voor grote
waarden van α de absorptie door het parallelipedum groter is dan die
door de bol en wel voor straling van $\lambda = 8 \mu$. Voor verdere studie kun-
nen nog gemakkelijk soortgelijke tabellen worden gemaakt voor straling
van andere golflengten.

4. Het opvullen van het atmosferische venster door druppels van een bepaalde
grootte tot een zekere hoge graad.

Tot nu toe is alleen gesproken over bundels evenwijdige straling,
welke als we met een waterlaag te doen hebben loodrecht op een plat vlak
invallen. Nu moeten ook divergerende bundels straling in beschouwing wor-
den genomen. De warmtestraling, welke vanuit één punt van de aarde uitgaat,
passeert het oppervlak van een halve bol op het aardoppervlak met dat punt
als middelpunt, zodat door elke cm^2 van het boloppervlak dezelfde hoeveel-
heid straling vanuit het middelpunt gaat.



Zie fig. 2. Laat vanuit P aan het
aardoppervlak een hoeveelheid warm-
testraling S uitgaan en onderstel
dat de lijn ABC de bovenkant van de
atmosfeer aangeeft. De afstand PA zij

gelijk 1, dan is de afstand $PB = lm$, waarbij $m = \sec z$ en z de zenithshoek APB . De dichtheid van de straling uit P op een afstand lm is dan $S/2\pi l^2 m^2$ en de dichtheid van de straling in het vlakje BC aan de bovenkant van de atmosfeer is $S/2\pi l^2 m^3$. De hoeveelheid straling vanuit P door een ring ter dikte van BC of $lm^2 \Delta z$ onder een hoek z met de verticaal in P , is gelijk aan de dichtheid in BC maal oppervlak van de ring:

$$\frac{S e^{-\beta m}}{m^2} dm, \quad (7)$$

als de verhouding van de hoeveelheid straling van P uitgaande in A aangekomen gedeeld door de hoeveelheid straling van P uitgaande in de richting van A wordt voorgesteld door $\exp -\beta$. Om nu te bepalen welk deel van de straling uitgezonden door 1 cm^2 in het punt P ($=S$) de bovenkant van de atmosfeer verlaat, moet formule (7) over m geïntegreerd worden van 1 tot ∞ :

$$S \int_1^{\infty} \frac{e^{-\beta m}}{m^2} dm = S \left(e^{-\beta} + 0,5772157\beta + \beta e^{\log \beta} - \beta^2 + \frac{\beta^3}{2 \cdot 2!} - \frac{\beta^4}{3 \cdot 3!} + \frac{\beta^5}{4 \cdot 4!} - \dots \right) \quad (8)$$

Gemakkelijk kan nu worden berekend, dat de uitdrukking tussen haakjes in het rechterlid van betrekking (8) de waarde 0,01 aanneemt voor $\beta = 3,05$, de waarde 0,001 voor $\beta = 4,99$ en de waarde 0,0001 voor $\beta = 6,89$.

In tabel 6 staat vermeld dat γ_{ext} maximaal is voor $\lambda = 8\mu$ bij $a = 6,364\mu$, voor $\lambda = 9\mu$ bij $a = 7,875\mu$, voor $\lambda = 10\mu$ bij $a = 9,386\mu$ en voor $\lambda = 12\mu$ bij $a = 2,100\mu$. Voor elk van deze vier waarden van de bolstraal kan de extinctiecoëfficiënt voor 1 cm precipitabel water door interpolatie worden bepaald uit tabellen 2, 3, 4 en 5 voor $\lambda = 8$, resp. 9, 10 en 12μ en dus bij de corresponderende waarden van a . Deze 16 extinctiecoëfficiënten zijn in tabel 9 verzameld. Uit deze tabel blijkt onmiddellijk, dat voor $\lambda = 10\mu$ de extinctie-

