

27 OCT. 1958

W. R. 58-2

**KONINKLIJK NEDERLANDS
METEOROLOGISCH INSTITUUT**

WETENSCHAPPELIJK RAPPORT

DR. H. M. DE JONG

Gecomponeerde kaarten in ruimte en tijd en theorie van
„single heading flights”



DE BILT-1958

27 OCT. 1958

KONINKLIJK NEDERLANDS
METEOROLOGISCH INSTITUUT

Wetenschappelijk Rapport W.R. 58-2

Dr. H.M. de Jong

Gecomponeerde kaarten in ruimte en tijd en theorie van
"single heading flights"

De Bilt, 1958

Kon. Ned. Meteor. Inst.
De Bilt

All Rights Reserved.

Nadruk zonder toestemming van het K.N.M.I. is verboden.

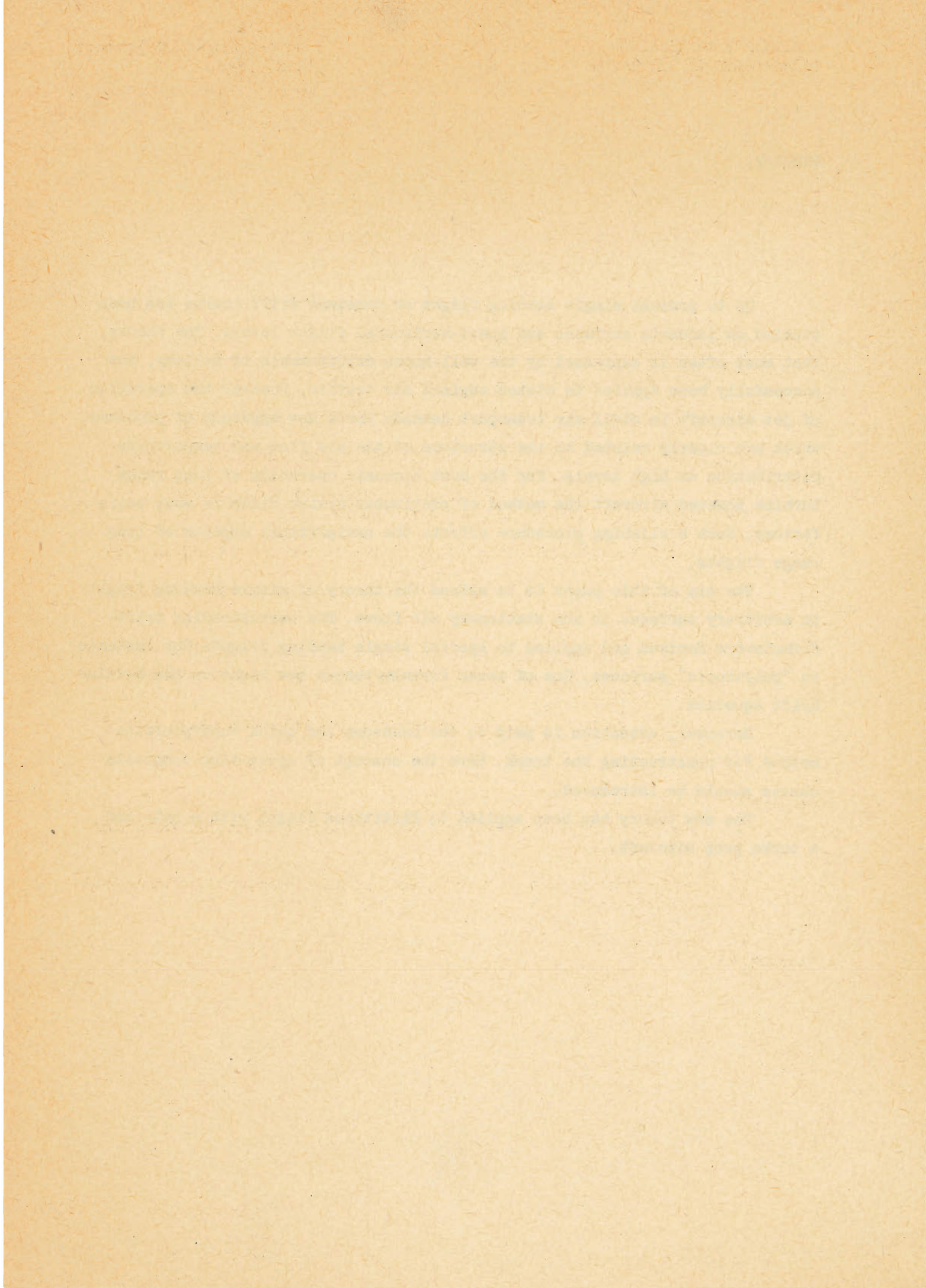
SUMMARY.

Up to present single heading flight or constant drift course has been studied on isobaric surfaces and quasi-horizontal flight levels. The theory, that most often is expressed by the well-known driftformula of Bellamy, has succesfully been applied to piston engined air traffic. However the operation of jet aircraft in civil air transport demands for a new approach of problems, which are closely related to the structure of the air flow and temperature distribution at high levels. For the most economic operation of long range turbine powered aircraft the method of continuous cruise climb is most satisfactory. Such a climbing procedure effects the navigational aspects of long range flights.

The aim of this paper is to extend the theory of single heading flight in arbitrary surfaces in non stationary air flows. The corresponding drift-formulae are derived and applied to special single heading flights, for instance in "polytropic" surfaces. One of these formulae throws new light on the D-value drift equation.

Moreover, attention is paid to the handsome and quick superposition-method for constructing the track. Here the concept of space-time composite charts should be introduced.

The new theory has been applied to fictitious flight with a jet- and a turbo prop aircraft.



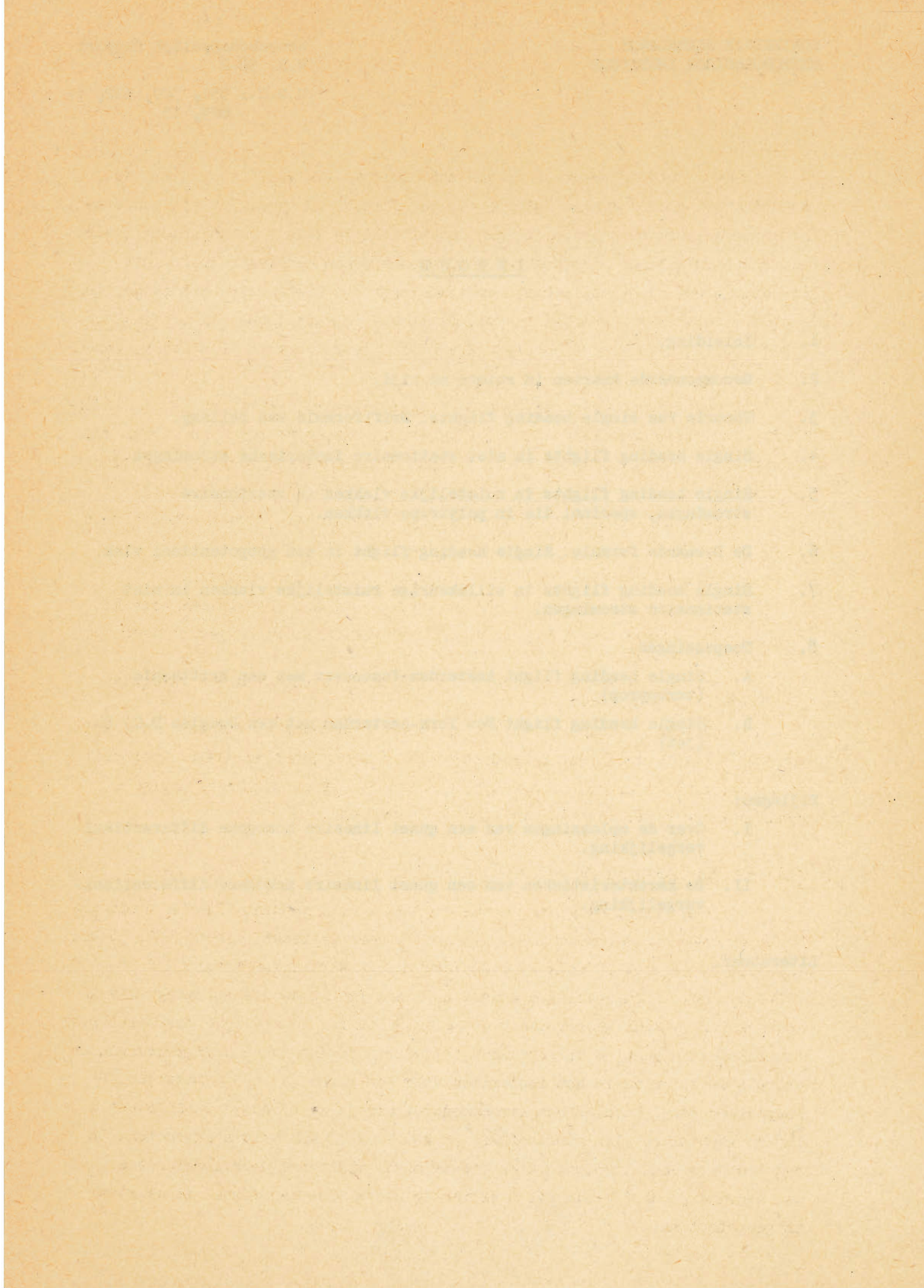
I N H O U D

1. Inleiding.
2. Gecomponeerde kaarten in ruimte en tijd.
3. Theorie van single heading flights. Driftformule van Bellamy.
4. Single heading flights in niet stationaire isobarische stromingen.
5. Single heading flights in ruimtelijke vlakken in stationaire stromingen, speciaal die in polytrope vlakken.
6. De D-waarde formule. Single heading flight in een geopotentiaal vlak.
7. Single heading flights in willekeurige ruimtelijke vlakken in niet stationaire stromingen.
8. Toepassingen.
 - A. Single heading flight Amsterdam-Vancouver met een Brittannia (turboprop)
 - B. Single heading flight New York-Amsterdam met een Douglas D.C. 8 (jet)

Bijlagen:

- I. Over de oplossingen van een quasi lineaire homogene differentiaalvergelijking.
- II. De karakteristieken van een quasi lineaire homogene differentiaalvergelijking.

Literatuur.



1. INLEIDING

In de luchtvaart bestaat er een meteorologisch navigatie systeem, dat bekend staat onder de naam "single heading flight" of "constant drift course". Dit systeem berust op het principe, dat tijdens de vlucht de stuurhoek t.o.v. een geschikt gekozen rechthoekig coördinatensysteem constant blijft. Dit systeem is tot op heden in hoofdzaak onderzocht in stationaire stromingen in isobarische vlakken, waarbij tijdens de vlucht de instelling van de drukhoogtemeter niet verandert en de eigen snelheid constant blijft of slechts binnen nauwe grenzen varieert.

De theorie kan worden uitgebreid in niet stationaire stromingen in willekeurige ruimtelijke vlakken. De resultaten van dit onderzoek zijn vooral van belang voor vluchten met straalvliegtuigen (jets en turbo props), omdat daarbij kruissystemen voorkomen, die niet aan een isobarisch vlak gebonden zijn.

Single heading flights winnen aan betekenis in het "straalverkeer" voornamelijk op grond van de volgende eigenschappen:

1. het systeem wordt als het meest eenvoudige systeem beschouwd.
2. de navigatorische arbeid in de stuurhut wordt tot een minimum beperkt.
3. in het algemeen wordt een tijdwinst verkregen t.o.v. de geometrisch kortste route.
4. de constructie van de vliegbaan en het samenstellen van een vliegplan zijn weinig tijdrovend.

In dit rapport wordt de theorie van de single heading flights uitgebreid voor ruimtelijke vluchten in niet stationaire stromingen en daarna toegepast op vluchten met jets en turbo props. Daaraan zal eerst een beschouwing van gecomponeerde kaarten in ruimte en tijd voorafgaan.

2. GECOMPONEERDE KAARTEN IN RUIMTE EN TIJD.

Voor een uitbreiding van de theorie van single heading flights wordt gebruik gemaakt van een onderzoek betreffende geostrofische velden, W.R. 56-006 (II-008) en één betreffende gecomponeerde hoogtestromingskaarten, W.R. 56-010 (II-011). Deze onderzoeken hadden tot doel in een hoogte stroming, die in isobarische vlakken geostrofisch geapproximeerd is, ruimtelijke composities en composities in de tijd te vervaardigen, waarin de daarin aanwezige stromingen evenals de stroming in het isobarisch vlak een stroomfunctie χ bezitten. De isoplethen van χ bepalen het stroommodel, terwijl de stroomsnelheid evenals in een isobarisch vlak geostrofisch in het χ -veld kan worden opgemeten. In het isothermisch, isopicnisch en isentropisch vlak werd de stroomfunctie een eenvoudige uitdrukking in twee van de grootheden luchtdruk, temperatuur en geopotential.

Gecomponeerde kaarten kunnen ook worden gerealiseerd in ruimtelijke vlakken waarin de stroming in de tijd verandert.

Veronderstel dat het windveld \vec{u} wordt geapproximeerd door de geostrofische vergelijking:

$$\vec{u} = -\vec{k} \times \nabla_{p,t} \psi. \quad (2.1)$$

De stroomfunctie $\psi = -\frac{\phi}{\lambda}$ bevat de parameters p en t , omdat op elk tijdstip en in elk isobarisch vlak de approximatie gerechtvaardigd is. We voeren nu een compositie in door introductie van een "tijdfunctie" $t = t(x, y)$ en een "ruimtefunctie" $p = p(x, y)$ en we vragen, wanneer het windveld in de gecomponeerde kaart weer een stroomfunctie bezit, zodanig dat de wind in het punt (p, t) geostrofisch kan worden opgemeten.

