

KONINKLIJK NEDERLANDS
METEOROLOGISCH INSTITUUT

Wetenschappelijk Rapport W.R. 57-007 (III-202)

Dr. H. J. de Boer

De cumulatieve frequentieverdelingen van
de k-daagse neerslagsommen
van Winterswijk



De Bilt, 1957

All Rights Reserved.

Nadruk zonder toestemming van het K.N.M.I. is verboden.

Dr.H.J.de Boer

De cumulatieve frequentieverdelingen van
de k-daagse neerslagsommen
van Winterswijk

I N H O U D

	Blz.
0.1 Samenvatting	3
0.2 Inleiding	4
1.0 Aanpassing van Goodrichkrommen aan de frequentieverdelingen.	5
1.1 Aanpassing van Goodrichkrommen aan de frequentieverdelingen voor $1 \leq k \leq 30$.	7
1.2 Aanpassing van Goodrichkrommen aan de frequentieverdelingen voor $30 \leq k \leq 1800$.	7
1.3 Formules aangepast aan de constanten der Goodrichkrommen voor $1 \leq k \leq 30$ als functie van k en de jaarlijkse gang.	9
1.4 Formules aangepast aan de constanten der Goodrichkrommen voor $30 \leq k \leq 1800$ als functie van k en de jaarlijkse gang.	13
1.5 Toetsing van de in 1.3 en 1.4 genoemde formules.	17
2.0 Aanpassing van Poissonverdelingen.	20
2.1 Aanpassingsmethode met Poissonverdelingen voor $30 \leq k \leq 1800$.	23
2.2 Aanpassingsmethode met Poissonverdelingen voor $1 \leq k \leq 30$.	24
2.3 Toetsing van de in 2.1 en 2.2 genoemde aanpassingsmethodes in de intervallen $1 \leq k \leq 30$ en $30 \leq k \leq 1800$.	28
3.0 Vergelijking van aanpassingsformules voor Hoofddorp en Winterswijk.	31
3.1 Vergelijking van de formules voor de drie Goodrichconstanten van Hoofddorp en Winterswijk in het interval $1 \leq k \leq 30$.	31

	blz.
3.2	Vergelijking van de formules voor de drie Goodrich-constanten van Hoofddorp en Winterswijk in het interval $30 \leq k \leq 360$. 33
3.3	Vergelijking van de formules voor de drie Goodrich-constanten van Hoofddorp en Winterswijk in het interval $360 \leq k \leq 1800$. 34
3.4	Vergelijking van de aanpassingsmethodes met Poisson-verdelingen voor Hoofddorp en Winterswijk in het interval $1 \leq k \leq 30$. 35
3.5	Vergelijking van de aanpassingsmethodes met Poisson-verdelingen voor Hoofddorp en Winterswijk in het interval $30 \leq k \leq 1800$. 36
4.1	Formules voor de Goodrichconstanten a, b en c als functie van k en de jaarlijkse gang bij elkaar gebracht. 37
4.2	Formules voor de Poissonconstante α en de Poisson-eenheid q als functie van k en de jaarlijkse gang bij elkaar gebracht. 39
	Summary 41
	Literatuuropgave 43
	Tabellen 44

0.1 Samenvatting

Cumulatieve frequentieverdelingen in procenten van k-daagse neerslagsommen van Winterswijk zijn voorgesteld door Goodrichkrommen met drie constanten a, b en c voor verschillende waarden van k en voor verschillende tijden van het jaar. De a, b en c zijn daarna elk afzonderlijk voorgesteld door formules, waarin k en de jaarlijkse gang de veranderlijken zijn, voor de drie verschillende intervallen $1 \leq k \leq 30$, $30 \leq k \leq 360$ en $360 \leq k \leq 1800$. Vervolgens zijn in het interval $1 \leq k \leq 30$ 8 gevallen gekozen, waarvoor de a, b en c met behulp van de ontworpen formules zijn berekend. De Goodrichkrommen met de berekende a-, b- en c-waarden zijn daarop met de χ^2 -toets getoetst tegen de overeenkomstige waargenomen verdelingen, niet alleen individueel maar ook simultaan. Het resultaat van de toetsing is zodanig, dat men mag zeggen, dat de ontworpen formules voor het interval $1 \leq k \leq 30$ niet onverenigbaar zijn met de waarneming. Daarna zijn uit de intervallen $30 \leq k \leq 360$ en $360 \leq k \leq 1800$ samen 13 gevallen gekozen, waarmede op dezelfde wijze is gehandeld als met de 8 gevallen uit het eerste interval. Ook hier is het resultaat van de toetsing, dat de voor de intervallen $30 \leq k \leq 360$ en $360 \leq k \leq 1800$ ontworpen formules om de a-, b- en c-waarden te berekenen, niet onverenigbaar zijn met de waargenomen verdelingen.

Evenals dit voor Hoofddorp is geschied zijn de waargenomen cumulatieve frequentieverdelingen ook door cumulatieve Poissonverdelingen voorgesteld. In het interval $30 \leq k \leq 1800$ hangen de Poissonconstante α en de Poissoneenheid q in mm op zeer eenvoudige wijze af van k en van de gemiddelde k-daagse neerslaghoeveelheid gedurende het gevraagde tijdvak in het jaar. In het interval $1 \leq k \leq 30$ wordt de cumulatieve Poissonverdeling op iets andere wijze uitgezet als in het interval $30 \leq k \leq 1800$. Bovendien is het verband van α en q met k en de gemiddelde k-daagse neerslaghoeveelheid in dit interval iets ingewikkelder, hoewel de gedaante nog eenvoudig is. In beide intervallen zijn dezelfde gevallen als bij de Goodrichkrommen gekozen, om met behulp van de χ^2 -toets individueel en simultaan getoetst te worden tegen de overeenkomstige waargenomen verdelingen. Het resultaat van de toetsingen is, dat de formules voor de berekening van α en q niet strijdig zijn met de waargenomen verdelingen.

De formules, ontworpen om de drie Goodrichconstanten te berekenen voor Winterswijk, zijn vergeleken met die van Hoofddorp. Er blijkt een algemene overeenstemming te zijn, welke verwacht mocht worden. Een conclusie uit de verschillen in de constanten, welke in de formules optreden, is niet te trekken. Vermoedelijk komt dit, doordat de jaarlijkse gang impliciet in de formules voorkomt. De jaarlijkse gang in de neer-

slag is voor Winterswijk continentaal en die voor Hoofddorp meer marietiem dan continentaal. De verschillen in de constanten tussen beide stations zijn hiermede slechts voor een deel te verklaren.

In het verband tussen α en q van de Poissonverdelingen in het interval $30 \leq k \leq 1800$ komt de jaarlijkse gang expliciet voor. Daardoor is dit verband voor Hoofddorp en Winterswijk hetzelfde. In het interval $1 \leq k \leq 30$ komt de jaarlijkse gang weer impliciet voor in het verband tussen α en q . De formules voor α en q zijn in dit interval niet gelijk voor Winterswijk en Hoofddorp en de verschillen in de voorkomende constanten zijn ook hier niet alle te verklaren.

0.2 Inleiding

De vragen uit de praktijk, welke aan het K.N.M.I. worden gesteld, naar aanleiding van het verband tussen hoeveelheid neerslag en tijd, worden met de tijd ingewikkelder. Teneinde aan de meer diepgaande wensen voor een groot deel tegemoet te komen, heeft het K.N.M.I. zich tot taak gesteld om cumulatieve frequentieverdelingen in procenten van k -daagse neerslagsommen in overschrijdende vorm voor alle maanden van het jaar samen te stellen voor een net van 24 stations in Nederland, welke een homogeen materiaal hebben van meer dan 50 jaar. Aan k worden respectievelijk de waarden 1, 2, 3, 5, 7, 10, 15, 30 (1 maand), 60 (2 maanden), 90 (3 maanden), 180 (6 maanden), 360 (1 jaar), 540 ($1\frac{1}{2}$ jaar), 720 (2 jaar), 1080 (3 jaar) en 1800 (5 jaar) gegeven. Voor hoge k -waarden worden de frequentieverdelingen niet meer voor elke maand opgemaakt, maar voor elke 3 maanden of zelfs 6 maanden. Zo moeten 202 frequentieverdelingen per station of 4848 verdelingen voor het gehele net worden samengesteld. Twee frequentieboeken zijn thans reeds verschenen, nl. die van Winterswijk en die voor Hoofddorp.

Teneinde een mogelijk misverstand uit te sluiten geven we de volgende definitie: Een cumulatieve frequentieverdeling in overschrijdende vorm in procenten van k -daagse neerslagsommen is een verdeling, welke de kans W in procenten geeft, dat de neerslag in k dagen gelijk aan of meer dan h mm is.

Daar het cijfermateriaal groot is zelfs voor één station en het daardoor moeilijk is enig inzicht te verkrijgen hoe de frequentieverdelingen afhangen van k en van de jaarlijkse gang, wordt een voorstelling gezocht, waarvan gemakkelijk kan worden afgelezen of berekend, hetgeen men wil weten. Voor Hoofddorp hebben we indertijd drie van zulke voorstellingen besproken.

Voor Winterswijk echter zullen we slechts twee voorstellingen behandelen, namelijk Goodrichkrommen en cumulatieve Poissonverdelingen. Tenslotte kunnen we dan een vergelijking trekken tussen de constanten der Goodrichkrommen en der cumulatieve Poissonverdelingen van Hoofddorp en die van Winterswijk.

1.0 Aanpassing van Goodrichkrommen aan de frequentieverdelingen

Zoals in de inleiding 0.2 reeds is vermeld, verdient het aanbeveling om de frequentieverdelingen op een of andere wijze voor te stellen. In [i] is medegedeeld dat voor die voorstelling een nomogram of een analytische functie gebruikt kan worden. In dit rapport zullen alleen een continue en een discontinue functie worden behandeld. We zullen eerst de continue functie aanvatten. Er zijn vele krommen bekend, welke als aanpassing kunnen dienen voor experimenteel gevonden frequentieverdelingen, zoals Pearson-krommen, Kapteyn-krommen, Goodrich-krommen, enz.

In [1, p.16] hebben we uiteengezet, hoe we gekomen zijn tot de Goodrichkromme als voorstelling van de frequentieverdelingen van Hoofddorp zonder een ander soort krommen te hebben beproefd. Voor de cumulatieve frequentieverdelingen van k-daagse neerslagsommen van Winterswijk zullen we ons ook beperken tot Goodrichkrommen, daar deze bij Hoofddorp reeds tot een goed resultaat hebben geleid.

Indien W voorstelt de kans op h mm neerslag of meer, dan is de Goodrichkromme in de coördinaten W en h gegeven door

$$W(\geq h) = e^{-\left(\frac{h+a}{b}\right)^c} \quad (1)$$

In formule (1) zijn a , b en c constanten, welker betekenis gemakkelijker wordt begrepen, als we de formule in een andere vorm neerschrijven:

$$c \cdot {}^{10}\log(-e \log W) = {}^{10}\log(h+a) - {}^{10}\log b \quad (2)$$

Uitdrukking (2) zegt, dat een lineair verband tussen ${}^{10}\log(h+a)$ en ${}^{10}\log(-e \log W)$ bestaat; hierdoor wordt de betekenis van de constanten b en c direct duidelijk, terwijl a een constante hoeveelheid is welke aan elke waarde van h moet worden toegevoegd om een lineaire afhankelijkheid te creëren tussen ${}^{10}\log(-e \log W)$ en ${}^{10}\log(h+a)$.

Formule (2) beheerst ook het proces van aanpassing van een Goodrichkromme aan een waargenomen verdeling. In fig. 1 hebben we op de abscis uitgezet een zg. Goodrichschaal, d.w.z. we hebben uitgezet $10 \log(-e \log W)$, waarbij W aangegeven is in procenten. Langs de ordinaat is een logaritmische schaal uitgezet, waarlangs de hoeveelheid neerslag h in mm wordt uitgemeten. In deze coördinaten is de cumulatieve frequentieverdeling in procenten van de ééndaagse neerslagsommen van de maand juli te Winterswijk als voorbeeld uitgezet. De uitgezette punten vormen de volgetrokken lijn A. Na enig zoeken vinden we, dat, als bij de ordinaat van elk punt van de lijn A 3 mm opgeteld wordt, de volgetrokken lijn B ontstaat, waardoor, behalve door het stuk tussen 3 en 4 mm, gemakkelijk een rechte lijn C kan worden getrokken. De gedeelten van B - behalve het zojuist genoemde eerste stuk -, welke nog niet geheel met c samenvallen, zijn een beetje aangedikt om de afwijking duidelijk te laten uitkomen. C is een rechte in Goodrich-coördinaten en geeft het verband aan tussen W en $h+a$. Dit verband wordt weergegeven door formule (2).

Trekken we van de ordinaat van elk punt van de rechte C 3 mm af, dan ontstaat de gestreepte lijn A'. Tussen 0 en 1 mm wijkt A' vrij veel af van de oorspronkelijke verdelingskromme A. Over nog twee gedeelten wijken beide krommen iets af van elkaar, hoewel we ook hier de afwijking iets hebben vergroot om deze goed te laten uitkomen; in werkelijkheid vallen voor $h \geq 1,1$ mm beide krommen praktisch samen.

De Goodrichconstanten b en c worden nu als volgt bepaald. Op de rechte C worden 2 punten gekozen. In die twee punten lezen we W en $h+a$ af, zodat we beschikken over twee stellen waarden $\{W_1; h_1+a\}$ en $\{W_2; h_2+a\}$, welke aan (2) moeten voldoen. We vullen achtereenvolgens beide getallenparen in (2) in, waardoor twee vergelijkingen met twee onbekenden b en c ontstaan. b en c worden dan opgelost uit de twee vergelijkingen en we vinden $b = 4,05$ mm en $c = 1,271$. Met de getallenwaarden van de drie constanten a , b en c kunnen we de Goodrichkromme neerschrijven, welke een analytische voorstelling is van de cumulatieve frequentieverdeling van de ééndaagse neerslagsommen in de maand juli te Winterswijk.

Uit fig. 1 kunnen we op het oog een ruwe schatting maken van de nauwkeurigheid van aanpassing van de Goodrichkromme A' aan de waargenomen verdeling A. We zullen dan zeggen, dat vanaf 1 mm de aanpassing goed is. Bij de bewerking van Hoofddorp hebben we eerst onderzocht of de aanpassing met Goodrichkrommen voldoende was [1, p.20-25]. Na de bewerking hebben we een aantal aangepaste Goodrichkrommen getoetst aan de overeenkomstige waargenomen verdelingen. Daar het resultaat van deze toetsingen goed was

zullen we voor de bewerking van Winterswijk aannemen, dat de waargenomen verdelingen van dit station met voldoende nauwkeurigheid door Goodrich-krommen kunnen worden voorgesteld. Of de individueel aangepaste Goodrich-krommen in een systeem bijeengebracht kunnen worden en daarna nog met voldoende nauwkeurigheid de corresponderende waargenomen verdelingen van Winterswijk voorstellen, zal door middel van toetsingen moeten worden uitgemaakt.

1.1 Aanpassing van Goodrichkrommen aan de frequentieverdelingen voor $1 \leq k \leq 30$.

In het frequentieboek Winterswijk staan o.a. vermeld de cumulatieve frequentieverdelingen van k-daagse neerslagsommen voor waarden $k = 1, 2, 3, 5, 7, 10, 15$ en 30 voor alle 12 maanden van het jaar. Van deze 96 verdelingen hebben we eerst op het oog telkens de a-waarde geschat, nadat deze verdelingen in Goodrichcoördinaten waren uitgezet. Daarna zijn volgens het in de vorige paragraaf geschetste procedé de bijbehorende b- en c-waarden bepaald. Vervolgens hebben we de aldus bepaalde a-, b- en c-waarden in tabel I op blz. 44 bijeengebracht.

Als we tabel I bestuderen, vinden we enkele eigenschappen van de drie constanten a, b en c, welke hieronder vermeld worden.

- a. De a-waarden zijn positief voor kleine k-waarden, bereiken een maximum bij ongeveer $k = 7$ en nemen daarna af in grootte, waarbij deze, na tussen $k = 15$ en $k = 60$ de waarde nul te zijn gepasseerd, negatief worden. Een jaarlijkse gang is zwak te onderkennen met een maximum in juli.
- b. De b-waarden nemen in eenzelfde maand toe met toenemende k. Bij eenzelfde k-waarde vertonen de b-waarden een uitgesproken jaarlijkse gang met een maximum in juli en een minimum in april.
- c. De c-waarden nemen in eenzelfde maand af met toenemende k. Voor een bepaalde waarde van k vertoont de c-waarde voor lage k-waarden een minimum in maart en een maximum in oktober, hoewel de jaarlijkse gang verder niet duidelijk te zien is. Voor hogere k-waarden is het verloop van de c-waarden bij vaste k vrij grillig.

