

KONINKLIJK NEDERLANDS  
METEOROLOGISCH INSTITUUT

Wetenschappelijk Rapport W.R. 56-004 (III-186)

Dr. H.J. de Boer

De cumulatieve frequentieverdelingen van  
de k-daagse neerslagsommen  
van Hoofddorp

De Bilt, 1956.

**All Rights Reserved.**

**Nadruk zonder toestemming van het K.N.M.I. is verboden.**

Dr. H.J. de Boer

De cumulatieve frequentieverdelingen van  
de k-daagse neerslagsommen  
van Hoofddorp

<u>I N H O U D</u>		<u>blz.</u>
0.1	Samenvatting	3
0.2	Inleiding	3
1.1	Nomogram van Visser	5
1.2	Algemene kritiek op Visser's nomogram	7
1.3	Theoretische kritiek op Visser's nomogram	8
1.3.1	Kapteyn-curven	8
1.3.2	Goodrich-curven	10
1.3.3	Pareto-curven	10
1.4	Praktische kritiek op Visser's nomogram	11
1.4.1	$\chi^2$ -toets	11
1.4.2	Procentuele fout in de aflezing bij 1-, 4-, 10- en 15-daagse sommen	12
1.5	Nomogram van Visser voor stations met een equatoriaal regentype en de kritiek daarop	15
2.1	Aanpassing van Goodrichkrommen aan de frequentieverdelingen voor $k = 1, 2, 3, \dots, 10, 15$	16
2.2	Procentuele fout in de aanpassing bij 1-, 4-, 10- en 15-daagse sommen	18
2.3	Aanpassing van Goodrichkrommen aan de frequentieverdelingen voor $k = 30, 60, 90, 180, 360, 540, 720, 1080$ en $1800$	19
2.4	Nauwkeurigheid van aanpassing van de Goodrichkrommen	20
2.4.1	Momenten methode	20
2.4.2	$\chi^2$ -toets	24
2.5	Aanpassing aan en splitsing van het materiaal aan Goodrichkrommen	25
2.5.1	Formules aangepast aan de Goodrichkrommen voor $1 \leq k \leq 30$ als functie van $k$ en de jaarlijkse gang	28
2.5.2	Formules aangepast aan de Goodrichkrommen voor $30 \leq k \leq 1800$ als functie van $k$ en de jaarlijkse gang	33

	<u>blz.</u>	
2.6	Toetsing van de in 2.5.1 en 2.5.2 genoemde formules	36
2.7	Hoe uit de drie Goodrichconstanten een Goodrich-kromme te trekken	39
3.1	Aanpassing van Poissonverdelingen aan de cumulatieve frequentieverdelingen	40
3.2.1	Eerste aanpassingsmethode met Poissonverdelingen in het interval $30 \leq k \leq 1800$	42
3.2.2	Tweede aanpassingsmethode met Poissonverdelingen in het interval $30 \leq k \leq 1800$	45
3.3	Toetsing van de in 3.2.1 en 3.2.2 gebruikte methoden voor het interval $30 \leq k \leq 1800$	47
3.4	Aanpassingsmethode met Poissonverdelingen in het interval $1 \leq k \leq 30$	49
3.5	Toetsing van de in 3.4 gebruikte methode voor het interval $1 \leq k \leq 30$	55
3.6	Hoe een cumulatieve frequentieverdeling met behulp van een Poissonverdeling te trekken	60
4.1	Formules voor de Goodrichconstanten a, b en c als functie van k en de jaarlijkse gang bij elkaar gebracht	61
4.2	Formules voor de Poissonconstante $\alpha_k$ en de Poisson-eenheid $q_k$ als functie van k en de jaarlijkse gang bij elkaar gebracht	63
	Summary	66
	Literatuuropgave	67
	Tabellen	68

## 0.1 Samenvatting

Cumulatieve frequentieverdelingen in procenten van k-daagse neerslagsommen zijn in gemakkelijk afleesbare vorm samengebracht in het nomogram van Ir. W.C. Visser. Op grond van theoretische en praktische overwegingen blijkt de methode, waarmede dit nomogram is verkregen, niet juist te zijn. Ondanks dit bezwaar is het nomogram zelf misschien bruikbaar.

We laten zien, dat Goodrich-functies met drie constanten een goede aanpassing zijn voor cumulatieve frequentieverdelingen in procenten met overschrijdende kansen van k-daagse neerslagsommen van Hoofddorp. Deze Goodrichvoorstelling blijkt vele malen nauwkeuriger te zijn dan bovengenoemd nomogram voor het station Hoofddorp.

De drie constanten van de Goodrichfunctie kunnen elk geschreven worden als een functie van k en de jaarlijkse gang, zodat voor een willekeurige waarde van k en voor een willekeurig tijdstip in het jaar de waarde van de drie constanten kan worden berekend. Daarmede ligt de Goodrichfunctie vast en hebben we hierin een analytische vorm voor de cumulatieve frequentieverdeling voor die willekeurige waarde van k en voor die willekeurige tijd in het jaar. Toetsing van de Goodrichkrommen met de corresponderende waargenomen verdelingen toont aan, dat de drie stellen door ons ontworpen formules voor de drie Goodrichconstanten in de drie intervallen  $1 \leq k \leq 30$ ,  $30 \leq k \leq 360$  en  $360 \leq k \leq 1800$  goed voldoen.

Op een ongedwongen wijze komen we op een tweede manier van weergave van de waargenomen frequentieverdelingen. Cumulatieve Poissonverdelingen stellen deze waargenomen frequentieverdelingen goed voor. De Poissonconstante  $\alpha$  en de Poissoneenheid in mm  $q$  hangen op zeer eenvoudige wijze af van k en van de normale k-daagse neerslaghoeveelheid in de gevraagde tijd van het jaar. Dit geldt in het interval  $30 \leq k \leq 1800$ . In het interval  $1 \leq k \leq 30$  wordt de cumulatieve Poissonverdeling op iets andere wijze dan in het interval  $30 \leq k \leq 1800$  uitgezet, terwijl het verband van  $\alpha$  en  $q$  met k en normale k-daagse neerslaghoeveelheid, hoewel eenvoudig, toch iets ingewikkelder is dan in het andere interval. De toetsing van de twee stellen formules met de waarnemingen laat zien, dat deze eenvoudige aanpassing voldoende is.

## 0.2 Inleiding

In het verband, dat er bestaat tussen hoeveelheid neerslag en tijd, zijn vele diensten, instellingen en bedrijven geïnteresseerd, zoals Rijkswaterstaat, Waterschappen en Polderbesturen, Archief Grond-

waterstanden T.N.O., Cultuurtechnische Dienst, Rioleringsdiensten, Waterleidingbedrijven, Land- en Tuinbouw, enz. Uiteraard loopt de interesse van de verschillende belangengroepen in dit verband nogal uiteen. Het verst uit elkaar liggen wel de belangen van Rioleringsdiensten en van Waterleidingbedrijven. De eerstgenoemde zijn vooral geïnteresseerd in regenhoeveelheden in korte tijd (minuten tot een uur), terwijl de laatstgenoemde bedrijven voornamelijk belangstelling hebben voor hoeveelheden regen in lange tijd (maand tot jaren). Niet alleen lopen de wensen in deze richting uiteen, maar ook verschillen de wensen in de wijze, waarop het verband tussen neerslaghoeveelheid en tijd wordt vastgelegd; sommigen wensen dit in de vorm van frequentie-verdelingen, anderen zijn reeds voldaan als bekend is hoe de dagsommen, weeksommen, maand- of jaarsommen van de neerslag met de tijd veranderen.

Aan het grootste deel van de wensen kan worden voldaan door de bewerking van de gegevens van gewone regenmeters met dagelijkse aftapping. Het K.N.M.I. is begonnen voor een net van 24 regenstations in Nederland, welke een homogeen materiaal hebben van meer dan 50 jaar, cumulatieve frequentieverdelingen in procenten van k-daagse neerslagsommen samen te stellen en wel voor alle maanden van het jaar. Aan k worden resp. de waarden 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 15, 30 (1 maand), 60 (2 maanden), 90 (3 maanden), 180 (6 maanden), 360 (1 jaar), 540 ( $1\frac{1}{2}$  jaar), 720 (2 jaar), 1080 (3 jaar) en 1800 (5 jaar) gegeven. Voor de hoge k-waarden worden de frequentieverdelingen niet meer voor elke maand opgemaakt, maar voor 3 maanden of zelfs 6 maanden. In totaal dienen 226 frequentieverdelingen per station of 5424 verdelingen voor het gehele net te worden samengesteld.

Om misverstand te voorkomen zullen wij een cumulatieve frequentieverdeling in procenten van k-daagse neerslagsommen definiëren als een verdeling, welke ons de kans W in procenten geeft, dat de neerslag in k dagen gelijk aan of meer dan h mm is.

Teneinde van het grote cijfermateriaal zelfs voor één station (226 verdelingen) enig overzicht te verkrijgen, is het gewenst op de een of andere manier (bijv. door middel van een nomogram of door het geven van eenvoudige formules) deze verdelingen voor te stellen, zodat met behulp van deze voorstelling gemakkelijk kan worden afgelezen of berekend, hetgeen men wenst te weten. De afwijking tussen deze voorstelling en de werkelijkheid (de frequentieverdelingen) dient klein te zijn.

In het volgende zullen drie van zulke voorstellingen worden besproken.

## 1.1 Nomogram van Visser

In een Mededeling van de Afdeling Onderzoek van de Cultuurtechnische Dienst, getiteld: "De Kans op Regenval, grafisch weergegeven", [1] heeft Ir. W.C. Visser een nomogram ontwikkeld, hetwelk een oplossing is van het in de inleiding gestelde probleem.

Visser gaat uit van enkele gedachten over de statistische methodiek, welke de grondslag vormen voor het door hem ontworpen nomogram. Deze gedachten zijn de volgende (Visser citerende):

„De frequentie-krommen van Kapteyn-Van Uven geven met zeer eenvoudige middelen een goed afleesbaar diagram en zijn daardoor van bijzondere bruikbaarheid. Aan een frequentie-kromme van Kapteyn-Van Uven, welke een scheve verdeling weergeeft, ligt een normaal verdeelde oorzaak ten grondslag. Deze normaal verdeelde oorzaak uit zichzelf niet, maar wordt waargenomen in een gevolg, hetwelk volgens een of andere functie met de normaal verdeelde oorzaak samenhangt." Deze functie noemt Visser de functie van samenhang (zie bijv. fig. 1a).

Op grond van deze overwegingen zet Visser een cumulatieve frequentieverdeling in procenten van neerslagsommen uit op grafisch papier, waarbij de overschrijdingskansen in een "Gausz"-schaal worden uitgezet tegen de logarithme van de neerslaghoeveelheden.

Deze gedachtengang wordt toegepast op het 53-jarige materiaal aan regenwaarnemingen van het station Kerkwerf. Uit de maand januari wordt één datum gekozen, bijv. 5 januari. Er zijn 53 dagssommen van 5 januari en met deze 53 waarden wordt een cumulatieve frequentieverdeling in procenten opgemaakt. Deze verdeling nu wordt representatief geacht voor de maand januari. Vervolgens wordt deze verdeling op de bovenvermelde wijze op grafisch papier uitgezet. Er ontstaat aldus een kromme.

Ditzelfde procédé wordt herhaald voor de overige elf maanden van het jaar. Een belangrijk punt in de opbouw van het nomogram is, dat Visser nu de februari-kromme met de januari-kromme tot dekking brengt door alleen translatie van de februari-kromme t.o.v. de januari-kromme toe te staan. Rotatie is dus niet toegelaten. Evenzo kunnen dan de overige 10 maand-krommen met de januari-kromme door translatie tot dekking gebracht worden. De eindpunten van de translatie-vectoren blijken dan op een "ellips" te liggen.

Indien we deze 12 frequentieverdelingen bij elkaar nemen en hieruit één frequentieverdeling maken, dan hebben we de cumulatieve frequentieverdeling van de 1-daagse neerslagsommen voor het jaar verkregen. Brengen we nu door translatie deze jaarkromme tot dekking met de januari-

kromme, dan moet het eindpunt van de translatie-vector het zwaartepunt van de verschuivingsellips aanwijzen.

We moeten daarbij wel bedenken, dat elk van de maandkrommen op slechts 53 punten berust, terwijl de jaarkromme is ontstaan uit 12 x 53 punten.

Hetgeen nu gedaan is voor de 1-daagse frequentieverdelingen wordt door Visser herhaald voor de 3-, 9-, 27-, 75- en in het algemeen k-daagse frequentieverdelingen. Uit het nomogram blijkt dan, dat voor een willekeurige k-daagse frequentieverdeling de februari-, maart-, april-, enz.-kromme slechts door translaties met de januari-kromme tot dekking wordt gebracht en dat de eindpunten van de verschuivingsvectoren telkens weer op een ellips liggen, welke conform is met de "ellips" voor de 1-daagse krommen. De grootte van de "ellips" neemt af met toenemende k. De ellips wordt een punt voor  $k = 365$ . De plaats van de eindpunten der translatievectoren voor de verschillende maanden op de ellips is voor alle verschuivingsellipsen dezelfde. Voor k tussen 365 en 730 is de plaats van de maanden op de verschuivingsellips  $180^\circ$  verschoven t.o.v. die voor k tussen 1 en 365. Voor elke k-waarde vormen dus de eindpunten van de verschuivingsvectoren, welke ontstaan door translatie van de maandkrommen om deze met de jaarkromme tot dekking te brengen, een ellips.

Thans komt het tweede belangrijke punt in het nomogram van Visser. Hij kan de k-daagse januari-kromme - hiermee wordt korthedshalve bedoeld: de cumulatieve frequentieverdeling van k-daagse neerslagsommen in procenten voor de maand januari, waarbij de kansen uitgezet zijn in een "Gausz"-schaal tegen de logaritmen van de neerslaghoeveelheden - alleen door translatie tot dekking brengen met de 1-daagse januari-kromme, de k-daagse februari-kromme met de 1-daagse februari-kromme, de k-daagse jaarkromme met de 1-daagse jaarkromme, enz. We kunnen verder gemakkelijker over de jaarkrommen spreken, immers de maandkrommen groeperen zich rondom de jaarkrommen. Het blijkt nu, dat de eindpunten van de verschuivingsvectoren van de k-daagse jaarkrommen t.o.v. de 1-daagse jaarkromme op een flauw gebogen curve liggen. De modulus van de verschuivingsvectoren neemt met toenemende k aanzienlijk minder dan lineair toe.

Met de twee bovengenoemde belangrijke punten kan het nomogram gemakkelijk worden opgebouwd. Om het gewenste diagram economisch in te richten wordt op het midden van het schaalpapier een as getrokken, waarop de logaritme van de neerslag in mm wordt uitgezet. Loodrecht op deze as in het punt van 10 mm wordt de waarschijnlijkheidsas opgericht, waarop de kansen in een Gausz-schaal in procenten worden uitgezet en wel zo-



danig, dat 50% kans op de neerslag bij 10 mm valt.

Nu nemen we de k-daagse jaarkrommen en brengen deze achtereenvolgens tot dekking met de l-daagse jaarkromme. We bepalen aldus de verschuivingsvectoren voor verschillende k-waarden en wel van  $k = 2$  tot  $k = 1095$  (3 jaar). Vervolgens nemen we het diagrampapier, trekken een horizontale lijn evenwijdig aan de onderkant van het papier en kiezen het midden van deze lijn als het "jaarpunt" van de l-daagse krommen. Vanuit dat jaarpunt worden de eindpunten van de k-daagse verschuivingsvectoren uitgezet. Door deze eindpunten wordt een vloeiende lijn, leikromme L genaamd, getrokken (zie figuur 1). Nu kunnen we op het diagrampapier de referentiekromme R bepalen. We leggen het schaalpapier, dat doorzichtig is, met het punt (10 mm; 50%) in het punt  $k = 1095$  van de vloeiende kromme door de eindpunten van de verschuivingsvectoren.

Vervolgens zetten we uit naar rechts de hoeveelheid neerslag in mm, waarvan de verwachtingswaarde 50% bedraagt voor  $k = 1095$ , evenwijdig aan de horizontale lijn door  $k = 1$ . Dit proces wordt herhaald voor verschillende k-waarden. Daarna trekken we een vloeiende lijn door de uitgezochte punten. Dit is dan de referentiekromme.

Eindelijk kunnen dan nog rondom de "jaarpunten" voor de verschillende k-waarden de punten voor de 12 maanden van het jaar worden bepaald; deze "maandpunten" vormen immers een verschuivingsellips rondom de "jaarpunten". Deze "maandpunten" kunnen we dan gemakkelijk vinden, als we de hoeveelheid neerslag bij 50% waarschijnlijkheid kennen, door gebruik te maken van de referentiekromme.

Aldus kan het nomogram van Visser worden samengesteld.

## 1.2 Algemene kritiek op Visser's nomogram

Het onderzoek van Visser valt uiteen in twee gedeelten, een theoretisch gedeelte en een praktisch gedeelte. Hetgeen we dadelijk opmerken, is het feit, dat het praktisch gedeelte niet op het theoretisch gedeelte berust of omgekeerd; beide gedeelten staan namelijk geheel apart. Visser noemt de grondslag, van waaruit Kapteyn tot zijn frequentie-curven is gekomen; maar hij toont niet aan, dat de cumulatieve frequentieverdelingen in procenten van de k-daagse neerslagsommen relatie-krommen of "functies van samenhang" zijn tussen een Kapteyn-verdeling en een normale verdeling in een zeker coördinatenstelsel. Indien dit theoretische gedeelte was weggelaten, dan zou de waarde van het praktische gedeelte dezelfde gebleven zijn.

In het praktische gedeelte zijn ook enkele punten, welke onze aandacht trekken. In de eerste plaats zal het feit, dat elke frequentie-

verdeling op slechts 53 punten is gebaseerd, tot een onnauwkeurigheid leiden, welke niet nodig is. Immers indien alle beschikbare materiaal per maand gebruikt zou zijn, zou de onnauwkeurigheid ongetwijfeld verminderd zijn. In de tweede plaats vragen we ons af, welk criterium maatgevend is voor het door translatie tot dekking brengen van twee frequentieverdelingen. De frequentiekrommen zijn uitgezet met de reghoeveelheden in logarithmische schaal tegen de overschrijdingskansen in een Gaussz-schaal. Waren beide schalen lineair, dan zouden we als dekkingscriterium kiezen, dat de som van de kwadraten van de afwijkingen een minimum is. Het komt ons voor, dat in Visser's geval dit dekkingscriterium minder juist is. Een beter voorstel lijkt ons om de dekking in het centrale gedeelte van de Gaussz-schaal (dus in de buurt van 50%) zo goed mogelijk te laten plaatsvinden ten koste van de dekking bij zeer grote en bij zeer kleine waarschijnlijkheden. We komen op dit punt terug in 1.4.

### 1.3 Theoretische kritiek op Visser's nomogram

In zijn nomogram heeft Visser gebruik gemaakt van de gedachte, dat cumulatieve frequentieverdelingen van k-daagse neerslagsommen door translatie alleen tot dekking kunnen worden gebracht. Daar dit procédé mathematisch aanpakbaar is, is op het K.N.M.I. een onderzoek daarnaar ingesteld. De resultaten van dit onderzoek zijn door Dr. C. Levert bijeengebracht in een verslag K.N.M.I. jan. 1953 getiteld: Een onderzoek naar de mathematische basis van het procédé "schuiven tot samenvallen" [2], dat in de door Ir. W.C. Visser ontwikkelde grafische bewerkingsmethode van regegegevens een zeer essentieel element vormt.

Terwijl we voor meerdere details naar dit rapport verwijzen, nemen we in 1.3.1; 1.3.2 en 1.3.3 het volgende hieruit over.

#### 1.3.1 Kapteyn-curven

Daar Visser in zijn mededeling aanneemt, doch niet bewijst, dat de cumulatieve frequentieverdelingen van k-daagse neerslagsommen worden voorgesteld door de functie van samenhang  $S$  of relatiekromme (zie § 1.1 pag. 5), welke het verband aangeeft tussen een normale verdeling langs de kans-as en een Kapteyn-verdeling langs de neerslag-as (zie fig. 1a), spreekt het vanzelf, dat dit type van krommen het eerst is onderzocht.