In de gecomponeerde kaart geldt:

$$\vec{u}_{gec.} = -\vec{k} \times (\nabla \psi)_{p,t} = -\vec{k} \times \nabla(\psi)_{p,t} + \left(\frac{\partial \psi}{\partial p}\right)_{p,t} \vec{k} \times \nabla p + \left(\frac{\partial \psi}{\partial t}\right)_{p,t} \vec{k} \times \nabla t, \quad (2.2)$$

waarbij $()_{p,t}$ een substitutie van de functies $p(x, y)$, $t = t(x, y)$ aanduidt.

Indien de gecomponeerde kaart een stroomfunctie heeft, moet de uitdrukking $u_{gec.} dy - v_{gec.} dx$ een totale differentiaal zijn. De analytische uitdrukking hiervoor luidt, dat het stroomveld divergentie vrij moet zijn:

$$\text{div } \vec{u}_{gec.} = \nabla \cdot \vec{u}_{gec.} = -\nabla \cdot (\vec{k} \times \nabla(\psi)_{p,t}) + \nabla \cdot \left(\left(\frac{\partial \psi}{\partial p}\right)_{p,t} \vec{k} \times \nabla p \right) + \nabla \cdot \left(\left(\frac{\partial \psi}{\partial t}\right)_{p,t} \vec{k} \times \nabla t \right) = 0.$$

Nu geldt,

$$-\nabla \cdot (\vec{k} \times \nabla(\psi)_{p,t}) = \vec{k} \cdot (\nabla \times \nabla(\psi)_{p,t}) = 0.$$

Op grond van de vectorregel, (α een scalar en \vec{a} een vector)

$$\nabla \cdot \alpha \vec{a} = \nabla \alpha \cdot \vec{a} + \alpha \nabla \cdot \vec{a},$$

reduceert de voorwaarde zich tot:

$$\nabla \left(\frac{\partial \psi}{\partial p}\right)_{p,t} \cdot (\vec{k} \times \nabla p) + \left(\frac{\partial \psi}{\partial p}\right)_{p,t} \nabla \cdot (\vec{k} \times \nabla p) + \nabla \left(\frac{\partial \psi}{\partial t}\right)_{p,t} \cdot (\vec{k} \times \nabla t) + \left(\frac{\partial \psi}{\partial t}\right)_{p,t} \nabla \cdot (\vec{k} \times \nabla t) = 0.$$

Maar wegens

$$\nabla \cdot (\vec{k} \times \nabla p) = -\vec{k} \cdot (\nabla \times (\nabla p)) = 0$$

en

$$\nabla \cdot (\vec{k} \times \nabla t) = -\vec{k} \cdot (\nabla \times (\nabla t)) = 0,$$

laat dit zich herleiden tot:

$$\vec{k} \cdot (\nabla p \times \nabla \left(\frac{\partial \psi}{\partial p}\right)_{p,t}) + \vec{k} \cdot (\nabla t \times \nabla \left(\frac{\partial \psi}{\partial t}\right)_{p,t}) = 0.$$

of uitgeschreven

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial p \partial x} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial p \partial y} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial x} \frac{\partial t}{\partial y} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial y} \frac{\partial t}{\partial x} = 0,$$

wat met behulp van de Jacobiaan J samengevat kan worden in de vorm

$$J\left(\frac{\partial \psi}{\partial p}, p\right) + J\left(\frac{\partial \psi}{\partial t}, t\right) = 0. \quad (2.3)$$

Aangezien $\psi = -\frac{\phi}{\lambda}$, wordt de differentiaalvergelijking (2.3):

$$J\left(\frac{\partial \phi}{\partial p}, p\right) + J\left(\frac{\partial \phi}{\partial t}, t\right) = 0$$

en met de hydrostatische grondvergelijking: $\frac{\partial \phi}{\partial p} = -\frac{1}{\rho}$,

$$J(\rho, p) = \rho^2 J\left(\frac{\partial \phi}{\partial t}, t\right). \quad (2.4)$$

De theorie van gecomponeerde kaarten in de ruimte alleen (W.R. 56-006 (II-008)) vindt men door op te merken, dat met $t \equiv \text{constant}$ $J\left(\frac{\partial \phi}{\partial t}, t\right) \equiv 0$, zodat de differentiaalvergelijking zich reduceert tot

$$J\left(\frac{\partial \phi}{\partial p}, p\right) = J(\rho, p) = J(\rho, \pi) = J(\pi, \rho) = 0, \quad (2.5)$$

terwijl de theorie van gecomponeerde kaarten in de tijd alleen (W.R. 57-010 (II-011)) gevonden wordt door vast te stellen, dat met $p \equiv \text{constant}$ $J\left(\frac{\partial \phi}{\partial p}, p\right) \equiv 0$ en de differentiaalvergelijking zich herleidt tot

$$J\left(\frac{\partial \phi}{\partial t}, t\right) = 0. \quad (2.6)$$

De tijdfunctie $t = t(x, y)$ en de ruimtelfunctie $p = p(x, y)$ moeten aan de quasi lineaire homogene partiële differentiaalvergelijking voldoen. De differentiaalvergelijking geldt voor twee afhankelijk veranderlijken p en t en laat daardoor een gehele functionaal van oplossingen toe. Er is hieronder een speciale klasse van oplossingen, die voor ons onderzoek betekenis heeft. Deze klasse bevat o.a. de composities in de tijd van polytrope vlakken zoals het isothermische, isopicnische en isentropische vlak.

Om deze klasse af te zonderen volgen we een procedure, die berust op de volgende fysisch geometrische beschouwing.

Zoals bekend (De Jong 1956), kan op een zeker tijdstip $t = t_0$ een ruimtelijke compositie worden vervaardigd, c.q. een ruimtelijk vlak gevonden worden, waarin het windveld een stroomfunctie χ bezit. Dit vlak heeft de eigenschap, dat daarin de isobaren, isothermen en isosteren met elkaar samenvallen. Het vlak is een scalair (isotimisch vlak), waarin de scalar S alleen een functie is van twee van de drie grootheden luchtdruk, temperatuur en dichtheid, terwijl de daarbij behorende ruimtelfunctie $p = p(x, y, t)$ bepaald wordt door de differentiaalvergelijking $J_t\left(\frac{\partial \phi}{\partial p}, p\right) = 0$. De index t duidt aan, dat de tijdsvariabele in de Jacobiaan vastgehouden wordt. Stel nu dat op het tijdstip t_0 , S_{t_0} een isotimisch vlak voorstelt met ruimtelfunctie $p(x, y, t_0)$ en

stroomfunctie χ_{t_0} . Deze stroomfunctie kan uit de gegeven stroomfunctie ϕ worden berekend. Op een volgend tijdstip $t_0 + dt$ is het isotimische vlak S_{t_0+dt} met een ruimtefunctie $p(x, y, t_0 + dt)$ en stroomfunctie χ_{t_0+dt} . Zo voortgaande verkrijgen we een stelsel isotimische vlakken S_t met ruimtefuncties $p(x, y, t)$ en stroomfuncties χ_t . De stroomfuncties χ_t zijn nu alleen nog afhankelijk van de tijd t . Men kan vervolgens in het stelsel vlakken S_t een tijdcompositie maken, die aan het gestelde doel beantwoordt. De tijdfunctie moet dan volgens de resultaten in W.R. 57-010(II-011) een oplossing zijn van de differentiaalvergelijking $J\left(\frac{\partial \chi_t}{\partial t}, t\right) = 0$. De uiteindelijke compositie wordt dan bepaald door de ruimtefunctie $p(x, y, t(x, y))$ en de tijdfunctie $t(x, y)$, terwijl de daarbij behorende stroomfunctie χ berekend kan worden uit de stroomfunctie χ_t en dus uit de stroomfunctie ϕ . Dit proces wordt wat gemakkelijker te overzien, als men speciaal één en hetzelfde isotimische vlak $S_{t_0} = S_{t_0+dt} = S_t$ bestudeert en daarin een tijdcompositie vervaardigt. In dat geval zoekt men oplossingen van de oorspronkelijke differentiaalvergelijking, die resulteren in tijdcomposities van bepaalde isotimische vlakken, zoals de polytrope vlakken.

De hierboven beschreven procedure is in bijlage I nader uitgewerkt.

Als voorbeeld beschouwen we de polytrope vlakken.

Indien men uitgaat van de geostrofische approximatie in isobarische vlakken met isobarische stroomfunctie $\chi = -\frac{\phi}{\lambda}$, dan wordt in polytrope vlakken een windveld geïnduceerd, dat eveneens geostrofisch geapproximeerd is. De polytrope stroomfunctie χ in polytrope vlakken (scalar $S = p\rho^{-k}$) van de klasse $k \neq 1$ is volgens W.R. 56-006(II-008)

$$\chi = -\frac{1}{\lambda} \left(\phi + \frac{k}{k-1} RT \right). \quad (2.7)$$

Voor de klasse $k = 1$, in isothermische vlakken, $S = T = T_0$, heeft men de isothermische stroomfunctie

$$\chi = -\frac{1}{\lambda} \left(\phi + RT_0 \ln \frac{p}{p_0} \right). \quad (2.8)$$

Als speciale gevallen heeft men in isopicnische vlakken ($k = \infty$) de isopicnische stroomfunctie

$$\chi = -\frac{1}{\lambda} \left(\phi + RT \right) = -\frac{1}{\lambda} \left(\phi + \frac{p}{\rho_0} \right) \quad (2.9)$$

en in isentropische vlakken ($k = \frac{c_p}{c_v}$) de isentropische stroomfunctie

$$\chi = -\frac{1}{\lambda} \left(\phi + c_p T \right). \quad (2.10)$$

De laatste stroomfunctie wordt in de literatuur ook Montgomery's acceleratie potentiaal genoemd.

In polytrope vlakken vallen de isobaren, isothermen en isosteren met elkaar samen. Zijn de stromingen niet stationair en blijft de geostrofische approximatie gerechtvaardigd, dan creëert men een ruimte-tijdcompositie door een tijdfunctie $t = t(x, y)$ te kiezen, waarvoor de isochronen volgens de voorwaarde $J\left(\frac{\partial \chi}{\partial t}, t\right) = 0$ moeten samenvallen met de issalloplethen $\frac{\partial \chi}{\partial t} = \text{const}$.

In de ruimte-tijd compositie zijn de isoplethen van de ruimtelfunctie, c.q. de isobaren niet meer parallel met isothermen en isosteren, omdat de ruimtelfunctie een samengestelde functie wordt:

$$p = p(x, y, t(x, y)).$$

Uit symmetrieoverwegingen kan men ook oplossingen van (2.3) vinden door een complementaire procedure te volgen. Men zoekt eerst een oplossing van de differentiaalvergelijking

$$J_p(\frac{\partial \phi}{\partial t}, t) = 0.$$

Deze oplossing wordt voor vaste p impliciet bepaald door

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{\partial \phi^*}{\partial t},$$

met

$$\phi^* = \phi^*(t; p)$$

en stroomfunctie

$$\chi_p = (\phi + \phi^*)_t.$$

Laat men daarna p variëren, dan reduceert de oorspronkelijke differentiaalvergelijking zich tot

$$\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial p \partial x}\right)_t \frac{\partial p}{\partial y} - \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial p \partial y}\right)_t \frac{\partial p}{\partial x} + \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial t \partial x}\right)_t \frac{\partial t}{\partial y} - \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial t \partial y}\right)_t \frac{\partial t}{\partial x} = 0,$$

welke equivalent is met de differentiaalvergelijking

$$J\left(\frac{\partial \chi_p}{\partial p}, p\right) = 0.$$

Een compositie in de ruimte wordt door de ruimtelfunctie bepaald, die impliciet gegeven wordt door

$$\frac{\partial \chi_p}{\partial p} = \frac{d\chi^*}{dp}, \quad \chi^* = \chi^*(p).$$

De uiteindelijke stroomfunctie is dan

$$\zeta = (\chi_p + \chi^*)_p,$$

of

$$\zeta = (\phi)_{t,p} + (\phi^*)_{t,p} + (\chi^*)_p,$$

met $p = p(x, y)$ en $t = t(x, y, p(x, y))$ als ruimte- en tijdfunctie van de uiteindelijke gecomponeerde kaart in ruimte en tijd. Deze procedure heeft het nadeel, dat zij geen inzicht geeft in de speciale composities in de tijd van b.v. de polytrope vlakken. De methode wordt gebruikt in 7.

3. THEORIE VAN SINGLE HEADING FLIGHTS. Driftformule van Bellamy.

De theorie van het single heading navigatie systeem is tot op heden vrijwel uitsluitend bestudeerd voor vluchten in isobarische vlakken. Zij is gebaseerd op de geostrofische approximatie van het windveld. Bellamy (1943) leidde voor dit systeem de bekende driftformule af, die in de praktijk algemeen toepassing vindt. De formule drukt een verband uit tussen de stuurhoek δ , het geopotentialverschil $\phi(Q) - \phi(P)$ in een isobarisch vlak, de (constante) eigensnelheid c en de kaartafstand d (zie fig. 1

$$\sin \delta = \frac{1}{\lambda} \frac{\Phi(Q) - \Phi(P)}{cd} \quad (3.1)$$

λ is de Coriolis parameter.

Drukt men het geopotentialverschil uit in voeten, de eigensnelheid in knopen en de kaartafstand in zeemijl, dan wordt (3.1):

$$\sin \delta = \frac{21,47}{\sin \varphi_m} \frac{\Phi(Q) - \Phi(P)}{cd}, \quad (3.2)$$

waarbij φ_m de middelbreedte tussen de eindpunten voorstelt.