1.2 Aanpassing van Goodrichkrommen aan de frequentieverdelingen voor $30 \leq k \leq 1800$.

Dat deze frequentieverdelingen apart worden beschouwd, ligt aan de bewerkingswijze van het waarnemingsmateriaal. De hierin ontbrekende waarnemingen werden aangevuld met die van naburige stations, zodat een complete waarnemingsreeks van 73 jaren werd verkregen

Aan alle maanden werd een lengte van 30 dagen gegeven, waartoe de dagen 31 mei, 31 juli, 31 augustus, 31 oktober, 31 december (en eventueel 29 februari) werden geschrapt. De maanden zijn nu als volgt gedefinieerd:

januari	: 1 tot en met 30 januari
februari	: 31 januari tot en met 1 maart
maart	: 2 maart tot en met 31 maart
april	: 1 tot en met 30 april
mei	: 1 tot en met 30 mei
juni	: 1 tot en met 30 juni
juli	: 1 tot en met 30 juli
augustus	: 1 tot en met 30 augustus
september	: 1 tot en met 30 september
oktober	: 1 tot en met 30 oktober
november	: 1 tot en met 30 november
december	: 1 tot en met 30 december

De cumulatieve frequentieverdelingen in procenten zijn gemaakt beginnende op de 1ste of op de 16de van elke maand voor $k = 30, 60$ en 90 dagen; beginnende op de 1ste van elke maand voor $k = 180, 360$ en 540 dagen; beginnende op 1 januari, 1 april, 1 juli en 1 oktober voor $k = 720$ en 1080 dagen; beginnende op 1 januari en op 1 juli voor $k = 1800$ dagen. Deze frequentieverdelingen bestaan dus ten hoogste uit 83 punten en ten minste uit 69 punten.

De waargenomen frequentieverdelingen voor $k = 30$ en $k = 90$ beginnende op de 1ste van elke maand; die voor $k = 60$ beginnende op de 16de van elke maand en alle verdelingen voor $k \geq 180$ zijn door Goodrichkrommen aangepast geworden volgens het procédé, dat in de vorige paragraaf werd toegepast. In het interval $30 \leq k \leq 1800$ zijn dus 82 frequentieverdelingen aangepast geworden. De driemaal 82 constanten a, b en c zijn samengebracht in tabel II en wel zo, dat bv. de constanten in de kolom januari toebehoren aan de Goodrichkrommen, welke een aanpassing zijn aan die cumulatieve frequentieverdelingen van k -daagse neerslag-sommen, waarvan het midden van het k -daagse tijdvak op 16 januari valt.

Bij bestudering van tabel II vallen de volgende eigenschappen van de constanten a, b en c op:

- a. De a -waarden gaan tussen $k = 15$ en $k = 60$ door nul bij eenzelfde maand en nemen bij toenemende k een toenemend negatieve waarde aan. De jaarlijkse gang in de a -waarden is niet duidelijk.
- b. De b -waarden nemen bij toenemende k -waarden toe voor eenzelfde maand. Voor $k =$ geheel aantal malen 360 is er geen jaarlijkse

gang. Voor de overige k-waarden vinden we een maximum in juli-augustus of in oktober en een minimum in maart-april.

- c. De c-waarden nemen voor eenzelfde maand af bij toenemende k-waarden. De jaarlijkse gang in de c-waarden bij de constante k is niet steeds duidelijk, maar tendeert hoofdzakelijk bij hogere k-waarden naar een minimum in februari-april en een maximum in september-oktober.

1.3 Formules aangepast aan de constanten der Goodrichkrommen voor $1 \leq k \leq 30$ als functie van k en de jaarlijkse gang.

Voor het ontwerpen van aanpassende formules in het interval $1 \leq k \leq 30$ voor a, b en c als functie van k en de jaarlijkse gang \mathcal{G} werd bij de bewerking van Hoofddorp reeds ervaring verkregen. We zullen ook voor een onderlinge vergelijking tussen de formules voor Hoofddorp en voor Winterswijk de laatstgenoemde formules zo veel mogelijk in de vorm van die van Hoofddorp gieten.

We beginnen met de a-waarden voor een vaste k te middelen over alle maanden van het jaar; deze gemiddelde a-waarden duiden we aan met \bar{a}_k . De \bar{a}_k -waarden, welke nu alleen een functie van k zijn, proberen we door een eenvoudige functie van k voor te stellen. We vinden dan de volgende formule:

$$\bar{a}_k = 2,02 + 0,487k - 0,0303k^2 + 7,82 \sin 2\pi \frac{k-15}{60} \quad (3)$$

De tweede term in formule (3) is slechts een correctieterm, welke alleen geldigheid bezit in het interval $15 \leq k \leq 30$. In tabel III hebben we bij elkaar gebracht de \bar{a}_k -waarden, zoals deze uit tabel I werden gevonden, naast de corresponderende \bar{a}_k -waarden berekend volgens (3).

Tabel III

k	\bar{a}_k (wrg)	\bar{a}_k (ber)
1	2,5	2,5
2	2,9	2,9
3	3,2	3,2
5	3,6	3,7
7	4,0	3,9
10	3,9	3,9
15	2,5	2,5
30	-2,8	-2,8

De overeenkomst tussen waarneming en berekening der \bar{a}_k -waarden mogen we goed noemen, zoals uit tabel III blijkt.

Nu gaan we hetzelfde doen met de b-waarden. We middelen de b's voor een vaste k over alle maanden van het jaar. Deze gemiddelde b-waarden worden door \bar{b}_k aangeduid. Vervolgens leggen we een eenvoudige kromme door de \bar{b}_k -waarden als functie van k. We vinden dan de formule:

$$\bar{b}_k = 1,02 + 2,579k - 0,012k^2 \quad (4)$$

In tabel IV brengen we de waargenomen en de uit (4) berekende \bar{b}_k -waarden bijeen:

Tabel IV

k	\bar{b}_k (wrg)	\bar{b}_k (ber)
1	3,59	3,32
2	6,13	6,09
3	8,65	8,85
5	13,62	14,19
7	18,48	19,45
10	25,61	26,42
15	37,00	36,82
30	67,59	67,47

Uit tabel IV blijkt, dat de waargenomen en de uit formule (4) berekende \bar{b}_k -waarden goed overeenstemmen.

Tenslotte bewerken we op dezelfde wijze de c-waarden. We middelen de c-waarden voor een vaste waarde van k over alle maanden van het jaar en duiden deze gemiddelde c-waarden aan door \bar{c}_k . De \bar{c}_k -waarden zijn nu nog alleen een functie van k en we leggen door deze \bar{c}_k -waarden een eenvoudige kromme. In analogie naar dezelfde bewerking bij Hoofddorp vinden we, dat deze \bar{c}_k -waarden kunnen worden berekend uit de volgende recurrente betrekking:

$$(k + \frac{1}{2})(\bar{c}_k - \bar{c}_{k+1}) = 0,211, \text{ waarbij } \bar{c}_1 = 1,220 \quad (5)$$

In tabel V verzamelen we de waargenomen en de uit formule (5) berekende \bar{c}_k -waarden.

Tabel V

k	\bar{c}_k (wrg)	\bar{c}_k (ber)
1	1,233	1,220
2	1,085	1,079
3	1,000	0,995
5	0,869	0,888
7	0,785	0,817
10	0,717	0,742
15	0,640	0,656
30	0,517	0,510

Het blijkt uit tabel V, dat er een goede overeenkomst bestaat tussen de waargenomen en de berekende \bar{c}_k -waarden.

Nu zullen we de jaarlijkse gang van de a-, b- en c-waarden als een functie van k in formule moeten vangen. Bij de bewerking van Hoofddorp werden eerst eenvoudige vormen geprobeerd voor de aanpassing aan de jaarlijkse gang, maar deze bleken onvoldoende te zijn. Daarom gaan we nu direct over op het volgende procedé.

De a-waarden voor elk van de maanden van het jaar voor k=1 worden door middel van harmonische analyse ontwikkeld in een constante term met een grondtoon, eerste, tweede enz. vijfde boventoon. Dit doen we eveneens voor de a-waarden voor k=2,3,5,7,10,15 en 30. Hierna leggen we met de methode van de kleinste kwadraten achtereenvolgens een kromme van de graad twee in k door de amplitudes van de grondtoon; door de fases van de grondtoon, waarbij de fases gefixeerd zijn op 16 januari; door de amplitudes van de eerste boventoon; enz; en door de fases van de vijfde boventoon. In sommige gevallen zullen de berekende coëfficiënten zo weinig van nul verschillen, dat wij deze gelijk nul stellen.

In het interval $1 \leq k \leq 30$ kan de a-waarde als functie van k en van de jaarlijkse gang \mathcal{J} als volgt worden voorgesteld:

$$\begin{aligned}
 a_k = \bar{a}_k &+ (0,55 + 0,107 k - 0,00109 k^2) \sin (\mathcal{J} + 268^\circ) \\
 &+ (0,66 + 0,066 k + 0,00319 k^2) \sin (2\mathcal{J} + 8^\circ, 09 + 7^\circ, 96k - 0^\circ, 232k^2) \\
 &+ (0,66 - 0,011 k + 0,00163 k^2) \sin (3\mathcal{J} + 271^\circ) \\
 &+ (0,45 + 0,010 k + 0,00346 k^2) \sin (4\mathcal{J} + 227^\circ, 3 - 18^\circ, 14k + 0^\circ, 6633k^2) \\
 &+ (0,24 - 0,025 k + 0,00353 k^2) \sin (5\mathcal{J} + 122^\circ) \\
 &+ (0,57 - 0,089 k + 0,00407 k^2) \sin (6\mathcal{J} + 90^\circ) \quad (6)
 \end{aligned}$$

Met formule (6) is nu gemakkelijk elke a-waarde te berekenen, welke we nodig hebben. We vullen de gevraagde k in en de benodigde \mathcal{J} .

De ϑ wordt bepaald zodanig dat het aantal graden gelijk is aan het aantal dagen vanaf 16 januari tot aan het midden van het k-daagse tijdvak; valt het midden van het k-daagse tijdvak op 17 maart, dan is $\vartheta = 61^\circ$.

Het procédé, dat is toegepast op de a-waarden, zal nu ook gevolgd worden voor de b-waarden. We vinden dan de volgende formule:

$$\begin{aligned}
 b_k = \bar{b}_k &+ (-0,21 + 0,636k - 0,00272k^2)\sin(\vartheta + 242^\circ 50') \\
 &+ (+0,36 + 0,373k + 0,00209k^2)\sin(2\vartheta + 65^\circ 11') \\
 &+ (+0,84 + 0,0007k + 0,00496k^2)\sin(3\vartheta + 263^\circ 46') \\
 &+ (+0,32 + 0,096k + 0,00492k^2)\sin(4\vartheta + 135^\circ 1') \\
 &+ (+0,10 + 0,0049k + 0,00472k^2)\sin(5\vartheta + 246^\circ) \\
 &+ (+0,46 - 0,065k + 0,00335k^2)\sin(6\vartheta + 90^\circ)
 \end{aligned} \tag{7}$$

Ook voor b_k geldt, dat het aantal graden ϑ gelijk is aan het aantal dagen van 16 januari tot aan het midden van het k-daagse tijdvak.

De aanpassing van een formule aan de waargenomen c-waarden geschiedt op dezelfde wijze als voor de a- en de b-waarden. We vinden dan de volgende formule:

$$\begin{aligned}
 c_k = \bar{c}_k &+ (+0,0525 + 0,0008k - 0,00003k^2)\sin(\vartheta + 216^\circ,86 - 15^\circ,76k + 0^\circ,2905k^2) \\
 &+ (+0,0820 - 0,0032k + 0,00009k^2)\sin(2\vartheta + 173^\circ,87 + 12^\circ,13k - 0^\circ,2943k^2) \\
 &+ (+0,0727 - 0,0023k + 0,00003k^2)\sin(3\vartheta + 59^\circ) \\
 &+ (+0,0566 + 0,0003k - 0,00002k^2)\sin(4\vartheta + 350^\circ) \\
 &+ (+0,0399 - 0,0044k + 0,00015k^2)\sin(5\vartheta + 229^\circ) \\
 &+ (+0,0408 - 0,0048k + 0,00013k^2)\sin(6\vartheta + 270^\circ)
 \end{aligned} \tag{8}$$

Met formule (8) zijn c_k -waarden gemakkelijk te berekenen voor een bepaalde k en een bepaalde ϑ . De ϑ wordt in graden bepaald als het aantal dagen vanaf 16 januari tot aan het midden van het k-daagse tijdvak. \bar{a}_k , \bar{b}_k en \bar{c}_k worden respectievelijk berekend met behulp van de formules (3), (4) en (5).

Met behulp van de formules (3) tot en met (8) hebben we die a_k^- , b_k^- en c_k^- -waarden berekend, waarvan de corresponderende waargenomen a-, b- en c-waarden in tabel I voorkomen. Deze berekende a_k^- , b_k^- en c_k^- -waarden hebben we verzameld in tabel VI op blz. 46. Tabel I en tabel VI kunnen we gemakkelijk met elkaar vergeleken worden, daar de overeenkomstige waarden van beide tabellen op dezelfde plaats in de respectieve tabellen zijn te vinden.

1.4 Formules aangepast aan de constanten der Goodrichkrommen voor $30 \leq k \leq 1800$ als functie van k en de jaarlijkse gang.

Thans is het interval $30 \leq k \leq 1800$ aan de beurt, waarin de waargenomen Goodrichconstanten door formules moeten worden voorgesteld. Deze formules zullen aan enkele algemene voorwaarden moeten voldoen. Zo zal de jaarlijkse gang nul moeten zijn bij $k = 360, 720, 1080$ enz.; verder zal de amplitude van de jaarlijkse gang relatief moeten afnemen met toenemende k ; ook zal de jaarlijkse gang bij toenemende k meer een sinusoïde benaderen.

De eerste voorwaarde zal tot gevolg hebben, dat het interval $30 \leq k \leq 1800$ nog in twee delen moet worden gesplitst, nl. in $30 \leq k \leq 360$ en $360 \leq k \leq 1800$, voor de beschrijving van de jaarlijkse gang. Voor de beschrijving van de afhankelijkheid van k van de a -, b - en c -waarden zal een splitsing van het interval niet nodig zijn.

Wij kunnen ook hierin de bewerking van Hoofddorp weer navolgen. Daarom beginnen we met de a -waarden voor een vaste k -waarde te middelen over alle maanden. Aldus verkrijgen we \bar{a}_k -waarden. Vervolgens leggen we een kromme door deze waargenomen \bar{a}_k -waarden, zo goed als we kunnen. We vinden dan de volgende formule:

$$\bar{a}_k = \left\{ 22,94 - 18,943 \frac{k}{30} + 0,0859 \left(\frac{k}{30} \right)^2 \right\} - 9,76 \cos(k^\circ + 15^\circ) \quad (9)$$

De tweede term van formule (9) is een correctieterm en geldt alleen in het interval $30 \leq k \leq 255$. In tabel VII verzamelen we de waargenomen \bar{a}_k -waarden en die welke we met behulp van (9) kunnen berekenen.

Tabel VII

k	\bar{a}_k (wrg)	\bar{a}_k (ber)
30	- 2,8	- 2,8
60	-17,9	-17,1
90	-29,6	-30,6
180	-87,5	-78,2
360	-172	-192
540	-304	-290
720	-372	-382
1080	-562	-548
1800	-800	-805

De overeenkomst tussen de waargenomen en de berekende \bar{a}_k -waarden mogen we voldoende noemen, zoals uit tabel VII kan worden gelezen.

Hetzelfde procédé, dat voor de a-waarden is uitgevoerd, wordt nu op de b-waarden toegepast. We middelen de b-waarden voor een vaste k over alle maanden van het jaar en door de aldus verkregen \bar{b}_k -waarden leggen we zo goed mogelijk een kromme als functie van k. We vinden de volgende formule:

$$\bar{b}_k = \left\{ 31,53 + 46,146 \frac{k}{30} + 0,039 \left(\frac{k}{30} \right)^2 \right\} - 11,55 \cos k^\circ \quad (10)$$

De tweede term in formule (10) is slechts een correctieterm en is alleen geldig in het interval $30 \leq k \leq 90$.

In tabel VIII verzamelen we de waargenomen \bar{b}_k -waarden en de overeenkomstige met behulp van (10) te berekenen \bar{b}_k -waarden.

Tabel VIII

k	\bar{b}_k (wrg)	\bar{b}_k (ber)
30	67,5	67,7
60	117,8	118,2
90	173,7	170,3
180	313	310
360	612	591
540	855	875
720	1170	1161
1080	1748	1743
1800	2936	2941

Zoals men uit tabel VIII kan zien, bestaat er een goede overeenstemming tussen de waargenomen en de berekende \bar{b}_k -waarden.

Tenslotte bewerken we op dezelfde wijze de c-waarden. We middelen de waarden voor een vaste waarde van k over alle maanden van het jaar en duiden deze gemiddelde c-waarden aan door \bar{c}_k . Deze \bar{c}_k -waarden zijn nu alleen een functie van k en we leggen er een eenvoudige kromme doorheen. In analogie met de bewerking van de \bar{c}_k -waarden in het interval $1 \leq k \leq 30$ vinden we, dat de \bar{c}_k -waarden kunnen worden beschreven met de volgende recurrente betrekking:

$$\left(\frac{k}{30} - \frac{1}{2} \right) \left(\bar{c}_k - \bar{c}_{k+30} \right) = 0,076, \text{ waarbij } \bar{c}_{30} = 0,520 \quad (11)$$

In tabel IX brengen we bij elkaar de waargenomen en de uit formule (11) berekende \bar{c}_k -waarden.

k	\bar{c}_k (wrg)	\bar{c}_k (ber)
30	0,520	0,520
60	0,368	0,368
90	0,322	0,317
180	0,246	0,248
360	0,172	0,188
540	0,148	0,155
720	0,115	0,132
1080	0,100	0,101
1800	0,061	0,061

Over de overeenstemming tussen de waargenomen en berekende \bar{c}_k -waarden kunnen we tevreden zijn.