Laten de beide Kapteyn-curven langs de neerslag-as voorgesteld worden door:

$$f_1(x) dx = A_1 \frac{\varphi_1'(x)}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-[\varphi_1(x)]^2/2\sigma^2} dx \text{ en } f_2(x) dx = A_2 \frac{\varphi_2'(x)}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-[\varphi_2(x)]^2/2\sigma^2} dx,$$

waarbij  $\varphi'(x) = \frac{d\varphi}{dx}$ .

Daar Visser overgaat op andere coördinaten, n.l. de logarithme van de neerslaghoeveelheid langs de neerslag-as en een "waarschijnlijkheidsschaal" langs de kans-as, voeren we dus in

$\xi = \log x$  en  $\eta$  als de kans in Gaussz-schaal.

De beide Kapteyn-curven worden dan in de volgende vorm neergeschreven.

$$g_1(\xi) d\xi = A_1 \frac{\psi_1'(\xi)}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-[\psi_1(\xi)]^2/2\sigma^2} d\xi \text{ en } g_2(\xi) d\xi = A_2 \frac{\psi_2'(\xi)}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-[\psi_2(\xi)]^2/2\sigma^2} d\xi,$$

waarin  $\xi$  loopt van  $-\infty$  tot  $+\infty$ .

De verbanden tussen deze Kapteyn-krommen langs de neerslag-as en de normale verdelingen langs de kans-as zijn de beide functies van samenhang  $S_1$  en  $S_2$ , waarvan de vergelijkingen respectievelijk zijn  $\eta = \psi_1(\xi)$  en  $\eta = \psi_2(\xi)$ .

Nu moet  $S_2$  met  $S_1$  tot dekking kunnen worden gebracht door verschuivingen langs  $\xi$ - en  $\eta$ -as alleen, d.w.z. het type kromme is invariant tegen een verschuiving van de kromme zelf. Dergelijke translaties worden bewerkstelligd door

$$\eta' = \eta - \Delta\eta \text{ en } \xi' = \xi - \Delta\xi$$

Daardoor gaat  $\eta = \psi_2(\xi)$  van  $S_2$  over in  $\eta' = \psi_2^*(\xi')$ . Kan nu de (analytische) vorm van  $\psi_2^*(\xi')$  gelijk zijn aan die van  $\psi_1(\xi)$  voor een zekere  $\Delta\xi$ ?

Als we van gewone Kapteyn-curven uitgaan, waarbij  $\varphi(x) = (x+k)^2$  is, kan volledige dekking alleen optreden voor  $\Delta\xi = 0$ ; d.w.z. het is onmogelijk om van gewone Kapteyn-curven uitgaande, functies van samenhang door translaties alleen tot dekking te brengen.

Door Levert is ook nog onderzocht of andere analytische vormen van  $\varphi(x)$  dan de bovengenoemde wel invariant zijn tegen translaties. Hij vindt, dat

$$\varphi(x) = \sum_0^n \frac{a_i}{m^i} x^i$$

deze invariantie gedeeltelijk vertoont, n.l. wanneer de  $\eta$  as rekbaar is.

### 1.3.2 Goodrich-curven

Door Dr. L.J.L. Deij en Dr. C. Levert zijn de relatiecurven van Goodrich-krommen onderzocht op invariantie tegen translaties. Laat een Goodrich-kromme voorgesteld kunnen worden door de cumulatieve vorm:

$$\int_x^{\infty} f(x) dx = e^{-ax^n}.$$

Gaan we nu weer over op de coördinaten  $\xi = \log x$  en  $\eta$  in de Gauss-schaal en bepalen de voorwaarde voor invariantie tegen translatie, dan blijkt deze voorwaarde te luiden:

$$a_2 e^{n_2(\xi + \Delta\xi)} = a_1 e^{n_1\xi} \quad \text{voor elke } \xi.$$

Hieraan wordt voldaan, als

$$a_1 = a_2 e^{n_2 \Delta\xi} \quad \text{en} \quad n_1 = n_2.$$

Dit betekent, dat, als van twee Goodrichkrommen  $a_1 n^{n-1} e^{-a_1 x^n}$  en  $a_2 n^{n-1} e^{-a_2 x^n}$  de relatiekromme  $S_2$  met de relatiekromme  $S_1$  tot dekking gebracht kan worden door een zekere verschuiving  $\Delta\eta$  en één van  $\Delta\xi$ , deze laatstgenoemde verschuiving moet voldoen aan

$$\Delta\xi = \frac{\ln a_1 - \ln a_2}{n}.$$

De methode van "door translaties tot dekking brengen" heeft voor Goodrich-krommen van de eenvoudigste gedaante slechts beperkte betekenis.

### 1.3.3 Pareto-curven

Dr. Levert heeft ook nog Pareto frequentieverdelingen onderzocht op invariantie tegen translatie. Een Pareto verdeling kan worden voorgesteld door

$$f(x) dx = x_0^k k x^{-k-1} dx \quad \text{voor } x_0 \leq x \leq \infty$$

De relatie-curven van dit soort verdelingen zijn op geen enkele manier door translaties alleen tot dekking te brengen.

#### 1.4 Praktische kritiek op Visser's nomogram

Het eerste belangrijke punt uit Visser's nomogram is, dat de cumulatieve frequentieverdelingen van de k-daagse neerslagsom voor de 12 maanden van het jaar, uitgezet op grafisch papier met als coördinaten de logaritmische van de neerslaghoeveelheid en de waarschijnlijkheid in een Gausz-schaal, door translaties alleen tot dekking gebracht kunnen worden met de frequentieverdeling van de k-daagse neerslagsom voor het jaar en dat de eindpunten van de verschuivingsvectoren een ellips vormen. Zoals dit reeds in 1.1 is uiteen gezet kunnen we dus met behulp van het nomogram de waarschijnlijkheid aflezen bij verschillende neerslaghoeveelheden. Deze afgelezen waarschijnlijkheden kunnen worden vergeleken met de waargenomen kansen.

##### 1.4.1 $\chi^2$ -toets

Een dergelijke toetsing van de nauwkeurigheid van aanpassing (nomogram tegen waarneming) is medegedeeld door Dr. C. Levert in zijn verslag K.N.M.I. januari 1953 [3].

Uit het door Ir. W.C. Visser aan Dr. C. Levert ter beschikking gestelde materiaal van het station Kerkwerve op het eiland Schouwen heeft laatstgenoemde 4 steekproeven genomen, n.l.

- 1e 3-daagse sommen van 15 januari
- 2e 27-daagse sommen van 5 januari
- 3e 27-daagse sommen van 6 augustus
- 4e 365-daagse sommen van 21 juli

Van de cumulatieve verdeling in deze 4 steekproeven werd overgegaan naar de distributieve verdeling voor intervallen van hoeveelheden. Vervolgens werd overgegaan naar de distributieve aantallen. Hierop werd de  $\chi^2$ -toets toegepast. Een moeilijkheid treedt echter hierbij op, n.l. het aantal vrijheidsgraden  $v$ . Dit aantal  $v$  wordt gevonden door het aantal intervallen  $N$  te verminderen met  $1 + a$ , waarbij  $a$  het aantal constanten in de verdelingskromme is. Daar de krommen met de hand zijn getrokken is het aantal parameters moeilijk vast te stellen. Visser spreekt over deze krommen als Kapteyn-curven en daarom meent Levert terecht, dat er veel voor te zeggen valt  $a = 2$  te stellen. Hieronder nemen we het tabelletje over, waarin de toets resultaten zijn samengevat.

	$\chi^2$	N	v	P %
3 d-sommen januari	6.27	6	3	9.8
27 d-sommen januari	7.98	7	4	9.4
27 d-sommen augustus	6.82	6	3	8.
365 d-sommen juli	12.41	7	4	2.9
simultaan	33.48	26	14	$\frac{1}{2}$

We lezen uit de onderste regel van deze tabel af, dat bij simultane toetsing de  $\chi^2$  som van de 4 steekproeven 33.48 is, hetgeen bij een aantal vrijheidsgraden van 14 een overschrijdingskans P geeft van minder dan  $\frac{1}{2}$  %. De nulhypothese - het waargenomen materiaal is een steekproef uit het door het nomogram van Visser gekarakteriseerde universum - is niet juist, daar  $P < 0.05$ . Levert concludeert dus daaruit, dat Visser het materiaal vrij veel geweld heeft aangedaan om dit in zijn nomogram te ordenen.

Het komt ons voor, dat Levert nog iets over het hoofd heeft gezien. Hij neemt aan, dat de k-daagse neerslagsommen functies van samenhang tussen de normale verdelingskromme en Kapteyn-curven zijn en vergelijkt deze met de referentiekromme, welke eenzelfde soort van curve is. Hierom moet van het aantal vrijheidsgraden twee worden afgetrokken. Maar een k-daagse kromme kan alleen met de referentiekromme vergeleken worden door hem te verschuiven. Dat zijn nog eens 2 vrijheidsgraden. Er moet dus 4 in plaats van 2 worden afgetrokken van  $N - 1$  en het gevolg is, dat het resultaat nog zeer veel slechter wordt.

#### 1.4.2 Procentuele fout in de aflezing bij 1-, 4-, 10- en 15-daagse sommen

Op het K.N.M.I. zijn uit het waarnemingsmateriaal van het station Hoofddorp (1867 - 1953) opgemaakt de cumulatieve frequentieverdelingen in procenten van de k-daagse neerslagsommen voor de 12 maanden van het jaar en voor het jaar zelf; k heeft de waarden 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10 en 15. Hoewel in het materiaal enkele maanden ontbreken, zijn toch de frequentieverdelingen uit een homogeen materiaal van 83 jaar getrokken. Zo berusten de frequentieverdelingen van de 1-daagse sommen voor de verschillende maanden elk op  $83 \times 30$  waarnemingen en de verdeling voor het jaar op  $83 \times 30 \times 12$  waarnemingen; de frequentieverdelingen van de 2-daagse sommen voor de verschillende maanden elk op  $83 \times 29$  waarnemingen en die voor de 15-daagse sommen voor de verschillende maanden elk op  $83 \times 15$  waarnemingen.

De cumulatieve frequentieverdelingen van de 1-, 4-, 10- en 15 daagse neerslagsommen voor alle maanden en voor het jaar hebben we op grafisch papier uitgezet met de logaritmie van de neerslaghoeveelheden als ordinaat en de kans in een Gausz-schaal als abscis. Door de punten zijn met de hand vloeiende krommen getrokken, zodat we in totaal 4 x 13 krommen kregen. In analogie met Visser hebben we voor de 1-daagse neerslagsommen de maandkrommen door translatie tot dekking gebracht met de jaarkromme en vervolgens hebben we door de eindpunten van de verschuivingsvectoren een vloeiende kromme getrokken. In de eerste plaats zal men nu vragen, welk criterium van "tot dekking brengen" is toegepast. Uiteraard kan men allerlei criteria aanleggen, maar in dit geval zijn er twee, welke in aanmerking komen en door ons reeds in 1.2 genoemd zijn. Het eerste criterium is, dat de som van de kwadraten van de afwijkingen tussen beide krommen een minimum is. Het tweede criterium luidt aldus: beide krommen moeten goed tot dekking komen voor middelmatige neerslaghoeveelheden, terwijl voor zeer grote en zeer kleine neerslaghoeveelheden de aanpassing niet zo goed behoeft te zijn. Ten gevolge van de gebruikte coördinaten zal men aan het tweede criterium, hoewel dat niet scherp is, de voorkeur geven. De verschuivingsfiguur, welke ontstaat ten gevolge van het tot dekking brengen van de maandkrommen met de jaarkromme is door twee personen onafhankelijk van elkaar volgens beide criteria bepaald. Alle vier figuren vertoonden dezelfde karakteristieke eigenschappen, n.l. de vloeiende kromme is een ellipsachtige figuur, maar de maandpunten liggen niet gelijkmatig verdeeld over de omtrek. Zo liggen februari, maart en april dicht bij elkaar en ook juni, juli en augustus; de afstanden mei - juni, april - mei en oktober - november zijn zeer groot (zie fig. 2).

Hetzelfde is uitgevoerd voor de 4-daagse sommen. Het resultaat is weergegeven in fig. 3. Hierin is van een ellips niet veel meer te bespeuren; het is een lus-achtige figuur. Deze figuur is uit ruim 42 maal zoveel materiaal verkregen als de ellips van Visser. Aan onze lus-achtige figuur mag dus een veel grotere betrouwbaarheid worden toegeschreven, dan aan de ellips van Visser.

De verschuivingsfiguren voor de 10- en 15-daagse sommen zijn gelijkvormig met fig. 3. Deze lusachtige figuren zijn wel zeer moeilijk tot ellipsen te styleren, tenzij men mogelijke grote fouten toelaat. Het is nu onze bedoeling de grootte van deze fouten na te gaan.

Daartoe maken we van de vloeiende kromme in fig. 2 een ellips, hetgeen zeer gemakkelijk te doen is. Op de grote as van deze ellips wordt een cirkel geconstrueerd en over de omtrek ervan worden de 12 maanden

gelijk verdeeld, waarbij januari (1) de plaats blijft behouden, zoals deze in fig. 2 is. Vervolgens worden de punten op de cirkel op de omtrek van de ellips geprojecteerd loodrecht op de grote as en dan zien we de 12 maanden over de omtrek van de ellips verdeeld, zoals aangegeven is in het nomogram van Visser.

Voor toenemende k-waarden worden de ellipsen kleiner en uit het nomogram hebben we gemeten in welke verhouding de beide assen van de ellipsen van de 4-, 10- en 15-daagse neerslagsommen kleiner worden ten opzichte van de assen van ellips van de 1-daagse sommen. In dezelfde verhoudingen hebben we onze ellips van de 1-daagse sommen ook verkleind om de ellipsen te verkrijgen voor onze 4-, 10- en 15-daagse sommen ter vervanging van de lusachtige figuren. De plaatsing van de 12 punten (maanden) op de ellips van de 1-daagse sommen is conform overgenomen op de ellipsen voor de hogere k-waarden.

Vervolgens brengen we bijv. op het grafische papier, waarop de januari-kromme voor de 1-daagse sommen is uitgezet, ook de jaarkromme voor de 1-daagse sommen aan, daarbij rekening houdende met de verschuivingsvector aangegeven in de gestyleerde verschuivingsellips voor de 1-daagse sommen. De jaarkromme is nu de referentiekromme, d.w.z. de juiste kromme. Indien we nu bij een zekere kans de hoeveelheid neerslag willen aflezen, dan lezen we deze af van de januari-kromme, terwijl de aflezing uit de jaarkromme de juiste is. De modulus van het verschil tussen beide aflezingen gedeeld door de juiste aflezing is de procentuele fout in de aflezing van de neerslaghoeveelheid. Dit is uitgevoerd voor de kansen in % van 0.1; 1; 5; 10; 15; 20; 30; 40; 50; 60; 70; 80; 90; 99; 99,9. Dit procédé hebben we ook gevolgd voor de overige maanden van het jaar. Tevens hebben we nog de procentuele fouten gemiddeld over alle maanden bepaald. Het resultaat is te vinden in tabel Ia.

Vervolgens hebben we ook het omgekeerde gedaan; we hebben namelijk de procentuele fout in de aflezing van de kansen bepaald bij neerslaghoeveelheden in mm; n.l. bij 0.1; 0.5; 1; 2; 3; 5; 10; 15; 20; 30; 40; enz. Het resultaat hiervan is verzameld in tabel Ib.

Ook voor de 4-, 10- en 15-daagse krommen hebben we de procentuele fout in de aflezing van kansen en neerslaghoeveelheden bepaald, zoals hierboven is aangegeven. De resultaten kunnen worden gevonden in respectievelijk tabel IIa en IIb, in tabel IIIa en IIIb en in tabel IVa en IVb.

Uit de gemiddelde resultaten zien we dat de procentuele fout in de aflezing van de neerslaghoeveelheden toeneemt met toenemende k. Naar onze mening zijn deze fouten te groot, daar deze bijna alle meer



dan 10% zijn. De procentuele fout in de kansen komt bij de 1-daagse sommen bij 8 mm boven de 10%; bij de 4-daagse sommen bij 12 mm; bij de 10-daagse sommen bij 15 mm en bij de 15-daagse sommen bij 30 mm. Dit betekent ook, dat bij toenemende k-waarden de procentuele fout in de kansen toeneemt.

1.5 Nomogram van Visser voor stations met een equatoriaal regentype en de kritiek daarop

Visser heeft ook een onderzoek ingesteld naar de verschuivingsfiguur voor de 7-daagse neerslagsommen van Curaçao. De verschuivingsfiguur blijkt nu de vorm te hebben van een 8 (zie fig. 4). Visser verklaart dit verschijnsel door aan te nemen, dat op Curaçao een kleine en een grote regentijd voorkomt; in 1 jaar treden dus 2 maxima en 2 minima op. Dit is dus in tegenstelling met de Nederlandse stations, waar in de jaarlijkse gang van de regenval slechts één maximum en één minimum aanwezig is.

We hebben hier beneden in een tabel verzameld de maandnormalen in mm van Hoofddorp, Kerkwerve en Willemstad (Curaçao) en ook de maandnormalen in procenten van de jaarnormaal voor dezelfde stations.

Uit de tabel voor de maandnormalen blijkt, dat Willemstad geen equatoriaal regentype heeft. Het grote maximum valt in november. Zo men wil, is in augustus een klein secundair maximum te constateren.

	j	f	m	a	m	j	j	a	s	o	n	d	jaar
Hoofddorp	52	41	47	<u>40</u>	46	56	70	76	80	<u>92</u>	85	68	753
Kerkwerve	45	<u>33</u>	41	39	44	56	65	69	64	<u>76</u>	60	62	654
Willemstad	55	26	22	21	<u>12</u>	22	30	34	32	90	<u>126</u>	89	559
Hoofddorp	6.8	5.8	6.1	<u>5.5</u>	6.0	7.6	9.1	9.9	10.8	<u>12.0</u>	11.5	8.9	100
Kerkwerve	6.7	<u>5.4</u>	6.2	6.1	6.6	8.7	9.7	10.3	9.9	<u>11.5</u>	9.4	9.4	100
Willemstad	9.9	4.7	4.0	3.5	<u>2.1</u>	3.9	5.3	6.2	5.8	16.1	<u>22.6</u>	15.9	100

Dit tweede maximum heeft niet meer betekenis, dan het secundaire maximum in maart voor Hoofddorp en Kerkwerve; dit is nog duidelijker te constateren in de tabel met de procenten. We vragen ons af, waarom Visser bij Curaçao een lus vond en bij Kerkwerve een ellips, terwijl voor beide stations de jaarlijkse gang hetzelfde verloop heeft. Er komt nog bij, dat wij voor de verschuivingsfiguur bij Hoofddorp een lusachtige figuur vonden in tegenstelling met de ellips van Visser bij Kerkwerve. Het lijkt ons, dat de wens tot stylering van de verschuivings-

figuur en de geringe omvang van het door Visser gebruikte materiaal aanleiding tot het verschil in verschuivingsfiguur van Kerkwerve en Curaçao heeft gegeven.

2.1 Aanpassing van Goodrich-krommen aan de frequentieverdelingen voor  
 $k = 1, 2, 3, \dots, 10, 15$

C.E.P. Brooks beweert in zijn boek: "Handbook of Statistical Methods in Meteorology" [4], dat een cumulatieve frequentieverdeling van 1-daagse neerslagsommen een rechte is, als de verdeling uitgezet wordt in de coördinaten: log waarschijnlijkheid en de neerslaghoeveelheid. We hebben dit gedaan voor de 1-daagse sommen voor het jaar van Hoofddorp. De vloeiende kromme door de uitgezette punten was evenwel geen rechte, doch leek meer op een kwadratische kromme. Dat betekent dus, dat de cumulatieve frequentieverdeling van 1-daagse sommen meer op een Goodrich-kromme lijkt. Om dit te onderzoeken hebben we dezelfde cumulatieve frequentieverdeling voor 1-daagse sommen voor het jaar van Hoofddorp uitgezet in de coördinaten  $\lg (- \lg W)$  en  $\lg h$  ( $W =$  waarschijnlijkheid en  $h =$  neerslaghoeveelheid). De kromme (A), (zie fig. 5), welke door de aldus uitgezette punten kon worden getrokken, bleek nog geen rechte te zijn. Proberenderwijze vonden we nu, dat, als we bij  $h$  telkens een constante hoeveelheid  $a$  optellen en dan de frequentieverdeling uitzetten in de reeds genoemde coördinaten, de dan ontstane curve gemakkelijk door een rechte (C) kan worden voorgesteld (zie fig. 5). Deze rechte in de coördinaten  $\log (h + a)$  en  $\log (- \log W)$  is een Goodrichkromme in de coördinaten  $h$  en  $W$ ; n.l.

$$W = e^{-\left(\frac{h+a}{b}\right)^{\frac{1}{c}}}$$

Welke betekenis hebben de drie constanten  $a$ ,  $b$  en  $c$ ?