Opmerkelijk is, dat de stuurhoek niet afhankelijk is van het stroommodel tussen de eindpunten, maar alleen afhangt van het geopotentialverschil. Deze eigenschap gaat verloren, zodra het windveld niet meer door een stroomfunctie beschreven kan worden en het windveld niet stationair is.

In de praktijk wordt ook wel de totale wegzetting Δz beschouwd. Deze bedraagt (zie fig. 1)

$$\Delta z = d \sin \delta \cos \delta,$$

of voor kleine hoeken δ , bij benadering:

$$\Delta z = \frac{1}{\lambda} \frac{\Phi(Q) - \Phi(P)}{c}. \quad (3.3)$$

De totale wegzetting is dus omgekeerd evenredig met de eigensnelheid. Zo is de totale wegzetting bij jets ongeveer de helft van die bij piston engined machines.

Single heading flights in isobarische vlakken zijn gekenmerkt door een constante instelling van de druk hoogtemeter. In principe kan men single heading flights ook realiseren door het aanhouden van een constante instelling van andere meetinstrumenten, zoals radar-radio hoogtemeter en thermometer. In dat geval zal men de theorie moeten uitbreiden voor vluchten in andere vlakken.

De eigensnelheid wordt hierbij constant verondersteld. Met uitzondering van de klim en de afdaling is in de praktijk de variatie van de eigensnelheid op kruishoogte gering.

De eenvoudigste bewijsvoering voor de formule van Bellamy berust op de superpositie van stroomvelden (De Jong 1956). Deze voert tevens tot een zeer elegante en snelle constructie methode van de baan. Het single heading systeem wordt hierbij als een stroomnavigatie systeem opgevat, waarbij een stroomfunctie ϕ' wordt gedefinieerd voor een fictief windveld, waarin de snelheid gelijk is aan c . De isoplethen van ϕ' bestaan uit een stelsel equidistante evenwijdige rechten. Dit veld wordt gesuperponeerd op het geostrofisch geapproximeerde windveld in het isobarische vlak, waarin de stroomfunctie Φ het windveld beschrijft.

Door in het beginpunt en eindpunt dezelfde somwaarde $\Phi + \phi'$ te kiezen, vindt men de driftformule.

Deze bewijsvoering heeft echter geen betekenis als aan het windveld geen stroomfunctie kan worden toegevoegd. In dat geval kunnen we een vector-analytische methode toepassen (fig. 1). Langs een willekeurige kromme, in het bijzonder langs de horizontale projectie van de single heading baan berekenen we de integraal:

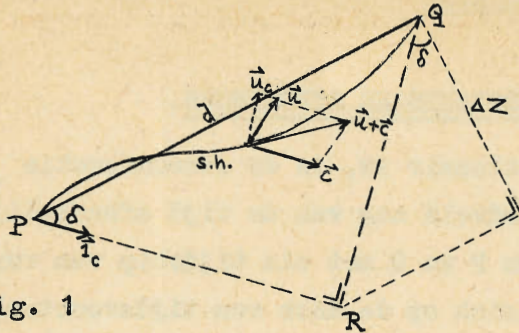


fig. 1

$$J_{s.h.} = \int_P^Q \vec{k} \cdot (\vec{u} \times d\vec{s}).$$

Nu geldt $d\vec{s} = (\vec{c} + \vec{u})dt$, als \vec{c} de vector van de eigensnelheid voorstelt, zodat

$$\int_P^Q \vec{k} \cdot (\vec{u} \times (\vec{c} + \vec{u}) dt) = \int_{t_P}^{t_Q} \vec{k} \cdot (\vec{u} \times \vec{c}) dt.$$

De integratiegrenzen t_P en t_Q hebben

betrekking op het tijdstip van vertrek resp. aankomst.

Bij het beschouwde navigatiesysteem kan men schrijven

$$\vec{c} = c \vec{i}_c,$$

als \vec{i}_c de eenheidsvector in de richting van \vec{c} voorstelt.

Dan wordt

$$J_{s.h.} = \int_P^Q k (\vec{u} \times d\vec{s}) = c \int_{t_P}^{t_Q} k (\vec{u} \times \vec{i}_c) dt = -c \int_{t_P}^{t_Q} u_c dt,$$

waarbij u_c de snelheidscomponent van de wind loodrecht op de eigensnelheidsvector \vec{c} voorstelt.

Nu is
$$\int_{t_P}^{t_Q} u_c dt = \overline{QR} = d \sin \delta,$$

zodat ten slotte voor de driftformule gevonden wordt:

$$\sin \delta = - \frac{\int_P^Q k (\vec{u} \times d\vec{s})}{c d} \quad (3.4)$$

In het speciale geval, dat het windveld een stroomfunctie ψ heeft met

$$\vec{u} = -\vec{k} \times \nabla \psi,$$

is
$$-\int_P^Q \vec{k} \cdot (\vec{u} \times d\vec{s}) = \int_P^Q \vec{k} \cdot ((\vec{k} \times \nabla \psi) \times d\vec{s}).$$

Met de vectorregel $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = -(\vec{b} \cdot \vec{c})\vec{a} + (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b}$ en de eigenschap

dat $\vec{u} \cdot d\vec{s} = 0$, wordt:

$$-\int_P^Q \vec{k} \cdot (\vec{u} \times d\vec{s}) = -\int_P^Q \vec{k} \cdot \vec{k} (\nabla \psi \cdot d\vec{s}) = -\int_P^Q d\psi = \psi(P) - \psi(Q),$$

zodat de driftformule zich vereenvoudigt tot

$$\sin \delta = \frac{\psi(P) - \psi(Q)}{c d} \quad (3.5)$$

In het isobarisch vlak is $\psi = -\frac{\Phi}{\lambda}$ en vindt men de formule van Bellamy terug.

Formule (3.4) en formule (3.5) zullen worden toegepast op single heading flights in niet stationaire isobarische stromingen, in ruimtelijke vlakken binnen stationaire stromingen en in het algemeen in ruimtelijke vlakken binnen niet stationaire stromingen. Vooral zal aandacht besteed worden aan vluchten in bepaalde isotimische vlakken met name in polytrope vlakken.

4. SINGLE HEADING FLIGHTS IN NIET-STATIONAIRE ISOBARISCHE STROMINGEN.

Indien de isobarische stroming niet stationair is, is de stroomfunctie ϕ van de geostrofische approximatie van het windveld nog van de tijd afhankelijk. Stel nu, dat s.h. de baan is tussen de punten P en Q met als tijdstip van vertrek t_P en tijdstip van aankomst t_Q . Dan vertoont zich op de baan een tijdsvoortschrijding $t(s)$ (fig. 2). Men kan nu een in de tijd gecomponeerde kaart vervaardigen door een veld van isochronen te kiezen, zodanig, dat de isochronen op de baan de tijdfunctie $t(s)$ bepalen. Deze compositie heeft in het algemeen geen stroomfunctie. Men kan de driftformule dan met de vectoranalytische methode afleiden.

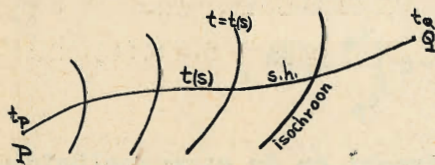


fig. 2

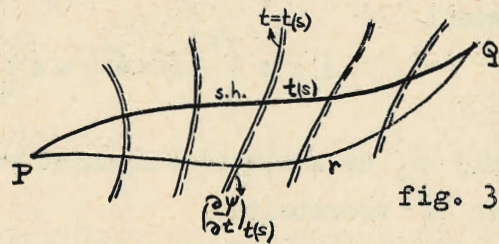


fig. 3

We berekenen
$$J_{s.h.} = \int_P^Q \vec{k} \cdot (\vec{u}_{gec.} \times d\vec{s}).$$

Hierbij is $\vec{u}_{gec.}$ de windvector, die langs de baan in de gecomponeerde kaart voorkomt.

Nu geldt in een in de tijd gecomponeerde kaart:

$$\vec{u}_{gec.} = -\vec{k} \times \nabla(\psi)_t + \left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)_t \vec{k} \times \nabla t,$$

zodat

$$J_{s.h.} = \int_P^Q \vec{k} \cdot (\vec{u}_{gec.} \times d\vec{s}) = -\int_P^Q \vec{k} \cdot \{(\vec{k} \times \nabla(\psi)_t) \times d\vec{s}\} + \int_P^Q \vec{k} \cdot \left\{\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)_t (\vec{k} \times \nabla t) \times d\vec{s}\right\}.$$

Met de vectorproductregel

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = -(\vec{b} \cdot \vec{c})\vec{a} + (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b}$$

en de eigenschap dat $\vec{k} \cdot d\vec{s} = 0$, wordt

$$\begin{aligned} J_{s.h.} &= \int_P^Q \vec{k} \cdot \vec{k} (\nabla(\psi)_t \cdot d\vec{s}) - \int_P^Q \left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)_t \vec{k} \cdot \vec{k} (\nabla t \cdot d\vec{s}) \\ &= \int_P^Q \nabla(\psi)_t \cdot d\vec{s} - \int_P^Q \left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)_t (\nabla t \cdot d\vec{s}). \end{aligned}$$

De tijdsvoortschrijding is echter zodanig gekozen, dat

$$\nabla t \cdot d\vec{s} = (dt)_{s.h.}$$

en

$$\nabla(\psi)_t \cdot d\vec{s} = (d\psi)_{s.h.},$$

waardoor de integraal gelijk wordt aan:

$$J_{s,h.} = \psi(t_q) - \psi(t_p) - \int_{t_p}^{t_q} \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)_t dt.$$

Volgens formule (3.4) wordt de driftformule ten slotte

$$\sin \delta = \frac{\psi(t_p) - \psi(t_q) + \int_{t_p}^{t_q} \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)_t dt}{cd}, \quad (4.1)$$

of uitgedrukt in de geopotentiaal

$$\sin \delta = \frac{1}{\lambda} \frac{\phi(t_q) - \phi(t_p) - \int_{t_p}^{t_q} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_t dt}{cd}. \quad (4.2)$$

De stuurhoek is nu niet alleen afhankelijk van de geopotentiaalwaarden in de eindpunten, maar bevat als additionele term een integraal van de waarde van de tendens $\frac{\partial \phi}{\partial t}$ langs de single heading baan.

Deze driftformule kan echter ook worden afgeleid met de eerste bewijsmethode. Daartoe kiest men de tijdcompositie zodanig, dat de isochronen in fig. 2 met isallophyphen $\left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_{t(s)} = \text{const.}$ samenvallen (fig. 3). De tijdcompositie $t = t(x, y)$ heeft dan een stroomfunctie χ die volgens de theorie (W.R. 56-010(II-011)) gelijk is aan

$$\chi = -\frac{1}{\lambda} (\phi + \phi^*)_t,$$

waarbij ϕ^* een functie is van t alleen, die nu zo is gekozen, dat de tijdfunctie, welke wordt bepaald door de betrekking

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{\partial \phi^*}{\partial t}, \quad (4.3)$$

juist met de bovengespecificeerde tijdfunctie $t(s)$ overeenstemt.

Volgens formule (3.5) wordt de driftformule

$$\sin \delta = \frac{1}{\lambda} \frac{\chi(P) - \chi(Q)}{cd} = \frac{1}{\lambda} \frac{\phi(Q) - \phi(P) + \phi^*(Q) - \phi^*(P)}{cd}.$$

Nu geldt volgens (4.3) in de compositie langs een willekeurige kromme r (fig. 3)

$$\phi^*(Q) - \phi^*(P) = - \int_P^Q \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_t dt,$$

dus langs de single heading baan

$$\phi^*(Q) - \phi^*(P) = - \int_P^Q \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_t dt,$$

zodat volgens (2.5) de driftformule uiteindelijk wordt:

$$\sin \delta = \frac{1}{\lambda} \frac{\phi(Q) - \phi(P) - \int_P^Q \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_t dt}{cd},$$

in overeenstemming met het resultaat in formule (4.2).

Opmerkelijk is hierbij, dat de integraal niet langs de single heading baan berekend behoeft te worden, maar dat deze in de tijdcompositie langs elke andere

kromme tussen de punten P en Q kan worden bepaald. Toch kan men de integraal niet vóóraf berekenen, omdat de gecomponeerde kaart pas bekend is, als de single heading baan en de tijdsvoortschrijding $t=t(s)$ bekend zijn. Hoewel het dus mogelijk is een gecomponeerde kaart met stroomfunctie te vinden voor de single heading flight van P naar Q, zal men in de praktijk moeten volstaan met het vervaardigen van een geapproximeerde gecomponeerde kaart. Ook de integraal dient dan als een approximatie van de gezochte integraal te worden beschouwd. De snelle en elegante optelmethode voor de constructie van de baan behoudt zijn geldigheid.

Door invoering van een "gewogen" gemiddelde

$$\int_{t_P}^{t_Q} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_t dt = \overline{\frac{\partial \phi}{\partial t}} (t_Q - t_P),$$

wordt de driftformule nog wat vereenvoudigd:

$$\sin \delta = \frac{1}{\lambda} \frac{\phi(t_Q) - \phi(t_P) - \overline{\frac{\partial \phi}{\partial t}} (t_Q - t_P)}{c d} \quad (4.4)$$

5. SINGLE HEADING FLIGHTS IN RUIMTELIJKE VLAKKEN IN STATIONAIRE STROMINGEN, SPECIAAL DIE IN POLYTROPE VLAKKEN.

Isotimische vlakken in de atmosfeer, die gekarakteriseerd zijn door de eigenschap dat de, deze vlakken definiërende scalar S, alleen een functie is van twee van de drie grootheden luchtdruk (virtuele) temperatuur en dichtheid zijn daarin de enige vlakken, waarin de horizontale projectie van het windveld een stroomfunctie χ bezit. Onder deze vlakken vormen de polytrope vlakken $S = p \rho^{-k}$ van de klasse k een belangrijke groep. We kunnen dus de eenvoudige theorie van de single heading flights in deze vlakken onmiddellijk toepassen, omdat het beschouwde windveld geostrofisch geapproximeerd is. We kunnen dus gebruikmaken van de in (2.7) (2.8) (2.9) en (2.10) opgesomde stroomfuncties.