Thans moet de jaarlijkse gang worden aangebracht in de a_k -, b_k - en de c_k -waarden. De a_k -waarden voor de 12 maanden van het jaar bij vaste k (deze waarden zijn uit tabel II over te nemen) worden aan een harmonische analyse onderworpen; op deze wijze verkrijgen we één grondtoon en 5 boventonen. Zoals we reeds in het begin van deze paragraaf hebben opgemerkt, moeten we thans het interval $30 \leq k \leq 1800$ in twee delen splitsen. We zullen eerst formules ontwerpen voor het interval $30 \leq k \leq 360$ en daarna voor het interval $360 \leq k \leq 1800$. Het eerste stel formules zal logisch en gemakkelijk moeten overgaan in het tweede stel formules bij de grens $k = 360$. Bovendien moeten de overige twee voorwaarden, eveneens in het begin genoemd, in acht worden genomen.

Wat betreft de a -waarden leggen we wederom kwadratische functies in k door de amplitudes en fases van de grondtoon en de boventonen. Voor hogere k -waarden vertonen de amplitudes van de hogere boventonen steeds meer waarden rondom nul, zodat deze kunnen worden weggelaten in de voorstelling. Zo kunnen we de a_k -waarden in het interval $30 \leq k \leq 360$ voorstellen door:

$$\begin{aligned}
 a_k = \bar{a}_k &+ \left\{ -5,23 + 7,568 \frac{k}{30} - 0,1247 \left(\frac{k}{30} \right)^2 \right\} \cos \frac{1}{4} k^\circ \sin (\vartheta + 33^\circ 27') \\
 &+ \left\{ -4,45 + 10,13 \frac{k}{30} - 15,57 \left(\frac{k}{30} \right)^2 \right\} \cos \frac{1}{2} k^\circ \sin (2\vartheta + 100^\circ 38') \quad \text{geldig in } 30 \leq k \leq 180 \\
 &+ 4,6 \sin (k+30) \sin (3\vartheta + 7^\circ 39') \quad \text{geldig in } 30 \leq k \leq 150 \\
 &+ 4,6 \sin 2k^\circ \sin (4\vartheta + 279^\circ 32') \quad \text{geldig in } 30 \leq k \leq 90 \\
 &+ 5,4 \cos 2k^\circ \sin (5\vartheta + 358^\circ 5') \quad \text{geldig in } 30 \leq k \leq 45 \\
 &+ 3,2 \cos 2k^\circ \sin (6\vartheta + 90^\circ) \quad \text{geldig in } 30 \leq k \leq 45
 \end{aligned}$$

Men ziet, dat formule (12) voldoet aan de drie algemene voorwaarden. Zo kunnen we de b_k -waarden als volgt voorstellen:

$$b_k = \bar{b}_k \left[1 - 0,291 \cos \frac{1}{4} k^\circ e^{-\frac{2k}{360}} \sin (\vartheta + 43^\circ 52') + 0,282 \cos \frac{1}{4} k^\circ e^{-\frac{4k}{360}} \sin (2\vartheta + 97^\circ 22') \right] \quad (13)$$

De c_k -waarden kunnen worden weergegeven door:

$$c_k = \bar{c}_k + \left\{ 0,051 - 0,00652 \left(\frac{k}{30} \right) + 0,000286 \left(\frac{k}{30} \right)^2 \right\} \cos \left(\frac{1}{4} k^\circ \right) \sin (\vartheta + 214^\circ 4') \quad (14)$$

Voor de formules (12), (13) en (14) geldt, dat $\vartheta = 0^\circ$ als het midden van het k -daagse tijdvak op 16 januari valt; $\vartheta = 30^\circ$ als het midden op 16 februari valt. In deze formules komen ook voor de grootheden \bar{a}_k , \bar{b}_k en \bar{c}_k ; deze worden bepaald door de formules (9), (10) en (11).

Hieronder volgen nu de formules voor a_k , b_k en c_k in het interval $360 \leq k \leq 1800$. Het is uiteraard niet moeilijk deze formules te ontwerpen, als die uit het interval $30 \leq k \leq 360$ reeds bekend zijn.

$$a_k = \bar{a}_k + \left\{ (-5,23 + 7,568 \left(\frac{k}{30} \right) - 0,1247 \left(\frac{k}{30} \right)^2 \right\} \left| \sin \left(\frac{1}{2} k^\circ \right) \right| \sin (\vartheta + 33^\circ 27') \quad (15)$$

$$b_k = \bar{b}_k \left\{ 1 - 0,291 \sin \left(\frac{1}{2} k^\circ \right) e^{-\frac{1}{2} \frac{k}{360}} \sin (\vartheta + 43^\circ 52') \right\} \quad (16)$$

$$c_k = \bar{c}_k + \left\{ 0,035 - 0,0005 \left(\frac{k}{30} \right) \right\} \left| \sin \left(\frac{1}{2} k^\circ \right) \right| \sin (\vartheta + 214^\circ 4') \quad (17)$$

In de formules (15), (16) en (17) komen de grootheden \bar{a}_k , \bar{b}_k en \bar{c}_k voor; deze grootheden worden gegeven door de formules (9), (10) en (11). Ook hier geldt weer, dat $\vartheta = 0^\circ$ als het midden van het k -daagse tijdvak op 16 januari valt.

Uit (15), (16) en (17) concluderen we, dat de jaarlijkse gang in a_k , b_k en c_k door een enkele sinusvorm kan worden weergegeven. Dit komt door het feit, dat met toenemende lengte van het k -daagse tijdvak de gladstrijkende werking van de lengte van het k -daagse tijdvak toeneemt.

Met behulp van de formules (9) tot en met (17) hebben we die a_k^- , b_k^- en c_k^- -waarden berekend, waarvan de corresponderende waargenomen a^- , b^- en c^- -waarden in tabel II voorkomen. Deze berekende a_k^- , b_k^- en c_k^- -waarden hebben we verzameld in tabel X op blz. 47. Tabel II en Tabel X kunnen nu gemakkelijk met elkaar vergeleken worden, daar de overeenkomstige waarden van beide tabellen op dezelfde plaats in de respectieve tabellen te vinden zijn.

1.5 Toetsing van de in 1.3 en 1.4 genoemde formules

In § 1.3 en 1.4 hebben we formules gegeven, waarmee in feite de zg. waargenomen Goodrichkrommen in een systeem zijn bijeengebracht. Door de procedure van het in een systeem onderbrengen van de waargenomen Goodrichkrommen is aan deze laatste geweld aangedaan, terwijl door het aanpassen van Goodrichkrommen, d.w.z. de waargenomen Goodrichkrommen, aan de waargenomen cumulatieve frequentieverdelingen uit het frequentieboek Winterswijk ook aan dit oorspronkelijke materiaal geweld is aangedaan. We zullen dus moeten nagaan of de Goodrichkrommen, waarvan de constanten door de formules in § 1.3 en 1.4 zijn gegeven, ieder voor zich nog een voldoende goede benadering zijn van de corresponderende waargenomen verdelingen.

Dit onderzoek naar de nauwkeurigheid van aanpassing zullen we eerst ondernemen voor het interval $1 \leq k \leq 30$. Daar het teveel werk zou geven om alle 96 verdelingen in dit interval te toetsen, zullen we voor elke k -waarde een maand kiezen, welke we ook bij de toetsing van de Goodrichkrommen ten behoeve van Hoofddorp hebben gekozen: $k=1$, juli; $k=2$, maart; $k=3$, oktober; $k=5$, februari; $k=7$, september; $k=10$, december; $k=15$, augustus en $k=30$, april.

De toetsing zal geschieden met de χ^2 -toets, waarvoor we de berekende en de waargenomen distributieve verdelingen niet in procenten maar in aantallen nodig hebben. We zetten de waargenomen aantallen van kolom III van het frequentieboek Winterswijk uit op millimeterpapier tegen 0,1,2,3 enz. millimeter neerslag. Daarna trekken we door de uitgezette punten een vloeiende kromme (G). Vervolgens wordt met behulp van de constanten van de corresponderende berekende Goodrichkromme deze kromme op zg. Goodrichpapier getrokken. Vervolgens lezen we van deze getrokken Goodrichkromme, welke we de theoretische kromme T noemen, bij 0,1,2,3 enz. millimeter neerslag de W in procenten af. Daarna zetten we de cumulatieve procenten om in distributieve aantallen.

Op de distributieve aantallen van G en T wordt de χ^2 -toets toegepast, waarbij T als theoretische kromme wordt beschouwd. Indien bij dit toetsingsproces het aantal punten in een interval kleiner dan 6 is, dan nemen we twee of meer intervallen van 1 mm neerslag bij elkaar tot we weer 6 of meer punten hebben.

Het aantal graden van vrijheid ν , waarover we beschikken bij deze toetsing, is nu niet gelijk aan $N-3$, waarbij N is het aantal gebruikte intervallen en 3 het aantal Goodrichconstanten. Immers, we hebben een vloeiende kromme gelegd door de aantallen waargenomen punten. Daar we de aantallen volgende uit die vloeiende kromme bij de toetsing hebben gebruikt in plaats van de aantallen uit kolom III (zoals boven vermeld) moeten we nog 9 vrijheidsgraden extra aftrekken; dus nu is $\nu=N-13$. Dit procédé van toetsing volgen we voor $k=1,2,3,5,7,10$ en 15. De reden, waarom we een dergelijk procédé volgen, staat vermeld in [1, p.55 e.v.].

Voor $k=30$ toetsen we op gewone wijze de waargenomen distributieve aantallen, vermeld in kolom III van het frequentieboek Winterswijk, tegen de distributieve aantallen verkregen uit de berekende Goodrichkromme, welke kromme wij als de theoretische beschouwen. Het aantal vrijheidsgraden ν is nu gelijk aan $N-4$.

In tabel XI brengen wij bijeen de resultaten van de bovengenoemde toetsingen.

Tabel XI

k	maand	$0 \leq h \leq \infty$				$1 \leq h \leq \infty$				$2 \leq h \leq \infty$			
		N	ν	χ^2	P	N	ν	χ^2	P	N	ν	χ^2	P
1	jul	33	20	77,72	<0,0001	32	19	69,93	<0,0001	31	18	58,83	<0,0001
2	mrt	30	17	100,55	<<0,0001	29	16	87,69	<<0,0001	28	15	47,68	<0,0001
3	okt	43	30	30,28	0,48	42	29	23,01	0,84	41	28	20,76	0,87
5	feb	44	31	35,42	0,28	43	30	22,95	0,81	42	29	18,99	0,92
7	sep	61	48	37,99	0,83	60	47	36,71	0,84	59	56	23,77	0,992
10	dec	64	51	37,84	0,90	63	50	20,85	0,9998	62	49	20,83	0,9993
15	aug	93	80	32,14	>0,9999	92	79	19,73	>0,9999	91	78	17,65	>0,9999
30	apr	12	8	46,38	<<0,0001	12	8	41,99	<<0,0001	12	8	41,99	<<0,0001
simultaan		286	398,32	0,0001		279	322,86	0,04		272	250,50	0,82	

Uit tabel XI lezen we, dat de χ^2 -toets voor elk van de 8 gevallen is uitgevoerd voor 3 verschillende intervallen van de hoeveelheid neerslag h in mm.

Deze 3 intervallen zijn $0 \leq h \leq \infty$, $1 \leq h \leq \infty$ en $2 \leq h \leq \infty$. In deze 3 intervallen is de χ^2 -toets niet alleen individueel op elk geval toegepast, maar ook simultaan op alle 8 gevallen. Het belangrijkste is natuurlijk de simultane toetsing. Het resultaat daarvan is dat in het interval $0 \leq h \leq \infty$ de overschrijdingskans $P = 0,0001$; d.w.z. de veronderstelling, dat de formules (3), (4), (5), (6), (7) en (8) de waargenomen cumulatieve verdelingen goed voorstellen, verworpen moet worden. In het interval $1 \leq h \leq \infty$ is het resultaat, dat de overschrijdingskans $P=0,04$; d.w.z. volgens afspraak is de veronderstelling, dat de genoemde formules de waargenomen cumulatieve verdelingen goed voorstellen, dubieus is. Daarentegen in het interval $2 \leq h \leq \infty$ blijkt $P=0,82$; dus vanaf $h=2$ mm mogen we aannemen, dat de formules (3), (4), (5), (6), (7) en (8) geldend voor het interval $1 \leq k \leq 30$ de waargenomen cumulatieve verdelingen goed voorstellen.

Thans zullen we de nauwkeurigheid van aanpassing nagaan voor het interval $30 \leq k \leq 1800$. We kiezen voor elke k -waarde, welke in het frequentieboek vertegenwoordigd is door frequentieverdelingen, twee maanden, indien voor deze k -waarde een jaarlijkse gang in de verdelingen aanwezig is en slechts één maand, als de waargenomen verdelingen voor die bewuste k -waarde geen jaarlijkse gang vertoont; de k -waarde 1800 is niet getoetst. Zo zijn 13 gevallen getoetst: $k=30$, februari en oktober; $k=60$, maart en december; $k=90$, juni en september; $k=180$, maart en september; $k=360$, januari; $k=540$, oktober en april; $k=720$, januari; $k=1080$, januari. Deze opgave moet zo worden verstaan, dat het midden van het k -daagse tijdvak valt op de 16e van de bij die k -waarde genoemde maand of maanden. De voor de toetsing benodigde Goodrichconstanten kunnen we gemakkelijk uit tabel X overnemen, terwijl de toetsing met de χ^2 -toets zal geschieden.

Om de χ^2 -toets te kunnen toepassen moeten we zowel van de waargenomen verdeling als van de theoretische Goodrichkromme T over distributieve aantallen beschikken. Daar we bij de uitgekozen gevallen over ten hoogste 73 punten en ten minste over 71 punten beschikken, kunnen we voor alle gevallen 12 intervallen formeren; dus $N=12$. Het aantal vrijheidsgraden ν is dus steeds 8. De resultaten van de toetsing zijn verzameld in tabel XII.

Tabel XII

k	centrale maand	N	v	χ^2	P
30	feb	12	8	9,50	0,30
30	okt	12	8	5,73	0,68
60	mrt	12	8	19,89	0,01
60	dec	12	8	5,33	0,72
90	jun	12	8	10,36	0,09
90	sep	12	8	5,19	0,74
180	mrt	12	8	5,98	0,65
180	sep	12	8	8,52	0,39
360	jan	12	8	3,76	0,88
540	okt	12	8	13,35	0,10
540	apr	12	8	8,85	0,36
720	jan	12	8	7,88	0,44
1080	jan	12	8	4,24	0,87
Simultaan			104	107,58	0,40

Het resultaat van de simultane toetsing, welke in tabel XII vermeld staat toont, dat de overschrijdingskans P is 0,40. Dit betekent, dat de veronderstelling, dat met de formules (9) tot en met (17) verdelingen kunnen worden gemaakt, welke de waargenomen cumulatieve frequentieverdelingen van Winterswijk in het interval $30 \leq k \leq 1800$ goed voorstellen, niet behoeft te worden verworpen.

2.0 Aanpassing van Poissonverdelingen

Bij de bewerking van Hoofddorp werd gebruik gemaakt van Poissonverdelingen om de waargenomen cumulatieve frequentieverdelingen voor te stellen. Hierbij werd uitgegaan van de gedachte, dat de jaarsommen van de neerslag voor elk station in Nederland in goede benadering normaal verdeeld zijn. Dat deze gedachte juist is blijkt ook o.a. uit fig. 2. Op lineair gauszpapier hebben we de cumulatieve frequentieverdeling van $k=360$ beginnende 1 juli van Winterswijk uitgezet. Door de uitgezette punten kon gemakkelijk op het oog een rechte lijn worden getrokken; we kunnen dus zeggen, dat de distributieve verdeling van de jaarlijkse neerslagsommen op het oog niet significant afwijkt van de normale verdeling.

De gemiddelde hoeveelheid neerslag per jaar bedraagt 735,0 mm= \bar{h} ; deze grootte is berekend uit 83 waarnemingsjaren. Als we $N=83$ stellen en als we $N\bar{h}=83 \times 735,0$ mm neerslag verdelen in n neerslag-

hoeveelheden van elk q mm, zodat $nq = N\bar{h}$, dan moeten we de cumulatieve frequentieverdeling van de 360-daagse neerslagsommen van Winterswijk kunnen nabootsen door deze n neerslaghoeveelheden of neerslagkwanta op willekeurige wijze over de N waarnemingsjaren uit te strooien.

We nemen nu aan, dat elk kwant een kans $1/N$ heeft om in elk willekeurig jaar te vallen, onafhankelijk van het aantal reeds daarin aanwezige neerslagkwanta. Als we dit verder uitwerken, dan blijkt de relatieve overschrijdingsfrequentie de welbekende cumulatieve binomiale verdeling te zijn:

$$W(\geq s) = \sum_{j=s}^n \binom{n}{j} \left(\frac{1}{N}\right)^j \left(1 - \frac{1}{N}\right)^{n-j} \quad (18)$$

waarbij $0 \leq s \leq n$ en s een geheel getal is.