$a$  is slechts een rekenkundige grootheid, welke we proberenderwijze vinden, zodat de rechte, welke door de kromme uitgezet in  $\log (h + a)$  en  $\log (- \log W)$  getrokken kan worden, op het oog zo weinig mogelijk afwijkt van de kromme.

$b$  is direct verbonden met de hoeveelheid neerslag  $(h + a)$  bij  $W = 0.1$ . Deze constante zou gelijk zijn aan  $(h + a)$  bij  $W = 0.1$ , als we de Goodrichkromme geschreven hadden in de vorm

$$W = 10^{-\left(\frac{h+a}{b}\right)^{\frac{1}{c}}}$$

Maar de e-macht is prettiger in het gebruik.

c is de verhouding tussen  $^{10}\log (h + a)$  en  $^{10}\log (- e \log W)$ .

Hoe worden de 3 constanten bepaald?

Hierbij dienen we eerst te bedenken, welke coördinaten en welk assenstelsel worden gebruikt. Als ordinaat wordt genomen  $^{10}\log h$  en als abscis  $^{10}\log (- e \log W)$ . De laatstgenoemde grootte heeft de waarde 0 voor  $W = 0.1$  en daarom leggen we het nulpunt van het coördinaten-systeem in dat punt.

De ordinaat staat in dat punt loodrecht op de abscis. In dit systeem zetten we de cumulatieve frequentieverdeling uit en bepalen dan de constante a door te proberen; bijv. eerst  $a = 1$ , daarna  $a = 2$  enz. en zo nodig ook tussengelegen waarden. Hebben we a gevonden, zodat  $\log (h + a)$  tegen  $\log (- e \log W)$  uitgezet op het oog zo goed mogelijk door een rechte kan worden voorgesteld (zie fig. 5), dan trekken we de rechte. Op deze rechte kiezen we 2 punten. We lezen bijv. bij  $W = 10\%$  de grootte  $h + a$  af; deze is dan 8.05 mm. We lezen bij  $h + a = 4$  mm de kans af; deze is 0.307. Daar we de Goodrichkromme in de gedaante van een e-macht willen zien, vullen we deze twee paren van waarden respectievelijk in de volgende formule:

$$c \ ^{10}\log (- e \log W) = \ ^{10}\log (h + a) - \ ^{10}\log b$$

Daardoor krijgen we twee vergelijkingen met twee onbekenden. Zo vinden we voor het voorbeeld in fig. 5 voor b de waarde 3.36 en voor c de waarde 1.05.

Dit procédé is toegepast voor alle 12 maanden van het jaar op de cumulatieve frequentieverdelingen in procenten voor de waarden van  $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10$  en  $15$ ; d.w.z. 108 verdelingen. Op deze manier vinden we  $108 \times 3$  constanten, welke zijn samengebracht in tabel V.

Als we tabel V bestuderen, vinden we enkele eigenschappen van de drie constanten a, b en c, welke hieronder vermeld worden.

- a. De a-waarden blijken voor eenzelfde maand voor verschillende k-waarden weinig uiteen te lopen en een jaarlijkse gang is aanwezig met een maximum in de zomermaanden.
- b. De b-waarden nemen in eenzelfde maand toe met toenemende k. Bij eenzelfde k-waarde vertonen de b-waarden een uitgesproken jaarlijkse gang, en wel voor de hogere k-waarden met een maximum in augustus, september en oktober en een minimum in maart, april en mei, terwijl voor de lagere k-waarden het maximum en het minimum één maand vroeger vallen.

- c. De c neemt af met toenemende k. Voor een bepaalde waarde van k vertoont de waarde van c voor de verschillende maanden van het jaar een grillig verloop; een jaarlijkse gang is niet te zien.

## 2.2 Procentuele fout in de aanpassing bij 1-, 4-, 10- en 15-daagse sommen

In 1.4.2 hebben we bepaald de procentuele fout in de aflezing van de kans resp. van de neerslaghoeveelheid van de 1-daagse neerslagsommen voor de 12 maanden van het jaar ten opzichte van de 1-daagse neerslagsommen voor het jaar. In andere woorden: we hebben de procentuele fout in de aflezing bepaald ten gevolge van de aanpassing van de maandkromme door verschuiving alleen en door de daarop gevolgde stylering van de verschuivingsfiguur tot een ellips. Ditzelfde is ook gedaan voor  $k = 4, 10$  en  $15$ . Andere foutenbronnen zijn nog niet hierbij in beschouwing genomen.

Nu willen we nog bepalen de fout, welke ontstaat door aanpassing van een Goodrichkromme aan een cumulatieve frequentieverdeling, waarin  $h$  is vervangen door  $h + a$ . Als voorbeeld nemen we fig. 5. Kromme A is de vloeiende curve door de punten, welke de cumulatieve frequentieverdeling van de 1-daagse neerslagsommen voor maart van het station Hoofddorp in de variabelen  $h$  en  $W$  voorstellen, uitgezet in de coördinaten  $10 \log h$  en  $10 \log (-10 \log W)$ . Kromme B is de vloeiende curve door de punten, welke de cumulatieve frequentieverdeling voorstelt in de variabelen  $h + a$  en  $W$ . Rechte C is de Goodrichkromme, welke aan B is aangepast. Voor de waarschijnlijkheden in procenten 0.1; 1; 5; 10; 15; 20; 30; 40; 50; 60; 70; 80; 90; 95; 99; 99.9 lezen we op C af de overeenkomstige neerslaghoeveelheden. Wij hadden eigenlijk moeten aflezen op B. Nu wordt de modulus van (de aflezing op C - de aflezing op B) gedeeld door de aflezing op B genoemd de procentuele fout in de aflezing van de neerslaghoeveelheid bij die bepaalde kans. Op dezelfde manier kunnen we ook de procentuele fout bepalen in de aflezing van de waarschijnlijkheid bij de volgende neerslaghoeveelheden  $h$  in mm: 0.1; 0.5; 1; 2; 3; 5; 10; 15; 20; 30; 40; 50; enz. Dit procédé is gevolgd voor alle maanden van het jaar en voor  $k = 1, 4, 10$  en  $15$ . De resultaten zijn verzameld in respectievelijk tabel VIa en VIb, VIIa en VIIb; VIIIa en VIIIb; IXa en IXb.

Uit deze tabellen kunnen we besluiten, dat voor kleine  $k$ -waarden de fout groter dan 10% is voor grote  $W$  en voor grote  $h$ . Voor grotere  $k$ -waarden blijkt de fout groter dan 10% te zijn voor  $W = 0.1$  % en voor grote  $W$  en voor grote  $h$ .

Bij vergelijking van deze 8 tabellen met de 8 tabellen Ia tot en met IVb blijkt, dat de onnauwkeurigheid in de laatste ongeveer 10 maal zo groot is als in de eerstgenoemde tabellen.

Dit resultaat valt wel zeer ten nadele van de aanpassing met Visser's nomogram uit.

Willen we de aanpassing met Goodrichkrommen in een formule weergeven, dan zullen door dit in formule brengen de constanten, in tabel V verzameld, worden gladgestreken. Hierdoor zal de nauwkeurigheid, zoals die bereikt is in tabel VIa tot en met IXb, zeer zeker verminderen. Aan de andere kant hebben we bij het nomogram van Visser verschillende foutenbronnen nog niet in onze beschouwingen opgenomen, zoals de dekking van de k-daagse jaarkrommen met de 1-daagse jaarkromme door translaties alleen om de zogenaamde referentiekromme te verkrijgen.

### 2.3 Aanpassing van Goodrichkrommen aan de frequentieverdelingen voor k = 30, 60, 90, 180, 360, 540, 720, 1080 en 1800

Dat deze frequentieverdelingen apart worden beschouwd, ligt aan de bewerkingswijze van het waarnemingsmateriaal. De hierin ontbrekende waarnemingen werden aangevuld met die van naburige stations zodat een complete waarnemingsreeks van 87 jaren werd verkregen. Aan alle maanden werd een lengte van 30 dagen gegeven, waartoe de dagen 31 mei, 31 juli, 31 augustus, 31 oktober, 31 december (en eventueel 29 februari) werden geschrapd. De maanden zijn nu als volgt gedefinieerd:

januari : 1 tot en met 30 januari  
februari : 31 januari tot en met 1 maart  
maart : 2 tot en met 31 maart  
april : 1 tot en met 30 april  
mei : 1 tot en met 30 mei  
juni : 1 tot en met 30 juni  
juli : 1 tot en met 30 juli  
augustus : 1 tot en met 30 augustus  
september: 1 tot en met 30 september  
oktober : 1 tot en met 30 oktober  
november : 1 tot en met 30 november  
december : 1 tot en met 30 december

De cumulatieve frequentieverdelingen in procenten zijn gemaakt beginnende op de 1ste of op de 16de van elke maand voor k = 30, 60 en 90

dagen; beginnende op de 1ste van elke maand voor  $k = 180, 360$  en  $540$  dagen; beginnende op 1 januari, 1 april, 1 juli of 1 oktober voor  $k = 720$  en  $1080$  dagen; beginnende op 1 januari of op 1 juli voor  $k = 1800$  dagen. Deze frequentie-verdelingen bestaan dus uit ten hoogste  $87$  punten en ten minste  $82$  punten.

In 2.1 hebben we uiteengezet hoe de cumulatieve frequentieverdelingen van  $k$ -daagse neerslagsommen kunnen worden voorgesteld door Goodrichkrommen met drie constanten  $a$ ,  $b$  en  $c$ . Ditzelfde procédé is eveneens toegepast op de  $118$  frequentieverdelingen voor  $k = 30$  en hoger. De driemaal  $118$  constanten  $a$ ,  $b$  en  $c$  zijn samengebracht in tabel X.

Bij bestudering van tabel V en X vallen dan de volgende eigenschappen van de constanten  $a$ ,  $b$  en  $c$  op.

1. De  $a$  is positief voor lage  $k$ -waarden en gaat meestal tussen  $k = 30$  en  $k = 60$  door nul, terwijl bij toenemende  $k$  de negatieve waarde van  $a$  toeneemt. De jaarlijkse gang in  $a$  is voor kleine  $k$ -waarden niet duidelijk; voor hogere  $k$ -waarden is de gang duidelijk.
2. De  $b$  is steeds positief en neemt toe met toenemende  $k$ . De jaarlijkse gang in  $b$  is zeer duidelijk.
3. De  $c$  neemt af met toenemende  $k$ ; de afname van  $c$  is bij hogere  $k$ -waarden kleiner dan bij lagere  $k$ -waarden. Bij lage  $k$ -waarden is de jaarlijkse gang in de  $c$ -waarden grillig; bij hoge  $k$ -waarden is de jaarlijkse gang echter duidelijk waarneembaar.

#### 2.4 Nauwkeurigheid van aanpassing van de Goodrichkrommen

Nu we alle cumulatieve frequentieverdelingen door Goodrichkrommen hebben voorgesteld, moeten we toch aantonen, dat deze Goodrichcurven de frequentieverdelingen goed voorstellen. Wel zijn de Goodrichkrommen in de coördinaten  $^{10}\log h$  en  $^{10}\log [-e \log W]$  op het oog zo goed mogelijk door de frequentiekrommen gelegd, terwijl tevens bleek, dat de Goodrichvoorstelling vele malen nauwkeuriger is dan het nomogram van Visser. In het volgende zullen we laten zien, dat de Goodrichvoorstelling voldoende nauwkeurig is.

##### 2.4.1 Momentenmethode

De Goodrichvoorstelling van een cumulatieve overschrijdende frequentieverdeling in procenten is in formule

*h = -a*

*h > -a*  
*Waar h > -a?*

$$W (\geq h) = e^{-\left(\frac{h+a}{b}\right)^{\frac{1}{c}}} \quad (1)$$

We moeten hierbij wel bedenken, dat we de W-waarden vinden door in (1)  $h + a$  te laten lopen van 0 tot  $\infty$ . De distributieve verdeling wordt dan gevonden door te differentiëren naar  $(h + a)$ :

$$w(h+a) = \frac{1}{bc} \left(\frac{h+a}{b}\right)^{\frac{1}{c}-1} e^{-\left(\frac{h+a}{b}\right)^{\frac{1}{c}}} \quad (2)$$

Nu is  $\int_0^{\infty} w(h+a) \cdot d(h+a) = 1$

Thans gaan we het eerste moment berekenen:

$$\bar{h} = \overline{(h+a)} - a = \int_0^{\infty} \frac{1}{bc} (h+a) \left(\frac{h+a}{b}\right)^{\frac{1}{c}-1} e^{-\left(\frac{h+a}{b}\right)^{\frac{1}{c}}} d(h+a) - a.$$

Stel  $\left(\frac{h+a}{b}\right)^{\frac{1}{c}} = y$ , dan is

*h over a tel...*

$$\bar{h} = b \int_0^{\infty} y^c e^{-y} dy - a = b \sqrt[c]{c+1} - a \quad (3)$$

*waar h over a tel...*

Het tweede moment wordt op dezelfde wijze gevonden:

$$\overline{h^2} = \overline{(h+a)^2} - 2a\bar{h} - a^2 = \frac{1}{bc} \int_0^{\infty} (h+a)^2 \left(\frac{h+a}{b}\right)^{\frac{1}{c}-1} e^{-\left(\frac{h+a}{b}\right)^{\frac{1}{c}}} d(h+a) - 2a\bar{h} - a^2$$

Stel wederom  $\left(\frac{h+a}{b}\right)^{\frac{1}{c}} = y$ , dan is

$$\overline{h^2} = b^2 \int_0^{\infty} y^{2c} e^{-y} dy - 2a\bar{h} - a^2 = b^2 \sqrt[c]{2c+1} - 2ab \sqrt[c]{c+1} + a^2 \quad (4)$$

Op deze manier kunnen gemakkelijk alle hogere momenten worden berekend, maar we beperken ons tot het bovenstaande. We zullen nu onze formules toepassen op de Goodrichkrommen en de daarbij verkregen uitkomsten vergelijken met de momenten berekend uit de waargenomen verdelingen. We nemen hiervoor de Goodrichkrommen en de overeenkomstige frequentieverdelingen van de maand juli en wel voor  $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 15, 30, 90, 360$  en 1800. Met de maand juli voor  $k > 30$  bedoelen we, dat het midden van het k-daagse tijdvak op 16 juli valt.

k	a	b	c	$\bar{h}_{\text{ber.}}$	$\bar{h}_{\text{wrg.}}$	$\overline{h^2}_{\text{ber.}}$	$\overline{h^2}_{\text{wrg.}}$
1	6	5.79	1.030	-0.1	2.2	36.53	26.23
2	6	9.37	0.900	3.0	4.2	75.05	66.91
3	6	12.21	0.864	5.6	6.3		
4	6	14.92	0.827	8.0	8.5		
5	6	17.38	0.802	10.2	10.7		
6	6	20.34	0.759	12.7	13.0		
7	6	23.06	0.769	15.3	15.2		
10	5	17.44	0.722	20.1	21.2		
15	4	19.99	0.672	32.1	32.0	1643.7	1668.1
30	0	76.9	0.561	68.2	67.7	6257.-	5930.-
90	- 20	206.-	0.311	205.-	209.-		
360	- 400	385.-	0.282	747.-	747.-	569228.-	570993.-
1800	-2500	1322.-	0.175	3725.-	3730.-		

In bovenstaande tabel zijn de kolommen a, b en c overgenomen uit Tabel V en Tabel X;  $\bar{h}_{\text{ber.}}$  en  $\overline{h^2}_{\text{ber.}}$  zijn berekend met behulp van formules (3) en (4);  $\bar{h}_{\text{wrg.}}$  en  $\overline{h^2}_{\text{wrg.}}$  zijn verkregen uit de cumulatieve frequentieverdelingen zelf.

De overeenstemming tussen de berekening en de waarneming is voor  $k \geq 6$  zeer goed en voor  $k \leq 3$  niet goed. De oorzaak van de minder goede overeenstemming voor de kleine k-waarden kan gemakkelijk worden aangegeven. Fig. 5 bevat de twee krommen A en  $A^1$ , welke respectievelijk de waargenomen en de Goodrich-voorstelling van de cumulatieve frequentieverdeling van de ééndaagse neerslagssommen van maart weergeven. Het verschil tussen beide krommen is praktisch alleen gelegen in het interval  $0 \leq h \leq 1$  mm. Dit interval heeft bij de berekening van  $\bar{h}$  en  $\overline{h^2}$  een groter gewicht voor de genoemde kleine k-waarden dan voor grotere k-waarden. Voor  $k \geq 15$  speelt dit interval praktisch geen rol meer. Het ziet er dus naar uit, dat de aanpassing aan de waargenomen verdelingen door Goodrichkrommen boven  $h = 1$  mm goed is.

Er is nog een reden, waarom de berekende momenten niet overeenstemmen met de waargenomen momenten. Deze is n.l., dat de berekening van het 1e en het 2e moment volgens formule (3) en (4) niet juist is. Door Begemann [8] p.23 is deze berekeningswijze het eerst gevolgd en later door anderen herhaald. Formule (2) is de distributieve verdeling van (1). Formule (1) is slechts een benadering van de waarneming en is dus in feite geen cumulatieve verdeling, maar alleen een formule. Voor



kleine waarden van  $h$  is de afwijking tussen (1) en de waargenomen cumulatieve verdeling groot. Bovendien is  $w$  van (2) zowel een functie van  $(h + a)$  als van  $h$ . Maar in de waargenomen distributieve verdeling loopt  $h$  van 0 tot  $\infty$ . Daarom is  $w$  eigenlijk te beschouwen als een functie van  $h$  alleen. Om nu op juiste wijze het le moment te berekenen, waarbij ook voor kleine  $k$ -waarden een goede overeenstemming tussen berekening en waarneming zou bestaan, zouden we als volgt moeten handelen:

$$\bar{x} = \frac{\int_0^{\infty} h w(h) dh}{\int_0^{\infty} w(h) dh}$$

Op gelijksoortige wijze zouden we het tweede en ook hogere momenten moeten definiëren.  $x$  zal misschien 1 of 2 of 3 mm bedragen. Daar  $x$  voor elk voorkomend geval niet dezelfde waarde heeft, is in de praktijk deze berekeningswijze van het le moment moeilijk te volgen.

Hoewel we uit het bovenstaande weten, dat de hieronder volgende methode ook niet juist is - we vinden voor kleine  $k$ -waarden, dat  $\bar{h}$  dan hoogstens 0,2 mm te klein uit valt - zullen we ons ermede vergenoegen. We berekenen eenvoudig het le moment uit:

$$\bar{h} = \int_0^{\infty} h w(h) dh$$

Zoals we reeds hebben opgemerkt, wordt hierbij een kleine fout gemaakt voor kleine waarden van  $k$ . Voor grotere  $k$ -waarden, nadert  $(a/b)^{1/c}$  tot nul; dan naderen aldus berekende  $\bar{h}$ -waarden tot de ware  $\bar{h}$ -waarden.