Tabel 9

a	$\lambda = 8\mu$		$\lambda = 9\mu$		$\lambda = 10\mu$		$\lambda = 12\mu$	
	a	γ_{ext}	a	γ_{ext}	a	γ_{ext}	a	γ_{ext}
6,364 μ	<u>5,0</u>	<u>3552</u>	4,444	2647	4,000	1599	3,333	2016
7,875 μ	6,188	3291	<u>5,500</u>	<u>2722</u>	4,950	1722	4,125	1821
9,386 μ	7,375	2794	6,556	2620	<u>5,900</u>	<u>1761</u>	4,917	1638
2,100 μ	1,650	1528	1,467	1200	1,320	741	<u>1,100</u>	<u>2443</u>

coëfficiënten de kleinste waarden hebben, behalve voor het geval van $\lambda = 12\mu$ en $a = 9,386\mu$. Daar voor $a = 7,875\mu$ en $a = 9,386\mu$ γ_{ext} grotere waarden heeft bij $\lambda = 10\mu$ dan voor de beide overige a -waarden, moet een keuze gemaakt worden tussen $a = 7,875\mu$ en $a = 9,386\mu$. Nu blijkt uit tabel 9, dat de waarde van γ_{ext} voor druppels met $a = 7,875\mu$ bij $\lambda = 8,9$ en 12μ veel groter is dan die voor druppels met $a = 9,386\mu$, terwijl bij $\lambda = 10\mu$ γ_{ext} slechts iets kleiner is voor $a = 7,875\mu$ dan voor $a = 9,386\mu$; bovendien is $\gamma_{\text{ext}} = 1722$ bij $\{a = 7,875\mu; \lambda = 10\mu\}$ nog groter dan $\gamma_{\text{ext}} = 1638$ bij $\{a = 9,386\mu; \lambda = 12\mu\}$. Het beste resultaat wordt dus verkregen door waterbolletjes met een straal van $7,875\mu$ te nemen.

Indien nu een zodanige precipitabele waterdikte genomen wordt dat voor waterdruppels met $a = 7,875\mu$ de van de aarde uitgaande warmtestraling bij 10μ door extinctie tot op 0,01 verzwakt wordt, dan is met behulp van formule (8) en tabel 9 deze dikte $3,05/1722 = 0,001771$ cm; met een verzwakking tot op 0,001 bedraagt de dikte $4,99/1722 = 0,002898$ cm. Op dezelfde wijze kan voor $\lambda = 8,9$ en 12μ de doorlatendheid voor deze druppelgrootte berekend worden, als die voor $\lambda = 10\mu$ 0,01 en 0,001 bedraagt. Ter vergelijking wordt de doorlatendheid voor deze vier golflengtes volgens formule (8) berekend voor water en voor waterdamp in het geval van een precipitabele waterdikte van 0,001771 cm. Deze berekende waarden worden in tabel 10 bijeengebracht.

Tabel 10

	waterdruppels $a=7,875\mu$		water	waterdamp
λ	$d = 0,001771$ cm	$d = 0,002898$ cm	$d = 0,001771$ cm	$d = 0,001771$ cm
8μ	0,00037	0,000005	0,2589	0,9128
9μ	0,00120	0,000031	0,2587	0,9862
10μ	0,01000	0,001000	0,1962	0,9813
12μ	0,00840	0,000730	0,0028	0,9772

Bij beschouwing van tabel 10 en bij een onderlinge vergelijking van kolom 2 met kolom 4 en 5 valt op, dat de waterdruppels bij $\lambda = 10\mu$ ruim 19 maal zo weinig doorlaten als water en ruim 98 maal zo weinig als waterdamp. In dit verband moet er nogmaals op gewezen worden, dat de voor waterdamp berekende waarden gelden voor een temperatuur van 100°C terwijl de voor water

en waterdruppels berekende waarden voor kamertemperatuur gelden. Het getal 98 is dus iets te groot. Voor $\lambda = 8\mu$ en 9μ blijken de verhoudingen nog gunstiger te zijn voor waterdruppels; voor $\lambda = 12\mu$ is echter de doorlatendheid voor water drie maal zo klein als voor waterdruppels. De doorlatendheid voor $\lambda = 12\mu$ is echter bij die d-waarde kleiner dan 1% en over het gehele spectrum van 8 tot en met 12μ is de doorlatendheid in de orde van enkele pro milles.