Formule (18) betekent ook, dat het gemiddeld aantal jaren bevattende 5 of meer kwanta (dus met $\geq 5q$ mm neerslag), gegeven wordt door NW , als we vele malen n kwanta willekeurig uitstrooien over N jaren. We laten nu $N \rightarrow \infty$, d.w.z. we gaan over naar het universum. Als we nu aannemen, dat de verhouding n/N gelijk aan een constante α wordt, dan nadert ook $n \rightarrow \infty$. In dat geval gaat formule (18) over in de cumulatieve Poissonverdeling:

$$W(\geq s) = \sum_{j=s}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!} \quad (19)$$

waarbij
$$\sum_{j=0}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!} = 1$$

In formule (19) is α het gemiddeld aantal neerslagkwanta per jaar. De distributieve Poissonverdeling is ook gemakkelijk uit (19) af te leiden:

$$w(j) = e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!} \quad (20)$$

Deze verdeling heeft enkele eigenschappen, waarmede we een relatie tussen α en q kunnen leggen. Het eerste moment van deze verdeling $\sum_{j=0}^{\infty} j w(j) = \bar{j} = \alpha$ en het tweede moment $\bar{j}^2 =$

$$\sum_{j=0}^{\infty} j^2 w(j) = \alpha^2 + \alpha.$$

Dan is $\sigma_j^2 = \bar{j}^2 - \bar{j}^2 = \alpha$

We meten echter \bar{j} niet, maar \bar{h} in mm; \bar{j} is uitgedrukt in Poissoneenheden. Dus $\bar{j} \times$ de Poissoneenheid in mm = \bar{h} of $\bar{j} \times q = \bar{h}$. Daar $\bar{j} = \alpha$, geldt in mm neerslag $\alpha q = \bar{h}$ (21)

Zo is ook σ_j^2 in Poissoneenheden $\times q^2 = \sigma^2 = \overline{h^2} - \bar{h}^2$ in mm^2 .

Eveneens is $\sigma_j^2 q^2 = \alpha q^2 = \sigma^2$.

We vinden dus de tweede betrekking in mm neerslag:

$$q = \sigma^2 / \bar{h} \quad (22)$$

Gemiddeld over 73 jaar is $\bar{h} = 735,0$ mm, terwijl de variantie $^2 11607 \text{ mm}^2$ bedraagt. Hiermede berekenen we gemakkelijk q en α volgens de formules (21) en (22) : $q = 15,79$ mm en $\alpha = 46,55$.

In fig. 3 is weergegeven een nomogram van de cumulatieve Poissonverdeling (zie formule(19)). Hierin zoeken we voor $\alpha = 46,55$ de waarden van W op voor verschillende waarden van s . In Tabel XIII hebben we deze waarden naast elkaar gezet in de eerste twee kolommen.

Een cumulatieve Poissonverdeling, zoals deze in (19) is voorgesteld, zetten we op grafiekpapier uit als een reeks punten:

$$\left\{ \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!} ; q \text{ mm} \right\} \quad \text{1e punt}$$

$$\left\{ \sum_{j=2}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!} ; 2q \text{ mm} \right\} \quad \text{2e punt}$$

$$\left\{ \sum_{j=3}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!} ; 3q \text{ mm} \right\} \quad \text{3e punt}$$

enz.

Tabel XIII

s	W	aantal mm
25	0,9997	387
30	0,995	466
35	0,965	545
40	0,845	624
45	0,59	703
50	0,30	782
55	0,11	861
60	0,03	940
65	0,006	1018
70	0,0007	1097

We moeten ons nu enigszins los maken van het beeld van neerslagkwanta en meer denken aan de cumulatieve Poissonverdeling als een voorstelling van de waargenomen verdeling. Immers de neerslag valt niet bij q mm tegelijk maar slechts bij druppels, zodat ook alle neerslaghoeveelheden tussen 0 en q mm verwacht kunnen worden. De ordinaat van het eerste punt zetten we daarom niet bij q mm uit, maar bij $\frac{1}{2} q$ mm; de ordinaat van het tweede punt niet bij $2q$ mm, maar bij $\frac{3}{2} q$ mm, enz. We zetten dus op het grafiekpapier voor $s = 1$ uit:

$$\begin{aligned} & \left\{ \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}; \frac{1}{2} q \text{ mm} \right\} \\ \text{voor } s = 2 & \left\{ \sum_{j=2}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}; \frac{3}{2} q \text{ mm} \right\} \\ \text{voor } s = 3 & \left\{ \sum_{j=3}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}; \frac{5}{2} q \text{ mm} \right\} \end{aligned} \quad \text{enz.}$$

Op deze wijze zetten we in fig. 2 de punten van tabel XIII uit, welke aldaar als een holle stip zijn aangegeven. $s=25$ bij $W=0,9997$ en $24\frac{1}{2} \times 15,79=387$ mm; $s=30$ bij $W = 0,995$ en $29\frac{1}{2} \times 15,79 = 466$ mm. In de derde kolom van tabel XIII hebben we de overeenkomstige aantallen mm neerslag bijgevoegd. In fig. 2 zien we, dat de uitgezette cumulatieve Poissonverdeling zich goed bij de punten van de waargenomen verdeling aanpast.

Bij de bewerking van Hoofddorp hebben we proberenderwijze de waarde van α gevonden en daarmee lag q vast door betrekking (21). De cumulatieve Poissonverdeling werd bij die bewerking dus gekarakteriseerd door slechts één constante. Bij de bewerking van Winterswijk maken we gebruik van de waarden van \bar{h} en $\overline{h^2}$ van de waargenomen verdeling voor $k = 360$ om α en q te berekenen. Hier wordt dus de Poissonverdeling door twee constanten bepaald.

2.1 Aanpassingsmethode met Poissonverdelingen voor $30 \leq k \leq 1800$.

In § 3.2.1 van de bewerking van Hoofddorp [1, blz. 42] hebben we laten zien, dat, als het k -daagse tijdvak twee keer zo groot wordt, de waargenomen cumulatieve verdeling kan worden aangepast door een cumulatieve Poissonverdeling met een tweemaal zo grote α , maar met een q -waarde, welke bepaald wordt uit $\alpha q = \bar{h}$. Meer algemeen hebben we aldaar het verband tussen α en k aangegeven in het interval $30 \leq k \leq 1800$:

$$\alpha_k = \alpha_{360} \frac{k}{360} \quad (23)$$

terwijl q_k bepaald wordt door formule (21): $\alpha q_k = \bar{h}$, waarbij \bar{h} is de gemiddelde hoeveelheid neerslag in het beschouwde k-daagse tijdvak. \bar{h} is dus afhankelijk van k, maar ook van de jaarlijkse gang. Hieruit volgt, dat α_k uit formule (23) onafhankelijk van de jaarlijkse gang is; deze gang komt dus alleen in q_k tot uiting en wel impliciet.

Daar we bij de bewerking van Hoofddorp met deze opzet goede benaderingen van de waargenomen verdelingen verkregen, zullen we dit procédé ook voor de bewerking van Winterswijk aanhouden. De toetsing zal moeten uitmaken of we hiertoe gerechtigd waren.

2.2 Aanpassingsmethode met Poissonverdelingen voor $1 \leq k \leq 30$.

In de aanpassingsmethode met Poissonverdelingen in het interval $1 \leq k \leq 30$ aan de waargenomen cumulatieve verdelingen van Hoofddorp hebben we een voorbeeld om na te volgen zonder eerst nog andere methodes te beproeven. Deze methode blijkt uit fig. 4. In deze figuur is in de coördinaten h (=neerslaghoeveelheden in mm) en W (=cumulatief overschrijdende waarschijnlijkheid in een gauz-schaal) de cumulatieve frequentieverdeling van de ééndaagse neerslagsommen in de maand juni te Winterswijk uitgezet en aangeduid met stippen. Het eerste punt van de verdeling ligt bij 0,447; d.w.z. het tweede punt van de cumulatieve verdeling ($1 - e^{-\alpha}$) ligt aan het einde van de nulbezetting. Dus $1 - e^{-\alpha} = 0,447$ of $\alpha = 0,592$. Nu moet q nog worden bepaald. Met behulp van fig. 3 zoeken we W voor het tweede en derde punt voor $\alpha = 0,59$. Bij deze twee W-waarden lezen we in fig. 4 op de kromme met stippen de h-waarden af. De eerste h-waarde wordt gesteld gelijk $\frac{1}{2} q$ mm en de tweede gelijk $\frac{3}{2} q$ mm. Zo vinden we een goede aanpassing met de waarde van $q = 12,04$ mm. Deze aanpassing ($\alpha = 0,59$; $q = 12,04$ mm) is in fig. 4 als een gestreepte lijn uitgezet. De streeplijn is op het oog een goede aanpassing aan de waargenomen verdeling.

Ditzelfde procédé wordt op de overige 11 ééndaagse frequentiekrommen toegepast en eveneens op alle overige frequentieverdelingen voor $k = 2, 3, 5, 7, 10, 15, 30$ en voor alle maanden van het jaar. Het resultaat van dit procédé is 96 waargenomen α -waarden en 96 waargenomen q-waarden, welke we alle in tabel XIV hebben bijeengebracht tezamen met de corresponderende \bar{k} -waarden.

Bij beschouwing van tabel XIV vallen enkele eigenschappen van α - en q-waarden op:

- 1e. voor een vaste maand neemt α toe met k; α vertoont een jaarlijkse gang voor een vaste k; het minimum van α loopt

van juni voor $k = 1$ terug tot maart voor $k = 30$; het maximum ligt voor lage k -waarden in november, doch bij hogere k -waarden in juli.

2. q neemt voor een vaste maand over het algemeen iets toe met k , q vertoont een jaarlijkse gang; het minimum valt in de maanden maart-april en het maximum in de maanden juli-augustus.

- 3e. $\alpha_k q_k > \bar{h}_k$; $\alpha q - \bar{h}$ neemt af met toenemende k .

Nu moeten we de waargenomen α - en q -waarden uit tabel XIV in formules onderbrengen als functie van k en de jaarlijkse gang. We beginnen met de q -waarden voor vaste k te middelen over alle maanden van het jaar en verkrijgen aldus \bar{q}_k -waarden, welke alleen een functie van k zijn. Door de \bar{q}_k -waarden leggen we een kwadratische kromme en bepalen de coëfficiënten met behulp van de methode van de kleinste kwadraten. We bepalen aldus de volgende formule:

$$\bar{q}_k = 8,05 + 0,233k - 0,00334k^2 \quad (24)$$

Met behulp van formule (24) werd \bar{q}_k berekend voor verschillende k -waarden. In tabel XV brengen we bijeen de aldus berekende \bar{q}_k -waarden en de corresponderende waargenomen \bar{q}_k -waarden.

Tabel XV

k	\bar{q}_k (wrg)	\bar{q}_k (ber)	$h(\alpha, q)/\bar{h}$ (wrg)	$h(\alpha, q)/\bar{h}$ (ber)
1	8,17	8,28	3,02	3,09
2	8,53	8,50	2,32	2,33
3	8,72	8,72	2,02	2,02
5	9,38	9,13	1,78	1,73
7	9,34	9,52	1,60	1,59
10	10,06	10,04	1,47	1,47
15	10,77	10,79	1,36	1,36
30	12,04	12,09	1,22	1,23

Uit tabel XIV blijkt, dat de waargenomen en de uit (24) berekende \bar{q}_k -waarden goed overeenstemmen.

Als we nu de α -waarden telkens voor een vaste k -waarde middelen over alle maanden van het jaar, dan krijgen we grootheden, welke door α_k aangeduid kunnen worden en alleen van k afhangen.

Indien we nu deze $\bar{\alpha}_k$ -waarden vermenigvuldigen met de overeenkomstige \bar{q}_k -waarden, dan krijgen we een reeks $\bar{\alpha}_k \bar{q}_k = h(\alpha, q)$ -waarden, welke steeds groter zijn dan de overeenkomstige \bar{h}_k -waarden (dus gemiddeld over alle 12 maanden). We hebben een eenvoudig verband opgespoord tussen $h(\alpha, q)$ en \bar{h}_k als functie van k natuurlijk. Dit verband luidt:

$$h(\alpha, q) = (1 + 2,09 k^{-0,65}) \bar{h}_k \quad (25)$$

waarbij \bar{h}_k is de hoeveelheid neerslag in k dagen gemiddeld over vele jaren en over het jaar. Met behulp van formule (25) hebben we $h(\alpha, q)$ voor verschillende waarden van k berekend en deze waarden met de overeenkomstige waargenomen waarden in tabel XIV ondergebracht (4e en 5e kolom). De overeenstemming tussen waarneming en berekening is treffend. Met formule (25) berekenen we gemakkelijk $\bar{\alpha}_k$:

$$\bar{\alpha}_k = h(\alpha, q) / \bar{q}_k \quad (26)$$

Nu moeten we de jaarlijkse gang in de q_k - en α_k -waarden aanbrengen. Daarvoor worden eerst telkens voor een vaste k -waarde de q_k -waarden voor alle maanden van het jaar aan een harmonische analyse onderworpen. De eerste sinusterm blijkt telkens verre te overheersen. Door de amplitudes en door de fasehoeken van de de jaarlijkse gang leggen we een kromme, welke kwadratisch is in k . De constanten worden met de methode van de kleinste kwadraten bepaald. Zo komen we dan tot formule:

$$q_k = \bar{q}_k - (2,08 - 0,1716k + 0,00411k^2) \sin(\vartheta + 95,74 - 5,082k + 0,1189k^2) \quad (27)$$

waarbij \bar{q}_k bepaald wordt door formule (24).

We hebben q_k berekend voor verschillende waarden van k als functie van ϑ . Deze berekende uitdrukkingen zijn met de overeenkomstige waargenomen uitdrukkingen verzameld in tabel XV.

Tabel XV

k	q_k (waargenomen)	q_k (berekend)
1	$\bar{q}_1 + 2,45 \sin (\vartheta + 276^\circ 19')$	$\bar{q}_1 + 1,92 \sin (\vartheta + 270^\circ 46')$
2	$\bar{q}_2 + 1,70 \sin (\vartheta + 257^\circ 46')$	$\bar{q}_2 + 1,76 \sin (\vartheta + 266^\circ 03')$
3	$\bar{q}_3 + 1,18 \sin (\vartheta + 258^\circ 19')$	$\bar{q}_3 + 1,61 \sin (\vartheta + 261^\circ 34')$
5	$\bar{q}_5 + 1,10 \sin (\vartheta + 265^\circ 19')$	$\bar{q}_5 + 1,33 \sin (\vartheta + 253^\circ 18')$
7	$\bar{q}_7 + 0,89 \sin (\vartheta + 244^\circ 36')$	$\bar{q}_7 + 1,08 \sin (\vartheta + 245^\circ 49')$
10	$\bar{q}_{10} + 1,11 \sin (\vartheta + 229^\circ 1')$	$\bar{q}_{10} + 0,78 \sin (\vartheta + 236^\circ 48')$
15	$\bar{q}_{15} + 0,50 \sin (\vartheta + 229^\circ 50')$	$\bar{q}_{15} + 0,43 \sin (\vartheta + 226^\circ 15')$
30	$\bar{q}_{30} + 0,60 \sin (\vartheta + 229^\circ 43')$	$\bar{q}_{30} + 0,63 \sin (\vartheta + 230^\circ 22')$

Voor formule (27) en tabel XV geldt weer, dat $\vartheta = 0^\circ$ als het midden van het k-daagse tijdvak op 16 januari valt. Is met $k = 1$ bedoeld een gemiddelde dag uit de maand januari, dan is ook $\vartheta = 0^\circ$.

De overeenkomst tussen de waarneming en de berekening van q_k als functie van ϑ is op het oog redelijk goed te noemen. Dezelfde procedure wordt nu toegepast op de α_k -waarden, zodat we tot de volgende formule geraken:

$$\alpha_k = \bar{\alpha}_k + (0,08 + 0,0211k + 0,000115k^2) \sin(\vartheta + 125,77 + 11,151k - 0,2751k^2), \quad (28)$$

waarbij $\bar{\alpha}_k$ bepaald wordt door formule (26).

We hebben α_k berekend voor verschillende waarden van k als functie van ϑ . Deze berekende uitdrukkingen zijn met de waargenomen dito's bijeengebracht in tabel XVI.

Tabel XVI

k	α_k (waargenomen)	α_k (berekend)
1	$\bar{\alpha}_1 + 0,15 \sin (\vartheta + 139^\circ 43')$	$\bar{\alpha}_1 + 0,10 \sin (\vartheta + 136^\circ 39')$
2	$\bar{\alpha}_2 + 0,15 \sin (\vartheta + 139^\circ 11')$	$\bar{\alpha}_2 + 0,12 \sin (\vartheta + 146^\circ 59')$
3	$\bar{\alpha}_3 + 0,10 \sin (\vartheta + 180^\circ)$	$\bar{\alpha}_3 + 0,15 \sin (\vartheta + 156^\circ 45')$
5	$\bar{\alpha}_5 + 0,21 \sin (\vartheta + 163^\circ 18')$	$\bar{\alpha}_5 + 0,19 \sin (\vartheta + 174^\circ 39')$
7	$\bar{\alpha}_7 + 0,17 \sin (\vartheta + 205^\circ 1')$	$\bar{\alpha}_7 + 0,24 \sin (\vartheta + 190^\circ 21')$
10	$\bar{\alpha}_{10} + 0,20 \sin (\vartheta + 229^\circ 5')$	$\bar{\alpha}_{10} + 0,30 \sin (\vartheta + 209^\circ 46')$
15	$\bar{\alpha}_{15} + 0,58 \sin (\vartheta + 206^\circ 34')$	$\bar{\alpha}_{15} + 0,42 \sin (\vartheta + 231^\circ 08')$
30	$\bar{\alpha}_{30} + 0,79 \sin (\vartheta + 216^\circ 18')$	$\bar{\alpha}_{30} + 0,82 \sin (\vartheta + 212^\circ 43')$

Voor formule (28) en tabel XVI geldt dat, als het midden van het k-daagse tijdvak op 16 februari valt, $\vartheta = 30^\circ$ is.