De aldus gedefiniëerde momenten luiden dan:

$$\bar{h} = \frac{1}{bc} \int_0^{\infty} h \left(\frac{h+a}{b}\right)^{\frac{1}{c}-1} e^{-\left(\frac{h+a}{b}\right)^{\frac{1}{c}}} dh = b \sqrt{c+1} - a e^{-\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{c}}} - a \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{c}} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m}{c}}}{m!(c+m+1)} \quad (5)$$

$$\bar{h}^2 = \frac{1}{bc} \int_0^{\infty} h^2 \left(\frac{h+a}{b}\right)^{\frac{1}{c}-1} e^{-\left(\frac{h+a}{b}\right)^{\frac{1}{c}}} dh = b^2 \sqrt{2c+1} - 2ab \sqrt{c+1} + a^2 e^{-\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{c}}} - a^2 \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{c}} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m}{c}}}{m!(2c+m+1)} + 2a^2 \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{c}} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m}{c}}}{m!(c+m+1)} \quad (6)$$

$$\bar{h}^3 = b^3 \sqrt{3c+1} - 3b^2 a \sqrt{2c+1} + 3ba^2 \sqrt{c+1} - a^3 e^{-\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{c}}} - a^3 \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{c}} \times \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m}{c}}}{m!(3c+m+1)} + 3a^3 \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{c}} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m}{c}}}{m!(2c+m+1)} - 3a^3 \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{c}} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m}{c}}}{m!(c+m+1)} \quad (7)$$

Naar analogie van de hierboven gegeven momenten kunnen gemakkelijk hogere momenten worden neergeschreven.

In de formules (5), (6) en (7) komen reeksontwikkelingen voor, welke voor elke waarde van  $a / b$  absoluut convergeren.

Tenslotte brengen we in een tabel bijeen de momenten berekend volgens formule (5) en formule (6) en de waargenomen momenten in het interval  $1 \leq k \leq 30$  voor de maand juli (zie ook de tabel op blz. 22).

k	a	b	c	$\overline{h}_{\text{ber.}}$	$\overline{h}_{\text{wrg.}}$	$\overline{h^2}_{\text{ber.}}$	$\overline{h^2}_{\text{wrg.}}$
1	6	5.79	1.030	2.2	2.2	26.53	26.23
2	6	9.37	0.900	4.4	4.2	69.00	66.91
3	6	12.21	0.864	6.7	6.3		
4	6	14.92	0.827	8.8	8.5		
5	6	17.38	0.802	10.8	10.7		
6	6	20.34	0.759	13.2	12.9		
7	6	23.06	0.769	15.7	15.2		
10	5	27.44	0.722	20.3	21.2		
15	4	39.99	0.672	32.2	32.0	1642.5	1668.1
30	0	76.9	0.561	68.2	67.7	6257.-	5930.-

Uit bovenstaande tabel zien we, dat in het genoemde interval een zeer grote overeenstemming bestaat tussen berekening en waarneming. Dit is niet slechts toevallig zo voor de maand juli. Voor de krommen A en  $A^1$  van fig. 5, d.w.z.  $k = 1$  in de maand maart bijv. vinden we  $\overline{h}_{\text{ber.}} = 1.4$  en  $\overline{h}_{\text{wrg.}} = 1.5$

#### 2.4.2 $\chi^2$ -toets

In de vorige paragraaf hebben we gezien, dat de Goodrichkrommen in hun geheel een goede aanpassing zijn aan de cumulatieve frequentieverdelingen behalve in de omgeving van  $h = 0$  waar de aanpassing niet goed is. Hoever in de omgeving de aanpassing niet goed is en hoe de aanpassing in andere intervallen is, kunnen we met de momententoets niet beoordelen. Daarom zullen we op één geval, bijv. de maand maart van  $k = 1$ , de  $\chi^2$ -toets toepassen. We nemen de Goodrichkromme als theoretische curve en vergelijken deze met de waargenomen verdelingskromme. Het resultaat vindt men in de tabel hierbeneden.

(1) interval	(2) N	(3) v	(4) $\chi^2$	(5) P
0 - $\infty$	34	30	392.21	-
0.2 - $\infty$	33	29	361.66	-
0.3 - $\infty$	32	28	83.40	-
0.4 - $\infty$	31	27	80.22	-
0.5 - $\infty$	30	26	69.90	-
0.6 - $\infty$	29	25	69.37	-
0.7 - $\infty$	28	24	66.76	-
0.8 - $\infty$	27	23	59.56	0.0004
0.9 - $\infty$	26	22	42.17	0.025
1.0 - $\infty$	25	21	18.64	0.814

De eerste kolom geeft aan het interval in mm neerslag, waarover de toetsing zich heeft uitgestrekt. De tweede kolom laat zien het overeenkomstig aantal intervallen (N). De derde kolom bevat het aantal vrijheidsgraden  $v = N - 1$  - aantal constanten in de Goodrichformule. De vierde kolom geeft aan de som van de  $\chi^2$ -waarden in het aantal intervallen N, dat kolom (2) laat zien. In de vijfde kolom zijn bij elkaar gebracht de overschrijdingskansen P. Uit deze kolom blijkt, dat eerst in het interval van 1 mm -  $\infty$  P groter dan 5 % is; dit betekent, dat de veronderstelling, dat de Goodrichkromme voor maart en voor  $k = 1$  de overeenkomstige waargenomen cumulatieve verdelingskromme goed voorstelt in het interval  $1 \leq h \leq \infty$ , niet verworpen behoeft te worden.

Voor k-waarden van 15 en hoger, zal die benedenste millimeter geen rol meer spelen, daar dan de kans op 1 mm neerslag of minder in 15 of meer dagen gering is.

## 2.5 Aanpassing aan Goodrichkrommen en splitsing van het materiaal

In tabel V en X zijn bij elkaar gebracht 226 constanten a, b en c van 226 Goodrichkrommen, die elk voor zich op het oog zo goed mogelijk aangepast zijn aan de corresponderende cumulatieve frequentieverdelingen. Maar we kennen hiermede niet de constanten voor k-waarden en voor begindata van k-daagse tijdvakken, welke niet in genoemde tabellen vermeld staan. Het is daarom onze bedoeling om aan de hand van tabel V en X formules te ontwerpen, waarin a, resp. b en resp. c als functie van k en de jaarlijkse gang voorkomen en die tevens in staat zijn, Goodrichkrommen te leveren die op statistisch verantwoorde wijze overeenstemmen met de bijbehorende gemeten cumulatieve frequentieverdelingen.

Als we dat hebben volbracht, kan de Goodrichkromme voor elke willekeurige k op elke willekeurige tijd in het jaar uit de formules berekend worden.

Zoals we reeds in 2.3 hebben medegedeeld, blijkt het uit beschouwing van tabel V en tabel X, dat de b-waarden een goed ontwikkelde jaarlijkse gang vertonen.

Tentatief hebben we daarom de b-waarden, aan een harmonische analyse onderworpen. Van de 6 of 12 sinustermen, welke we konden berekenen, hebben we alleen de eerste genomen. De fasehoek van de eerste term wordt zodanig bepaald, dat het midden van het k-daagse tijdvak op 16 januari 00h00 vastgelegd is.

Er is nog een grootheid, welke nauw verbonden is met de b, namelijk de hoeveelheid neerslag bij 10 % waarschijnlijkheid. Deze grootheid werd voor enkele k-waarden en voor alle maanden van het jaar bepaald uit de grafieken, welke met behulp van het oorspronkelijk materiaal zijn samengesteld. Ook deze waarden zijn aan een harmonische analyse onderworpen, terwijl de middens van de k-daagse perioden op 16 januari 00h00 zijn vastgelegd om de fasehoeken van de eerste sinustermen te bepalen. In de tabel hieronder vindt men verzameld de eerste term van de harmonische analyses van b-waarden en van neerslaghoeveelheden bij 10 %. Indien het midden van het k-daagse tijdvak wordt vastgelegd op 16 januari, dan is  $\vartheta = 0$ ; is het midden vastgelegd op 16 februari, dan is  $\vartheta = 30^\circ$ ; enz.

k	harm. an. van $b_k$	harm. an. van neerslaghoev. bij 10% W
1	3.91 - 1.66 $\sin (\vartheta + 41^\circ 17')$	6.8 - 2.5 $\sin (\vartheta + 28^\circ 37')$
2	6.60 - 2.58 $\sin (\vartheta + 31^\circ 21')$	12.2 - 4.4 $\sin (\vartheta + 26^\circ 57')$
3	9.26 - 3.70 $\sin (\vartheta + 30^\circ 10')$	
4	11.83 - 4.23 $\sin (\vartheta + 30^\circ 12')$	
5	13.90 - 5.07 $\sin (\vartheta + 29^\circ 03')$	25.4 - 9.4 $\sin (\vartheta + 25^\circ 23')$
6	16.16 - 5.93 $\sin (\vartheta + 28^\circ 38')$	
7	18.48 - 6.62 $\sin (\vartheta + 27^\circ 17')$	
10	24.93 - 8.14 $\sin (\vartheta + 10^\circ 41')$	44.3 - 16.6 $\sin (\vartheta + 20^\circ 40')$
15	37.43 - 12.15 $\sin (\vartheta + 20^\circ 35')$	61.8 - 21.9 $\sin (\vartheta + 20^\circ 30')$
30	74.8 - 25.0 $\sin (\vartheta + 16^\circ 16')$	103.5 - 38.9 $\sin (\vartheta + 24^\circ 16')$
60	125.5 - 43.4 $\sin (\vartheta + 19^\circ 52')$	
90	178.7 - 66.8 $\sin (\vartheta + 18^\circ 06')$	
180	332.- - 64.1 $\sin (\vartheta + 6^\circ 12')$	470.- - 106.2 $\sin (\vartheta + 28^\circ 19')$
540	662.- - 237.2 $\sin (\vartheta + 192^\circ 32')$	1290.- - 89.0 $\sin (\vartheta + 199^\circ 22')$

Uit bovenstaande tabel blijkt in de eerste plaats een fase-sprong van  $180^\circ$  bij  $k = 360$ ; deze sprong wordt vanzelfsprekend bepaald door de lengte van het tijdvak. Achtereenvolgens zullen we eveneens fasesprongen van  $180^\circ$  ontmoeten bij  $k = 720, 1080, 1440, 1800$ , enz. In de tweede plaats blijkt de fasehoek van  $k = 1$  tot  $k = 15$  terug te lopen en wel voor beide grootheden. De oorzaak hiervan is de volgende. In de maand januari zijn er 31 1-daagse sommen; er zijn 30 overlappende 2-daagse sommen; er zijn 29 overlappende 3-daagse sommen; en tenslotte 16 overlappende 15-daagse sommen. In al die 2-daagse sommen komen 1 en 31 januari elk één keer voor, maar de overige dagen twee malen. In de 3-daagse sommen komen 1 en 31 januari elk één keer voor, 2 en 30 januari elk twee keren, de overige dagen echter drie keren. In de 15-daagse sommen komen 1 en 31 januari één keer voor, 2 en 30 januari elk twee keren, 3 en 29 januari elk drie keren, enz., 15, 16 en 17 januari komen elk 15 keren voor. Indien nu de beschouwde grootte asymmetrisch door de maand januari loopt, dan zullen de fasehoeken voor de verschillende  $k$ -waarden ook onderling verschillen.

Bij de 30-daagse sommen komt dit verschijnsel niet meer voor, daar elke dag in de maand slechts één keer gebruikt wordt. Bij onderlinge vergelijking tussen de 30-, 60-, 90- en meer-daagse sommen zullen we bij harmonische analyse ook verschillende fasehoeken vinden, daar de jaarlijkse gang t.o.v. 16 januari asymmetrie vertoont.

Het bovenstaande is een reden om aanpassende formules te ontwerpen niet voor alle  $k$ -waarden, maar één stel voor  $1 \leq k \leq 30$  en één stel voor  $30 \leq k \leq 1800$ . Voor deze splitsing kunnen nog meer redenen worden aangevoerd.

$b_k$  is een lineaire functie in  $k$  in het interval  $1 \leq k \leq 30$ ;  
 $b_k$  is een andere lineaire functie in  $k / 30$  in het interval  $30 \leq k \leq \infty$ .

De cumulatieve frequentieverdelingen zijn gemaakt telkens uit het materiaal van één gehele maand in het interval  $1 \leq k \leq 30$ ; voor  $k > 30$  is het materiaal telkens verschillend geweest (2 mnd., 3 mnd., enz., 5 jaar).

De  $c$ -waarden nemen af met toenemende  $k$ ; om de  $c$ -waarden nog voldoende te kunnen scheiden moet men voor  $k > 30$  overgaan op de variabele  $k / 30$  in plaats van  $k$  als veranderlijke.

Om bovengenoemde redenen zullen we twee stellen aanpassende formules ontwerpen, het ene voor het interval  $1 \leq k \leq 30$ , het andere voor het interval  $30 \leq k \leq \infty$ .

2.5.1 Formules aangepast aan de Goodrichkrommen voor  $1 \leq k \leq 30$  als functie van  $k$  en de jaarlijkse gang

Voor het ontwerpen van aanpassende formules in het interval van  $1 \leq k \leq 30$  zullen we uiteraard eerst beginnen met de  $b$ -waarden. De  $b$ -waarden, gemiddeld over alle maanden van het jaar en alleen een functie van  $k$ , zijn reeds te vinden in de tabel van § 2.5. Deze grootte zullen we noemen  $\bar{b}_k$ . Als functie van  $k$  kan  $\bar{b}_k$  gemakkelijk worden voorgesteld door  $1.73 + 2.40 k$ .

In een tabelletje hieronder zetten we naast elkaar de waargenomen en de met de juiste genoemde formule berekende  $\bar{b}_k$ -waarden.

$k$	$\bar{b}_k$ wrg.	$\bar{b}_k$ ber.
1	3.91	4.13
2	6.60	6.53
3	9.26	8.93
4	11.83	11.33
5	13.90	13.73
6	16.16	16.14
7	18.48	18.53
10	24.93	25.73
15	37.43	37.73
30	74.0	73.73

De overeenstemming tussen de berekening en de waarneming is goed. De  $a_k$ -waarde, gemiddeld over alle maanden van het jaar, levert  $\bar{a}_k$ . Als functie van  $k$  kan  $\bar{a}_k$  worden voorgesteld door  $3,21 + 0,0156 k - 0,00506 k^2 +$  een correctieterm  $6,62 \sin 2\pi \frac{k-15}{120}$ , welke geldt in het interval  $15 \leq k \leq 30$ . (Overigens gaat de formule nog door in het interval  $30 \leq k \leq 60$ ).

Hieronder vindt men in een tabelletje bijeen de waargenomen en de met de formule berekende  $\bar{a}_k$ -waarden.

k	$\bar{a}_k$ wrg.	$\bar{a}_k$ ber.
1	3.1	3.2
2	3.2	3.2
3	3.2	3.2
4	3.3	3.2
5	3.4	3.2
6	3.2	3.1
7	3.0	3.1
10	2.6	2.9
15	2.4	2.3
30	3.8	3.8

De overeenstemming tussen de waarneming en de berekening is goed te noemen.

Tenslotte wordt hetzelfde uitgevoerd om de waarden van  $\bar{c}_k$  te verkrijgen. Deze waarden worden berekend met de betrekking  $(k + 2) \times (\bar{c}_k - \bar{c}_{k+1}) = 0,266$ , waarbij  $\bar{c}_1 = 1,135$ . Deze formule kan ook worden geschreven in de volgende vorm:

$$\bar{c}_1 - \bar{c}_{k+1} = -0,923 + e^{\log(k+2)} + \frac{1}{2k+4} \times 0,266$$

Een vergelijking tussen de waargenomen en de berekende  $\bar{c}_k$  kan in de volgende tabel worden getrokken en we zien een goede overeenstemming tussen beide betreffende kolommen.

k	$\bar{c}_k$ wrg.	$\bar{c}_k$ ber.
1	1.135	1.135
2	1.046	1.024
3	0.980	0.955
4	0.927	0.901
5	0.883	0.872
6	0.845	0.847
7	0.812	0.825
10	0.734	0.751
15	0.635	0.650
30	0.463	0.463

In het bovenstaande hebben we het functioneel verband tussen de drie Goodrichconstanten en  $k$  weergegeven. In het volgende zullen we uiteenzetten, hoe het verband is tussen de drie Goodrichconstanten en de jaarlijkse gang.

In 2.5 hebben we een tabel samengesteld van  $b_k$ -waarden met de eerste term van de harmonische analyse voor de jaarlijkse gang, waarbij de fasehoek zodanig is bepaald, dat het midden van het  $k$ -daagse tijdvak op 16 januari te 00h00 valt.

Deze tabel kan nu goed worden voorgesteld door de volgende formule:

$$\varphi b_k = (1,73 + 2,40 k) \left\{ 1 - 0,368 \cdot \cos \left( \frac{1}{4} k^\circ \right) \cdot e^{-\frac{1}{2} \frac{k}{360}} \right\} \sin (\varphi + 24^\circ).$$

Hiermede kunnen we de berekende met de waargenomen amplitudo van de jaarlijkse gang vergelijken:

$k$	ampl.wrg.	ampl.ber.
1	1.66	1.52
2	2.58	2.40
3	3.70	3.29
4	4.23	4.17
5	5.07	5.05
6	5.93	5.94
7	6.62	6.82
10	8.14	9.47
15	12.15	13.88
30	25.0	27.13

Op dezelfde manier wordt met behulp van harmonische analyse de jaarlijkse gang bepaald van  $\bar{a}_k$  en  $\bar{c}_k$  door slechts de eerste sinus-term te nemen. Door de amplitudes en fases van de jaarlijkse gang in  $\bar{a}_k$  en  $\bar{c}_k$  wordt een eerste- of tweede-gradskromme in  $k$  gelegd met behulp van de methode van de kleinste kwadraten. Daarna kunnen we de aangepaste waarden van  $a_k$ ,  $b_k$  en  $c_k$  op een willekeurige tijd in het jaar berekenen. Met de berekende  $a_k$ ,  $b_k$  en  $c_k$  kunnen we een Goodrichkromme tekenen en deze kromme kan weer vergeleken worden met de waargenomen cumulatieve frequentieverdeling. Het blijkt nu, dat de aanpassing, welke verkregen wordt door de jaarlijkse gang in  $a_k$ ,  $b_k$  en  $c_k$  voor te stellen door één sinusterm, onvoldoende is.



De methode, welke we nu zouden moeten volgen, is aldus. De jaarlijkse gang in  $a_k$ ,  $b_k$  en  $c_k$  wordt voorgesteld door een grondtoon + één boventoon. De amplitudes en fases van grond- en boventoon worden aangepast door een eerste- of tweede-gradskromme in  $k$  met behulp van de methode van de kleinste kwadraten. Daarna kunnen de aangepaste waarden van  $a_k$ ,  $b_k$  en  $c_k$  op een willekeurige tijd van het jaar berekend worden. De met de berekende  $a_k$ ,  $b_k$  en  $c_k$ 's getekende Goodrich-krommen kunnen worden getoetst met de waargenomen cumulatieve frequentieverdelingen. Valt deze toetsing niet goed uit, dan moeten we overgaan op drie sinustermen (grondtoon, 1e en 2e boventoon) en hetzelfde als boven beschreven procédé volgen. Valt dit nog niet goed uit, dan moeten we overgaan op vier sinustermen, enz. Dit alles vergt zoveel tijd, dat we deze getrapte methode niet zullen volgen.

Wat we wel doen, is het volgende. De  $a$ -waarden voor elk van de maanden van het jaar voor  $k = 1$  worden door middel van harmonische analyse ontwikkeld in een constante term met een grondtoon, eerste, tweede, enz., vijfde boventoon. Dit doen we eveneens voor de  $a$ -waarden voor  $k = 2, 3$ , enz. tot en met 30. Hierna leggen we met de methode van de kleinste kwadraten achtereenvolgens een kromme van de graad twee in  $k$  door de constante termen; door de amplitudes van de grondtoon; door de fases van de grondtoon, waarbij de fases gefixeerd zijn op 16 januari; door de amplitudes van de eerste grondtoon; enz.; en door de fases van de vijfde boventoon. In sommige gevallen zullen de coëfficiënten van de kwadratische term in  $k$  nul zijn en soms zijn zelfs de coëfficiënten van de eerste- en van de tweede-grads term gelijk aan nul.