Men moet wel beseffen, dat tabel 10 een maximale verhouding van de extinctie van waterdruppels tegenover die van water voorstelt. Voor de praktijk kan worden gezegd, dat, indien een hoeveelheid waterdruppels met een straal van $7,5$ tot $8,5\mu$ en een waterdikte van $0,002$ cm in de lucht wordt gebracht, het atmosferische venster tot op meer dan 99 procent is gesloten. Deze waterdikte betekent dat in een verticale kolom lucht met een doorsnede van 1 cm² zich gemiddeld ongeveer $8,2 \cdot 10^5$ bolletjes met een straal van $7,5$ tot $8,5\mu$ bevinden.

Volgens Rittberger [9] loopt de straal van waterdruppels in niet regen gevende wolken uiteen van 2 tot 35μ , terwijl met de grootste frequentie de stralen tussen 5 en 10μ voorkomen. Uit een zeer groot aantal metingen bleek dat in 35,4% van de gevallen het aantal druppels kleiner was dan 100 per cm³, 30,8% tussen 100 en 200, 14,5% tussen 200 en 300, 9,0% tussen 300 en 400, enz. tot zelfs meer dan 1000 druppels per cm³. Hoewel het 50% punt bij ongeveer 175 per cm³ ligt, is in 6% der gevallen het aantal groter dan 500 per cm³. Nu kan men zich ook goed indenken, waarom wolken zulke goede tegenstralers zijn, dus het optreden van nachtvorst verhinderen. Maximale extinctie voor golflengten van het atmosferische venster treedt op voor druppeltjes met een straal tussen $7\frac{1}{2}$ en $8\frac{1}{2}\mu$, terwijl in wolken druppelstralen van 5 tot 10μ het meest voorkomen. Blijkbaar kunnen 500 druppels per cm³ in de atmosfeer in wolken voorkomen. Dit betekent, dat als men in staat is druppeltjes met een straal van $7\frac{1}{2}$ tot $8\frac{1}{2}\mu$ te produceren, men de concentratie tot 500 per cm³ kan opvoeren. Dit betekent, dat men de hoogte van de kunstmatige wolk 16,4 m - zeg afgerond 20 m - moet maken. Wil men niet met de concentratie van druppels uitgaan boven het gemiddelde aantal van waterdruppels per cm³ in een wolk, d.i. ongeveer 175 per cm³, dan zal de wolk een hoogte van 50 m moeten hebben.

Hiermede is het in de inleiding gestelde probleem van het sluiten van het atmosferische venster theoretisch opgelost. Er kan op worden gewezen dat met behulp van de Q_{abs} -, Q_{sc} - en Q_{ext} -waarden voor λ van 1 tot 24μ en

$0,5 \leq \alpha \leq 30,0$ nog een aantal problemen van warmtetransport en van temperatuurverdeling in wolken kan worden opgelost.

Samenvatting.

In het voor- en najaar kan bij heldere hemel des nachts nachtvorst optreden, terwijl dit bij een gesloten wolkendek niet zou zijn voorgekomen. De verklaring van dit verschijnsel berust op het doorlaten van de van de aarde uitgaande warmtestraling door het zogenaamde atmosferische venster bij heldere hemel, terwijl dit bij een bedekte hemel blijkbaar niet het geval is. De juistheid van de verklaring kan met op theoretische wijze berekende cijfers worden gestaafd. Zo kan worden bepaald dat de absorptiecoëfficiënt van 1 cm^3 water voor het golflengtegebied van het atmosferische venster (8 tot 12μ) 33 tot 1100 maal zo groot is als die van waterdamp bij dezelfde massa in een kolom met een doorsnede van 1 cm^2 . Eveneens is berekend dat, als die ene cm^3 water telkens in waterdruppeltjes met verschillende straal wordt verdeeld en die waterdruppeltjes in een verticale kolom van 1 cm^2 doorsnede worden bijeengebracht, de maximale extinctiecoëfficiënt van een bepaalde grootte van druppels voor de verschillende golflengtes 1,05 tot 9,8 maal zo groot is als de met die golflengtes corresponderende absorptiecoëfficiënt van water.