Is met $k=1$ een gemiddelde dag in februari bedoeld, hetgeen veelal het geval zal zijn, dan mogen we ook $\vartheta=30^\circ$ stellen. De overeenkomst tussen de waarneming en berekening in tabel XVI is redelijk goed te noemen.

Tenslotte hebben we de α_k - en q_k -waarden berekend volgens de formules (24) tot en met (28) voor $k = 1, 2, 3, 5, 7, 10, 15$ en 30 en voor alle maanden van het jaar. Deze berekende waarden zijn tezamen met de corresponderende h_k -waarden in tabel XVII op blz. 49 verzameld. Deze tabel is het pendant van tabel XIV, zodat we nu gemakkelijk de waargenomen en de overeenkomstige berekende α - en q -waarden kunnen vergelijken.

Het uitzetten van de cumulatieve Poissonverdelingen in het interval $1 \leq k \leq 30$ geschiedt enigszins anders dan dit gebeurt voor het interval $30 \leq k \leq 1800$.

De punten worden als volgt uitgezet:

Het eerste punt bij $\left\{ \sum_{j=0}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}; 0 \text{ mm} \right\};$

Het tweede punt bij $\left\{ \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}; 0 \text{ mm} \right\};$

Het derde punt bij $\left\{ \sum_{j=2}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}; \frac{1}{2} q \text{ mm} \right\};$

Het vierde punt bij $\left\{ \sum_{j=3}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}; \frac{3}{2} q \text{ mm} \right\};$

enz.

2.3 Toetsing van de in 2.1 en 2.2 genoemde aanpassingsmethodes in de intervallen $1 \leq k \leq 30$ en $30 \leq k \leq 1800$.

In de vorige paragraaf hebben we formules ontwikkeld, waarmee constanten kunnen worden berekend voor Poissonverdelingen. Of de aldus berekende Poissonverdelingen ieder apart voldoende goede benaderingen zijn voor de corresponderende waargenomen verdelingen moet nog onderzocht worden. Dit onderzoek naar de nauwkeurigheid van aanpassing zullen we eerst ondernemen voor het interval $1 \leq k \leq 30$. Het toetsen van alle 96 verdelingen in dit interval zou te veel werk vorderen, zodat we een keuze zullen maken. We kiezen dezelfde gevallen als we gekozen hebben voor de toetsing van de Goodrichkrommen in dit interval; te weten: $k=1$, juli; $k=2$, maart; $k=3$, oktober; $k=5$, februari; $k=7$, september; $k=10$, december; $k=15$, augustus en $k=30$, april.

De toetsing zal geschieden met de χ^2 -toets, waarvoor we de berekende en de waargenomen distributieve aantallen nodig hebben. De waargenomen distributieve aantallen per millimeter neerslag worden ontleend aan kolom III van het frequentieboek Winterswijk en uitgezet op grafiekpapier tegen 0,1,2,3 enz. millimeter neerslag. Daarna trekken we door de uitgezette punten een vloeiende kromme (G). Vervolgens worden met behulp van de constanten van de corresponderende berekende Poissonverdelingen deze krommen uitgezet op lineair gauzpapier. Hierna lezen we van deze getrokken Poissonverdeling, de theoretische kromme T genaamd, bij 0,1,2,3 enz. millimeter neerslag de W in procenten af. Tenslotte zetten we de cumulatieve procenten om in distributieve aantallen.

Op de distributieve aantallen van G en T wordt de χ^2 -toets toegepast, waarbij T als de theoretische kromme wordt beschouwd. Als bij het toetsen het aantal punten in een interval van 1 mm neerslag beneden 6 komt, dan nemen we 2,3 of zo nodig meer millimeters neerslag tot één interval bij elkaar, tot we weer 6 of meer punten in één interval hebben.

Het aantal vrijheidsgraden ν , waarover we bij deze toetsing beschikken, is voor $k=1,2,3,5,7,10$ en 15 gelijk aan $N-12$. Zie voor de bewijsvoering hiervan naar het bovenstaande in 1.5.p.16.

Voor $k=30$ toetsen we op de gewone wijze; het aantal vrijheidsgraden $\nu = N-3$. In tabel XVIII verzamelen we de resultaten van de 8 individuele toetsingen en wel voor drie intervallen, nl. $0 \leq h < \infty$; $1 \leq h < \infty$ en $2 \leq h < \infty$. Bovendien hebben we de 8 gevallen in elk interval simultaan getoetst.

Tabel XVIII

k	maand	$0 \leq h < \infty$				$1 \leq h < \infty$				$2 \leq h < \infty$			
		N	ν	χ^2	P	N	ν	χ^2	P	N	ν	χ^2	P
1	jul	29	17	20,51	0,25	27	15	12,76	0,70	26	14	12,11	0,58
2	mrt	26	14	10,80	0,70	24	12	8,31	0,76	23	11	7,78	0,72
3	okt	40	28	242,60	$\ll 0,0001$	38	26	32,08	0,18	37	25	31,92	0,17
5	feb	38	26	66,89	$\ll 0,0001$	36	24	35,61	0,07	35	23	35,61	0,045
7	sep	59	47	82,75	0,001	57	45	41,82	0,63	56	44	40,36	0,65
10	dec	64	52	77,12	0,012	62	50	50,20	0,50	61	49	50,18	0,42
15	aug	87	75	49,34	0,989	85	73	49,07	0,984	84	72	47,84	0,984
30	apr	12	9	20,36	0,015	12	9	20,36	0,015	12	9	20,36	0,015
Simultaan		268	570,37	$\ll 0,0001$		254	250,26	0,57		247	246,16	0,52	

Het belangrijkste resultaat in tabel XVII is dat van de simultane toetsing. In het eerste interval, dat van $0 \leq h \leq \infty$, is de overschrijdingskans $P \ll 0,0001$; d.w.z. de veronderstelling, dat de berekende Poissonverdelingen goede benaderingen zijn voor de corresponderende waargenomen verdelingen over het gehele interval $0 \leq h \leq \infty$, moet worden verworpen. In het tweede en in het derde interval, respectievelijk $1 \leq h \leq \infty$, en $2 \leq h \leq \infty$, zijn de overschrijdingskansen respectievelijk 0,57 en 0,52. Dit betekent dat de veronderstelling, dat de berekende Poissonverdelingen vanaf 1 mm neerslag goede benaderingen zijn van de overeenkomstige waargenomen verdelingen, niet verworpen behoeft te worden.

Thans zullen we de nauwkeurigheid van aanpassing nagaan voor het interval $30 \leq k \leq 1800$. Ook in dit interval maken wij een keuze uit alle gevallen, nl. $k=30$, aanvang 1 feb en 1 okt; $k=60$, aanvang 1 mrt en 1 dec; $k=90$, aanvang 1 mei en 1 aug; $k=180$, aanvang 1 jan en 1 jul; $k=360$, aanvang 1 jan; $k=540$, aanvang 1 jan en 1 jul; $k=27$, aanvang 1 jan; $k=1080$, aanvang 1 jan. Het toetsingsprocédé, dat in 1.5 is beschreven, wordt ook hier toegepast. Het enigste verschil is het aantal vrijheidsgraden; dit is hier $\nu = N - 3$ oftewel 9 vrijheidsgraden. De resultaten van de individuele toetsingen en van de simultane toetsing zijn bijeengebracht in tabel XIX.

Tabel XIX

k	aanvang 1e v.d. maand	N	ν	χ^2	P
30	februari	12	9	12,36	0,20
30	oktober	12	9	7,89	0,54
60	maart	12	9	13,48	0,14
60	december	12	9	4,40	0,88
90	mei	12	9	8,84	0,46
90	augustus	12	9	6,52	0,68
180	januari	12	9	5,41	0,79
180	juli	12	9	13,22	0,15
360	januari	12	9	10,49	0,31
540	januari	12	9	13,23	0,15
540	juli	12	9	9,15	0,42
720	januari	12	9	17,95	0,036
1080	januari	12	9	18,88	0,027
Simultaan			117	141,82	0,06

Het belangrijkste resultaat in tabel XIX is dat van de simultane toetsing van 13 gevallen; dit resultaat is dat de overschrijdingskans $P = 0,06$. De waarde van de overschrijdingskans is dus zodanig, dat we nog juist wel kunnen zeggen: de hypothese, dat de waargenomen cumulatieve frequentieverdelingen van k-daagse neerslagsommen te Winterswijk, waarbij $30 \leq k \leq 1800$, goed beschreven worden door formules (21) en (23), behoeft niet te worden verworpen.

3.0 Vergelijking van aanpassingsformules van Hoofddorp en Winterswijk

De waargenomen cumulatieve frequentieverdelingen van k-daagse neerslagsommen te Hoofddorp en te Winterswijk kunnen, zoals is vastgesteld, door Goodrichkrommen en door cumulatieve Poissonverdelingen worden voorgesteld. De constanten, welke in beide voorstellingswijzen voorkomen, kunnen geschreven worden als een functie van k en van de jaarlijkse gang \mathcal{J} . Deze functies van k en \mathcal{J} , welke voor Hoofddorp zijn ontworpen, zijn verzameld in [1, § 4.1 en § 4.2]; die, welke voor Winterswijk zijn ontworpen, staan in dit rapport bijeen in § 4.1 en § 4.2.

De functies van Hoofddorp en Winterswijk zullen in algemene gedaante moeten overeenstemmen. We zijn er nu in geïnteresseerd, in hoeverre de numerieke constanten, welke in deze functies voorkomen, voor Hoofddorp en voor Winterswijk verschillen of overeenstemmen. We vragen ons tevens af, of eventuele verschillen of overeenkomsten in numerieke constanten tussen beide stations kunnen worden verklaard. Als we hiertoe in staat zijn, is een volgende stap de formules te creëren, welke geldigheid hebben voor het gehele land, zodat we hiermede cumulatieve frequentieverdelingen van k-daagse neerslagsommen voor elke willekeurige plaats in Nederland en voor willekeurige k en \mathcal{J} kunnen tekenen of berekenen.

3.1 Vergelijking van de formules voor de drie Goodrichconstanten van Hoofddorp en Winterswijk in het interval $1 \leq k \leq 30$.

De vergelijking van de formules voor de drie Goodrichconstanten van de zg. berekende cumulatieve frequentieverdelingen van k-daagse neerslagsommen te Hoofddorp en te Winterswijk zal naar de drie constanten in drie delen worden uitgevoerd.

de a-waarden:

De uitdrukking voor a_k bestaat uit twee delen; het ene is alleen een functie van k (\bar{a}_k) en het andere deel beeldt de jaarlijkse gang uit en is een functie van k en ϑ . \bar{a}_k zullen we voor beide stations H en W nogmaals uitschrijven:

$$H: \bar{a}_k = 3,2 + 0,0156 k - 0,00506 k^2 + (\text{correctieterm in } 15 \leq k \leq 30 : \\ 6,62 \sin \frac{k-15}{120} \times 360^\circ)$$

$$W: \bar{a}_k = 2,02 + 0,487 k - 0,0303 k^2 + (\text{correctieterm in } 15 \leq k \leq 30 : \\ 7,82 \sin \frac{k-15}{60} \times 360^\circ)$$

De algemene gedaante van \bar{a}_k is voor beide stations dezelfde; zelfs de tekens van de overeenkomstige numerieke constanten in de formules zijn dezelfde. De absolute waarde van de corresponderende numerieke constanten is niet gelijk. Een verklaring van de verschillen in de absolute waarde ervan is niet te geven; dat er een verschil is spreekt vanzelf, daar de gemiddelde hoeveelheid neerslag per tijdseenheid verschillend is voor beide plaatsen, maar ook de jaarlijkse gang een duidelijk verschil vertoont. Ten gevolge van dit laatste feit zullen de coëfficiënten van de eerstegraads term in k verschillen en ook de coëfficiënten van de tweedegraads term in k .

De algemene gedaante van de formule, welke de jaarlijkse gang in de a-waarden voorstelt, is uiteraard dezelfde voor Hoofddorp en Winterswijk. De constanten echter van het verband met k verschillen vrij veel, de phasehoeken in het verband met ϑ verschillen voor beide plaatsen slechts weinig.

De b-waarden:

De opmerkingen, welke voor de a-waarden konden worden gemaakt, gelden ook voor de b-waarden. Zo is de overeenkomst tussen de formules voor \bar{b}_k voor Hoofddorp en Winterswijk groot:

$$H: \bar{b}_k = 1,73 + 2,40 k$$

$$W: \bar{b}_k = 1,02 + 2,58 k - 0,012 k^2$$

De verschillen in de constanten zijn niet groot. De algemene gedaante van de formules voor de jaarlijkse gang is dezelfde voor beide stations. De constanten van het verband met k verschillen vrij veel, de phasehoeken echter in het verband met ϑ geven voor beide plaatsen slechts kleine verschillen te zien.

de c-waarden:

De opmerkingen, welke voor de a- en de b-waarden gemaakt zijn, kunnen ook voor de c-waarden worden gemaakt. De overeenkomst tussen de formules voor de \bar{c}_k -waarden voor beide plaatsen is het grootst.

$$H: (k+2) (\bar{c}_k - \bar{c}_{k+1}) = 0,266, \text{ waarbij } \bar{c}_1 = 1,135$$

$$W: (k+\frac{1}{2}) (\bar{c}_k - \bar{c}_{k+1}) = 0,211, \text{ waarbij } \bar{c}_1 = 1,220$$

De overeenkomst tussen beide formules is zeer groot; zelfs de constanten vertonen slechts kleine verschillen. De formules voor de jaarlijkse gang verschillen voor beide stations meer.

Van deze vergelijking van de formules voor a-, b- en c-waarden van de Goodrichvoorstelling van cumulatieve procentuele frequentieverdelingen van k-daagse neerslagsommen te Hoofddorp en te Winterswijk voor het interval $1 \leq k \leq 30$ kunnen we besluiten, dat hoewel deze formules goed zijn, er te veel verschillende constanten in de formules voorkomen om deze formules in een systeem samen te brengen, dat voor het gehele land geldt. De Goodrichvoorstelling kan in het onderhavige interval wel goed worden toegepast voor individuele stations.

3.2 Vergelijking van de formules voor de drie Goodrichconstanten van Hoofddorp en Winterswijk in het interval $30 \leq k \leq 360$.

In deze paragraaf zullen we de vergelijking doen plaats vinden voor die delen van de formules voor a_k , b_k en c_k , welke alleen een functie van k zijn en voor die delen, welke de jaarlijkse gang in a_k , b_k en c_k aangeven.

$$H: \bar{a}_k = 18,16 - 16,13\left(\frac{k}{30}\right) + 0,0385\left(\frac{k}{30}\right)^2 + (\text{correctieterm in } 30 \leq k \leq 90: 3,0 \cos k^\circ)$$

$$W: \bar{a}_k = 22,94 - 18,94\left(\frac{k}{30}\right) + 0,0895\left(\frac{k}{30}\right)^2 + (\text{correctieterm in } 30 \leq k \leq 255: -9,76 \cos(k^\circ + 15^\circ))$$

$$H: \bar{b}_k = 25,4 + 50,0\left(\frac{k}{30}\right)$$

$$W: \bar{b}_k = 31,53 + 46,15\left(\frac{k}{30}\right) + 0,039\left(\frac{k}{30}\right)^2 + (\text{correctieterm in } 30 \leq k \leq 90: -11,55 \cos k^\circ)$$

$$H: \frac{k}{30} (\bar{c}_k - \bar{c}_{k+30}) = 0,084, \text{ waarbij } \bar{c}_{30} = 0,463$$

$$W: \left(\frac{k}{30} - \frac{1}{2}\right) (\bar{c}_k - \bar{c}_{k+30}) = 0,076, \text{ waarbij } \bar{c}_{30} = 0,520$$

Bovenstaande formules geven een grote overeenkomst te zien, niet alleen tussen de algemene gedaante van de formules voor Hoofddorp en Winterswijk, maar zelfs tussen de in de formules voorkomende constanten. Toch is het zeer moeilijk een conclusie te trekken over het verband van de verschillende constanten met de ligging der stations; misschien dat een bewerking van meer stations ons het verband duidelijk doet worden. Een vergelijking van die delen van de formules voor a_k , b_k en c_k voor beide stations, welke de jaarlijkse gang aangeven, laat uiteraard een grote overeenkomst zien in de algemene gedaante der formules. Echter de constanten geven geen aanleiding om te hopen, dat we de constanten in zulk een systeem bijeen zouden kunnen brengen, dat uit dat systeem de constanten voor een willekeurige plaats in Nederland zouden kunnen worden bepaald.