In het interval  $1 \leq k \leq 30$  kan de  $a$ -waarde worden voorgesteld door de volgende formule:

$$\begin{aligned}
 a_k = & 3,21 + 0.0156 k - 0.00506 k^2 + 6.62 \sin \frac{k-15}{120} \times 360^\circ \text{ (correctieterm voor } 15 \leq k \leq 60) \\
 & + (- 2.065 + 0.223 k - 0.00987 k^2) \sin (\mathcal{J} + 68^\circ 87' - 1^\circ 91 k + 0^\circ 377 k^2) \\
 & + (+ 0.685 - 0.053 k + 0.00672 k^2) \sin (2 \mathcal{J} + 34^\circ 74' - 1^\circ 35 k + 0^\circ 284 k^2) \\
 & + (- 0.176 - 0.047 k - 0.00018 k^2) \sin (3 \mathcal{J} + 141^\circ 23') \\
 & + (+ 0.844 - 0.185 k + 0.01249 k^2) \sin (4 \mathcal{J} + 127^\circ 13') \\
 & + (- 0.86 + 0.110 k - 0.0080 k^2) \sin (5 \mathcal{J} + 53^\circ 36') \\
 & + (+ 0.215 + 0.051 k - 0.00878 k^2) \sin (6 \mathcal{J} + 90^\circ)
 \end{aligned}$$

De  $a$ -waarde, welke we nodig hebben, is gemakkelijk te berekenen. We vullen in  $k$  en voor  $\mathcal{J}$  het midden van het  $k$ -daagse tijdvak. Valt het midden van het  $k$ -daagse tijdvak op 16 januari, dan moeten we invullen  $\mathcal{J} = 0^\circ$ ; valt het op 16 februari, dan is  $\mathcal{J} = 30^\circ$  in te vullen; enz.

We willen nog wijzen op het feit, dat de eerste regel in de uitdrukking voor  $a_k$  gelijk is aan  $\bar{a}_k$  en dat deze grootheid ons reeds eerder bekend was.

Zoals met de a-waarden is gehandeld, zo zullen ook de b-waarden worden bewerkt. We vinden dan de volgende uitdrukking voor de b-waarden:

$$\begin{aligned}
 b_k &= 1.73 + 2.40 k \\
 &- (1.395 + 0.678 k + 0.00356 k^2) \sin (\vartheta + 26^\circ 32') \\
 &- (0.385 + 0.073 k + 0.00203 k^2) \sin (2\vartheta + 173^\circ 21') \\
 &- (0.179 + 0.055 k) \sin (3\vartheta + 106^\circ 57') \\
 &+ (0.919 - 0.113 k + 0.00766 k^2) \sin (4\vartheta + 135^\circ 18') \\
 &- (0.425 + 0.065 k + 0.00049 k^2) \sin (5\vartheta + 49^\circ 42') \\
 &+ (0.362 - 0.065 k + 0.01085 k^2) \sin (6\vartheta + 167^\circ)
 \end{aligned}$$

De eerste regel van deze formule is ons reeds bekend en is gelijk aan  $\bar{b}_k$ . Ook voor  $b_k$  geldt, dat, als het midden van het k-daagse tijdvak op 16 januari valt,  $\vartheta = 0^\circ$  is; valt het midden op 16 februari, dan is  $\vartheta = 30^\circ$ ; enz.

Voor de c-waarden vinden we het volgende:

$$\begin{aligned}
 c_k &= \bar{c}_k + (0.524 - 0.060 k + 0.00173 k^2) \sin (\vartheta + 383^\circ 8' - 19^\circ 5' k + 33' k^2) \\
 &+ (0.246 + 0.020 k - 0.00033 k^2) \sin (2\vartheta + 408^\circ 22' - 16^\circ 4' k + 33' k^2) \\
 &+ (0.926 - 0.180 k + 0.00484 k^2) \sin (3\vartheta + 103^\circ 20') \\
 &- (0.587 - 0.065 k + 0.00216 k^2) \sin (4\vartheta + 158^\circ 34') \\
 &+ (0.428 - 0.021 k + 0.00020 k^2) \sin (5\vartheta + 89^\circ 37') \\
 &- (0.400 - 0.063 k + 0.00142 k^2) \sin (6\vartheta + 90^\circ),
 \end{aligned}$$

terwijl  $\bar{c}_k$  wordt berekend uit  $(k + 2) (\bar{c}_k - \bar{c}_{k+1}) = 0.266$ , waarbij  $\bar{c}_1 = 1.135$

Uit het eerste gedeelte berekenen we, zoals ons dit reeds bekend was, de  $\bar{c}_k$ -waarden. Uit het tweede gedeelte wordt, na het invullen van  $k$  en  $\vartheta$ , bepaald het deel, dat bij  $\bar{c}_k$  moet worden opgeteld om  $c_k$  te verkrijgen.

Met behulp van de formules voor  $a_k$ ,  $b_k$  en  $c_k$  hebben we de drietallen a, b en c berekend voor de verschillende maanden van het jaar en voor k-waarden van 1 tot en met 30. Deze aangepaste a, b en c's zijn in Tabel XI verzameld. Tabel XI kan dus vergeleken worden met Tabel V.

2.5.2 Formules aangepast aan de Goodrichkrommen voor  $30 \leq k \leq 1800$   
als functie van k en de jaarlijkse gang

Als vervolg op de vorige paragraaf moeten nu formules aangepast worden aan de getallen, welke in Tabel X bijeengebracht zijn. Er zijn enkele algemene voorwaarden, waaraan deze aanpassende formules moeten voldoen. In de eerste plaats moet de jaarlijkse gang nul zijn bij  $k = 360, 720, 1080, \text{ enz.}$ ; in de tweede plaats neemt de amplitude van de jaarlijkse gang met toenemende k relatief af; in de derde plaats nadert met toenemende k de vorm van de jaarlijkse gang tot een sinusoid.

De eerste twee voorwaarden zijn vanzelfsprekend; de derde voorwaarde blijkt uit de waarnemingen. Het verschil tussen de vorm van de jaarlijkse gang in de 180-daagse neerslagsommen en een sinusoid valt reeds binnen de grenzen van de onzekerheid van het materiaal.

Tengevolge van de eerste voorwaarde moeten de formules weer in twee stellen worden gesplitst, n.l. in het interval  $30 \leq k \leq 360$  en  $360 \leq k \leq 1800$ ; immers de amplitude van de jaarlijkse gang in a, b en c voor  $k = 1$  is niet gelijk aan nul; voor  $k = 360, 720, 1080, \text{ enz.}$ , is de amplitude van deze grootheid wel gelijk aan nul.

Om aan bovenstaande voorwaarden voor onze aanpassende formules te kunnen voldoen hebben wij niet dezelfde vanzelfsprekende weg uit de voorgaande paragraaf gevolgd, maar een andere, zeer triviale weg bewandeld.

Daar  $b_k$  als functie van k en de jaarlijkse gang in Tabel X steeds de meeste regelmaat vertoont, zijn we begonnen  $b_k$  als een eenvoudige functie van k en van de jaarlijkse gang te schrijven, waarbij tevens aan de bovengenoemde voorwaarden is voldaan.

In het interval  $30 \leq k \leq 360$  is

$$b_k = (25.4 + 50.0 \frac{k}{30}) \left\{ 1 - 0.347 \times \cos \left( \frac{1}{4} k \right)^\circ \times e^{-\frac{1}{2} \frac{k}{360}} \sin \left( \mathcal{J} + 16^\circ 13' \right) \right\}$$

Het stuk tussen haakjes stelt  $\overline{b_k}$  voor; deze grootheid is lineair afhankelijk van  $k / 30$  (dus ook van k). Op deze verandering van de onafhankelijke veranderlijke is reeds in § 2.5 gewezen.

Met de aldus berekende  $b_k$ -waarden hebben we bijbehorende  $a_k$ - en  $c_k$ -waarden proberenderwijze gezocht, zodat deze  $a_k$ - en  $c_k$ -waarden elk door een handige formule konden worden voorgesteld, terwijl een bij elkaar behorend stel  $a_k, b_k$  en  $c_k$  de corresponderende waargenomen cumulatieve verdelingskromme goed voorstelde. Dit is een vrij tijdrovende

procedure geweest. De  $a_k$ - en  $c_k$ -waarden, worden, wat de jaarlijkse gang betreft, ook in twee intervallen gesplitst, n.l. in  $30 \leq k \leq 360$  en in  $360 \leq k \leq 1800$ .

De  $c$ -waarden in het interval  $30 \leq k \leq 360$  vinden we uit:

$$c_{k/30} = \overline{c_{k/30}} - \left\{ 0.116 + 0.0192 \left(\frac{k}{30}\right) - 0.00123 \left(\frac{k}{30}\right)^2 \right\} \cos \left(\frac{1}{4} k^\circ\right) \times \\ \times \sin (\varphi + 6^\circ 36'),$$

terwijl  $\overline{c_{k/30}}$  berekend wordt uit:

$$\frac{k}{30} (\overline{c_{k/30}} - \overline{c_{(k+30)/30}}) = 0.084, \text{ waarbij } \overline{c_{30}} = 0.463.$$

en in het interval  $360 \leq k \leq 1680$  vinden we

$$c_{k/30} = \overline{c_{k/30}} - \left\{ 0.189 - 0.0107 \left(\frac{k}{30}\right) + 0.0002 \left(\frac{k}{30}\right)^2 \right\} \sin \left(\frac{1}{2} k^\circ\right) \times \\ \times \sin (\varphi + 6^\circ 36')$$

Wederom geldt, dat  $\varphi = 0^\circ$ , als het midden van het  $k$ -daagse tijdvak valt op 16 januari;  $\varphi = 30^\circ$ , als het midden valt op 16 februari, enz. Verder valt ook op de fasesprong van  $180^\circ$  bij  $k = 360, 720, 1080,$  enz.

De amplitude van de jaarlijkse gang in de  $c$ -waarden wordt gelijk nul voor  $k = 1680 = 4 \frac{2}{3}$  jaar. Dat mag gerust, daar de amplitude van de jaarlijkse gang in de neerslag voor  $4 \frac{2}{3}$  jaar reeds kleiner is, dan de ruwheid van het materiaal. Immers voor  $k = 3 \frac{1}{2}$  jaar is, als de ruwheid van het materiaal normaal is verdeeld, de marge van  $\pm \sigma$  gelijk aan  $\pm 43$  mm en voor  $2 \sigma$  dus = 86 mm [6], terwijl de amplitude van de jaarlijkse gang 174 mm (d.w.z.  $2238 \pm 87$  mm). Aan een tijdvak, waarvoor  $k \geq 1680$  is, behoeft geen jaarlijkse gang in de  $c$ -waarden meer te worden toegekend.

De afwijking van de sinusvorm in de jaarlijkse gang wordt geheel verrekend in de  $a$ -waarden tot aan  $k = 180$ . Immers voor  $k \geq 180$  heeft de jaarlijkse gang van de  $h_k$ -waarden indien aanwezig, de vorm van een sinus.

De jaarlijkse gang in de  $a$ -waarden zal dus bij  $k = 30$  beginnen met 6 sinustermen en bijv. toenemende  $k$  zal het aantal te gebruiken sinustermen afnemen tot één bij  $k = 180$ . In het interval van  $30 \leq k \leq 1800$  geldt:

$\bar{a}_k = 18.16 - 16.34 \left(\frac{k}{30}\right) + 0.0385 \left(\frac{k}{30}\right)^2 + 3.0 \cos k^\circ$ , waarbij de laatste

term een correctieterm is voor  $30 \leq k \leq 90$ .

In het interval van  $30 \leq k \leq 360$  wordt  $a_k$  voorgesteld door:

$$a_k = \bar{a}_k + \left[ -2.75 - 8.21 \left(\frac{k}{30}\right) + 0.1477 \left(\frac{k}{30}\right)^2 \right] + \text{correctieterm voor}$$

$$30 \leq k \leq 180 : 13.08 - 3.74 \left(\frac{k}{30}\right) + 0.26 \left(\frac{k}{30}\right)^2 \left[ \cos\left(\frac{1}{4} k^\circ\right) \sin(\vartheta + 195^\circ 47') + \right.$$

$$+ 7.2 \sin k^\circ \sin(2\vartheta + 64^\circ 28') \text{ voor } 30 \leq k \leq 180$$

$$+ 3.8 \sin(k^\circ + 15) \sin(3\vartheta + 102^\circ 32') \text{ voor } 30 \leq k \leq 165$$

$$- 0.6 \cos k^\circ \sin(4\vartheta + 135^\circ) \text{ voor } 30 \leq k \leq 90$$

$$- 4.6 \cos 2k^\circ \sin(5\vartheta + 164^\circ 15') \text{ voor } 30 \leq k \leq 45$$

$$- 0.8 \cos 2k^\circ \sin(6\vartheta + 90^\circ) \text{ voor } 30 \leq k \leq 45$$

In het interval  $360 \leq k \leq 1680$  wordt  $a_k$  voorgesteld door:

$$a_k = \bar{a}_k + \left\{ -2.75 + 8.21 \left(\frac{k}{30}\right) + 0.1477 \left(\frac{k}{30}\right)^2 \right\} \left| \sin \frac{1}{2} k^\circ \right| \times$$

$$\times \sin(\vartheta + 195^\circ 07')$$

In de laatste twee formules voor  $a_k$  heeft  $\bar{a}_k$  de waarde, welke in formule is gegeven voor het interval  $30 \leq k \leq 1800$ .

Uit deze laatste formules kunnen we de conclusie trekken, dat bij de a-waarden geen gasesprong van  $180^\circ$  voorkomt bij  $k = 360, 720, 1800$ , enz. Verder zien we, dat de 5de en 6de sinusterm reeds bij  $k = 45$  afvallen, de 4de sinusterm bij  $k = 90$ , de 3de term bij  $k = 165$  en de 2de sinusterm bij  $k = 180$ .

Ook bij deze formules geldt weer, dat  $\vartheta = 0^\circ$ , als het midden van het k-daagse tijdvak valt op 16 januari;  $\vartheta = 30^\circ$ , als het midden valt op 16 februari.

In Tabel XII zijn de formules voor  $a_k, b_k$  en  $c_k$ , geldig in het interval  $30 \leq k \leq 1800$ , bijeengebracht. Deze tabel moet vergeleken worden met Tabel X. Bij een vergelijking moeten wij letten op het verschil in opzet tussen beide tabellen. In Tabel X geeft de datum boven de kolommen aan de begindatum van de k-daagse tijdvakken, terwijl de maand boven de kolommen in Tabel XII aangeeft de centrale maand van het k-daagse tijdvak.

In § 4.1 is een tabel bijgevoegd, waarop alle reeds behandelde aanpassingsformules voor de Goodrichconstanten a, b en c zijn bijeen gezet.

2.6 Toetsing van de in 2.5.1 en 2.5.2 genoemde formules

Nu de aangepaste Goodrichformules zijn geformeerd, moeten we nagaan of deze formules de waarneming goed benaderen. De toetsing zal uitgevoerd worden met behulp van de  $\chi^2$ -toets, eerst op de formules voor het interval  $1 \leq k \leq 30$  en daarna op de formules voor het interval  $30 \leq k \leq 1800$ .

Eerst zullen we uiteenzetten de wijze, waarop de toetsing van de formules in het interval  $1 \leq k \leq 30$  plaatsvindt. We kiezen voor  $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 15$  en  $30$  achtereenvolgens een willekeurige bijbehorende maand, n.l. juli, maart, oktober, januari, februari, juni, september, december, augustus en april. Deze 10 gekozen maanden zullen worden getoetst. Als voorbeeld nemen we juli  $k = 1$ . De waargenomen cumulatieve frequentieverdeling in % van de ééndaagse neerslagsommen van juli van Hoofddorp wordt op grafisch papier, vloeiend getrokken, uitgezet, zodat  $^{10}\log h$  de ordinaat en  $^{10}\log [-e \log W]$  de abscis is. Op hetzelfde grafiekpapier wordt de Goodrichkromme uitgezet, waarvan  $a = 6.8$ ;  $b = 6.24$  en  $c = 0.980$  is. Vervolgens wordt op de waargenomen kromme (G) en op de Goodrichkromme (T) bij  $1, 1\frac{1}{2}, 2, 2\frac{1}{2}, \dots, 9, 9\frac{1}{2}, 10, 11, 12$ , enz. mm neerslag de W in procenten afgelezen. Daarna worden de cumulatieve procenten omgezet in distributieve aantallen. Op deze aantallen wordt de  $\chi^2$ -toets toegepast met T als theoretische kromme. Tenslotte vinden we een overschrijdingskans P. Indien nu  $P > 0.05$  is, mogen we aannemen, dat de nulhypothese - d.w.z. de respectieve universa hebben ieder een kansverdeling, gegeven door de berekende Goodrichfuncties - niet verworpen behoeft te worden.

Het resultaat van de toetsing in het interval van 1 mm tot een oneindig aantal mm neerslag staat in de onderstaande tabel:

k	maand	interval in mm	gr.van vrijheid v	$\chi^2$	P
1	juli	1 - $\infty$	28	75.59	0.0001
2	maart	1 - $\infty$	26	17.18	0.90
3	oktober	1 - $\infty$	48	29.73	0.98
4	januari	1 - $\infty$	36	14.66	0.998
5	februari	1 - $\infty$	38	7.02	0.9999
6	juni	1 - $\infty$	49	26.66	0.995
7	september	1 - $\infty$	75	54.82	0.950
10	december	1 - $\infty$	64	34.61	0.998
15	augustus	1 - $\infty$	95	75.37	0.960
30	april	1 - $\infty$	10	18.31	0.05
	simultaan	1 -	471	353.95	0.999

Uit bovenstaande tabel blijkt, dat bij simultane toetsing van de 10 uitgekozen maanden voor het interval  $1 \leq h \leq \infty$  de overschrijdingskans  $P$  zeer groot is. Hieruit mogen we besluiten, dat er goede overeenstemming bestaat tussen de aangepaste Goodrichkrommen en de overeenkomstige gladde, op het oog door de waargenomen punten getrokken, krommen in het interval  $1 \leq h \leq \infty$ . In het interval  $0 \leq h \leq 1$  mm is de overeenstemming tussen de waargenomen - en de Goodrichkromme niet goed; dit feit was ons reeds bekend uit 2.4.1 en 2.4.2.

Uit de tabel blijkt ook nog, dat de frequentieverdeling van de ééndaagse sommen van juli zeer slecht overeenstemt met de corresponderende Goodrichkromme. Ook de frequentieverdeling van de 30-daagse neerslagsommen van april stemt maar matig overeen met de Goodrichkromme. De overige gevallen blijken goed samen te gaan met de corresponderende Goodrichkrommen.

In de eerste plaats zal men kritiek kunnen uitoefenen op het feit, dat de simultane toetsing is uitgevoerd op de 10 in de tabel vermelde gevallen. Immers de frequentieverdelingen van de 2-, 3-, enz. daagse neerslagsommen zijn uit hetzelfde materiaal gemaakt als de frequentieverdeling van de ééndaagse neerslagsommen. Maar daarom hebben we voor de getoetste gevallen telkens verschillende maanden gekozen, waarvan we aannemen, dat deze voldoende onafhankelijk van elkaar zijn om een simultane toetsing toe te laten.

Een ander punt van kritiek is ongetwijfeld het feit, dat de Goodrichvoorstellingen getoetst worden met de door de waargenomen punten vloeiend getrokken krommen in plaats van met de punten zelf, terwijl ook de gevonden overschrijdingskans  $P$  bij simultane toetsing onwaarschijnlijk hoog is. Voor het antwoord op deze kritiek verwijzen we naar § 3.5. De simultane toetsing levert volgens de aldaar geschetste procedure een overschrijdingskans van 0.834. Dit is dus een goed resultaat.

We gaan nu de aangepaste Goodrichformules voor  $k = 30, 60, 90, 180, 360, 540, 720, 1080$  en  $1800$  toetsen met de  $\chi^2$ -toets. We kiezen voor elke  $k$ -waarde een willekeurige maand en wel respectievelijk april, april, juni, september, augustus, november, juli en januari. De cumulatieve frequentieverdelingen van deze willekeurig gekozen maanden bestaan uit 84-87 waarnemingspunten.

Om de  $\chi^2$ -toets te kunnen toepassen gaan we van de cum. freq. verd. in % over op de distr. freq. verd. in % en van deze weer over op de distributieve frequentieverdeling in aantallen. We zorgen ervoor, dat in elk interval zich minstens 6 waarnemingspunten bevinden. Elke van de

bovengenoemde frequentieverdelingen zal dus hoogstens 14 intervallen hebben. In de praktijk voeren we nu de toetsing als volgt uit, waarbij we  $k = 1800$ , januari als voorbeeld nemen. De waargenomen cumulatieve frequentieverdeling  $G$  en de corresponderende aangepaste Goodrichkromme  $T$  worden op grafisch papier uitgezet in de coördinaten  $10 \log h$  en  $10 \log [1 - e^{-\log W}]$ . Deze verdeling bevat 84 waarnemingspunten, zodat we 14 intervallen van elk 6 punten kunnen maken. Deze 14 intervallen van elk 6 punten worden omgezet in een distributieve verdeling in procenten en deze wordt weer omgezet in een overschrijdende cumulatieve frequentieverdeling in procenten. Bij deze cumulatieve procenten lezen we op  $T$  de intervallen in  $h$  af. Deze afgelezen intervallen in  $h$  worden weer omgezet in cumulatieve procenten van  $G$ . Van de cumulatieve procenten van  $G$  gaan we tenslotte over op distributieve aantallen van  $G$ . Daarna vormen we op de bekende wijze de  $\chi^2$ 'en.