Een vlucht in een polytroop vlak dient zodanig te worden uitgevoerd, dat op een of ander meetinstrument de instelling van de scalar S niet verandert. In een isothermisch vlak heeft dit betrekking op de temperatuur, in een isopicnisch vlak op de dichtheid en in een isentrop vlak op de potentiële temperatuur. De driftformules voor de onderscheidene vlakken worden dan als volgt:

Polytroop vlak van de klasse k, $k \neq 1$:

$$\sin \delta = \frac{1}{\lambda} \frac{\phi(Q) - \phi(P) + \frac{kR}{k-1} (T(Q) - T(P))}{c d} \quad (5.1)$$

Isotherm vlak, $k=1$, $T=T_0$:

$$\sin \delta = \frac{1}{\lambda} \frac{\phi(Q) - \phi(P) + R T_0 (\ln p(P) - \ln p(Q))}{c d} \quad (5.2)$$

Isopicnisch vlak, $k = \infty$:

$$\sin \delta = \frac{1}{\lambda} \frac{\phi(Q) - \phi(P) + R (T(Q) - T(P))}{c d} \quad (5.3)$$

Isentroop vlak, $k = \frac{c_p}{c_v}$

$$\sin \delta = \frac{1}{\lambda} \frac{\phi(q) - \phi(p) + c_p (T(q) - T(p))}{cd} \quad (5.4)$$

Hierin stellen $\phi(p)$, $\phi(q)$, $p(p)$, $p(q)$, $T(p)$ en $T(q)$ de waarden van de geopotentiaal, de luchtdruk en (virtuele) temperatuur in de eindpunten voor.

Met de oorspronkelijke driftformule van Bellamy in isobarische vlakken:

$$\sin \delta = \frac{1}{\lambda} \frac{\phi(q) - \phi(p)}{cd}$$

zijn dit driftformules, waarmee de stuurhoek vóóraf uit de eindwaarden berekend kan worden, zonder dat er iets bekend behoeft te zijn van de structuur van de stroming zelf. In willekeurige vlakken waarbij de deze vlakken definiërende scalar S niet aan de hierboven genoemde voorwaarden voldoet, gaat deze eigenschap verloren en wordt de stuurhoek ook nog afhankelijk van een integraal langs de baan zelf. Deze kan vooraf alleen maar geapproximeerd worden.

In een willekeurig vlak passen we opnieuw de tweede bewijsvoering toe.

We berekenen weer

$$J_{s,h} = \int_p^q k (\vec{u}_{sec} \times d\vec{s})$$

Nu geldt volgens W.R. 56-006 (II-008) in een willekeurig vlak, met scalar S, waarbij S nu geen functie behoeft te zijn van twee van de drie grootheden luchtdruk, temperatuur en dichtheid:

$$\vec{u}_{sec} = \frac{1}{\lambda} \vec{k} \times \nabla_s \phi + \frac{1}{\rho \lambda} \vec{k} \times \nabla_s p$$

ϕ en p hebben betrekking op de topografie en de drukverdeling in het vlak S.

Dan is

$$J_{s,h} = \frac{1}{\lambda} \int_p^q \vec{k} \cdot \{ (\vec{k} \times \nabla_s \phi) \times d\vec{s} \} + \frac{1}{\lambda} \int_p^q \frac{1}{\rho} \vec{k} \cdot \{ (\vec{k} \times \nabla_s p) \times d\vec{s} \}$$

Volgens de regel van het vectorproduct van drie vectoren en de eigenschap dat $\vec{k} \cdot d\vec{s} = 0$ is

$$J_{s,h} = -\frac{1}{\lambda} \int_p^q \vec{k} \cdot \vec{k} (\nabla_s \phi \cdot d\vec{s}) - \frac{1}{\lambda} \int_p^q \frac{1}{\rho} \vec{k} \cdot \vec{k} (\nabla_s p \cdot d\vec{s})$$

Nu geldt

$$\nabla_s \phi \cdot d\vec{s} = (d\phi)_{s,h}$$

en

$$\nabla_s p \cdot d\vec{s} = (dp)_{s,h}$$

waardoor de integraal wordt

$$\begin{aligned} J_{s,h} &= \frac{1}{\lambda} (\phi(p) - \phi(q)) - \frac{1}{\lambda} \int_p^q \frac{dp}{\rho} \\ &= \frac{1}{\lambda} (\phi(p) - \phi(q)) - \frac{1}{\lambda} \int_{p(p)}^{p(q)} \frac{RT}{p} d \ln p \end{aligned}$$

De driftformule wordt dan volgens (3.4)

$$\sin \delta = \frac{1}{\lambda} \frac{\phi(q) - \phi(p) + \int_{p(p)}^{p(q)} \frac{RT}{p} d \ln p}{cd} \quad (5.5)$$

De term $\int_{p(p)}^{p(q)} \frac{RT}{p} d \ln p$ stelt het geopotentialverschil voor in een "fictieve luchtlaag", waarin de langs de baan gemeten (virtuele) temperatuur van de drukverdeling langs de baan afhangt.

Past men de middelwaarde stelling toe, dan kan men ook schrijven:

$$\sin \delta = \frac{1}{\lambda} \frac{\phi(q) - \phi(p) + RT \overline{T} (\ln p(q) - \ln p(p))}{cd} \quad (5.6)$$

Hierbij is \overline{T} de logarithmisch gemiddelde temperatuur in een (p,T) diagram of de gemiddelde waarde in een (T, ln p) diagram.

Aangezien de formules (4.2) en (5.5) en de bewijsvoeringen voor deze formules veel overeenkomst vertonen, kan men de vraag stellen of formule (5.5) evenals formule (4.2) kan worden afgeleid met een alternatieve methode, die gebruik maakt van een compositie in de ruimte met stroomfunctie. Het antwoord op deze vraag is bevestigend. Als men namelijk de baan beschouwt in een willekeurig vlak, b.v. in een geopotentialvlak, dan verschijnt hierop een drukverdeling $p = p(s)$ en temperatuurverdeling $T = T(s)$. Door elk punt van de baan trekt men een isobaar, die samenvalt met een isotherm c.q. isostere. Nu kan men aantonen, dat de isobaar-isotherm-isosteren de karakteristieken zijn van de quasi lineaire homogene differentiaalvergelijking

$$J\left(\frac{\partial \phi}{\partial p}, p\right) = J(p, p) = J(p, T) = J(T, p) = 0.$$

(zie bijlage II).

Onder zekere, zeer algemene voorwaarden genereren deze isobaar-isotherm-isosteren door de single heading baan een integraaloppervlak, dat zoals bekend uit W.R. 56-006 (II-008) een isotimisch vlak is, waarin de scalar een functie is van twee van de drie grootheden luchtdruk, temperatuur en dichtheid. Door de baan kan dus een ruimtecompositie gebracht worden waarin het windveld een stroomfunctie bezit, terwijl verder de baan met de optelmethode in deze ruimtelijke compositie geconstrueerd kan worden. Men vindt dus de merkwaardige eigenschap dat de single heading baan in een willekeurig ruimtelijk vlak de snijkromme is van dit vlak met een ander (isotimisch) vlak met stroomfunctie. De baan in het gegeven vlak kan geconstrueerd worden met de optelmethode in het andere vlak.

6. DE D-WAARDE FORMULE. SINGLE HEADING FLIGHT IN EEN GEOPOTENTIAL VLAKE.

Als de "toestandskromme" langs de baan overeenkomt met die van de standaardatmosfeer, dan is de (virtuele) temperatuur T gelijk aan de temperatuur T_s in de standaardatmosfeer en vindt men voor formule (5.5):

$$\sin \delta = \frac{1}{\lambda} \frac{\phi(q) - \phi(p) + \int_{p(p)}^{p(q)} R T_s d \ln p}{cd},$$

waarvoor ook geschreven kan worden

$$\sin \delta = \frac{1}{\lambda} \frac{\phi(q) - \phi(p) + \int_{1013,2}^{p(q)} R T_s d \ln p - \int_{1013,2}^{p(p)} R T_s d \ln p}{cd}.$$

Nu is de geopotential in de standaardatmosfeer gedefinieerd door

$$\phi_s = - \int_{1013,2}^p R T_s d \ln p,$$

zodat
$$\sin \delta = \frac{1}{\lambda} \frac{\Phi(Q) - \Phi_s(Q) - \Phi(P) + \Phi_s(P)}{cd},$$

of

$$\sin \delta = \frac{1}{\lambda} \frac{D_2 - D_1}{cd}. \quad (6.1)$$

Dit is de bekende schrijfwijze voor de driftformule, die in de praktijk bij quasi-horizontale vluchten in de "pressure pattern techniek" algemeen toepassing vindt. De D-waarde is het verschil tussen de radar-radio hoogtemeteraanwijzing en de druk hoogtemeteraanwijzing. De fout in de drifthoek, die gemaakt wordt door in plaats van de exacte formule (5.5), de D-waarde formule te gebruiken, hangt af van de mate waarin de temperatuurverdeling langs de baan afwijkt van de temperatuurverdeling in de standaardatmosfeer. De fout is niet altijd verwaarloosbaar klein. (Zie voorbeeld 8.A).

Als voorbeeld beschouwen we een single heading flight in een geopotentiaal vlak, m.a.w. een vlucht op een horizontaal niveau, waarbij de radar-radio hoogtemeterinstelling niet verandert.

Dan is
$$\Phi(Q) = \Phi(P),$$

zodat de driftformule zich laat herleiden tot

$$\sin \delta = \frac{1}{\lambda} \int_{p(P)}^{p(Q)} \frac{RT}{cd} d \ln p,$$

of

$$\sin \delta = \frac{RT}{\lambda cd} (\ln p(Q) - \ln p(P)). \quad (6.2)$$

Met de D-waarde formule (6.1) vindt men de benadering

$$\sin \delta = \frac{1}{\lambda} \frac{\Phi_s(P) - \Phi_s(Q)}{cd}. \quad (6.3)$$

7. SINGLE HEADING FLIGHTS IN WILLEKEURIGE VLAKKEN IN NIET-STATIONAIRE STROMINGEN.

De theorie van de single heading flights in niet-stationaire stromingen zal uiteraard als speciaal geval die in stationaire stromingen moeten omvatten. Verder zal de theorie de resultaten in de klasse van polytrope vlakken moeten weergeven.

De theorie voor vluchten in niet-stationaire stromingen in polytrope vlakken kan dadelijk worden gegeneraliseerd door het resultaat voor vluchten in isobarische vlakken uit te breiden met inachtneming van tijdcomposities. In een polytroop vlak en meer algemeen in een isotimisch vlak, waarin een stroomfunctie χ de horizontale projectie van het windveld definieert, wordt χ alleen een functie van t . De driftformule wordt dan eenvoudig in overeenstemming met formule (4.1)

$$\sin \delta = \frac{\chi(t_P) - \chi(t_Q) + \int_{t_P}^{t_Q} \frac{\partial \chi}{\partial t} dt}{cd}. \quad (7.1)$$

Hierin zijn $\chi(t_p)$ en $\chi(t_q)$ de stroomfunctiewaarden in het punt P op het tijdstip van vertrek t_p en in het punt Q op het tijdstip van aankomst t_q , terwijl de integraal genomen moet worden langs de single heading baan. De drifthoek kan dus niet vóóraf worden berekend.

Langs de baan wordt een tijdsvoortschrijding $t(s)$ geïnduceerd. Men kan nu een tijdcompositie vervaardigen door de isochronen van de tijdfunctie te laten samenvallen met de isalloplethen $(\frac{\partial \chi}{\partial t})_{t(s)} = \text{const}$. Men heeft dan een in de ruimte en tijd gecomponeerde kaart, die aan de single heading flight door P en Q is aangepast. De integraal kan dan ook worden berekend langs een andere kromme r , b.v. langs de verbindingsrechte:

$$\int_{t_p}^{t_q} \left(\frac{\partial \chi}{\partial t}\right)_t dt = \int_{t_p}^{t_q} \left(\frac{\partial \chi}{\partial t}\right)_r dt,$$

of

$$\int_{t_p}^{t_q} \left(\frac{\partial \chi}{\partial t}\right)_t dt = \overline{\frac{\partial \chi}{\partial t}} (t_q - t_p),$$

waarbij $\overline{\frac{\partial \chi}{\partial t}}$ een "gewogen" gemiddelde van $\frac{\partial \chi}{\partial t}$ langs de rechte voorstelt, zodat

$$\sin \delta = \frac{1}{\lambda} \frac{\chi(t_p) - \chi(t_q) + \overline{\frac{\partial \chi}{\partial t}} (t_q - t_p)}{cd}. \quad (7.2)$$

In een willekeurig vlak met de daarin gedefinieerde scalar $S - S$ behoeft nu niet een functie te zijn van twee van de drie grootheden luchtdruk, temperatuur en dichtheid - zal men de driftformule weer kunnen afleiden door gebruik te maken van formule (3.4).

De vlucht dient zodanig te worden uitgevoerd, dat de scalar S tijdens de vlucht niet verandert.