3.3 Vergelijking van de formules voor de drie Goodrichconstanten van Hoofddorp en Winterswijk in het interval $360 \leq k \leq 1800$.

In het interval $360 \leq k \leq 1800$ kunnen we, doordat de formules nu een eenvoudige gedaante hebben aangenomen, de formules voor a_k , b_k en c_k voor beide stations in hun geheel vergelijken.

$$H: a_k = \bar{a}_k + \left\{ +2,75 + 0,21 \left(\frac{k}{30}\right) - 0,1477 \left(\frac{k}{30}\right)^2 \right\} \left| \sin\left(\frac{1}{2}k^\circ\right) \right| \sin(\vartheta + 15^\circ 07')$$

$$W: a_k = \bar{a}_k + \left\{ -5,23 + 7,57 \left(\frac{k}{30}\right) - 0,1247 \left(\frac{k}{30}\right)^2 \right\} \left| \sin\left(\frac{1}{2}k^\circ\right) \right| \sin(\vartheta + 33^\circ 27')$$

$$H: b_k = \bar{b}_k \left\{ 1 - 0,347 \sin\left(\frac{1}{2}k^\circ\right) e^{-\frac{1}{2} \frac{k}{360}} \sin(\vartheta + 16^\circ 13') \right\}$$

$$W: b_k = \bar{b}_k \left\{ 1 - 0,291 \sin\left(\frac{1}{2}k^\circ\right) e^{-\frac{1}{2} \frac{k}{360}} \sin(\vartheta + 43^\circ 52') \right\}$$

$$H: c_k = \bar{c}_k + \left\{ 0,189 - 0,0107 \left(\frac{k}{30}\right) + 0,0002 \left(\frac{k}{30}\right)^2 \right\} \sin\left(\frac{1}{2}k^\circ\right) \sin(\vartheta + 186^\circ 36')$$

$$W: c_k = \bar{c}_k + \left\{ 0,035 - 0,0005 \left(\frac{k}{30}\right) \right\} \sin\left(\frac{1}{2}k^\circ\right) \sin(\vartheta + 214^\circ 4')$$

De \bar{a}_k -, de \bar{b}_k - en \bar{c}_k -waarden, welke in bovenstaande formules voorkomen, zijn in de vorige paragraaf uitgeschreven; deze waarden voor Hoofddorp en Winterswijk zijn aldaar reeds met elkaar vergeleken. In de formules voor \bar{a}_k , \bar{b}_k en \bar{c}_k komen tezamen 13 constanten voor. De jaarlijkse gang in de formules voor a_k , b_k en c_k laat tezamen nog 10 constanten zien. De formules voor a_k , b_k en c_k hebben tezamen dus 23 constanten, terwijl deze formules geldig zijn voor het interval $360 \leq k \leq 1800$; d.w.z. voor neerslagsommen van 1 jaar of groter.

De mogelijkheid bestaat, dat alle 23 constanten een redelijk patroon over Nederland te zien geven, waarbij isolijnen voor elke constante over Nederland getrokken kunnen worden. Dit patroon moet zo redelijk zijn, dat het net van isolijnen voor elke constante met behulp van de waarden van de 23 constanten van 24 stations in Nederland getrokken kan worden.

Dit betekent, dat, behalve Hoofddorp en Winterswijk, nog 22 stations moeten worden bewerkt voor het interval $360 \leq k \leq 1800$. Zelfs in dit interval, waaraan de praktijk nog weinig zal hebben, is de kans niet groot, dat met de Goodrichvoorstelling van de cumulatieve frequentieverdelingen van k-daagse neerslagsommen een over Nederland gemakkelijk hanteerbare voorstelling van deze frequentieverdelingen is verkregen.

3.4 Vergelijking van de aanpassingsmethoden met Poissonverdelingen voor Hoofddorp en Winterswijk in het interval $1 \leq k \leq 30$.

We zullen de formules voor de Poissoneenheid q en voor de Poissonconstante α uitschrijven voor beide stations om deze aldus met elkaar te vergelijken.

$$H: q_{k9} = \bar{q}_k - 3,26 \sin(\vartheta + 74,55 - 4,391k + 0,1010k^2),$$

waarbij $\bar{q}_k = 8,80 + 0,173k$.

$$W: q_{k9} = \bar{q}_k - (2,083 - 0,1716k + 0,00411k^2) \sin(\vartheta + 95,74 - 5,082k + 0,1189k^2),$$

waarbij $\bar{q}_k = 8,05 + 0,233k - 0,00334k^2$.

In de eerste plaats is de algemene gedaante van de formules voor beide stations dezelfde, maar ook de waarden van de er in voorkomende constanten verschillen niet veel. Op het laatst genoemde feit is de waarde van de constanten voor de amplitude van de jaarlijkse gang een uitzondering.

$$H: \alpha_{k9} = \bar{\alpha}_k + (0,146 + 0,0397k - 0,000952k^2) \sin(\vartheta + 151^\circ 18'),$$

waarbij $\bar{\alpha}_k = (1 + 2,06k^{-0,6}) \bar{h}_k / \bar{q}_k$.

$$W: \alpha_{k9} = \bar{\alpha}_k + (0,082 + 0,0211k + 0,000115k^2) \sin(\vartheta + 125,77 + 11,151k - 0,2751k^2),$$

waarbij $\bar{\alpha}_k = (1 + 2,09k^{-0,65}) \bar{h}_k / \bar{q}_k$.

In beide formules is \bar{h}_k = gemiddelde k-daagse neerslaghoeveelheid, gemiddeld ook over alle 12 maanden = $k/360$ vermenigvuldigd met de gemiddelde jaarlijkse neerslaghoeveelheid.

Zeer opvallend is het geringe verschil in waarde der constanten van $\bar{\alpha}_k$ voor beide stations. Dit wekt het vermoeden, dat over het gehele land de waarde van deze constanten slechts geringe of misschien praktisch geen verschillen zal vertonen. De constanten in de formule voor de amplitude van de jaarlijkse gang hebben voor beide stations waarden van dezelfde grootte-orde. Slechts de constanten van de phasehoek verschillen vrij sterk in waarde.

In de formules voor de α en de q komen in totaal 18 constanten voor. Hiervan is er één, nl. \bar{h}_k , welke voor elke plaats in Nederland bekend is. De andere twee constanten in de formule voor $\bar{\alpha}_k$ zullen hoogstens geringe verschillen tonen over Nederland. De overige constanten, voorkomende in de formules voor Hoofddorp en Winterswijk geven weinig aanleiding tot gegronde speculaties over hun waarde buiten deze twee stations. Om beter uitspraken over deze 15 constanten te kunnen doen, zouden we de overige 22 stations uit het netwerk van 24 ook moeten bewerken.

Hoewel deze voorstellingswijze er nog niet hoopvol uitziet om haar op eenvoudige wijze tot over geheel Nederland uit te breiden, is zij ongetwijfeld aanzienlijk gunstiger, dan de Goodrichvoorstelling in ditzelfde interval $1 \leq k \leq 30$.

3.5 Vergelijking van de aanpassingsmethodes met Poissonverdelingen voor Hoofddorp en Winterswijk in het interval $30 \leq k \leq 1800$.

Voor de stations Hoofddorp en Winterswijk luiden de formules voor de Poissoneenheid q en de Poissonconstante α van de aanpassende Poissonverdelingen in het interval $30 \leq k \leq 1800$ gelijk en wel

$$\alpha_k = \frac{k}{360} \alpha_{360} \quad \text{en} \quad q_k = \bar{h}_k / \alpha_k$$

Hierin is \bar{h}_k = de gemiddelde hoeveelheid neerslag in mm van het onder beschouwing zijnde k -daagse tijdvak in het jaar. Deze \bar{h}_k is dus niet gelijk aan de \bar{h}_k uit 3.4.

α_{360} en \bar{h}_{360} voor beide stations kunnen worden bepaald uit het eerste en tweede moment van de waargenomen distributieve verdeling van de 360-daagse neerslagsommen van respectievelijk Hoofddorp en Winterswijk. \bar{h}_k kan worden berekend, als de gemiddelde maandelijks neerslaghoeveelheden voor beide stations bekend zijn.

Deze aanpassingsmethode is zeer eenvoudig en zou misschien kunnen worden toegepast voor geheel Nederland. Voor de toepassing op geheel Nederland zouden we dan nodig hebben 13 kaartjes van Nederland:

één kaartje met isolijnen van α_{360} en één kaartje met gemiddelde isohyeten voor elke maand van het jaar. Voor het gemak, hoewel niet noodzakelijk, zouden we nog een kaartje kunnen toevoegen, nl. één met isolijnen van q_{360}

De mogelijkheid van toepassing van deze methode voor geheel Nederland in het interval $30 \leq k \leq 1800$ moet echter nog worden bewezen.

4.1 Formules van de Goodrichconstanten a, b en c als functie van k en de jaarlijkse gang bij elkaar gebracht

Voor het verkrijgen van een gemakkelijk en goed hanteerbaar overzicht zullen we in deze paragraaf alle formules betreffende de Goodrichconstanten a, b en c als functie van k en de jaarlijkse gang voor de drie intervallen $1 \leq k \leq 30$, $30 \leq k \leq 360$ en $360 \leq k \leq 1800$ bijeen brengen.

Interval $1 \leq k \leq 30$

$$a_k = 2,02 + 0,487 k - 0,0303k^2 (+\text{correctieterm in interval } 15 \leq k \leq 30: \\ + 7,82 \sin \frac{k-15}{60} \times 360^\circ) \\ + (0,55 + 0,1073 k - 0,00109 k^2) \sin (\mathcal{J} + 268^\circ) \\ + (0,66 + 0,066 k + 0,00319 k^2) \sin (2\mathcal{J} + 8^\circ,09 + 7^\circ,96 k - 0^\circ,232 k^2) \\ + (0,66 - 0,011 k + 0,00163 k^2) \sin (3\mathcal{J} + 271^\circ) \\ + (0,45 + 0,010 k + 0,00346 k^2) \sin (4\mathcal{J} + 227^\circ,3 - 18^\circ,14 k + 0^\circ,6633k^2) \\ + (0,24 - 0,025 k + 0,00353 k^2) \sin (5\mathcal{J} + 122^\circ) \\ + (0,57 - 0,089 k + 0,00407 k^2) \sin (6\mathcal{J} + 90^\circ)$$

$$b_k = 1,02 + 2,579 k - 0,012 k^2 \\ + (-0,21 + 0,636 k - 0,00272 k^2) \sin (\mathcal{J} + 242^\circ 50') \\ + (+0,36 + 0,373 k + 0,00209 k^2) \sin (2\mathcal{J} + 65^\circ 11') \\ + (0,84 + 0,00068 k + 0,00496 k^2) \sin (3\mathcal{J} + 263^\circ 46') \\ + (0,32 + 0,0957 k + 0,00492 k^2) \sin (4\mathcal{J} + 135^\circ) \\ + (0,10 + 0,00486 k + 0,00472 k^2) \sin (5\mathcal{J} + 246^\circ) \\ + (0,46 - 0,0652 k + 0,00335 k^2) \sin (6\mathcal{J} + 90^\circ)$$

$$c_k = \bar{c}_k + (+0,0525 + 0,00082 k - 0,000031k^2) \sin (\mathcal{J} + 216^\circ,86 - 15^\circ,76k + 0^\circ,2905k^2) \\ + (+0,0820 - 0,00322k + 0,000091k^2) \sin (2\mathcal{J} + 173^\circ,87 + 12^\circ,13k - 0^\circ,2943k^2) \\ + (+0,0727 - 0,00227k + 0,000026k^2) \sin (3\mathcal{J} + 58^\circ,69) \\ + (+0,0566 + 0,00028k - 0,000018k^2) \sin (4\mathcal{J} + 349^\circ,5) \\ + (+0,0399 - 0,00444k + 0,000149k^2) \sin (5\mathcal{J} + 229^\circ) \\ + (+0,0408 - 0,00485k + 0,000128k^2) \sin (6\mathcal{J} + 270^\circ)$$

\bar{c}_k wordt berekend uit:

$$(k + \frac{1}{2}) (\bar{c}_k - \bar{c}_{k+1}) = 0,211, \text{ waarbij } \bar{c}_1 = 1,220$$

Algemeen geldt in dit interval:

Als het midden van het k-daagse tijdvak op 16 januari valt, is $\vartheta = 0^\circ$; valt het op 16 februari, dan is $\vartheta = 30^\circ$; enz.

Interval $30 \leq k \leq 360$

$$a_k = 22,94 - 18,943 \frac{k}{30} + 0,08586 \left(\frac{k}{30}\right)^2 (+\text{correctieterm voor } 30 \leq k \leq 255:$$

$$-9,76 \cos(k^\circ + 15^\circ))$$

$$+ -5,23 + 7,568 \frac{k}{30} - 0,1247 \left(\frac{k}{30}\right)^2 \cos 1/4 k^\circ \sin(\vartheta + 33^\circ 27')$$

$$+ -4,45 + 10,13 \frac{k}{30} - 1,557 \left(\frac{k}{30}\right)^2 \cos \frac{1}{2} k^\circ \sin(2\vartheta + 100^\circ 38')$$

$$30 \leq k \leq 180$$

$$+ 4,6 \sin(k^\circ + 30^\circ) \sin(3\vartheta + 7^\circ 39')$$

$$30 \leq k \leq 150$$

$$+ 4,6 \sin(2k)^\circ \sin(4\vartheta + 279^\circ 32')$$

$$30 \leq k \leq 90$$

$$+ 5,4 \cos(2k)^\circ \sin(5\vartheta + 358^\circ 5')$$

$$30 \leq k \leq 45$$

$$+ 3,2 \cos(2k)^\circ \sin(6\vartheta + 90^\circ)$$

$$30 \leq k \leq 45$$

$$b_k = \left\{ 31,53 + 46,146 \frac{k}{30} + 0,039 \left(\frac{k}{30}\right)^2 (+\text{correctieterm voor } 30 \leq k \leq 90:$$

$$-11,55 \cos k^\circ) \right\} \times$$

$$\times \left[1 - 0,291 \cos(1/4 k)^\circ e^{-\frac{2k}{360}} \sin(\vartheta + 43^\circ 52') + 0,282 \cos(1/4 k)^\circ \right.$$

$$\left. e^{-\frac{4k}{360}} \sin(2\vartheta + 97^\circ 22') \right].$$

$$c_k = \bar{c}_k + 0,051 - 0,00652 \frac{k}{30} + 0,0002857 \left(\frac{k}{30}\right)^2 \cos(1/4 k^\circ)$$

$$\sin(\vartheta + 214^\circ 4')$$

$$\left\{ + \text{correctieterm in } 30 \leq k \leq 90: + 0,086 \cos k^\circ \sin(2\vartheta + 270^\circ 38') \right\}$$

\bar{c}_k wordt berekend uit:

$$\left(\frac{k}{30} - \frac{1}{2}\right) (\bar{c}_k - \bar{c}_{k+30}) = 0,076, \text{ waarbij } \bar{c}_{30} = 0,520.$$

Ook hier geldt weer, dat, als het midden van het k-daagse tijdvak op 16 januari valt, $\vartheta = 0^\circ$ is en dat als het midden op 16 februari valt, $\vartheta = 30^\circ$ is.

Interval $360 \leq k \leq 1800$

$$a_k = 22,94 - 18,943 \frac{k}{30} + 0,08586 \left(\frac{k}{30}\right)^2 + \left\{ -5,23 + 7,568 \frac{k}{30} - 0,1247 \left(\frac{k}{30}\right)^2 \right\} \left| \sin \left(\frac{1}{2}k^\circ\right) \right| \sin (\vartheta + 33^\circ 27')$$

$$b_k = \left\{ 31,53 + 46,146 \frac{k}{30} + 0,039 \left(\frac{k}{30}\right)^2 \right\} \left\{ 1 - 0,291 \sin \left(\frac{1}{2}k^\circ\right) e^{-\frac{1}{2} \frac{k}{360}} \times \sin (\vartheta + 43^\circ 52') \right\}$$

$$c_k = \bar{c}_k + (0,035 - 0,0005 \frac{k}{30}) \left| \sin \left(\frac{1}{2}k^\circ\right) \right| \sin (\vartheta + 214^\circ 4')$$

\bar{c}_k wordt berekend uit:

$$\left(\frac{k}{30} - \frac{1}{2}\right) (\bar{c}_k - \bar{c}_{k+30}) = 0,076, \text{ waarbij } \bar{c}_{30} = 0,520$$

In dit interval geldt ook, dat als het midden van het k-daagse tijdvak op 16 januari valt, $\vartheta = 0^\circ$ is en dat, als het midden op 16 februari valt, $\vartheta = 30^\circ$ is.

4.2 Formules voor de Poissonconstante α en de Poissoneenheid q als functie van k en de jaarlijkse gang bij elkaar gebracht.

In deze paragraaf zullen voor de intervallen $1 \leq k \leq 30$ en $30 \leq k \leq 1800$ formules van de Poissonconstante α en de Poissoneenheid q in mm uitgedrukt, als functie van k en de jaarlijkse gang worden bijeen gebracht.