Het resultaat van de toetsing is verzameld in onderstaande tabel ( $0 \leq h \leq \infty$  en  $30 \leq k \leq 1800$ )

k	maand	aant.gr.van vrijheid v	$\chi^2$	P
30	april	10	12.21	0.26
60	april	10	44.65	0.0001
90	juni	10	4.80	0.91
180	september	10	18.46	0.04
360	augustus	10	3.48	0.96
540	november	10	3.57	0.96
720	oktober	10	4.37	0.93
1080	juli	10	8.26	0.60
1800	januari	10	0.90	0.99
	simultaan	90	100.70	0.22

Uit bovenstaande tabel blijkt, dat bij simultane toetsing van de 9 uitgekozen maanden voor het interval  $0 \leq h \leq \infty$  de overschrijdingskans  $P$  gelijk is aan 0.22. Dit wil zeggen, dat er goede overeenstemming bestaat tussen de aangepaste Goodrichkrommen en de overeenkomstige waargenomen cumulatieve frequentieverdelingen, hoewel voor een enkele individuele maand de overeenstemming slecht kan zijn; bijv.: april,  $k = 60$  en september,  $k = 180$ .

Uit hetgeen in deze paragraaf is medegedeeld, mogen we concluderen, dat de formules, waarmee  $a_k$ ,  $b_k$  en  $c_k$  kunnen worden berekend, Goodrichkrommen opleveren, welke over het algemeen een goede benadering vormen van de waargenomen overschrijdende cumulatieve frequentieverde-



lingen in procenten van k-daagse neerslagsommen te Hoofddorp.

2.7 Hoe uit de drie Goodrichconstanten een Goodrichkromme te trekken

Het proces om uit de drie Goodrichconstanten a, b en c een Goodrichkromme als cumulatieve frequentieverdeling af te leiden is in feite hetzelfde proces, alleen in omgekeerde volgorde, als dat wat we in 2.1 hebben beschreven. We gaan uit van de vergelijking van de Goodrichkromme.

$$W (\geq h) = e^{-\left(\frac{h+a}{b}\right)^{\frac{1}{c}}}$$

Uit deze formule wordt door tweemaal de logaritme te nemen de volgende formule afgeleid:

$$c \cdot {}^{10}\log (-e \log W) = {}^{10}\log (h + a) - {}^{10}\log b$$

Met deze formule nu kunnen we twee punten ( $W_1, h_1+a$ ) en ( $W_2, h_2+a$ ) van de rechte uitrekenen, waarmede de Goodrichkromme zelf kan worden bepaald. We kiezen twee waarschijnlijkheden, welke steeds voorkomen, n.l.  $W_1 = 0.1$  en  $W_2 = 0.4$  en vullen deze in de formule in. Daarmede krijgen we twee vergelijkingen, waaruit respectievelijk  $h_1$  en  $h_2$  kunnen worden opgelost:

$$\begin{aligned} 0.36222 c &= {}^{10}\log (h_1 + a) - {}^{10}\log b & W_1 &= 0.1 \\ - 0.03793 c &= {}^{10}\log (h_2 + a) - {}^{10}\log b & W_2 &= 0.4 \end{aligned}$$

Als we nu fig. 5, waarop  ${}^{10}\log h$  als ordinaat en  ${}^{10}\log (-e \log W)$  als abscis is uitgezet, voor ons nemen en we vullen in de beide vergelijkingen in  $b = 3.36$  en  $c = 1.05$ , dan vinden we  $h_1 + a = 8.00$  mm en  $h_2 + a = 3.00$  mm. In de grafiek zetten we de twee punten  $\{W_1; h_1 + a\} \equiv \{0.1; 8.00\}$  en  $\{W_2; h_2 + a\} \equiv \{0.4; 3.00\}$  uit en trekken een rechte lijn C door de twee uitgezette punten. De kromme  $A^1$ , welke ontstaat door van de ordinaten van alle punten op de rechte C 3 mm af te trekken, is de gezochte kromme.

$A^1$  wijkt alleen in de eerste mm flink af van de waargenomen kromme A; dit is een bekend feit.

40020

3.1 Aanpassing van Poissonverdelingen aan de cumulatieve frequentieverdelingen

Het is een bekend feit, dat de jaarsommen van de neerslag in Nederland in goede benadering normaal verdeeld zijn. Als we dan ook de cumulatieve frequentieverdeling van de 360-daagse neerslagsommen voor Hoofddorp uitzetten op z.g. lineair-Gauszpapier, zal door de uitgezette punten gemakkelijk een rechte lijn op het oog kunnen worden getrokken; d.w.z. de distributieve verdeling van de jaarlijkse neerslagsommen wijkt op het oog niet-significant af van de normale verdeling. De cumulatieve frequentieverdeling van de 360-daagse neerslagsommen is verkregen uit waarnemingen gedurende 87 jaren, terwijl in deze 87 jaren (elk van 360 dagen) 65027 mm neerslag is gevallen of gemiddeld 747.4 mm per jaar. Indien we nu deze 65027 mm neerslag verdelen in een zeker aantal (n) neerslaghoeveelheden van elk 9 mm (d.w.z. n q = 65027 mm), dan moeten we de cumulatieve frequentieverdeling van de 360-daagse neerslagsommen van Hoofddorp kunnen nabootsen door, bij geschikte keuze van n, deze n neerslaghoeveelheden op volkomen willekeurige wijze uit te strooien over de N (N = 87) waarnemingsjaren. Iedere neerslaghoeveelheid heeft evenveel kans in elk willekeurig jaar te vallen en wel onafhankelijk van het aantal neerslaghoeveelheden, welke reeds in dat jaar zijn gevallen.

De vraag is nu, hoe groot het gemiddeld aantal j-voudig bezette jaren onder de N jaren is. Dit is een bekende uitdrukking, welke door F. von Mises en door P. de Wolff [5] opnieuw is afgeleid en welke de naam Bernoulli-verdeling draagt:

$$\xi_{nj} = N \binom{n}{j} \left(\frac{1}{N}\right)^j \left(1 - \frac{1}{N}\right)^{n-j}, \text{ waarbij } \sum_{j=0}^{\infty} \xi_{nj} = N$$

De distributieve verdeling w(j) wordt dan

$$w(j) = \binom{n}{j} \left(\frac{1}{N}\right)^j \left(1 - \frac{1}{N}\right)^{n-j}$$

en de cumulatieve frequentieverdeling met overschrijdende kansen wordt

$$W(\geq s) = \sum_{j=s}^{\infty} \binom{n}{j} \left(\frac{1}{N}\right)^j \left(1 - \frac{1}{N}\right)^{n-j}$$

We willen tenslotte niet weten de gemiddelde situatie over N jaren, maar over het universum d.w.z.  $N \rightarrow \infty$ . In het geval, dat de verhouding n / N constant wordt bij toenemende N, nadert ook n tot oneindig.

Dan wordt

$$w(j) = e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}, \text{ waarbij } \sum_{j=0}^{\infty} w(j) = 1$$

en 
$$W(\geq s) = \sum_{j=s}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}$$

*op Bernoulli-verdeling?*

Hierin is dus  $\alpha$  = het gemiddeld aantal neerslagkwanta per jaar. In fig. 6 hebben we de 87 punten van de cumulatieve frequentieverdeling van de jaarsommen van de neerslag te Hoofddorp op lineair-Gauszpapier uitgezet. Door deze punten is een rechte getrokken. Vervolgens hebben we geprobeerd voor welke waarde van  $\alpha$  deze reeks van punten zo goed mogelijk kan worden benaderd. Het blijkt, dat voor  $\alpha = 43$  en dus  $q = 17.4$  mm de benadering goed is.

*α  
niet goed*

In fig.6 hebben we ook de Poissonverdeling voor  $\alpha = 43$  en  $q = 17.44$  mm uitgezet en wel de punten  $s = 20, 25, 30, \dots$  en 65. Uit de figuur blijkt, dat die punten van de Poisson-kromme, waarvoor  $s \geq 55$ , boven de rechte lijn uitkomen.

De Poisson-aanpassing aan de waargenomen frequentieverdeling is theoretisch bekeken beter dan de rechte lijn-aanpassing; immers de Poissonverdeling heeft  $W = 100 \%$  bij nul of meer mm neerslag, terwijl de rechte nul mm neerslag geeft beneden  $W = 100 \%$ , hetgeen niet juist kan zijn.

*? is hoger dan Bernoulli-verdeling?*

We kunnen ook aanpassen met de Bernoulli-verdeling, waarin we invullen  $N = 87$  en  $n = 3741$ . Met deze aanpassing krijgen we praktisch dezelfde punten als aangegeven zijn in fig. 6 met kruisjes voor de Poissonverdeling. Hieruit volgt, dat 87 praktisch gesproken reeds oneindig is.

Uit enkele eigenschappen van de Poissonverdeling kunnen we  $\alpha$  en  $q$  theoretisch afleiden. Het eerste moment van de Poissonverdeling  $\bar{h} = \alpha$  en het tweede moment  $h^2 = \alpha^2 + \alpha$ , zodat de variantie is  $\sigma^2 = \alpha$ . Zowel het eerste moment  $\bar{h}$  als ook de variantie van de Poissonverdeling is gelijk aan  $\alpha$ . Maar dit geldt alleen in Poisson-eenheden, d.w.z.  $\bar{h}_p = \alpha$ . We meten echter  $\bar{h}$  in mm neerslag, zodat we kunnen neerschrijven  $\bar{h}_p = \bar{h} \text{ (in mm)} / q = \alpha$ , waarbij  $q$  is het aantal mm neerslag van de Poisson-eenheid of wel  $q$  is het neerslag quantum. Zo is ook  $\sigma_p^2 = \sigma^2 \text{ (in mm)} / q^2 = \alpha$ . Hieruit vinden we de simpele betrekkingen  $q = \sigma^2 / \bar{h}$  en  $\alpha = \bar{h} / q$ .

Uit de cumulatieve frequentieverdeling van de 360-daagse neerslagsommen berekenen we  $\bar{h} = 747,4$  mm en  $\overline{h^2} = 570993$  mm<sup>2</sup>. Hieruit berekenen we weer  $q = \sigma^2 / \bar{h} = 16,57$  mm en  $\alpha = \bar{h} / q = 45,10$ . Met de "trial and error" methode vonden we  $\alpha = 43$ . Beide waarden voor  $\alpha$  verschillen weinig van elkaar. We zullen vervolgen met de experimenteel gevonden waarde van  $\alpha$  en niet met de theoretische, daar dit impliceert, dat we het tweede moment van elke verdeling moeten kennen. Vooruitlopend op het vervolg, kunnen we nu reeds zeggen, dat met eenvoudiger middelen het doel kan worden bereikt.

3.2.1 Eerste aanpassingsmethode met Poissonverdelingen in het interval  
 $30 \leq k \leq 1800$

Indien we de cumulatieve frequentieverdeling van de 720-daagse neerslagsommen uitzetten op lineair-Gausz-papier, valt het zeer moeilijk een rechte lijn door de uitgezette punten te trekken. Deze frequentieverdeling is gemaakt uit overlappende 2-jaarsommen, zodat de verdeling uit 86 punten bestaat. Uit de 87 jaarsommen van de neerslag kunnen we echter twee reeksen, elk van 43 punten, niet-overlappende 2-jaarsommen samenstellen. Van beide reeksen 2-jaarsommen maken we een cumulatieve frequentieverdeling op. Beide frequentieverdelingen worden op lineair-Gausz-papier uitgezet en het blijkt dan, dat beide verdelingen gemakkelijk elk door een rechte lijn kunnen worden voorgesteld.

Bovendien blijkt het, dat beide verdelingen eveneens door een Poissonverdeling met  $\alpha = 86$  en  $q = 17,44$  mm kunnen worden voorgesteld. In fig. 7 zijn de 43 punten van de ene verdeling (1867 - 1952) voorgesteld door stippen, terwijl de 43 punten van de andere verdeling (1868 - 1953) door kringetjes zijn aangegeven. De Poisson-verdeling is met kruisjes gemerkt. De rechte lijnen door beide verdelingen zijn resp. aangegeven door een getrokken lijn en door een gestreepte lijn. Ook hebben we beide verdelingen op elkaar getoetst met behulp van de  $\chi^2$ -toets. Het resultaat was, dat we een  $P = 0.78$  berekenden; beide verdelingen stemmen dus in hoge mate overeen. Uit fig. 7 zien we, dat ook de Poissonverdeling met  $\alpha = 86$  en  $q = 17.44$  beide verdelingen goed voorstelt.

Daar de frequentieverdeling van de 360-daagse neerslagsommen goed voorgesteld kan worden door een Poissonverdeling met  $\alpha = 43$  en  $q = 17.44$  mm en de frequentieverdeling van de 720-daagse sommen door een Poissonverdeling met  $\alpha = 86$  en  $q = 17.44$  mm, uiten we de veronderstelling, dat de verdeling van 1080-daagse neerslagsommen kan worden weerge-

geven door een Poissonverdeling met  $\alpha = 129$  en  $q = 17,44$  mm.

Als de cumulatieve frequentieverdeling van de 1080-daagse neerslagsommen (per jaar voortlopende) wordt uitgezet op lineair-Gauszpapier, dan blijkt, dat ook door deze uitgezette punten niet gemakkelijk een rechte kan worden getrokken. Indien we nu de frequentieverdeling van niet-voortlopende 3-jaarsommen opmaken, dan bestaat deze verdeling uit slechts 29 punten.

Door het aantal punten klein is, lijkt deze verdeling, uitgezet op lineair-Gauszpapier, zo ruw, dat we niet gemakkelijk een rechte erdoor kunnen leggen. Van de 29 punten in de verdeling bepalen we het gemiddelde  $\bar{h}$  en de standaardafwijking  $\sigma$ . Hiermede trekken we de rechte lijn door de 29 punten ( $\bar{h} = 2240$  mm en  $\sigma = 158,2$  mm). De 29 punten en de rechte lijn zijn in fig. 8 tezamen gebracht. Eveneens hebben we in de figuur uitgezet de Poissonverdeling met  $\alpha = 129$  en  $q = 17,44$  mm als een gestreepte kromme. Vervolgens hebben we rondom de rechte lijn met behulp van de 29 punten een betrouwbaarheidsmarge uitgezet, zodat de een of andere waarneming een kans van 0,683 heeft om binnen de door kruisjes aangegeven marge te vallen. Het blijkt nu, dat de Poissonverdeling met  $\alpha = 129$  en  $q = 17,44$  mm binnen deze marge valt. De 29 punten mogen dus door deze Poissonverdeling worden voorgesteld.

De in fig. 8 aangegeven marge is als volgt bepaald [6]. Stel we hebben een aantal waarnemingspunten, waardoor een gladde kromme is gelegd. Rondom deze gladde kromme moet een marge worden gelegd, zodat 0,68269 de kans is, dat een waarneming binnen deze band valt; d.w.z. de ordinaat van een punt van de gladde kromme  $\pm \sigma_{x,m}$ , als  $(x, m)$  het beschouwde punt is.

De berekening van deze variantie levert nu:

$$N (\sigma_{x,m})^2 = F(x) [1 - F(x)] / f^2(x)$$

Hierin is  $N$  het aantal waarnemingen of punten.

$(\sigma_{x,m})^2$  is de gezochte variantie van het  $m^{\text{de}}$  punt in de waarnemingsreeks.

$F(x)$  is de cumulatieve verdeling der punten.

$f(x)$  is de waarschijnlijkheidsdichtheid der punten =  $F'(x)$ .

Als we aannemen, dat de drie-jaarsommen normaal verdeeld zijn (rechte lijn) en dat dus de 29 punten normaal verdeeld rondom de rechte lijn liggen, dan kunnen we voor  $f(x)$  de normale verdeling nemen:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \frac{x^2}{\sigma^2}}, \text{ waarin } \sigma \text{ is de standaard}$$

afwijking. Voor  $x = 0$ , d.w.z. in het 50 % punt van de cumulatieve verdeling is  $F(x) = \frac{1}{2}$  en ook is  $1 - F(x) = \frac{1}{2}$ ; maar  $f(x)$  is dan  $0.3989/\sigma$ . De te vinden waarden zijn volgens de formule symmetrisch verdeeld rondom het 50 % punt van de cumulatieve verdeling. Voor verschillende waarden van  $F(x)$  vinden we met behulp van de genormaliseerde Gaussverdeling de waarden van  $\sigma(x, m)$  in onderstaande tabel.

F (x)	(x, m)
0.0228	$\sigma / (0,362 \sqrt{N})$
0.0668	$\sigma / (0,518 \sqrt{N})$
0.1587	$\sigma / (0,661 \sqrt{N})$
0.3085	$\sigma / (0,762 \sqrt{N})$
0.5000	$\sigma / (0,8 \sqrt{N})$
0.6915	$\sigma / (0,762 \sqrt{N})$
0.8413	$\sigma / (0,661 \sqrt{N})$
0.9332	$\sigma / (0,518 \sqrt{N})$
0.9772	$\sigma / (0,362 \sqrt{N})$

We hadden voor  $f(x)$  ook een andere verdelingswet kunnen nemen, bijv. een Poissonverdeling. Dan zijn de te vinden waarden van  $\sigma(x, m)$  niet symmetrisch rondom het 50 % punt van de cumulatieve verdeling gelegen.

We gaan de nu gevonden formules  $\alpha q = \bar{h}$  en  $\alpha_k = \frac{43k}{360}$  toepassen op de verdelingen van de 12 maanden voor  $k = 540$ . In dit geval is  $\alpha = 64,5$  en  $\bar{h}$  voor elke maand wordt berekend uit de verdelingen. De jaarlijkse gang in de 12 verdelingen voor  $k = 540$  wordt dus, daar onafhankelijk van de jaarlijkse gang wordt gehouden, geheel in de  $q$  verdisconteerd. Als we op deze manier de 12 verdelingen proberen voor te stellen, dan blijkt dit niet geheel goed te gaan. Het gaat wel goed, als we elke  $q$  delen door een factor. Deze factor blijkt weinig te variëren door de maanden heen, zodat we deze onafhankelijk van de jaarlijkse gang nemen. Deze reductie-factor is aldus bepaald op 1,019. Hierna hebben we hetzelfde procédé toegepast op de 12 verdelingen voor  $k = 180$ .  $\alpha = 21,5$  en onafhankelijk van de jaarlijkse gang en  $q$  blijkt

gedeeld te moeten worden door een reductiefactor, welke onafhankelijk van de jaarlijkse gang een waarde 1,019 heeft.

Voor de verdelingen van  $k = 90$  moet  $\alpha = 10,75$  zijn, terwijl  $q$  weer berekend wordt voor elke 90-daagse periode met de formule  $\alpha \times q = \bar{h}$ , waarin  $\bar{h}$  is de normale neerslag in mm over dat 90-daagse tijdvak. De reductiefactor, waardoor  $q$  gedeeld moet worden om de Poissonverdeling goed te laten aanpassen aan de waargenomen verdeling, blijkt de waarde 1,012 te hebben.

Zo vinden we, hetzelfde procédé volgende, voor  $k = 60$  een reductiefactor van 1,046 en voor  $k = 30$  een reductiefactor van 1,099.