Nu geldt volgens (2.2), de identiteit $\gamma = -\frac{\phi}{\lambda}$ en de statische grondvergelijking $\frac{\partial \psi}{\partial \rho} = -\frac{1}{\lambda} \frac{\partial \phi}{\partial \rho} = \frac{1}{\lambda \rho}$:

$$\vec{u}_{gec} = \frac{1}{\lambda} \vec{k} \times \nabla_S \phi + \frac{1}{\lambda \rho} \vec{k} \times \nabla_S P - \frac{1}{\lambda} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t}\right)_{P,t} \vec{k} \times \nabla_S t.$$

Hierbij stelt ∇_S de "isotimische gradient" voor.

Nu is

$$J_{s,h} = \int_P^Q \vec{k} \cdot (\vec{u}_{gec} \times d\vec{s}) = \frac{1}{\lambda} \int_P^Q \vec{k} \cdot \{(\vec{k} \times \nabla_S \phi) \times d\vec{s}\} + \frac{1}{\lambda} \int_P^Q \frac{1}{\rho} \vec{k} \cdot \{(\vec{k} \times \nabla_S P) \times d\vec{s}\} - \frac{1}{\lambda} \int_P^Q \left(\frac{\partial \phi}{\partial t}\right)_{P,t} \vec{k} \cdot \{(\vec{k} \times \nabla_S t) \times d\vec{s}\}.$$

Dit kan volgens de regel van het vectorproduct van 3 vectoren en de eigenschap dat $\vec{k} \cdot d\vec{s} = 0$, geschreven worden

$$J_{s,h} = -\frac{1}{\lambda} \int_P^Q \vec{k} \cdot \vec{k} (\nabla_S \phi \cdot d\vec{s}) - \frac{1}{\lambda} \int_P^Q \frac{1}{\rho} \vec{k} \cdot \vec{k} (\nabla_S P \cdot d\vec{s}) + \frac{1}{\lambda} \int_P^Q \left(\frac{\partial \phi}{\partial t}\right)_{P,t} \vec{k} \cdot \vec{k} (\nabla_S t \cdot d\vec{s}).$$

Nu is $\nabla_s \phi \cdot d\vec{s} = (d\phi)_{s,h}$,

en $\nabla_s p \cdot d\vec{s} = (dp)_{s,h}$

en $\nabla_s t \cdot d\vec{s} = (dt)_{s,h}$,

zodat
$$J_{s,h} = \frac{1}{\lambda} (\phi(P) - \phi(Q)) - \frac{1}{\lambda} \int_{p(P)}^{p(Q)} R\bar{T} d \ln p + \frac{1}{\lambda} \int_{t_P}^{t_Q} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_{p,t} dt.$$

De driftformule wordt dan uiteindelijk

$$\sin \delta = \frac{1}{\lambda} \frac{\phi(Q) - \phi(P) - \frac{\phi'(Q) + \phi'(P)}{c d} - \int_{t_P}^{t_Q} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_{p,t} dt}{c d} \quad (7.3)$$

Hierin zijn $\phi(P)$ en $\phi(Q)$ de waarden van de geopotential in het isotimisch vlak op het tijdstip van aankomst en tijdstip van vertrek. Het verschil

$$\phi'(P) - \phi'(Q) = \int_{p(P)}^{p(Q)} R\bar{T} d \ln p \quad \text{is weer het geopotentialverschil in een}$$

"luchtlaag", waarin de langs de baan waargenomen temperatuurverdeling afhangt van de drukverdeling. Ten slotte is de integraal een integraal langs de baan van de waarde van de tendens $\frac{\partial \phi}{\partial t}$, die op het tijdstip $t(s)$ en op het drukk niveau $p(s)$ geldt.

Als voorbeeld beschouwen we weer een single heading flight in een geopotential vlak.

Hierin is $\phi(P) = \phi(Q)$,

zodat
$$\sin \delta = \frac{1}{\lambda} \frac{\phi'(P) - \phi'(Q) - \int_{t_P}^{t_Q} \frac{\partial \phi}{\partial t} dt}{c d}.$$

of met gemiddelde waarden

$$\sin \delta = \frac{1}{\lambda} \frac{R\bar{T} (\ln p(Q) - \ln p(P)) - \overline{\frac{\partial \phi}{\partial t}} (t_Q - t_P)}{c d}, \quad (7.4)$$

waarbij \bar{T} een gemiddelde waarde in het $(T, \ln p)$ diagram voorstelt in de doorlopen "luchtlaag" en $\overline{\frac{\partial \phi}{\partial t}}$ een in de tijd en afstand "gewogen" gemiddelde van de tendens $\frac{\partial \phi}{\partial t}$.

Is de "fictieve" luchtlaag langs de baan opgebouwd volgens de standaard-atmosfeer, dan wordt de vergelijking (7.3) verder vereenvoudigd tot

$$\sin \delta = \frac{1}{\lambda} \frac{D_2 - D_1 - \overline{\frac{\partial \phi}{\partial t}} (t_Q - t_P)}{c d}, \quad (7.5)$$

waarbij D_1 en D_2 betrekking hebben op de D-waarden in het beginpunt op het tijdstip van vertrek t_P op het drukk niveau p_P en in het eindpunt op het tijdstip van aankomst t_Q op het drukk niveau p_Q .

Men kan nu de vraag stellen of de single heading baan in het willekeurige (in het algemeen tijdveranderlijke) vlak i met scalar S tevens een single heading baan is in een ruimte tijdcompositie met stroomfunctie.

Beschouw daartoe de single heading baan tussen de punten P en Q, b.v. in een geopotentialvlak met $S = \Phi = \text{const.}$ (fig. 4). Langs de baan vertoont

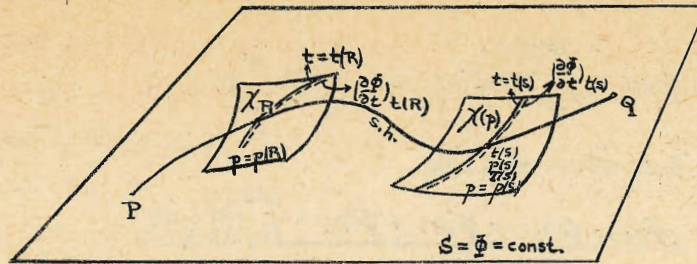


fig. 4

zich een drukverdeling $p = p(s)$, een temperatuurverdeling $T = T(s)$, en een tijdsvoortschrijding $t = t(s)$. Om een ruimte-tijd-compositie te vinden met stroomfunctie moet voldaan zijn aan de differentiaalvergelijking (2.4)

$$J(\rho, p) = \rho^2 J\left(\frac{\partial \Phi}{\partial t}, t\right).$$

We volgen de redenering door gebruik te maken van de methode om hiervan integralen te vinden, zoals werd beschreven aan het einde van 2. In een willekeurig punt R op de baan beschouwen we het isobarisch vlak $p = p(R)$. Laten we R langs de baan lopen, dan resulteert een stelsel isobarische vlakken $p = p(R)$. In deze isobarische vlakken creëren we tijdcomposities met stroomfunctie $\chi(p)$, zodanig dat in elk isobarisch vlak een isochroon $t = t(s)$ voorkomt. Deze isochronen vallen samen met isallohypsen $\left(\frac{\partial \Phi}{\partial t}\right)_{t(s)} = \text{const.}$ De tijdcomposities in het stelsel isobarische vlakken bezitten stroomfuncties, die nog van p afhangen: $\chi_p = \chi(p)$. Vervolgens maken we in het stelsel isobarische vlakken een ruimtecompositie en kiezen daartoe de ruimtelfunctie $p(x,y)$ zodanig, dat de isobaren op de baan de drukverdeling $p = p(s)$ bepalen. Deze isobaren vallen samen met de isalloplethen $\left(\frac{\partial \chi}{\partial p}\right)_{p(s)} = \text{const.}$ Gecombineerd ontstaat zo een ruimte-tijd-compositie met stroomfunctie χ waarvoor de ruimtelfunctie $p = p(x,y)$ en de tijdfunctie $t = t\{xy, p(x,y)\}$ aan de differentiaalvergelijking (2.4) voldoen, terwijl op de baan de drukverdeling $p = p(s)$ en tijdsvoortschrijding $t = t(s)$ te voorschijn treden.

De driftformule (7.3) kan daarbij met de eerste bewijsmethode worden afgeleid, terwijl verder de belangrijke conclusie getrokken kan worden, dat de single heading baan door een optelmethode in deze ruimte-tijd-compositie geconstrueerd kan worden. De vraag of er slechts één zo'n ruimte-tijd-compositie bestaat blijft open.

8. TOEPASSINGEN.

De problemen, die in de voorgaande hoofdstukken behandeld zijn, vinden vooral toepassing in de straalluchtvaart. Streeft men naar een meest economische operatie bij de vluchten met turbo props en jets, dan zal een aanzienlijke hoogtevariatie langs de route moeten worden toegepast. Dit kan bereikt worden door een z.g. continuous cruise climb of drift up systeem in te voeren. Afhankelijk van gewicht, temperatuur, dichtheiden andere grootheden, neemt de optimale vlieghoogte of stabilizing height toe van de top of climb tot de top of descent. Deze hoogteverandering is in het algemeen niet lineair. Door air traffic control requirements kan men zelfs genoodzaakt zijn de hoogteverandering in stappen uit te voeren. Men spreekt dan van een stepped climb system. Een en ander is in fig. 5 schetsmatig weergegeven.

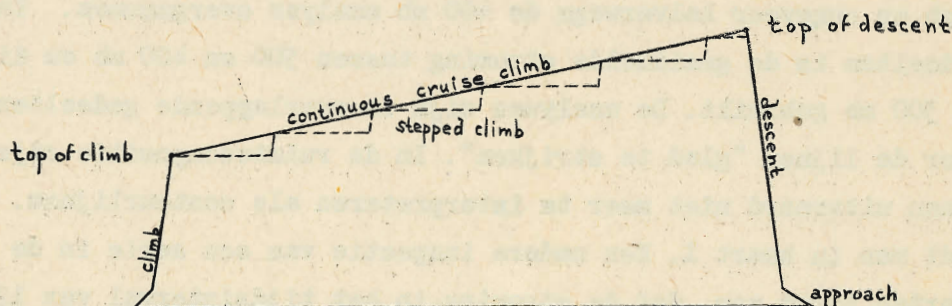


fig. 5

Indien geen "kanalisering" van het verkeer wordt voorgeschreven, kan bij lange afstandsvluchten evenals bij het tegenwoordige verkeer met zuigermotoren een laterale spreiding worden toegestaan en behoudt de aeronavigatie zijn betekenis.

In het algemeen opereren jets tot een hoogte van 14000 m en turbo props tot een hoogte van 11000 m. De vliegeigenschappen lopen bij de verschillende types vrij sterk uiteen, zodat bij de hierna te beschrijven voorbeelden rekening gehouden moet worden met de specifieke vluchtkarakteristieken.

Omdat voor praktische doeleinden de in de theorie gestelde voorwaarden zeer moeilijk zijn te verwezenlijken, zal men bij de toepassing van single heading flights enigszins schematisch te werk moeten gaan. Hierbij wordt vanzelfsprekend naar een eenvoudige werkwijze gezocht.

A. SINGLE HEADING FLIGHT AMSTERDAM-VANCOUVER MET EEN BRITANNIA (TURBO PROP)

Datum: 10 februari 1958. Stereografische kaarten 500, 400 en 300 mb vlak.

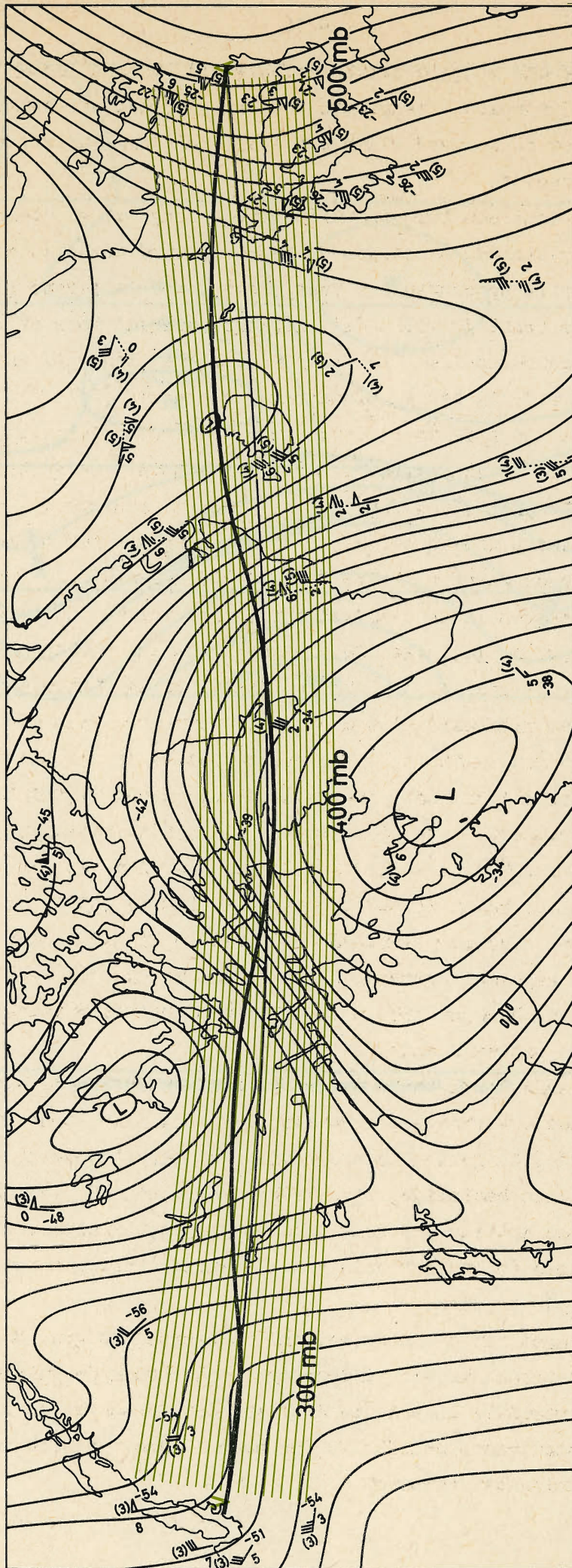
Bij deze machine ligt de top of climb tussen 18000 en 25000 ft., de top of descent tussen 30000 en 35000 ft. De eigensnelheid varieert tussen 290 en 325 kts. De stabilizing height is zeer gevoelig t.o.v. de temperatuur langs de

route. Er wordt een stepped climb gepropageerd. Tussen Amsterdam en Vancouver zijn ongeveer 7 steps, ieder van 2000 ft. Bij het uitwerken van dit voorbeeld zal echter de stepped climb als een benadering van een continuous cruise climb worden opgevat.