Interval $1 \leq k \leq 30$

$$q_k = \bar{q}_k - (2,083 - 0,1716 k + 0,00411 k^2) \sin(\vartheta + 95^\circ,738 - 5^\circ,082k + 0^\circ,1189k^2) \\ \text{waarbij } \bar{q}_k = 8,048 + 0,233 k - 0,00334 k^2.$$

$$\alpha_k = \bar{\alpha}_k + (0,082 + 0,0211k + 0,000115k^2) \sin(\vartheta + 125^\circ,774 + 11^\circ,151k - 0^\circ,2751k^2)$$

$$\text{waarbij } \bar{a}_k = (1 + 2,09 k^{-0,65}) \bar{h}_k / \bar{q}_k$$

\bar{h}_k = de gemiddelde k-daagse neerslaghoeveelheid, gemiddeld over alle 12 maanden.

De punten van de cumulatieve Poissonverdeling, welke achtereenvolgens op lineair Gauszpapier worden uitgezet zijn:

$$\left\{ \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}; 0 \text{ mm} \right\}, \left\{ \sum_{j=2}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}; \frac{1}{2} q \text{ mm} \right\},$$

$$\left\{ \sum_{j=3}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}; \frac{3}{2} q \text{ mm} \right\}, \left\{ \sum_{j=4}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}; \frac{5}{2} q \text{ mm} \right\}, \text{ enz.}$$

$$\alpha = \alpha_{k,q} \quad \text{en} \quad q = q_{k,q}.$$

$q = 0$, als het midden van het k -daagse tijdvak op 16 januari valt; valt het midden op 16 februari, dan is $\varphi = 30^\circ$, ehz.

Interval $30 \leq k \leq 1800$

$$\alpha_k = \frac{k}{360} \alpha_{360}; \quad q_k = \bar{h}_k / \alpha_k$$

\bar{h}_k = de gemiddelde k -daagse hoeveelheid neerslag in mm op de gevraagde plaats in het jaar.

De cumulatieve Poissonverdeling wordt op lineair Gauszpapier uitgezet met de volgende punten:

$$\left\{ \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}; \frac{1}{2} q \text{ mm} \right\}, \left\{ \sum_{j=2}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}; \frac{3}{2} q \text{ mm} \right\}, \left\{ \sum_{j=3}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}; \frac{5}{2} q \text{ mm} \right\}, \text{ enz.}$$

Hier is $\alpha = \alpha_k$ uit de formule en $q = q_k$.

Summary:

In this scientific report cumulative frequency distributions in percentages of k-daily amounts of precipitation observed at the rainfall station Winterswijk have been represented by Goodrich functions with three variables a, b en c for various values of k and for various times of the year. Then the values a, b en c of the Goodrich function have been written as functions of k and of the time of the year, so that for an arbitrary value of k and for any moment during the year the value of the three constants may be computed and the Goodrich function determined. The thus obtained Goodrich function is an analytical expression for the frequency distribution with the particular arbitrary value of k and for the particular time of the year.

The frequency distributions determined by the Goodrich functions in the above mentioned way have been compared with the corresponding observed distributions. This comparison by means of the χ^2 -test has shown that the three sets of formulae, derived for the computation of the constants, represent the observed constants in a satisfactory way in the three intervals $1 \leq k \leq 30$, $30 \leq k \leq 360$ and $360 \leq k \leq 1800$.

The observed distributions have been also represented by cumulative Poisson distributions. In the interval $1 \leq k \leq 30$ Poisson's constant α and the Poisson-unit q in mm are related to k and to the normal k-daily amount of precipitation, where this k-daily amount is also averaged over the 12 months of the year, in a rather simple way. In the interval $30 \leq k \leq 1800$ Poisson's constant α and the Poisson-unit q are very simply related to k and to the normal k-daily amount of precipitation, where the k-daily period may be taken at any time of the year.

This simple representation appeared to be satisfactory, when the results obtained from the two sets of formulae were compared with the observations by means of the χ^2 -test.

In a previous scientific report in which the base has been laid for the representation of cumulative frequency distributions in percentages of k-daily amounts of precipitation by Goodrich functions and by cumulative Poisson distributions, the same kind of formulae for the a, b and c of the Goodrich function and the same kind of equations for Poisson's constant α and the Poisson-unit q have been developed for the frequency distributions of rainfall observations at Hoofddorp as described above.

A comparison of the formulae for the a, b and c of the Goodrich functions for Hoofddorp and for Winterswijk shows that the general features of the formulae are equal for both stations. However, the large number of constants occurring in the formulae and the fact that the differences between the corresponding constants of both stations could not be explained in a satisfactory way make it highly improbable that the Goodrich representation of cumulative frequency distributions of k-daily amounts of precipitation for individual stations in the Netherlands may be gathered in one system. Though the number of constants occurring in the formulae for the α and q of the cumulative Poisson distribution are much smaller than for the a, b and c of the Goodrich function and though the general features of the formulae are equal for both stations in the interval $1 \leq k \leq 30$ it looks still improbable that the formulae for the α and q for individual stations in the Netherlands may be gathered in one system.

In the interval $30 \leq k \leq 1800$ the formulae for α and q are so simple, while moreover the annual variation of precipitation explicitly occurs in the formulae and the formulae are equal for both stations, that these formulae may probably be applied to any place in the Netherlands, though this shall have to be proved.

Literatuuropgave:

- [1] de Boer, H.J.; "De cumulatieve frequentieverdelingen van k-daagse neerslagsommen van Hoofddorp", Wetenschappelijk Rapport K.N.M.I., WR. 56-004 (III-186), De Bilt, 1956.

Tabel I

k	januari			februari			maart			april			mei			juni		
	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
1	2.0	2.89	1.237	2.0	2.79	1.224	4.0	4.28	0.981	2.0	2.67	1.232	2.0	2.51	1.320	3.0	3.52	1.294
2	2.5	5.72	1.055	2.0	4.88	1.089	4.0	6.36	0.938	2.5	5.18	1.017	2.0	4.60	1.226	3.0	6.30	1.125
3	3.0	8.82	0.927	2.5	7.30	1.000	5.0	9.47	0.783	3.0	7.69	0.923	2.0	6.62	1.245	3.0	8.94	1.069
5	4.0	13.91	0.830	2.5	11.35	0.918	5.0	13.24	0.781	3.0	11.55	0.841	2.0	10.60	0.980	4.0	16.59	0.878
7	4.0	18.66	0.788	3.0	15.93	0.836	5.0	17.14	0.748	3.0	15.31	0.782	2.0	14.87	0.896	5.0	22.40	0.742
10	4.0	25.43	0.744	3.0	22.08	0.774	4.5	21.70	0.709	2.0	19.93	0.774	2.0	21.34	0.774	5.0	29.96	0.642
15	3.0	36.35	0.648	2.0	31.84	0.698	1.0	27.07	0.731	1.0	27.77	0.661	1.0	30.37	0.654	5.0	42.86	0.547
30	0.0	68.80	0.529	0.0	61.65	0.589	-3.0	52.31	0.527	-8.0	45.23	0.638	-8.0	49.24	0.626	-0.0	62.30	0.476

k	juli			augustus			september			oktober			november			december		
	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
1	3.0	4.05	1.271	3.0	3.99	1.225	3.0	3.51	1.256	2.0	2.86	1.374	3.0	3.66	1.156	2.0	3.16	1.228
2	5.0	9.54	0.946	4.0	8.03	0.995	3.5	6.57	1.082	1.5	4.63	1.345	2.5	5.73	1.096	2.0	5.56	1.106
3	6.0	13.92	0.810	4.0	10.98	0.939	4.0	9.80	0.957	1.5	7.20	1.225	2.0	7.60	1.072	2.0	7.87	1.051
5	6.0	20.71	0.723	5.0	18.07	0.796	5.0	16.26	0.814	1.5	12.10	1.056	2.0	12.15	0.952	3.0	13.72	0.863
7	8.0	29.28	0.619	5.0	23.64	0.745	5.0	21.60	0.744	4.0	19.90	0.831	2.0	16.66	0.880	2.5	18.03	0.812
10	8.0	38.37	0.558	8.0	36.04	0.611	4.0	29.10	0.712	4.0	26.77	0.725	1.0	22.67	0.800	1.5	23.63	0.778
15	8.0	55.27	0.511	3.0	43.68	0.670	2.0	39.97	0.633	3.0	38.84	0.630	0.0	33.07	0.660	1.0	34.92	0.636
30	12.0	108.56	0.354	0.0	86.94	0.448	0.0	73.24	0.504	0.0	77.25	0.549	-8.0	61.84	0.507	-8.0	62.30	0.454

Waargenomen Goodrich-constanten voor k=1 tot en met 30.

- 45 -
Tabel II

		januari			februari			maart			
k	a	b	c	a	b	c	a	b	c	k	
30	0	68.8	0.529	0	61.6	0.589	3	52.3	0.527	30	
60	- 15	111.8	0.368	5	119.5	0.257	- 15	93.9	0.371	60	
90	- 15	181.3	0.337	- 15	157.9	0.265	- 25	139.0	0.343	90	
180	- 70	309	0.209	- 60	302	0.209	- 80	272	0.264	180	
360	-170	612	0.163	-180	607	0.161	-170	614	0.187	360	
540	-250	922	0.132	-200	1004	0.121	-250	945	0.132	540	
720	-370	1167	0.120							720	
1080	-500	1788	0.085							1080	
1800	-800	2978	0.075							1800	
		april			mei			juni			
k	a	b	c	a	b	c	a	b	c	k	
30	- 8	45.2	0.638	- 8	49.2	0.626	- 10	62.3	0.476	30	
60	- 20	86.1	0.378	- 20	101.2	0.440	0	142.5	0.287	60	
90	- 30	133.3	0.353	0	183.0	0.253	- 20	197.0	0.271	90	
180	- 50	303	0.215	-100	284	0.271	- 60	339	0.230	180	
360	-170	611	0.172	-170	611	0.175	-170	603	0.171	360	
540	-200	994	0.119	-250	907	0.122	-350	825	0.164	540	
720	-350	1187	0.113							720	
1080	-500	1825	0.108							1080	
1800										1800	
		juli			augustus			september			
k	a	b	c	a	b	c	a	b	c	k	
30	12	108.6	0.354	0	86.9	0.448	0	73.2	0.504	30	
60	- 30	135.3	0.388	- 20	151.6	0.356	- 30	119.9	0.419	60	
90	- 30	210	0.329	- 40	212	0.298	- 60	167.3	0.397	90	
180	-120	308	0.284	-100	342	0.239	-120	323	0.268	180	
360	-170	614	0.171	-170	604	0.186	-180	619	0.177	360	
540	-450	701	0.159	-330	806	0.160	-380	723	0.176	540	
720	-400	1137	0.104							720	
1080	-600	1735	0.102							1080	
1800	-800	2893	0.047							1800	
		oktober			november			december			
k	a	b	c	a	b	c	a	b	c	k	
30	0	77.2	0.549	- 8	61.8	0.507	- 8	62.3	0.454	30	
60	- 25	114.7	0.451	- 25	115.8	0.372	- 20	120.9	0.328	60	
90	- 50	163.4	0.410	- 40	169.8	0.337	- 30	169.8	0.272	90	
180	-100	345	0.263	-100	320	0.227	- 90	317	0.268	180	
360	-180	625	0.179	-170	614	0.157	-170	610	0.169	360	
540	-360	758	0.176	-330	802	0.157	-300	873	0.155	540	
720	-370	1190	0.124							720	
1080	-650	1645	0.106							1080	
1800										1800	

Waargenomen Goodrich-constanten voor het interval $30 \leq k \leq 1800$.

Tabel VI

k	januari			februari			maart			april			mei			juni		
	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
1	1.8	3.55	1.179	1.7	2.94	1.244	4.5	4.51	0.971	0.8	2.68	1.144	1.7	2.25	1.370	2.6	3.40	1.270
2	2.3	5.95	1.042	2.1	5.12	1.104	4.7	6.47	1.053	1.2	4.71	1.013	1.9	4.35	1.220	3.2	5.89	1.102
3	2.7	8.25	0.967	2.4	7.27	1.025	4.8	8.44	0.991	1.5	6.73	0.938	3.3	6.42	1.127	3.7	7.99	0.991
5	3.4	12.79	0.877	2.8	11.51	0.941	4.8	12.37	0.930	1.8	10.67	0.855	3.5	10.46	1.005	4.5	12.17	0.840
7	3.9	17.24	0.822	2.9	15.63	0.895	4.6	16.28	0.905	1.9	14.49	0.807	3.5	14.36	0.926	4.9	16.30	0.738
10	4.4	23.77	0.763	2.8	21.62	0.850	4.0	22.15	0.884	1.5	20.03	0.763	3.2	19.99	0.852	5.3	22.48	0.646
15	4.1	34.25	0.672	0.7	31.05	0.779	2.1	31.90	0.839	-0.9	28.69	0.706	1.1	28.70	0.782	4.6	32.63	0.569
30	-4.0	62.68	0.423	-1.5	55.35	0.592	4.8	60.89	0.651	-15.8	50.52	0.587	2.9	49.93	0.679	-1.5	62.07	0.442

k	juli			augustus			september			oktober			november			december		
	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
1	4.1	6.27	1.152	3.3	3.84	1.231	3.5	3.56	1.182	1.7	2.97	1.363	2.4	3.47	1.249	1.3	3.34	1.284
2	4.7	9.77	0.987	3.8	7.25	1.077	3.8	6.55	1.053	2.2	5.59	1.233	2.4	5.75	1.130	1.7	5.68	1.137
3	5.3	13.28	0.881	4.2	10.63	0.980	4.1	9.52	0.980	2.6	8.19	1.153	3.8	7.76	1.063	2.0	8.01	1.045
5	6.4	20.32	0.739	5.1	17.24	0.854	4.3	15.37	0.882	3.2	13.30	1.039	3.8	11.71	0.971	2.5	12.62	0.918
7	7.3	27.38	0.649	5.6	23.64	0.769	4.2	21.10	0.812	3.4	18.30	0.947	3.6	15.53	0.897	2.6	17.16	0.824
10	8.2	38.04	0.572	6.1	32.92	0.687	4.0	29.49	0.731	3.4	25.61	0.828	3.1	21.07	0.798	2.4	23.89	0.709
15	8.5	55.93	0.523	5.4	47.44	0.615	3.2	42.90	0.638	1.8	36.78	0.681	1.0	29.74	0.663	0.7	34.80	0.568
30	0.7	110.69	0.426	8.7	84.03	0.479	-0.5	78.85	0.470	-10.0	67.17	0.569	3.7	51.62	0.474	-8.8	65.40	0.450

Goodrich-constanten berekend uit de formules voor het interval $1 \leq k \leq 30$.

Tabel X

	januari			februari			maart			
K	a	b	c	a	b	c	a	b	c	k
30	0.4	69.7	0.421	6.8	57.0	0.444	- 3.1	43.5	0.514	30
60	- 7.3	118.1	0.304	0.9	101.7	0.313	- 12.7	85.1	0.352	60
90	- 13.5	167.2	0.300	- 10.3	149.9	0.289	- 21.5	133.4	0.286	90
180	- 64.3	302	0.239	- 55.6	290	0.234	- 53.0	282	0.232	180
360	-192	591	0.188	-192	591	0.188	-192	591	0.188	360
540	-240	946	0.140	-209	991	0.132	-200	992	0.129	540
720	-382	1161	0.132							720
1080	-548	1743	0.101							1080
1800	-805	2941	0.061							1800
	april			mei			juni			
k	a	b	c	a	b	c	a	b	c	k
30	- 11.7	42.4	0.558	- 0.8	57.9	0.537	4.9	79.8	0.485	30
60	- 26.2	84.7	0.380	- 12.6	105.2	0.372	- 6.3	133.9	0.349	60
90	- 30.2	134.1	0.291	- 26.1	156.3	0.303	- 22.9	186.9	0.319	90
180	- 57.1	285	0.235	- 66.9	300	0.241	- 79.7	321	0.249	180
360	-192	591	0.188	-192	591	0.188	-192	591	0.188	360
540	-214	962	0.133	-250	908	0.144	-295	846	0.157	540
720										720
1080										1080
1800										1800
	juli			augustus			september			
k	a	b	c	a	b	c	a	b	c	k
30	- 2.9	92.5	0.471	- 7.9	88.7	0.523	- 1.7	75.5	0.602	30
60	- 18.5	151.1	0.346	- 24.5	147.4	0.381	- 29.6	131.3	0.428	60
90	- 31.2	206	0.334	- 45.3	203	0.345	- 50.6	187.4	0.348	90
180	- 92.1	335	0.257	-100.8	336	0.262	-103.4	328	0.264	180
360	-192	591	0.188	-192	591	0.188	-192	591	0.188	360
540	-340	804	0.170	-371	759	0.178	-380	758	0.181	540
720	-382	1161	0.132							720
1080	-548	1743	0.101							1080
1800	-805	2941	0.061							1800
	oktober			november			december			
k	a	b	c	a	b	c	a	b	c	k
30	- 12.8	66.2	0.630	0.8	67.1	0.576	- 5.5	71.9	0.479	30
60	- 32.2	119.0	0.442	- 22.0	118.5	0.406	- 14.3	122.5	0.343	60
90	- 47.5	174.2	0.343	- 40.7	171.8	0.331	- 28.1	173.5	0.315	90
180	- 99.3	319	0.261	- 89.5	313	0.255	-76.7	309	0.247	180
360	-192	591	0.188	-192	591	0.188	-192	591	0.188	360
540	-366	788	0.177	-330	842	0.166	-285	904	0.153	540
720										720
1080										1080
1800										1800

Goodrich-constanten berekend uit de formules voor het interval $30 \leq k \leq 1800$.