In het kort gezegd kunnen de waargenomen cumulatieve frequentieverdelingen van  $k$ -daagse neerslagsommen te Hoofddorp in het interval  $30 \leq k \leq 1800$  op het oog goed worden aangepast met cumulatieve Poissonverdelingen. Van deze verdelingen wordt  $\alpha_k$  bepaald uit de formule  $\alpha_k = 43 k / 360$  en  $q_k$  uit  $q_k = \bar{h} / \alpha_k$ . Nu wordt niet  $q_k$  gebruikt, maar  $q_k / r_k$ .  $r_k$  is een reductiefactor, welke op zijn beurt bepaald wordt door de formule:

$$r_k = 1 + 0.019 \left| \sin \frac{1}{2} k^\circ \right| + 0,1725 - 0,0890 \left( \frac{k}{30} \right) + 0,0105 \left( \frac{k}{30} \right)^2$$

Het kwadratische gedeelte van deze formule geldt alleen in het interval  $30 \leq k \leq 90$ . Het eerste gedeelte van de formule geeft aan, dat de reductiefactor één wordt voor  $k = 360, 720, 1080, \text{enz.}$

### 3.2.2 Tweede aanpassingsmethode met Poissonverdelingen in het interval $30 \leq k \leq 1800$

De eerste aanpassingsmethode, hierboven vermeld, is gemakkelijk hanteerbaar, maar ongelukkigerwijze is ze behept met een reductiefactor. Deze reductiefactor moet zoekenderwijze worden bepaald en de formule, welke aangeeft het verband tussen deze reductiefactor en  $k$ , is ook weer een proefondervindelijke formule.

Op zichzelf is dit feit niet zo, dat de methode er minder goed door wordt, maar we kunnen het bezien als een schoonheidsfout. Daarom hebben we gezocht naar een andere aanpassingsmethode, welke even gemakkelijk hanteerbaar is en niet die schoonheidsfout heeft. We hebben de oplossing gevonden in de volgende gedachtengang.

Als men een cumulatieve Poissonverdeling

$$W(\geq h) = \sum_{j=h}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}$$

op grafiekpapier uitzet met de waarschijnlijkheid  $W$  als abscis en de hoeveelheid neerslag  $x$  in mm ( $x = h q =$  aantal neerslagquanta  $x$  inhoud in mm van één neerslagquantum) als ordinaat, dan wordt het eerste punt

$\{W; x\}$  op het grafiekpapier gevormd door

$$\left\{ \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}; q \text{ mm} \right\}$$

het tweede punt door

$$\left\{ \sum_{j=2}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}; 2q \text{ mm} \right\}$$

het derde punt door

$$\left\{ \sum_{j=3}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}; 3q \text{ mm} \right\}$$

enz. Deze wijze van uitzetten blijkt tegenover de praktijk minder goed te zijn, daar we volgens de vorige paragraaf de  $q$  door een reductie factor moesten delen om algemeen goede aanpassing te krijgen. Dit is nu ook niet zo te verwonderen, daar de neerslag niet bij quanta van  $q$  mm tegelijk neervalt, maar slechts bij druppels tegelijk, zodat alle neerslaghoeveelheden tussen 0 en  $q$  mm verwacht kunnen worden. De ordinaat van het eerste punt zou dus niet op  $q$  mm uitgezet moeten worden, maar op het zwaartepunt tussen 0 en  $q$  mm.

Dat zwaartepunt is moeilijk te bepalen en daarom nemen we eenvoudig het punt halfweg tussen 0 en  $1$  mm; de ordinaat van het tweede punt halfweg tussen  $q$  en  $2q$  mm, enz.

We zetten op het grafiekpapier dus uit het eerste punt op

$$\left\{ \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}; \frac{1}{2} q \right\},$$

het tweede punt op

$$\left\{ \sum_{j=2}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}; \frac{3}{2} q \right\},$$

het derde punt op

$$\left\{ \sum_{j=3}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}; \frac{5}{2} q \right\},$$

enz.

Deze methode van aanpassing met Poissonverdelingen is op het oog gezien goed, hoewel iets minder dan de eerste methode. Het voordeel van deze methode is wel de grote eenvoud en hanteerbaarheid.



3.2 Toetsing van de in 3.2.1 en 3.2.2 gebruikte methoden voor het interval  
 $30 \leq k \leq 1800$

Voor het toetsen van de twee in de vorige paragrafen genoemde aanpassingsmethodes zullen we gebruik maken van de  $\chi^2$ -toets. Zoals bekend is, bestaan de verdelingen van de 30-daagse sommen alle uit 87 punten. We kiezen de toetsingsintervallen zo, dat in elk interval 6 of meer punten liggen. Op deze wijze kunnen we de 87 punten van zulk een verdeling onderbrengen in maximaal 14 intervallen; in het eerste interval kiezen we bijv. 9 punten en in de overige 13 intervallen elk 6 punten. We nemen de Poissonverdeling als theoretische kromme. Daar elk punt  $1/87$  deel van de cumulatieve frequentieverdeling bijdraagt, omvat het eerste interval dat deel van de cumulatieve Poissonverdeling, hetwelk tussen 100 % en 89,65 % ligt; het tweede interval ligt zo tussen 89,65 % en 82,76 %; enz.

Met behulp van de cumulatieve Poissonverdeling worden de cumulatieve waarschijnlijkheden omgezet in intervallen neerslag in mm. Deze intervallen in mm neerslag worden door aflezing omgezet in intervallen van de waargenomen cumulatieve frequentieverdeling. Deze laatste intervallen worden nu nog in distributieve aantallen omgewerkt; het totale aantal moet immers 87 zijn. Van beide kolommen met distributieve aantallen worden vervolgens de  $\chi^2$ -sommen opgemaakt.

1	2	3	4	5	6	
0 - 20	82.4	89.65	15.3	9	4.41	$n = 14$ $V = 12$ $\chi^2 = 12.56$ $P = 0.39$
20 - 26	78.6	82.76	3.3	6	1.22	
26 - 30	71.9	75.86	5.8	6	0.01	
30 - 35	63.1	68.97	7.7	6	0.48	
35 - 38	56.8	62.07	5.5	6	0.04	
38 - 42	46.1	55.17	9.3	6	1.82	
42 - 45	42.5	48.28	3.1	6	1.40	
45 - 49	37.5	41.38	4.4	6	0.43	
49 - 54	30.4	34.48	6.2	6	0.01	
54 - 58	27.6	27.59	2.4	6	2.16	
58 - 64	20.7	20.69	6.0	6	0.00	
64 - 70	14.0	13.79	5.8	6	0.01	
70 - 82	8.5	6.90	4.8	6	0.24	
82 -	0.0	0.00	7.4	6	0.33	
			87.0	87	12.56	

- kolom 1 bevat de intervallen in mm neerslag
- kolom 2 bevat de waargenomen cumulatieve waarschijnlijkheid aan het einde van de gekozen intervallen
- kolom 3 bevat de theoretische cumulatieve Poisson waarschijnlijkheid aan het einde van de gekozen intervallen
- kolom 4 bevat de waargenomen distributieve aantallen in de gekozen intervallen
- kolom 5 bevat de gekozen aantallen in de opeenvolgende intervallen
- kolom 6 bevat de  $\chi^2$ -sommen berekend uit kolom 4 en 5

Naast kolom 6 vindt men het resultaat van de toetsing. Er zijn 14 intervallen. Daar de Poissonverdeling slechts één constante bevat is het aantal vrijheidsgraden 12. De som van de  $\chi^2$ -waarden is 12,56, zodat  $P = 0.39$ . Dit betekent, dat de volgende § 3.2.1 aan de waargenomen cumulatieve frequentieverdeling van de 30-daagse neerslagsommen van de maand februari aangepaste cumulatieve Poissonverdeling een goede aanpassing aan de waarneming vormt.

Op bovenstaande manier hebben we 13 willekeurig uitgezochte waargenomen verdelingen met de corresponderende theoretische Poissonverdelingen getoetst. Het resultaat van deze toetsing staat bijeen in de hierop volgende tabel.

k	begin van k-daags tijdvak	n	v	$\chi^2$	P
30	1 feb	14	12	12.56	0.39
30	1 okt	14	12	14.46	0.27
60	1 mrt	14	12	7.97	0.79
60	1 dec	14	12	21.00	0.05
90	1 mei	14	12	5.90	0.92
90	1 aug	14	12	5.34	0.94
180	1 jan	14	12	6.04	0.91
180	1 jul	14	12	9.97	0.62
360	1 jan	14	12	12.29	0.42
540	1 jan	14	12	13.93	0.31
540	1 jul	14	12	18.04	0.12
720	1 jan	14	12	8.54	0.74
1080	1 jan	14	12	26.96	0.01
	simultaan		156	163.00	$P = 0.334$

De simultane toetsing van 13 gevallen geeft een overschrijdingskans van 33,4 %. De aanpassingsmethode beschreven in § 3.2.1 is dus ruim voldoende in aanpassing aan de waarneming.

De tweede aanpassingsmethode beschreven in § 3.2.2 wordt op dezelfde manier getoetst als de eerste methode. We kunnen dus kort zijn hierover en de resultaten van de toetsing in de onderstaande tabel mededelen. Er zijn dezelfde 13 verdelingen gekozen als bij de toetsing van de eerste methode.

k	begin van k-daags tijdvak	n	v	$\chi^2$	P
30	1 feb	14	12	8.40	0.75
30	1 okt	14	12	19.06	0.08
60	1 mrt	14	12	8.34	0.76
60	1 dec	14	12	16.66	0.17
90	1 mei	14	12	12.09	0.44
90	1 aug	14	12	12.84	0.38
180	1 jan	14	12	8.90	0.71
180	1 jul	14	12	15.86	0.20
360	1 jan	14	12	12.29	0.42
540	1 jan	14	12	9.97	0.62
540	1 jul	14	12	19.96	0.07
720	1 jan	14	12	8.54	0.74
1080	1 jan	14	12	26.96	0.01
	simultaan		156	179.87	P = 0.09

De overschrijdingskans  $P = 0.09$  bij de simultane toetsing van 13 gevallen geeft aan, dat de hypothese, dat elk der respectieve 13 universa een kansverdeling bezit, bepaald met de Poissonverdelingen, niet verworpen behoeft te worden. Deze tweede aanpassingsmethode is dus wel minder goed dan de eerste methode.

Door de grotere eenvoud en logica geven we persoonlijk de voorkeur aan deze tweede methode, hoewel de eerste blijkbaar beter is.

### 3.4 Aanpassingsmethode met Poissonverdelingen in het interval $1 \leq k \leq 30$

Om cumulatieve frequentieverdelingen van k-daagse neerslag-sommen aan te passen voor waarden van k liggende tussen 1 en 30 ( $1 \leq k \leq 30$ ) met behulp van cumulatieve Poissonverdelingen zullen we in de eerste plaats de beide in 3.2.1 en 3.2.2 beschreven methodes proberen.

Het blijkt, dat beide methodes nog voldoende resultaat geven over alle 12 maanden voor  $k = 15, 10$  en  $7$ , maar dat voor kleinere  $k$ -waarden beide methodes niet meer kunnen worden gevolgd. Dit is ook niet te verwonderen, daar we er oorspronkelijk van uit zijn gegaan, dat de  $k$ -daagse neerslagsommen onafhankelijk van elkaar zijn. Voor kleine waarden van  $k$  is dit niet meer het geval.

Zo komen we vanzelf op de gedachte om de cumulatieve frequentieverdelingen met kleine  $k$  aan te passen door Poissonverdelingen met persistentie. Deze soort verdelingen zijn gecreëerd door Eggenberger en Polya [7]. In plaats van de opeenvolgende punten van de distributieve Poissonverdeling:

$$e^{-\alpha}; e^{-\alpha} \frac{\alpha}{1!}; e^{-\alpha} \frac{\alpha^2}{2!}; e^{-\alpha} \frac{\alpha^3}{3!}; \dots; e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}$$

krijgen we de puntenreeks:

$$\frac{1}{(1+d)^{\alpha/d}}; \frac{\alpha}{1! (1+d)^{\alpha/d+1}}; \dots; \frac{\alpha(\alpha+d)(\alpha+2d)\dots(\alpha+(j-1)d)}{j! (1+d)^{\alpha/d+j}}$$

$\alpha$  is de gemiddelde waarde

Hierin is  $\alpha$  de gemiddelde waarde in Poisson-eenheden. Als  $\sigma^2$  de variantie in Poissoneenheden is, is  $1 + d = \sigma^2 / \alpha$ ; de term  $1 + d$  wordt wel de persistentiefactor genoemd. We bepalen  $\bar{h}$  in mm uit de waargenomen verdeling en ook  $\sigma^2$  in  $\text{mm}^2$ . Nu is  $\bar{h} = \alpha q$ , waarin  $q$  wederom het neerslagkwantum in mm is. Zo vinden we dan, dat  $1 + d = \sigma^2$  in  $\text{mm}^2 / \bar{h} q$ .

Deze methode is toegepast op enkele waargenomen verdelingen. De frequentieverdelingen, welke aldus tevoorschijn kwamen, beantwoorden in het geheel niet aan de waargenomen verdelingen. We hebben het eveneens geprobeerd met willekeurige waarden van  $d$ . Ook hiermede hadden we geen succes. Immers voor kleine waarden van  $d$  geleken de verdelingen op Poissonverdelingen zonder persistentie, waarvan we reeds wisten, dat deze niet de goede aanpassing vormden. Voor grotere  $d$ -waarden wordt de kromming in de verdelingskromme bij kleine waarden van  $h$  te sterk.

Toch moet op een of andere wijze persistentie in rekening worden gebracht, daar anders geen Poissonverdelingen meer kunnen worden angewend. Het opmerkelijkste feit van de waargenomen cumulatieve verdelingen voor  $1 \leq k \leq 10$  is het grote deel van de gehele verdeling, dat door de nulbezetting in beslag genomen wordt.

Als we bijv. fig. 9 beschouwen, dan zien we, dat ongeveer 55 % bezet is met nul mm neerslag. Fig. 9 is een voorstelling van de cumulatieve frequentieverdeling van de ééndaagse neerslagsommen in juli en wel op lineair-Gauszpapier. Deze waargenomen frequentieverdeling blijkt goed aangepast te kunnen worden op de volgende wijze.

We zetten het eerste punt van distributieve Poissonverdeling ( $= e^{-\alpha}$ ) uit aan het einde van de nulbezetting, d.w.z.  $e^{-\alpha} = 0.55$  of wat we ook kunnen zeggen: we zetten het tweede punt van de cumulatieve Poissonverdeling ( $1 - e^{-\alpha}$ ) uit aan het einde van de nulbezetting, d.w.z.  $1 - e^{-\alpha} = 0.45$ . Hieruit volgt, dat  $\alpha = 0.60$ .

Daarmede liggen alle volgende punten van de Poissonverdeling voor de helft vast. We moeten alleen nog het neerslagkwantum bepalen, zodat de aanpassing zo goed mogelijk op het oog geschiedt. Het tweede punt wordt voor  $\alpha = 0,60$  (zie fig. 11) uitgezet op  $\frac{1}{2} q$  mm, het derde punt op  $\frac{3}{2} q$  mm, enz. Hieruit vinden we bij een zo goed mogelijke aanpassing aan de waargenomen kromme  $q = 11.16$  mm. Deze Poissonkromme, uitgezet zoals hierboven beschreven, is in fig. 9 aangebracht als een gestreepte lijn.

We zien, dat de gestreepte kromme goed door de punten gaat. Ditzelfde procédé wordt op de overige 11 ééndaagse frequentiekrommen toegepast: eerst  $\alpha$  bepalen uit  $1 - e^{-\alpha} =$  einde van de nulbezetting en vervolgens de overige punten zo goed mogelijk aan de waarneming aanpassen door een geschikte keuze van  $q$ .

Op een andere wijze gezegd komt deze aanpassing hierop neer. Het eerste punt van de cumulatieve Poissonverdeling wordt uitgezet bij

$$\begin{aligned} & \left\{ \sum_{j=0}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!} \right. && ; \text{begin nulbezetting} \left. \right\} ; \\ \text{het tweede punt bij} & \left\{ \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!} \right. && ; \text{einde nulbezetting} \left. \right\} ; \\ \text{het derde punt bij} & \left\{ \sum_{j=2}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!} \right. && ; \frac{1}{2} q \text{ mm} \left. \right\} ; \\ \text{het vierde punt bij} & \left\{ \sum_{j=3}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!} \right. && ; \frac{3}{2} q \text{ mm} \left. \right\} ; \text{enz.} \end{aligned}$$

Voor alle overige frequentieverdelingen, namelijk die voor alle 12 maanden en met  $k = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 15$  en  $30$  hebben we

$\alpha$ 's en  $q$ 's gezocht, zodat de aanpassing op het oog zo goed mogelijk geschiedde. Deze 120  $\alpha$ 's en 120  $q$ 's hebben we bijeengebracht in tabel XIII tezamen met de corresponderende  $\bar{h}$ -waarden.

Bij beschouwing van deze tabel vallen enkele eigenschappen van de onderhavige grootheden op.

- 1°  $\alpha$  neemt toe met  $k$ ;  $\alpha$  vertoont een jaarlijkse gang met de kleinste waarde omstreeks mei en de grootste waarde omstreeks november.
- 2°  $q$  neemt over het algemeen iets toe met toenemende  $k$ ;  $q$  vertoont een sterke jaarlijkse gang met een minimum voor kleine  $k$  in januari en een maximum omstreeks juli; voor  $15 \leq k \leq 30$  ligt het minimum van  $q$  in april en het maximum in oktober.
- 3°  $\alpha \times q > \bar{h}$ ; dit is des te meer zo voor kleine  $k$ , terwijl met toenemende  $k$  het verschil  $\alpha q - \bar{h}$  sterk afneemt.

Nu komt het erop aan om de waargenomen  $\alpha$ 's en  $q$ 's aan te passen met formules, welke  $\alpha$  en  $q$  als een functie van  $k$  en de jaarlijkse gang geven.

We beginnen dit proces met het middelen van de  $q$ -waarden over alle 12 maanden voor de verschillende waarden van  $k$ . Op deze wijze vinden we gemakkelijk, hoe  $q$  toeneemt met  $k$ , onafhankelijk van de jaarlijkse gang  $\mathcal{D}$ :

$$q_k = 8,80 + 0,173 k$$

Vervolgens gaan we de jaarlijkse gang van de  $q$ -waarden aan een harmonische analyse onderwerpen. De eerste sinusterm blijkt telkens verre te overheersen, terwijl de amplitude van deze term vrijwel constant blijft voor de verschillende  $k$ -waarden. De fasehoek blijkt nog een kwadratische functie van  $k$  te zijn:

$$q_{k\mathcal{D}} = q_k - 3.26 \sin(\mathcal{D} + 74^{\circ}55' - 4^{\circ}391 k + 0^{\circ}1010 k^2)$$

$\mathcal{D} = 0$  als het midden van het  $k$ -daagse tijdvak op 16 januari valt.

In de onderstaande tabel hebben we naast elkaar gezet voor de verschillende waarden van  $k$  de uitdrukkingen voor  $q$ , zoals deze door harmonische analyse is verkregen uit de waargenomen  $q$ -waarden in tabel XIII en de uitdrukkingen voor  $q$  volgens de formule van  $q_k$ .

$k$	$q$ (waargenomen)	$q$ (berekend)
1	$8.31 - 3.24 \sin(\mathcal{D} + 85^{\circ}45')$	$8.97 - 3.26 \sin(\mathcal{D} + 70^{\circ}16')$
2	$9.32 - 3.36 \sin(\mathcal{D} + 63^{\circ}16')$	$9.15 - 3.26 \sin(\mathcal{D} + 66^{\circ}10')$
3	$9.36 - 3.37 \sin(\mathcal{D} + 57^{\circ}58')$	$9.32 - 3.26 \sin(\mathcal{D} + 62^{\circ}17')$
4	$9.84 - 2.94 \sin(\mathcal{D} + 37^{\circ}22')$	$9.49 - 3.26 \sin(\mathcal{D} + 58^{\circ}36')$

5	9.95 - 3.03 sin ( $\vartheta + 45^{\circ}56'$ )	9.67 - 3.26 sin ( $\vartheta + 55^{\circ}07'$ )
6	10.44 - 2.97 sin ( $\vartheta + 40^{\circ}05'$ )	9.84 - 3.26 sin ( $\vartheta + 51^{\circ}50'$ )
7	8.99 - 2.82 sin ( $\vartheta + 52^{\circ}56'$ )	10.01 - 3.26 sin ( $\vartheta + 48^{\circ}46'$ )
10	10.51 - 3.33 sin ( $\vartheta + 42^{\circ}56'$ )	10.53 - 3.26 sin ( $\vartheta + 40^{\circ}44'$ )
15	12.38 - 3.29 sin ( $\vartheta + 39^{\circ}27'$ )	11.40 - 3.26 sin ( $\vartheta + 31^{\circ}25'$ )
30	13.56 - 3.96 sin ( $\vartheta + 32^{\circ}01'$ )	13.99 - 3.26 sin ( $\vartheta + 33^{\circ}43'$ )

Beide kolommen met uitdrukkingen voor de q stemmen sterk overeen.