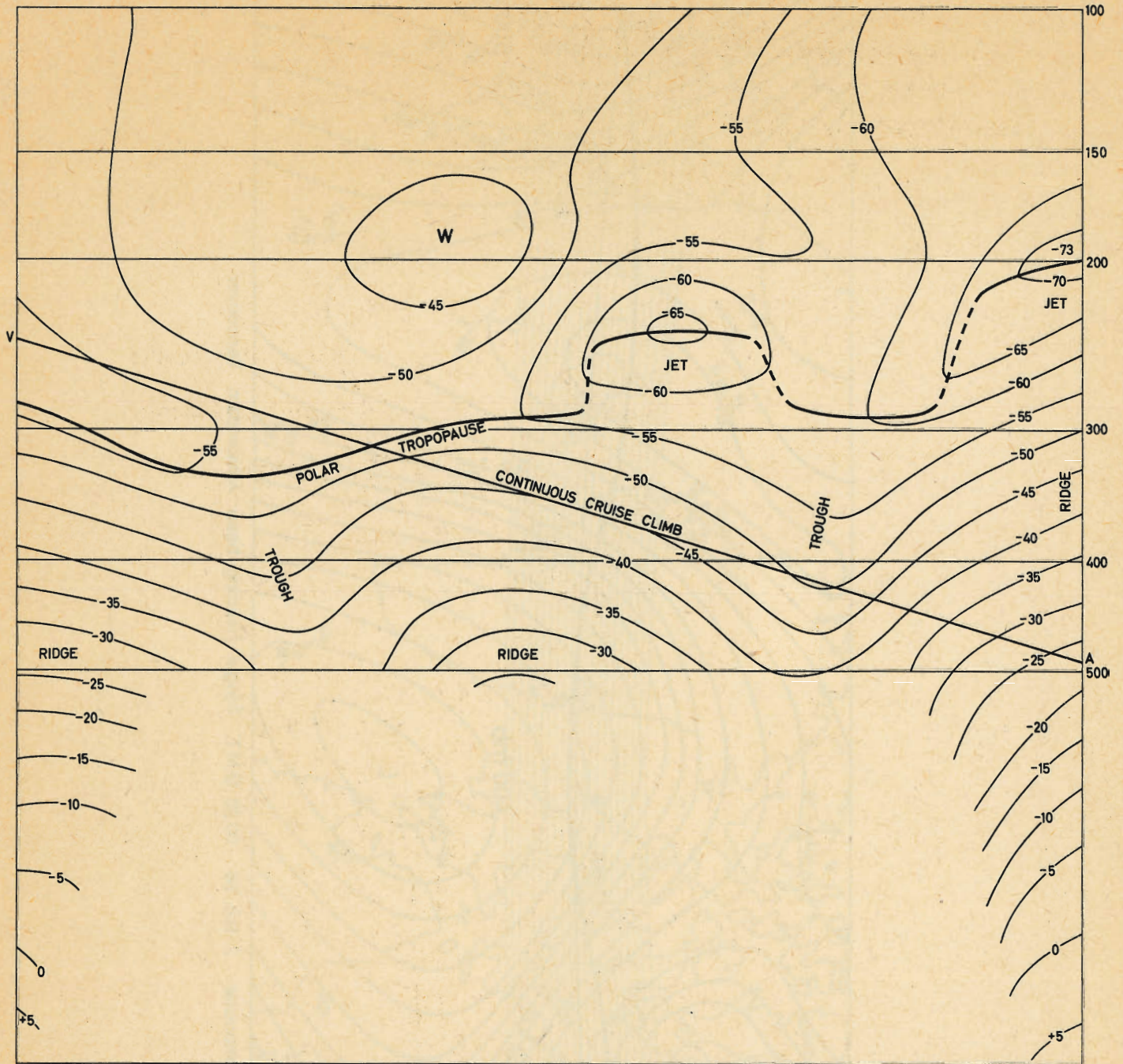
Figuur 6 toont een temperatuurdoorsnede langs de grootcirkel, die met alle ter beschikking staande aerologische gegevens werd samengesteld. In de doorsnede is een drift up course A V weergegeven, die in eerste instantie lineair verloopt. In de praktijk wijkt de vliegkoers hiervan iets af door de bovengenoemde temperatuurinvloed. De "toestandskromme" langs AV en gedurende de klim en daling zijn in het (θ_s, p) diagram weergegeven (fig. 7). Deze toestandskromme geeft de langs de koers optredende temperatuurverdeling als functie van de luchtdruk. Om een plausibele ruimtecompositie te verkrijgen, waarin het windveld door een stroomfunctie wordt beschreven, is als volgt te werk gegaan. Op de kaart is aan het begin van de route de 500 mb kaart, aan het einde de 300 mb en ongeveer halverwege de 400 mb analyse overgenomen. In de resterende gedeelten is de gemiddelde stroming tussen 500 en 400 mb en die tussen 400 en 300 mb gebruikt. De analyses zijn in overlappende gedeelten bijeengevoegd door de lijnen "glad te strijken". In de ruimtecompositie zijn de potentiaallijnen uiteraard niet meer te interpreteren als contourlijnen. Het resultaat vindt men in kaart I. Een nadere inspectie van een serie in de tijd opvolgende kaarten toont aan, dat de stroming in het tijdsinterval van 12 uur zeer weinig verandert, zodat de stroming als quasi-stationair kan worden beschouwd. In de kaart zijn volledigheidshalve de wind- en temperatuurgegevens opgenomen, aan het begin de 500 mb, aan het eind de 300 mb en halverwege de 400 mb gegevens. Tussen Groenland en de Britse Eilanden zijn verder zowel de 400 als 500 mb gegevens vermeld. Boven Canada waren er geen 400 mb berichten. De cijfers tussen haakjes hebben betrekking op het isobarisch vlak, waaraan de windgegevens ontleend zijn.

Om de bekende optelmethode voor de constructie van de baan toe te passen werd een hulppkaart vervaardigd, waarbij de grootcirkel Amsterdam-Vancouver als basislijn diende. Aangezien de projectie niet bepaald equidistant is werden, uitgaande van deze basislijn, parallelkrommen getekend, zodanig, dat het veld van deze krommen met een geschikt gekozen geopotential een fictief windveld met een constante (eigen) snelheid van 300 knopen vertegenwoordigt in afhankelijkheid van de breedte.

Het increment van de geopotential is hierbij 80 gpm. Daarna werd de superpositie-methode uitgevoerd door op een lichtbak de hulppkaart op de ruimte-tijd-compositie zodanig te draaien, dat de somwaarde van de potentiaalen in beide eindpunten gelijk is. De baan is dan identiek met de kromme die de diagonaalpunten verbindt.



kaart 1 Ruimte compositie 2 feb '58 00.00 G.M.T. Single heading baan Amsterdam Vancouver



VANCOUVER

Figuur 6 Doorsnede langs groot cirkel AMSTERDAM - VANCOUVER

AMSTERDAM

Figur 7
 „Toestandskromme“
 langs route
 AMSTERDAM - VANCOUVER

KON. NED. MET. INSTITUUT
 θ_{SP} DIAGRAM

C

II/iii

Datum

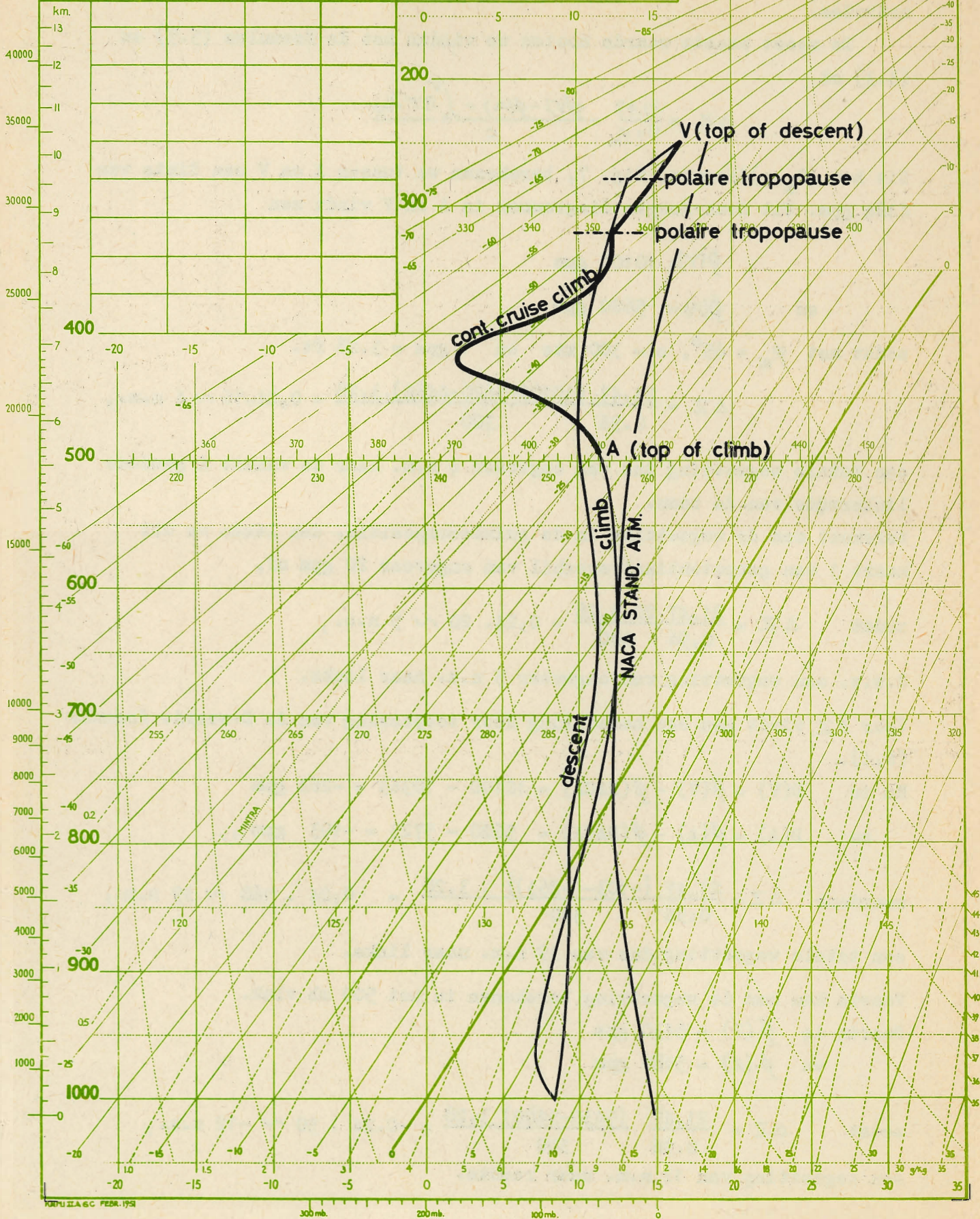
/ / '5

TgTg

GGgg

Z

Par:



De single heading baan vertoont door zijn ligging in de "long waves" een golfachtig karakter. De deviatie van de baan t.o.v. de grootcirkel is uiteraard vanwege de grote eigensnelheid kleiner dan bij piston engined machines en de totale wegzetting is gering.

De totale wegzetting (3.3) zullen we berekenen volgens verschillende methodes.

De meest exacte waarde moeten we vinden met de formules (5.5) en (3.3) of

$$\Delta Z = \frac{21.47}{\sin \varphi_m} \frac{\phi(V) - \phi(A) + \int_A^V RT d \ln p}{c}$$

Uit het (θ_s, p) diagram, fig. 7, berekenen we tussen A en V een dikte van 4464 gpm. Uit druk-hoogte diagrammen in A en V vindt men

$$\phi(V) = 10100 \text{ gpm}$$

en $\phi(A) = 5620 \text{ gpm}$

zodat met $\varphi_m = 65^\circ$, $c = 300 \text{ kts}$ en $1 \text{ gpm} = 3.28 \text{ ft.}$

$$\Delta Z = \frac{21.47 \cdot (10100 - 5620 - 4464) \cdot 3.28}{0.96 \cdot 300} = 0,24 \cdot 16 \sim 4 \text{ n.m.},$$

een totale wegzetting dus van ongeveer 4 n.m. naar de vanuit A geziene linkerzijde van de baan.

Berekent men de wegzetting in de ruimtecompositie, dan lezen we uit kaart 1 een geopotentialverschil van ongeveer 20 gpm af,

zodat
$$\Delta Z = \frac{21.47 \cdot 20 \cdot 3.28}{0,96 \cdot 300} = 0,24 \cdot 20 \sim 5 \text{ n.m.},$$

d.w.z. een wegzetting van ongeveer 5 n.m. naar links.