Tabel XIV

k	januari			februari			maart			april			mei			juni		
	α	q	\bar{h}	α	q	\bar{h}	α	q	\bar{h}	α	q	\bar{h}	α	q	\bar{h}	α	q	\bar{h}
1	0.85	6.78	1.9	0.80	6.24	1.8	0.71	6.75	1.6	0.69	7.47	1.6	0.61	9.00	1.8	0.59	12.04	2.2
2	1.23	7.62	3.9	1.10	7.83	3.6	1.00	7.28	3.2	1.07	7.22	3.3	0.950	8.44	3.5	1.00	10.02	4.4
3	1.50	7.75	5.9	1.40	7.62	5.3	1.30	7.96	4.8	1.30	7.68	5.0	1.30	8.78	5.3	1.30	10.92	6.6
5	2.00	8.56	9.7	1.80	9.19	8.8	1.70	8.71	8.1	1.70	8.54	8.3	1.60	10.11	8.8	1.90	10.15	11
7	2.40	8.81	14	2.30	8.50	12	2.20	8.61	11	2.20	8.24	11	2.20	9.11	12	2.30	10.54	15
10	3.00	9.67	19	2.80	9.30	18	2.70	9.00	16	2.70	9.06	16	2.80	9.37	18	3.00	10.68	22
15	3.60	11.68	29	3.40	11.94	26	3.20	10.64	23	3.20	10.80	24	3.40	11.04	27	4.20	10.25	32
30	5.50	12.40	58	5.00	12.86	54	5.00	12.09	48	6.00	9.96	48	6.00	10.73	52	6.50	12.42	65

k	juli			augustus			september			oktober			november			december		
	α	q	\bar{h}	α	q	\bar{h}	α	q	\bar{h}	α	q	\bar{h}	α	q	\bar{h}	α	q	\bar{h}
1	0.73	10.87	2.7	0.75	9.94	2.5	0.75	9.02	2.1	0.90	7.28	2.2	0.99	6.14	2.0	0.90	6.52	2.1
2	1.10	11.14	5.4	1.10	10.13	4.8	1.10	9.48	4.2	1.10	9.48	4.4	1.40	6.30	4.1	1.30	7.40	4.2
3	1.60	9.80	8.1	1.50	9.80	7.3	1.50	8.74	6.4	1.40	9.16	6.7	1.50	8.25	6.2	1.50	8.21	6.2
5	2.10	10.69	13	2.00	10.39	12	2.00	9.52	11	1.90	10.82	11	2.20	7.81	10	2.20	8.03	10
7	2.80	9.71	19	2.60	10.40	17	2.40	10.00	15	2.40	10.40	15	2.50	8.90	14	2.50	8.90	14
10	3.40	11.09	27	3.20	11.42	24	3.00	11.26	22	3.00	10.36	22	2.80	10.00	20	3.00	9.62	20
15	4.50	11.23	40	4.00	12.22	36	4.20	10.87	34	4.30	10.09	33	4.50	8.77	30	4.00	9.73	29
30	7.00	13.50	81	6.50	14.02	75	6.50	11.82	63	6.50	12.52	66	7.50	10.54	63	6.50	11.63	62

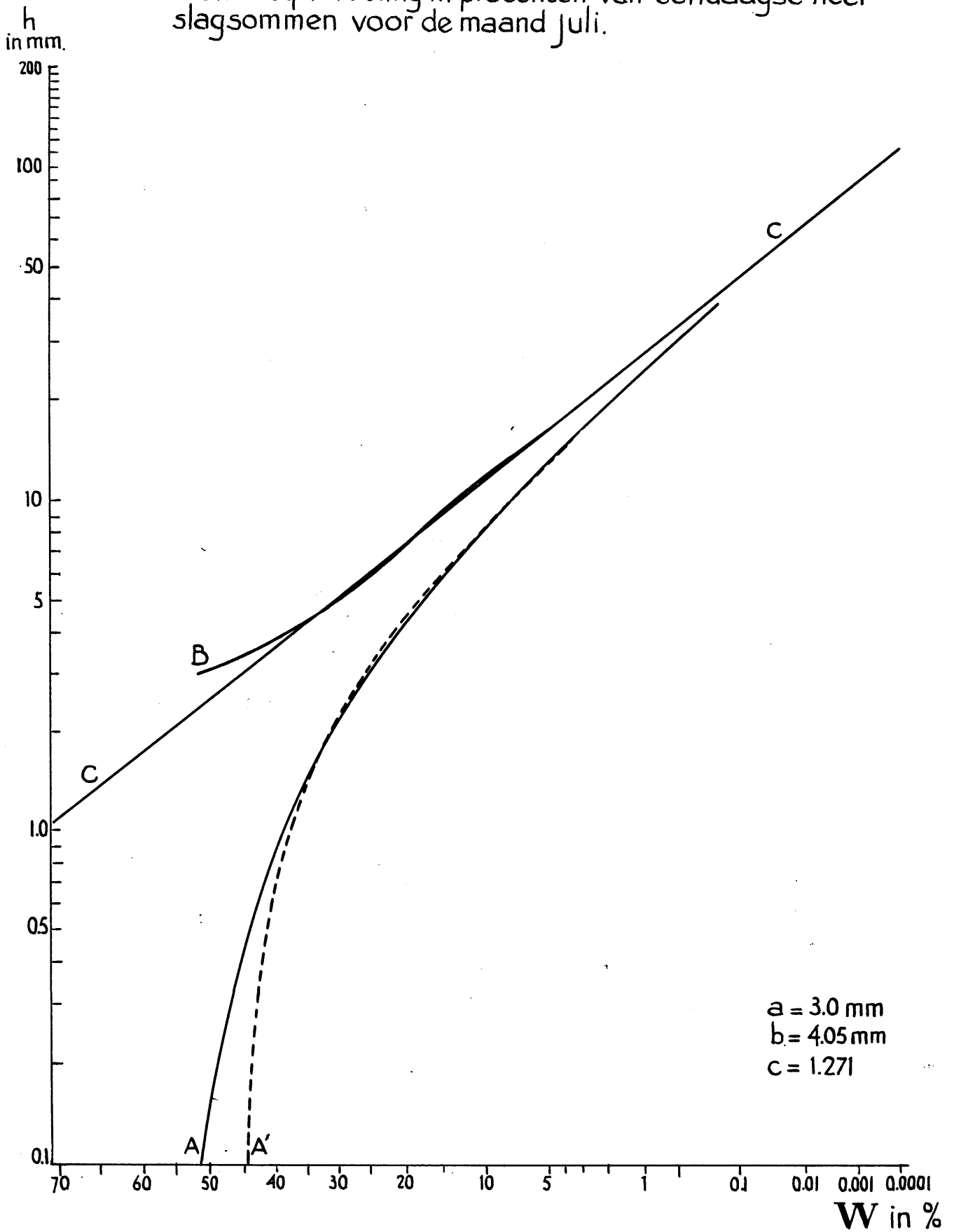
Waargenomen Poisson-constanten voor het interval $1 \leq k \leq 30$.

Tabel XVII

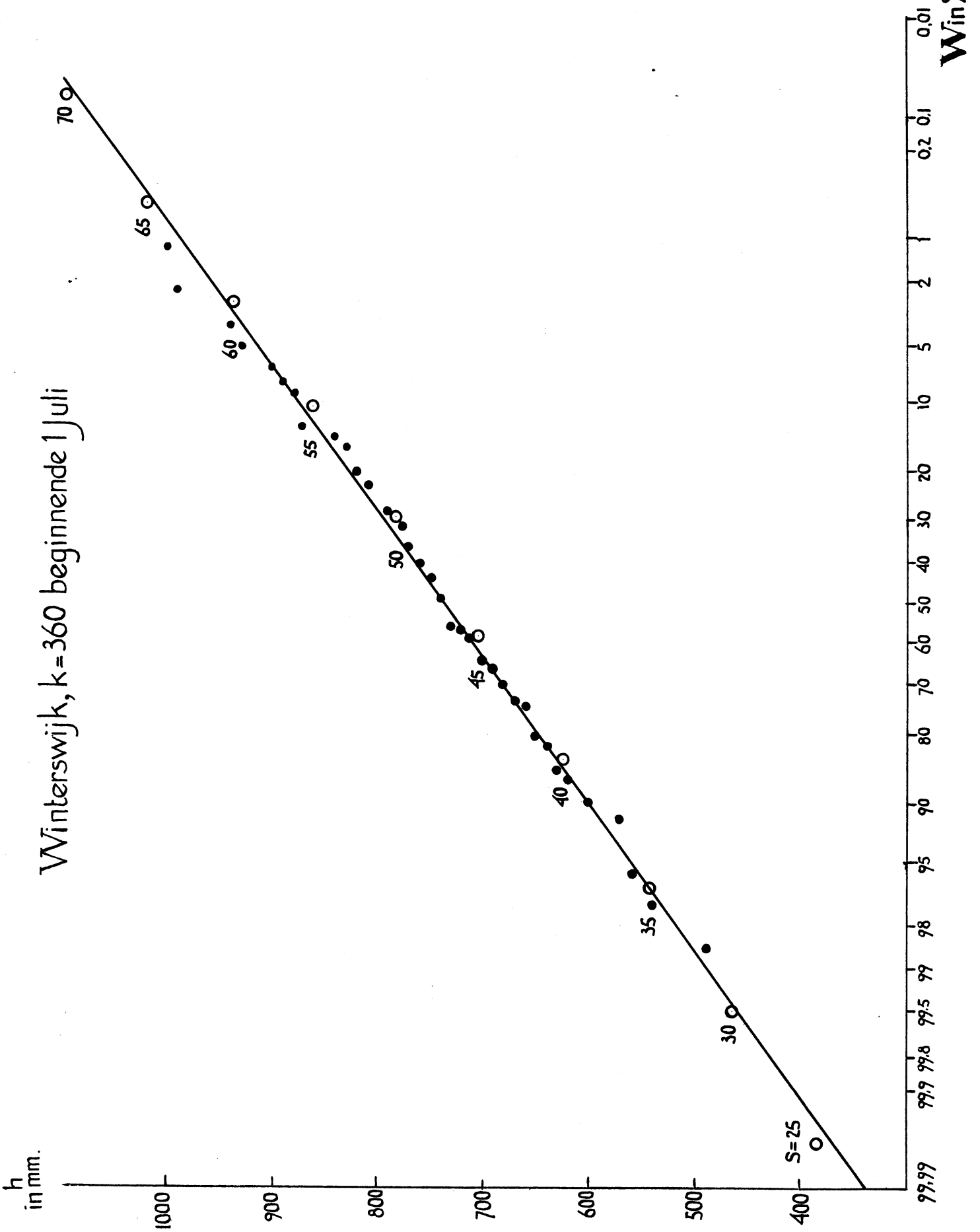
k	januari			februari			maart			april			mei			juni		
	α	q	\bar{h}	α	q	\bar{h}	α	q	\bar{h}	α	q	\bar{h}	α	q	\bar{h}	α	q	\bar{h}
1	0.94	6.36	1.9	0.89	6.63	1.8	0.84	7.34	1.6	0.80	8.31	1.6	0.77	9.26	1.8	0.77	9.96	2.2
2	1.19	6.74	3.9	1.13	6.92	3.6	1.07	7.52	3.2	1.02	8.38	3.3	1.00	9.28	3.5	1.01	9.96	4.4
3	1.43	7.13	5.9	1.35	7.22	5.3	1.28	7.72	4.8	1.23	8.48	5.0	1.22	9.31	5.3	1.25	9.98	6.6
5	1.88	7.86	9.7	1.78	7.84	8.8	1.71	8.16	8.1	1.67	8.75	8.3	1.69	9.44	8.8	1.75	10.04	11
7	2.28	8.53	14	2.16	8.45	12	2.09	8.65	11	2.08	9.08	11	2.14	9.63	12	2.24	10.15	15
10	2.83	9.39	19	2.72	9.26	18	2.68	9.34	16	2.72	9.61	16	2.83	10.00	18	2.98	10.39	22
15	3.64	10.48	29	3.56	10.37	26	3.58	10.38	23	3.71	10.49	24	3.91	10.69	27	4.12	10.91	32
30	5.75	11.60	58	5.46	11.47	54	5.37	10.50	48	5.50	11.69	48	5.81	11.98	52	6.23	12.31	65

k	juli			augustus			september			oktober			november			december		
	α	q	\bar{h}	α	q	\bar{h}	α	q	\bar{h}	α	q	\bar{h}	α	q	\bar{h}	α	q	\bar{h}
1	0.80	10.20	2.7	0.85	9.93	2.5	0.90	9.22	2.1	0.94	8.25	2.2	0.97	7.30	2.0	0.97	6.60	2.1
2	1.05	10.26	5.4	1.11	10.08	4.8	1.17	9.48	4.2	1.22	8.62	4.4	1.24	7.72	4.1	1.23	7.04	4.2
3	1.31	10.31	8.1	1.39	10.22	7.3	1.46	9.72	6.4	1.51	8.96	6.7	1.52	8.13	6.2	1.49	7.46	6.2
5	1.84	10.40	13	1.94	10.42	12	2.01	10.10	11	2.05	9.51	11	2.03	8.82	10	1.97	8.22	10
7	2.36	10.51	19	2.48	10.59	17	2.55	10.39	15	2.56	9.96	15	2.50	9.42	14	2.40	8.89	14
10	3.13	10.69	27	3.24	10.82	24	3.28	10.74	22	3.24	10.74	22	3.13	10.08	20	2.98	9.69	20
15	4.30	11.10	40	4.38	11.21	36	4.36	11.20	34	4.23	11.09	33	4.03	10.89	30	3.82	10.67	29
30	6.63	12.58	81	6.92	12.71	75	7.01	12.68	63	6.88	12.49	66	6.57	12.20	63	6.15	11.87	62

Winterswijk (1880-1953)
Cum. freq. verdeling in procenten van ééndaagse neerslagsommen voor de maand juli.



Winterswijk, k=360 beginnende 1 Juli



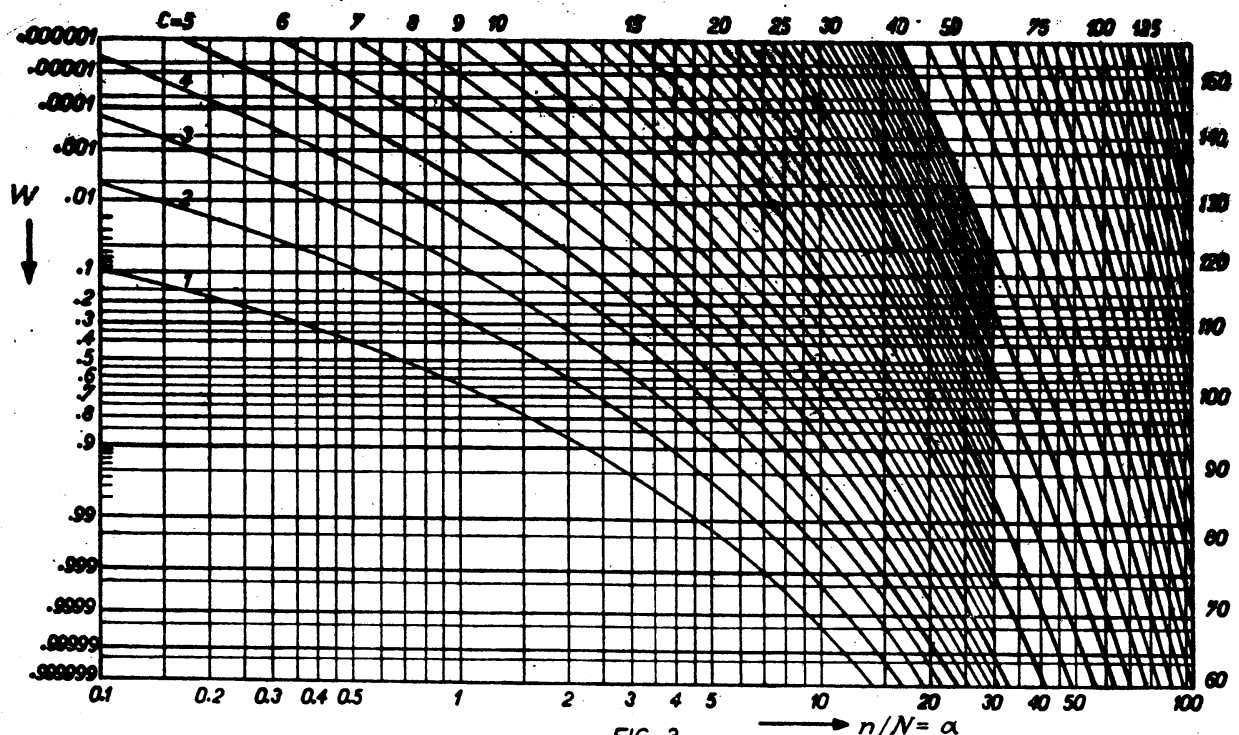


FIG. 3

Cumulative Poisson - verdeling

juni k=1 cumulatieve frequentieverdeling neerslag Winterswijk; $\alpha = 0.59$ • $\bar{h} = 27.2 \text{ mm}$

$g = 12.04 \text{ mm}$