Tenslotte wordt nog berekend dat een precipitabele waterdikte van 0,001771 cm aan druppeltjes met een straal van $7,875\mu$ een doorlatend vermogen van 0,01 hebben voor een van de aarde uitgaande straling van 10μ ; voor de overige golflengtes van het atmosferische venster is de doorlatendheid veel kleiner. Als deze resultaten iets worden gladgestreken, kan worden bepaald, dat een mist bestaande uit waterdruppeltjes met een straal van $7\frac{1}{2}$ tot $8\frac{1}{2}\mu$, zodat in een verticale kolom van 1 cm^2 doorsnede van de benedenkant tot de bovenkant van de mist zich $8,2 \cdot 10^5$ druppels bevinden, het atmosferische venster voor meer dan 99 procent sluit voor van de aarde uitgaande warmtestraling.

Summary

During spring and autumn nightfrosts may occur with clear skies, whereas such frosts will usually be absent during nights with overcast skies. This difference is explained by the transmission of the thermal radiation through the so called atmospheric window which exist when the

sky is clear and which is absent when the sky is overcast. Theoretical considerations and computations prove the correctness of this explanation. The absorption coefficient of a 1 cm thick layer of water at 20°C, for the atmospheric window (wavelength interval from 8-12 μ) appears to be 33-1100 times as large as that of water vapour of the same precipitable water-thickness and at a temperature of 100°C.

It is also possible to compute the extinction coefficient due to both scattering and absorption for various wave lengths and for water droplets of spherical form with varying radii. The extinction coefficient shows for every wave length a maximum for spheres of a certain size; this maximum appears to be 1.05 to 9.8 times as large as the corresponding absorption coefficient for water.

Finally, the transmissivity for an amount of precipitable water of 0.001771 cm consisting of water spheres of a radius of 7.875 μ has been computed for a wave lengths of 10 μ ; its value is 0.01. The transmissivity is considerably smaller for the other wave lengths in the atmospheric window namely 8.9 and 12 μ . After some smoothing one may conclude that a cloud consisting of water droplets with a radius of 7 $\frac{1}{2}$ -8 $\frac{1}{2}$ μ , which contains in a vertical column of 1 cm² cross-section 8.2×10^5 cloud droplets closes the atmospheric window for more than 99 percent.

Literatuur.

- [1] Centeno, M.; "The refractive index of liquid water in the near infra-red spectrum", J.Opt.Soc.Am., 31 (1941), pp. 244-247.
- [2] Dorsey, N.E.; " Properties of ordinary watersubstance", Reinhold, New York (1940).
- [3] Plyler, E.K. and Acquista, N.; "Infrared absorption of liquid water from 2 to 42 microns", J.Opt.Soc.Am., 44 (1954), p. 505.
- [4] McDonald, J.E.; "Absorption of atmospheric radiation by water films and water clouds", J.Meteor., 17 (1960), pp. 232-238.
- [5] van de Hulst, H.C.; "Light scattering by small particles", New York, John Wiley and Sons, Inc., (1957), pp. 470.
- [6] Stephens, J.J. and Gerhardt, J.R.; " Absorption cross-sections of water drops for infrared radiation", J.Meteor., 18 (1961), pp. 818-822.
- [7] Herman, B.M.; "Infra-red absorption, scattering, and total attenuation cross-sections for water spheres", Quart.J.R.Met.Soc., 88 (1962), pp. 143-150.
- [8] Aden, A.L.; "Electromagnetic scattering from spheres with sizes comparable to the wavelength", J.App.Physics, 22 (1951), pp. 601-605.
- [9] Rittberger, W.; "Zur Struktur der Wolken", Arch.Met. Geoph. Bioklim., A, Bd. 11 (1960), pp. 333-367.