Voor ΔZ vindt men een benadering door toepassing van de D-waarde formule (6.1).

Nu is $D(V) = \phi(V) - \phi(\text{NACA}) = 10100 - 10363 = -263 \text{ gpm}$

en $D(A) = \phi(A) - \phi(\text{NACA}) = 5620 - 5723 = -103 \text{ gpm},,$

waardoor
$$\Delta Z = \frac{21.47 \cdot \{-103 - (-263)\} \cdot 3.28}{0.96 \cdot 300} = 0,24 \cdot 160 \sim 39 \text{ n.m.},$$

een totale wegzetting dus van 39 n.m. naar links.

Voorts kan men de wegzetting berekenen in het 500 mb vlak.

Daarin is $\phi(V) = 5430 \text{ gpm}$

en $\phi(A) = 5480 \text{ gpm}$

zodat
$$\Delta Z = \frac{21,47}{0.96} \frac{(5430 - 5480) \cdot 3,28}{300} = -0.24 \cdot 50 \sim -12 \text{ n.m.},$$

een wegzetting van 12 n.m. naar rechts.

In het 300 mb vlak wordt

$$\begin{aligned} \phi (V) &= 8900 \text{ gpm} \\ \text{en } \phi (A) &= 9000 \text{ gpm} \end{aligned}$$

$$\text{Dus } \Delta Z = \frac{21,47}{0,96} \frac{(8900-9000) \cdot 3,28}{300} = -0,24 \cdot 100 \sim -24 \text{ n.m.},$$

een wegzetting dus van ongeveer 24 n.m. naar rechts.

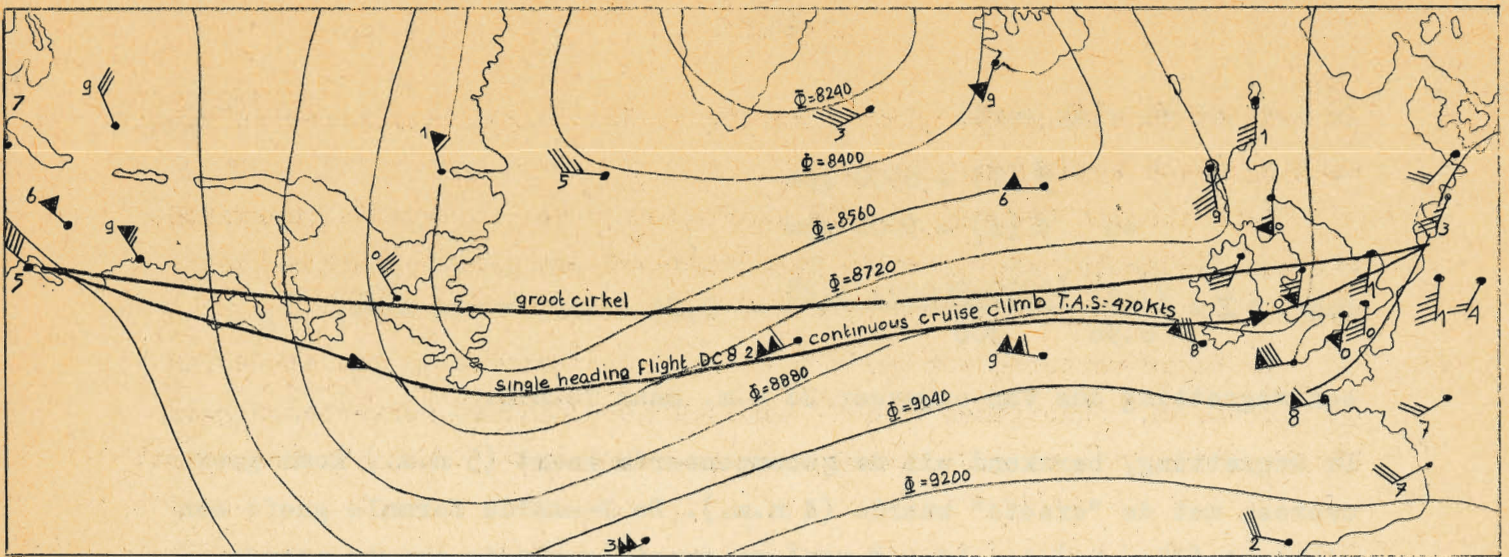
De wegzetting, berekend uit de gecomponeerde kaart (5 n.m.) komt goed overeen met de "exacte" waarde (4 n.m.). De D-waarde formule geeft een uitkomst (39 n.m.) die bijna 8 maal zo groot is als de exacte waarde, terwijl ook de waarden in het 500 mb vlak (-12 n.m.) en in het 300 mb vlak (-24 n.m.) aanzienlijk afwijken van de exacte.

B. SINGLE HEADING FLIGHT NEW YORK-AMSTERDAM MET EEN DOUGLAS D.C. 8 (JET)

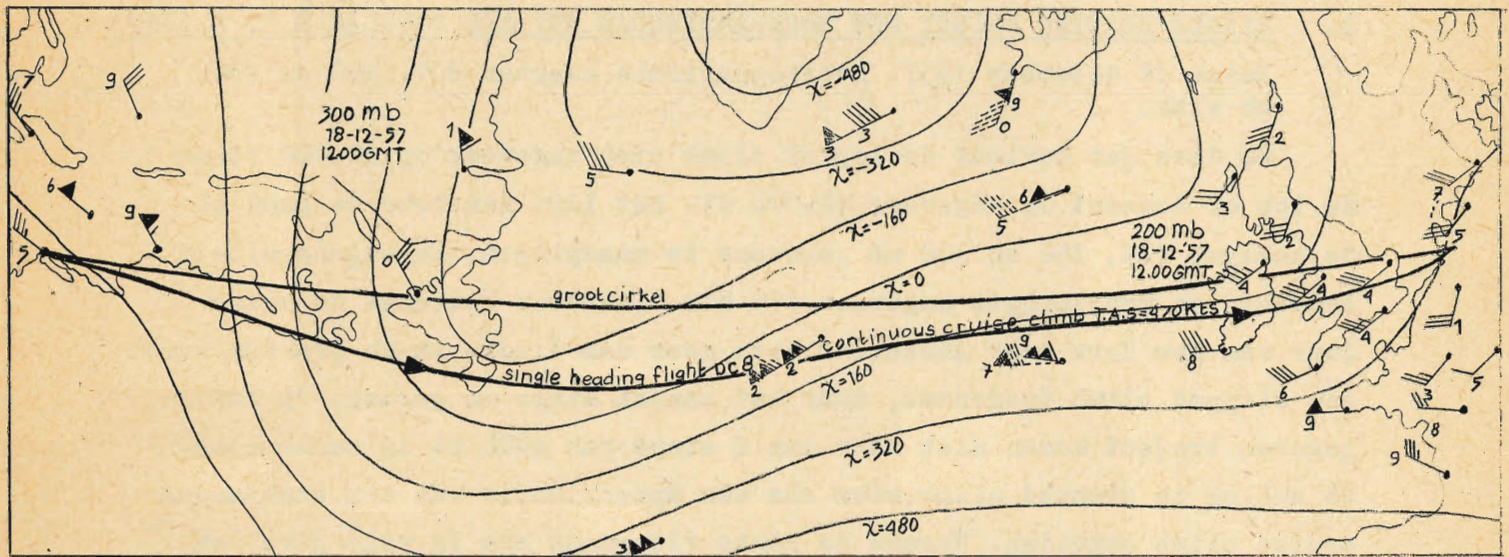
Datum 18 december 1957. Stereografische kaarten 200, 250 en 300 mb vlak.

Bij deze jet bevindt de top of climb zich ongeveer op 30.000 ft en de top of descent op ongeveer 40.000 ft. Het ligt dus voor de hand bij de analyse 200, 250 en 300 mb gegevens te raadplegen. De eigensnelheid bedraagt op kruishoogte ongeveer 470 kts. Daardoor bedraagt de vliegduur van New York naar Amsterdam iets meer dan 6 uur. In de praktijk wordt een stepped climb toegepast, maar het aantal steps is gering. Op het gegeven traject komen niet meer dan 2 steps van 4000 ft in aanmerking. We zullen de stepped climb weer als een approximatie van een continuous cruise climb opvatten. Wegens de korte vliegduur kan in vele gevallen de stroming quasi-stationair worden beschouwd. Bij dit voorbeeld is echter een datum uitgekozen waarop in het patroon isallohypsens-centra voorkomen van meer dan 250 gpm/12 uur.

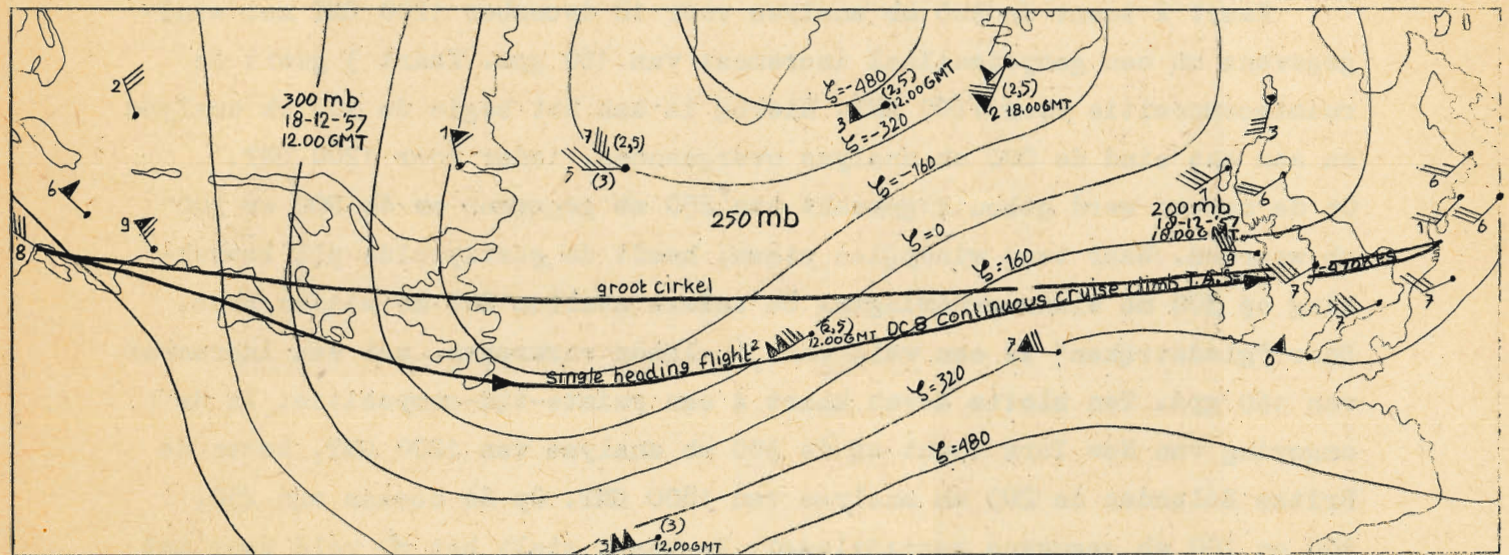
Kaart 2 toont de 300 mb analyse voor 18 december 1200 GMT met windgegevens en een geopotentiaal increment van 160 gpm. Kaart 3 geeft de ruimtecompositie voor 1200 GMT. Hierbij is aan het begin de 300 mb analyse en aan het eind de 200 mb analyse overgenomen, ieder voor 1200 GMT. Op de oceaan werd gebruik gemaakt van 250 mb gegevens en de 200 en 300 mb waarden. Waar twee windpijlen staan, heeft de gestippelde pijl betrekking op 300 mb windwaarnemingen. De andere stellen 200 mb winden voor. Door "gladstrijken" is een veld van χ -lijnen verkregen, met een increment van 160 gpm. Ten slotte bevat kaart 4 een ruimte-tijd-compositie. In de omgeving van New York toont zij de 300 mb analyse van 1200 GMT, boven de Britse Eilanden de 200 mb analyse van 1800 GMT. Op de oceaan zijn 250, 300 en 200 mb gegevens geraadpleegd. De kaart stelt het χ -veld voor met een increment van 160 gpm.



kaart 2



kaart 3



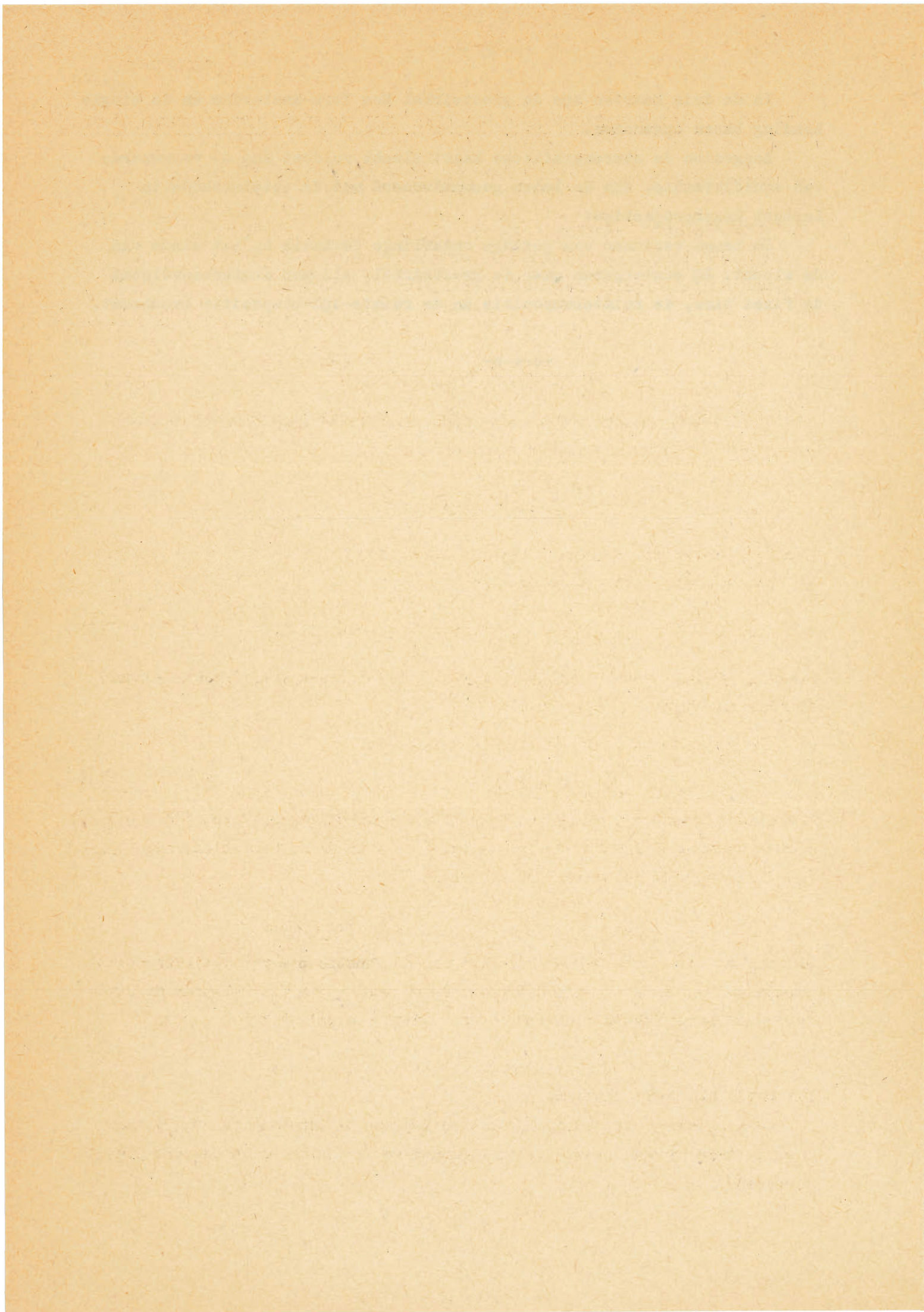
kaart 4

In de drie kaarten zijn de grootcirkel New York-Amsterdam en de single heading banen opgenomen.

Aangezien de stereografische kaart slecht voldoet aan de voorwaarde van equidistantie, zijn de banen geconstrueerd met de optelmethode in Lambert kegelprojecties.

De banen vertonen een geringe onderlinge deviatie op het einde van de vlucht. Zij convergeren naar de grootcirkel, als men achtereenvolgens de fixed time, de ruimtecompositie en de ruimte-tijd-compositie beschouwt.

-o-o-o-



OVER DE OPLOSSINGEN VAN EEN QUASI-HOMOGENE LINEAIRE DIFFERENTIAALVERGELIJKING.

De vergelijking luidt:
$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial p} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial p} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial t} \frac{\partial t}{\partial y} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial t} \frac{\partial t}{\partial x} = 0,$$

of eenvoudiger geschreven:
$$\gamma_{xp} p_y - \gamma_{yp} p_x + \gamma_{xt} t_y - \gamma_{yt} t_x = 0. \quad (1)$$

p en t zijn hierin de afhankelijk veranderlijken.

We gaan uit van de differentiaalvergelijking

$$J_t(\gamma_p, p) = 0,$$

of
$$\gamma_{xp} p_y - \gamma_{yp} p_x = 0.$$

Hierbij wordt t vastgehouden. Integralen van deze vergelijking vindt men door p op te lossen uit een betrekking

$$\Omega(\gamma_p, p) = 0. \quad (2)$$

p en γ_p vormen een integraalbasis. (Kamke 1944).

(2) kan men ook schrijven in de vorm

$$\gamma_p = -\gamma_p^* \quad , \quad (\text{zie W.R. 56-006 (II-008)}) \quad (3)$$

waarbij γ^* een voor het tijdstip t willekeurige (naar p differentieerbare) functie is van p. $\gamma^* = \gamma^*(p; t)$.

De stroomfunctie van de ruimtecompositie is

$$\chi = (\gamma + \gamma^*)_p. \quad (4)$$

Vervolgens laten we t variëren. Voor de van t afhankelijke functie $p = p(x, y, t)$ zoeken we nu een bijpassende oplossing $t(x, y)$ van de differentiaalvergelijking (1), die zich hier reduceert tot de vergelijking

$$(\gamma_{xp})_p p_y - (\gamma_{yp})_p p_x + (\gamma_{xt})_p t_y - (\gamma_{yt})_p t_x = 0, \quad (5)$$

waarbij $()_p$ een substitutie van de functie $p = p(x, y, t)$ voorstelt. Aangezien p_x en p_y nu ook functies worden van t_x en t_y herleidt de differentiaalvergelijking zich tot de eenvoudiger vergelijking

$$\chi_{xt} t_y - \chi_{yt} t_x = 0. \quad (6)$$

Dit wordt als volgt bewezen.

Om p_x en p_y in t_x en t_y uit te drukken differentiëren we (3) naar x en y, waarbij ook t varieert en bedenken verder dat p er in de vorm $p(x, y, t)$ voorkomt:

$$(\chi_{xp})_p + (\chi_{pp})_p p_x + (\chi_{pt})_p t_x = -(\chi_{pp}^*)_p p_x - (\chi_{pt}^*)_p t_x,$$

$$(\chi_{yp})_p + (\chi_{pp})_p p_y + (\chi_{pt})_p t_y = -(\chi_{pp}^*)_p p_y - (\chi_{pt}^*)_p t_y.$$

Lossen we hieruit p_x en p_y op en substitueren we p_x en p_y in (5) dan verkrijgt men:

$$\begin{aligned} & \left[\{(\chi_{pt})_p + (\chi_{pt}^*)_p\} (\chi_{xp})_p - \{(\chi_{pp})_p + (\chi_{pp}^*)_p\} (\chi_{xt})_p \right] t_y - \\ & - \left[\{(\chi_{pt})_p + (\chi_{pt}^*)_p\} (\chi_{yp})_p - \{(\chi_{pp})_p + (\chi_{pp}^*)_p\} (\chi_{yt})_p \right] t_x = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Beschouw nu de differentiaalvergelijking

$$\chi_{xt} t_y - \chi_{yt} t_x = 0.$$

Drukken we hierin de differentiaalquotiënten χ_{xt} en χ_{yt} in die van ψ en ψ^* uit, dan blijkt dat deze vergelijking identiek wordt aan (7).

Differentieer namelijk (4) partieel naar t :

$$\chi_t = (\chi_t)_p + (\chi_t^*)_p + \{(\chi_p)_p + (\chi_p^*)_p\} p_t.$$

Door substitutie van p in (3) wordt echter

$$(\chi_p)_p + (\chi_p^*)_p \equiv 0,$$

zodat

$$\chi_t = (\chi_t)_p + (\chi_t^*)_p.$$

Vervolgens differentiëren we deze betrekking partieel naar x en y :

$$\chi_{xt} = (\chi_{xt})_p + \{(\chi_{pt})_p + (\chi_{pt}^*)_p\} p_x,$$

$$\chi_{yt} = (\chi_{yt})_p + \{(\chi_{pt})_p + (\chi_{pt}^*)_p\} p_y.$$

Hier zijn p_x en p_y de partiële afgeleiden van $p = p(xyt)$ naar x en y bij vaste waarde van t . Deze worden berekend door (3) partieel naar x en y te differentiëren:

$$(\chi_{xp})_p + (\chi_{pp})_p p_x = -(\chi_{pp}^*)_p p_x,$$

$$(\chi_{yp})_p + (\chi_{pp})_p p_y = -(\chi_{pp}^*)_p p_y.$$

Substitutie van p_x en p_y in χ_{xt} en χ_{yt} en daarna substitutie van χ_{xt} en χ_{yt} in (6) toont ten slotte de equivalentie aan van deze differentiaalvergelijking met de differentiaalvergelijking (7).

Uitgaande van (6) vervaardigen we ten slotte in de stroomvelden χ een tijdcompositie door een tijdfunctie $t = t(x,y)$ in te voeren, die een oplossing is van

$$J(\chi_t, t) = 0$$

Een integraalbasis hiervan wordt gevormd door de argumenten t en χ_t zodat t impliciet gegeven wordt door de betrekking

$$\chi_t = -\chi_t^*$$

waarbij nu χ^* een willekeurige (differentieerbare) functie is van de tijd t . De stroomfunctie in de ruimte-tijd-compositie wordt dan uiteindelijk

$$z = \chi(x, y, t(x,y)) + \chi^*(t(x,y))$$

of wegens (4)

$$z = \psi(x, y, p(x,y, t(x,y)), t(x,y)) + \psi^*(p(x,y, t(x,y)), t(x,y)) + \chi^*(t(x,y))$$

De bij deze compositie behorende ruimte- en tijdfuncties zijn $p = p(x,y, t(x,y))$ en $t(x,y)$.

1877

Received of the Hon. Secy of the Interior
for the sum of \$1000.00

for the purchase of land in the
State of California

for the purpose of
settling the same

for the use of the
Department of the Interior

for the sum of \$1000.00

for the purchase of land in the
State of California

for the purpose of
settling the same

for the use of the
Department of the Interior

for the sum of \$1000.00

for the purchase of land in the
State of California

for the purpose of
settling the same

for the use of the
Department of the Interior

DE KARAKTERISTIEKEN VAN EEN QUASI-LINEAIRE HOMOGENE DIFFERENTIAALVERGELIJKING.

De differentiaalvergelijking luidt:

$$J\left(\frac{\partial \phi}{\partial p}, p\right) = 0$$

$$\text{of } \phi_{yp} p_x - \phi_{xp} p_y = 0$$

De karakteristieken worden bepaald door de Lagrange vergelijkingen (zie b.v. Kamke 1944)

$$\frac{dx}{dt} = \phi_{yp}$$

$$\frac{dy}{dt} = -\phi_{xp}$$

$$\frac{dp}{dt} = 0$$

Hieruit volgt 1) $p = \text{constant}$

$$2) \phi_{xp} \frac{dx}{dt} + \phi_{yp} \frac{dy}{dt} = 0$$

De karakteristieken liggen derhalve in isobarische vlakken en vallen met de lijnen $\frac{\partial \phi}{\partial p} = \text{constant}$ samen of wegens de statische grondvergelijking met de lijnen $\rho = \text{constant}$. Uit de gasvergelijking volgt dan, dat de karakteristieken gevormd worden door de isobaar-isotherm-isosteren.

Op dezelfde wijze toont men aan, dat de karakteristieken van de quasi-lineaire partiële differentiaalvergelijking

$$J\left(\frac{\partial \phi}{\partial t}, t\right) = \phi_{yt} t_x - \phi_{xt} t_y = 0$$

gevormd worden door de isallohypsen $\frac{\partial \phi}{\partial t} = \text{constant}$ in isobarische vlakken.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

PHILOSOPHY DEPARTMENT

1950-1951

PHILOSOPHY 101

PHILOSOPHY 102

PHILOSOPHY 103

PHILOSOPHY 104

PHILOSOPHY 105

PHILOSOPHY 106

PHILOSOPHY 107

PHILOSOPHY 108

PHILOSOPHY 109

PHILOSOPHY 110

PHILOSOPHY 111

PHILOSOPHY 112

PHILOSOPHY 113

PHILOSOPHY 114

PHILOSOPHY 115

PHILOSOPHY 116

LITERATUUR

- Bellamy, J.C., 1943 Drift determinations with radio and pressure altimeters.
Univ. of Chicago, Inst. of Meteorology (mimeographed).
- Gringorten, I.I., 1948 The theory and computation of single heading flights.
Bull. Am. Met. Soc., 29, no. 7.
- Jong, H.M. de, 1956 Theoretical aspects of aeronavigation and its application in aviation meteorology.
K.N.M.I., Med. en Verh., no. 64.
- Jong, H.M. de, 1956 Geostrofische velden in de meteorologie en oceanografie.
K.N.M.I., W.R. 56-006 (II-008).
- Jong, H.M. de, 1957 Gecomponeerde hoogtestromingskaarten.
K.N.M.I., W.R. 57-010 (II-011).
- Kamke, E., 1944 Differentialgleichungen. Lösungsmethoden und Lösungen. II, Partielle Differentialgleichungen erster Ordnung für eine gesuchte Funktion.
Leipzig 1944.
- Sawyer, J.S., 1949 Theoretical aspects of pressure pattern flying.
Met. Rep., Vol. 1 no. 3. Brit. Air Min.,
Met. Off. London.
-

The first part of the document discusses the general principles of the proposed system. It is intended to be a practical guide for the management of the various departments of the government. The system is designed to be simple and efficient, and to be adapted to the needs of the country.

The second part of the document describes the organization of the government. It is divided into three main branches: the executive, the legislative, and the judicial. Each branch is further divided into various departments and offices.

The third part of the document discusses the powers and duties of the various branches and departments. It is intended to be a practical guide for the management of the various departments of the government.

The fourth part of the document discusses the financial system of the government. It is intended to be a practical guide for the management of the various departments of the government.

The fifth part of the document discusses the military system of the government. It is intended to be a practical guide for the management of the various departments of the government.

The sixth part of the document discusses the judicial system of the government. It is intended to be a practical guide for the management of the various departments of the government.

The seventh part of the document discusses the various departments and offices of the government. It is intended to be a practical guide for the management of the various departments of the government.