Als we nu de  $\alpha$ -waarden over alle 12 maanden voor elke k-waarde middelen, krijgen we  $\bar{\alpha}$ -waarden, welke alleen van k afhangen. Indien we nu deze  $\bar{\alpha}_k$ 's vermenigvuldigen met de overeenkomstige  $\bar{q}_k$ -waarden, krijgen we een reeks  $\bar{\alpha}_k \bar{q}_k = \bar{h}(\alpha q; k)$ -waarden.

Deze  $\bar{h}(\alpha q; k)$ -waarden vertonen een eenvoudig verband met de waargenomen  $\bar{h}_k$ -waarden (gemiddeld over alle 12 maanden). Dit verband luidt

$$\bar{h}(\alpha q; k) = (1 + 2,06 k^{-0,6}) \bar{h}_k,$$

waarbij  $\bar{h}_k$  is de normale k-daagse neerslaghoeveelheid gemiddeld over het gehele jaar.

Deze formule geeft de waarneming zeer goed weer, zoals mag blijken uit het feit, dat we de twee constanten bepaald hebben uit de waargenomen verhoudingen voor  $k = 1$  en  $k = 2$ , terwijl de formule goed is tot en met  $k = 360$ . Voor  $k = 360$  vonden we met deze wijze van aanpassen, dat  $\alpha = 46$ ,  $q = 16,78$  mm, terwijl  $\bar{h} = 747,4$  mm is. Voor de verhouding  $\bar{h}(\alpha q, k) / \bar{h}_k$  vinden we dus uit de waarnemingen de waarde 1,03.

Zie de onderstaande tabel.

k	$\bar{h}(\alpha q, k) / \bar{h}_k$ (wrg.)	$\bar{h}(\alpha q, k) / \bar{h}_k$ (ber.)
1	3.06	3.06
2	2.36	2.36
3	2.08	2.07
4	1.91	1.90
5	1.74	1.79
6	1.69	1.70
7	1.69	1.64
10	1.51	1.52
15	1.41	1.40
30	1.19	1.27
360	1.03	1.06

Uit bovenstaande tabel zien we, dat overeenkomst tussen de waargenomen en berekende waarden treffend is.

Uit bovengeschetst verband vinden we onmiddellijk de formule voor  $\bar{\alpha}_k$  :

$$\bar{\alpha}_k \bar{q}_k = (1 + 2,06 k^{-0,6}) \bar{h}_k$$

Thans onderwerpen we de 12 waargenomen  $\alpha_k$ -waarden voor de verschillende waarden van k aan harmonische analyse. De uitkomsten hiervan laten ons zien, dat ook bij de  $\alpha$ -waarden de eerste sinus-term verre overweegt boven de overige termen. We kunnen schrijven voor  $\alpha_{k,\vartheta}$ :

$$\alpha_{k,\vartheta} = \bar{\alpha}_k + (0,146 + 0,0397 k - 0,000952 k^2) \sin (\vartheta + 151^\circ 18')$$

In de onderstaande tabel zetten we bij elkaar de harmonische analyse van de waargenomen  $\alpha$ -waarden uit. Tabel XIII en de overeenkomstige aangepaste uitdrukkingen, berekend met onze formule.

k	$\alpha_{k,\vartheta}$ (waargen.)	$\alpha_{k,\vartheta}$ (berekend)
1	0,76 + 0,24 sin ( $\vartheta + 140^\circ 43'$ )	0,71 + 0,19 sin ( $\vartheta + 151^\circ 18'$ )
2	1,06 + 0,20 sin ( $\vartheta + 138^\circ 59'$ )	1,06 + 0,22 sin ( $\vartheta + 151^\circ 18'$ )
3	1,34 + 0,22 sin ( $\vartheta + 137^\circ 44'$ )	1,34 + 0,26 sin ( $\vartheta + 151^\circ 18'$ )
4	1,60 + 0,16 sin ( $\vartheta + 143^\circ 51'$ )	1,66 + 0,29 sin ( $\vartheta + 151^\circ 18'$ )
5	1,80 + 0,28 sin ( $\vartheta + 154^\circ 22'$ )	1,90 + 0,32 sin ( $\vartheta + 151^\circ 18'$ )
6	1,98 + 0,28 sin ( $\vartheta + 174^\circ 54'$ )	2,12 + 0,35 sin ( $\vartheta + 151^\circ 18'$ )
7	2,74 + 0,52 sin ( $\vartheta + 152^\circ 27'$ )	2,36 + 0,38 sin ( $\vartheta + 151^\circ 18'$ )
10	2,94 + 0,42 sin ( $\vartheta + 145^\circ 35'$ )	2,94 + 0,45 sin ( $\vartheta + 151^\circ 18'$ )
15	3,42 + 0,53 sin ( $\vartheta + 161^\circ 34'$ )	3,78 + 0,53 sin ( $\vartheta + 151^\circ 18'$ )
30	5,49 + 0,48 sin ( $\vartheta + 155^\circ 23'$ )	5,65 + 0,48 sin ( $\vartheta + 151^\circ 18'$ )

Zoals we uit bovenstaande tabel kunnen constateren, komen de waargenomen en berekende uitdrukkingen voor  $\alpha_{k,\vartheta}$  goed met elkaar overeen. Ook hier geldt, dat  $\vartheta = 0$ , als het midden van het k-daagse tijdvak op 16 januari valt; valt het midden op bijv. 1 februari, dan is  $\vartheta = 15^\circ$ .

Tenslotte hebben we de pendant van tabel XIII gemaakt, n.l. tabel XIV. In deze tabel hebben we verzameld de  $\alpha$ - en q-waarden berekend volgens de door ons gevonden formules voor k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 15 en 30 en voor alle 12 maanden van het jaar. Tevens hebben we



erbij opgenomen de corresponderende  $\bar{h}$  waarden, welke ook reeds vermeld waren in tabel XIII. De overeenkomst tussen de overeenkomstige waarden in beide tabellen is groot, maar we zullen andere middelen moeten toepassen om te beslissen, hoe goed de aanpassing in feite is.

In § 4.2 wordt een tabel bijgevoegd, waarop alle reeds behandelde cumulatieve Poissonverdelingen in formule bij elkaar zijn gezet.

### 3.5 Toetsing van de in § 3.4 gebruikte methode voor het interval

$$\underline{1 \leq k \leq 30}$$

Daar we niet alle 120 gevallen kunnen toetsen wegens het vele werk hieraan verbonden, zullen we voor de waarden van  $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 15$  en  $30$  dezelfde maand kiezen, als we gekozen hebben bij de toetsing van de Goodrichkrommen in hetzelfde  $k$ -interval. Dit zijn achtereenvolgens de maanden juli, maart, oktober, januari, februari, juni, september, december, augustus en april. De toetsing zelf wordt op analoge wijze uitgevoerd, als is geschied in § 2.6. De waargenomen cumulatieve frequentieverdeling in % van bijv. tien-daagse neerslag-sommen in de maand december wordt, vloeiend getrokken, uitgezet op lineair-Gauszpapier, terwijl ook de corresponderende cumulatieve Poissonkromme wordt uitgezet. De Poissonkromme wordt natuurlijk als theoretische kromme beschouwd. Op het grafiek papier lezen we nu af de cumulatieve procenten van de waargenomen kromme en van de theoretische kromme bij het einde van de mulbezetting, bij  $1 \text{ mm}, 2 \text{ mm}, 3 \text{ mm}$ , en vervolgens bij elke gehele millimeter neerslag tot het hoogst uitgezette punt van de waargenomen kromme. Deze cumulatieve aflezingen worden daarna omgezet in distributieve procenten, en vervolgens deze distributieve procenten in distributieve aantallen bij  $0 \text{ mm}$ ; in het interval van  $0-1 \text{ mm}$ , dat we het interval  $1 \text{ mm}$  noemen; in het interval van  $1-2 \text{ mm}$ , dat we het interval  $2 \text{ mm}$  noemen; enz. Waar de intervallen minder dan het aantal  $6$  bevatten, moeten intervallen bij elkaar genomen worden, zodat minstens  $6$  punten in één interval liggen. In de praktijk doen we het eenvoudiger. Voor de distributieve aantallen van de Poissonkromme kunnen we te werk gaan als boven beschreven, maar voor de waargenomen kromme handelen we als volgt. De distributieve aantallen van de waargenomen kromme hebben we in tabelvorm en we zetten op millimeterpapier deze aantallen uit tegen de genoemde intervallen  $0, 1 \text{ mm}, 2 \text{ mm}$ , enz.

Een voorbeeld hiervan is fig. 10, waarin het eerste deel van de distributieve frequentieverdeling van de aantallen van de 10-daagse

neerslagsommen is uitgezet. Uit deze figuur zien we duidelijk, hoe groot de afwijkingen der aantallen van de gladde aantallenlijn zijn; de aantallen zijn als kruisjes uitgezet en de gladde aantallenlijn als een getrokken lijn. Van deze aantallenlijn zijn nu gemakkelijk de aantallen in de verschillende intervallen af te lezen.

Op deze afgelezen aantallen en op de daarmee corresponderende aantallen afgelezen van de distributieve Poissonkromme passen we de  $\chi^2$ -toets toe. Deze wijze van toepassen wordt uitgevoerd voor alle 10 uitgekozen gevallen.

De overschrijdingskans P kan nu bepaald worden voor verschillende trajecten van de verdeling. Het kan over het gehele traject, dus  $0 \leq h \leq \infty$ ; we kunnen ook de nulbezetting weglaten, dus  $0 < h \leq \infty$ ; we kunnen ook nog het interval 0 - 1 mm weglaten, dus  $1 \leq h \leq \infty$ .

In de onderstaande tabel hebben we verzameld verschillende gegevens betreffende de toetsing met de  $\chi^2$ -toets van de 10 uitgekozen gevallen.

k	interval $0 \leq h \leq \infty$				interval $0 < h \leq \infty$				interval $1 \leq h \leq \infty$			
	n	v	$\chi^2$	P	n	v	$\chi^2$	P	n	v	$\chi^2$	P
1 ( 7)	30	27	29.10	0.356	29	26	28.88	0.317	28	25	27.02	0.360
2 ( 3)	23	20	232.44	$\ll 0.0001$	22	19	139.40	$\ll 0.0001$	21	18	24.63	0.140
3 (10)	47	44	151.53	$\ll 0.0001$	46	43	121.59	$\ll 0.0001$	45	42	15.79	0.9998
4 ( 1)	36	33	71.24	$< 0.0001$	35	32	47.23	0.035	34	31	8.85	$> 0.9999$
5 ( 2)	35	32	6.82	$> 0.9999$	34	31	6.26	$> 0.9999$	33	30	5.99	$> 0.9999$
6 ( 6)	53	50	23.12	0.999	52	49	22.23	0.9991	51	48	20.01	0.9998
7 ( 9)	75	72	115.94	0.005	74	71	78.65	0.25	73	70	77.00	0.276
10 (12)	69	66	28.57	$> 0.9999$	68	65	28.47	$> 0.9999$	67	64	28.37	0.9999
15 ( 8)	79	76	153.05	$< 0.0001$	78	75	131.10	0.0001	77	74	79.03	0.32
30 ( 4)	14	11	8.09	0.70	14	11	8.09	0.70	14	11	8.09	0.70
simultaan	461	431	819.90	$\ll 0.0001$	451	421	611.90	$\ll 0.0001$	441	411	194.78	$> 0.9999$

In de bovenstaande tabel geeft de eerste kolom aan de verschillende k-waarden met, tussen haakjes erachter, de maand van het jaar. n betekent het aantal intervallen, waarin de desbetreffende verdeling is verdeeld geworden. v is het aantal vrijheidsgraden;  $v = n - 1 - \ell$ , waarin  $\ell$  is het aantal parameters van de gebruikte verdelingswet. De Poissonverdeling heeft slechts één parameter, maar, daar thans niet meer geldt  $\alpha_k q_k = \bar{h}_k$ , zijn  $\alpha$  en q beide parameters. We moeten hier van n

dus 3 aftrekken om  $v$  te krijgen.  $P$  duidt aan de overschrijdingskans voor  $\chi^2$  bij  $v$  vrijheidsgraden.

Voor de simultane toetsing, als alle te toetsen gevallen onafhankelijk van elkaar zijn, mogen we de  $v$ 's optellen en de  $\chi^2$ -sommen en voor  $\sum \chi^2$  bij  $\sum v$  vrijheidsgraden de  $P$  bepalen. Is  $P > 0.05$  dan is volgens de toetsing de aanpassing voldoende geweest. Uit de tabel blijkt nu, dat in het interval  $0 \leq h \leq \infty$  de aanpassing verre van voldoende is, evenals in het interval  $0 < h \leq \infty$ . Daarentegen is de overschrijdingskans in het interval  $1 \leq h \leq \infty$  verdacht groot.

Men zal ook vragen, waarom de aanpassende Poissonverdeling niet getoetst is tegen de waargenomen punten der cumulatieve verdeling. Dit is niet geschied, omdat de uitkomsten zo slecht waren. In de onderstaande tabel hebben we enkele voorbeelden gegeven van de toetsing van de waargenomen punten tegen de cumulatieve Poissonverdeling. De betekenis van de verschillende kolommen is dezelfde als in de bovenstaande tabel.

k	interval $0 \leq h \leq \infty$				interval $0 < h \leq \infty$				interval $1 \leq h \leq \infty$			
	n	v	$\chi^2$	P	n	v	$\chi^2$	P	n	v	$\chi^2$	P
3 (10)	47	44	213.30	$\ll 0.0001$	46	43	183.36	$\ll 0.0001$	45	42	77.56	0.00035
4 (1)	36	33	113.78	$\ll 0.0001$	35	32	89.78	$\ll 0.0001$	34	31	46.40	0.035
7 (9)	75	72	165.76	$\ll 0.0001$	74	71	165.76	$\ll 0.0001$	73	70	122.20	0.0001
10 (12)	69	66	104.93	0.003	68	65	98.69	0.006	67	64	89.89	0.020
30 (4)	14	11	22.17	0.025	14	11	22.17	0.025	14	11	22.17	0.025
simultaan										218	358.22	$\ll 0.0001$

De simultane toetsing zelfs in het interval  $1 \leq h \leq \infty$  blijkt een slecht resultaat te geven. Eigenlijk hadden we op deze manier moeten toetsen. Maar we hebben onze Poissonaanpassing getoetst tegen de gladde kromme door de punten, omdat de punten ten opzichte van de gladde lijn erdoor reeds grote afwijkingen vertonen. Om dat goed te laten zien, behalve uit aanschouwing van fig. 10, zullen we voor dezelfde 5 voorbeelden de punten tegen de gladde kromme toetsen met behulp van de  $\chi^2$ -toets. Het gaat er nu om met hoeveel parameters wij denken de gladde kromme te kunnen voorstellen. Tegenwoordig worden waargenomen verdelingskrommen dikwijls voorgesteld als een samenvoeging van drie normale verdelingen, waarbij dan nog een rest, welke verwaarloosd wordt, overblijft. Drie normale verdelingen samengevoegd geven een kromme met 6 parameters. Laten we om de gladde kromme werkelijk goed voor te stellen, deze gladde kromme

samengesteld denken uit drie verdelingen elk met drie parameters in plaats van twee, zodat dan de zogenaamde rest niet verwaarloosd behoeft te worden, dan kan de gladde kromme dus door 9 parameters worden voorgesteld.

Bij de toetsing is dus  $v = n - 10$

interval $0 \leq h \leq \infty$					interval $0 < h \leq \infty$				interval $1 \leq h \leq \infty$			
k	n	v	$\chi^2$	P	n	v	$\chi^2$	P	n	v	$\chi^2$	P
3 (10)	47	37	48.31	0.11	46	36	48.26	0.098	45	35	48.26	0.075
4 (1)	36	26	44.07	0.015	35	25	44.07	0.012	34	24	44.07	0.008
7 (9)	75	65	162.87	$\ll 0.0001$	74	64	162.87	$\ll 0.0001$	73	63	124.99	$\ll 0.0001$
10 (12)	69	59	84.17	0.02	68	58	79.14	0.038	67	57	67.83	0.18
30 (4)	14	4	9.28	0.06	14	4	9.28	0.06	14	4	9.28	0.06
simultaan										183	294.43	$\ll 0.0001$

Uit de zeer geringe overschrijdingskans bij simultane toetsing zelfs in het interval  $1 \leq h \leq \infty$  blijkt wel, dat de afwijkingen der aantallen van de gladde kromme door de aantallen zo groot is, dat een toetsing van de Poissonkromme met de punten van de waargenomen verdeling nooit een goed resultaat kan opleveren; immers de Poissonkromme kan hoogstens met de gladde kromme samenvallen. Daarom hebben we de cumulatieve Poissonkrommen getoetst met de overeenkomstige glad getrokken, waargenomen verdelingskrommen; we moeten echter rekening houden met het aantal parameters, dat voor de gladde kromme is vereist. Zo wordt bij toetsing van de Poissonkromme met de gladde waargenomen verdelingskromme in het interval  $1 \leq h \leq \infty$  het aantal vrijheidsgraden  $v = n - 1 - 2$  (voor de Poissonkromme) - 9 (voor de gladde kromme) =  $n - 12$ .

In de onderstaande tabel hebben we de 10 gevallen weer bij elkaar gebracht, terwijl de kolommen hierin dezelfde betekenis hebben als boven.

Bij beschouwing van deze onderstaande tabel blijkt, dat bij simultane toetsing de overschrijdingskans 86,9 % is; dit resultaat duidt aan, dat de aanpassing met cumulatieve Poissonverdelingen goed is.

interval $1 \leq h \leq \infty$				
k	n	v	$\chi^2$	P
1 ( 7)	28	16	27.02	0.045
2 ( 3)	21	9	24.63	0.0035
3 (10)	45	33	15.79	0.994
4 ( 1)	34	22	8.85	0.994
5 ( 2)	33	21	5.99	0.9994
6 ( 6)	51	39	20.01	0.992
7 ( 9)	73	61	77.00	0.08
10 (12)	67	55	28.37	0.997
15 ( 8)	77	65	79.03	0.105
30 ( 4)	14	2	8.09	0.017
simultaan	443	323	294.78	0.869

Hetzelfde geval deed zich voor in § 2.6, waarin Goodrichkrommen, aangepast aan waargenomen verdelingen, worden getoetst met de door de waargenomen punten getrokken gladde krommen. Ook hier vonden we in het interval  $1 \leq h \leq \infty$  een verdacht hoge P. In overeenstemming met hetgeen hierboven werd voorgesteld, zullen we deze toetsing, zowel individueel als simultaan, herhalen met een aantal vrijheidsgraden v, dat voor elk individueel geval met 9 wordt verminderd.

k	maand	v	$\chi^2$	P
1	jul	19	75.59	« 0.0001
2	mrt	17	17.18	0.437
3	okt	39	29.73	0.845
4	jan	27	14.66	0.980
5	feb	29	7.02	> 0.9999
6	jun	40	26.66	0.942
7	sep	66	54.82	0.835
10	dec	55	34.61	0.982
15	aug	86	75.37	0.775
30	apr	1	18.31	< 0.0001
	simultaan	381	353.95	0.834

Uit bovenstaande tabel blijkt, dat de aanpassing met Goodrichkrommen goed is; de simultane toetsing leverde een overschrijdingskans van 0.834 op.

### 3.6 Hoe een cumulatieve frequentieverdeling met behulp van een Poissonverdeling te trekken

Laten we aannemen, dat we iets willen weten, waarvoor de kennis van de cumulatieve frequentieverdeling van de 10-daagse neerslagsommen van de le decade van juli voor Hoofddorp nodig is. Dit betekent, dat  $k = 10$  en  $\varphi = 170^\circ$ . Deze waarden vullen we in de formules van § 4.2 voor het interval  $1 \leq k \leq 30$  in.

$$q_{10; 170^\circ} = 8.80 + 1.73 - 3.26 \sin (170^\circ + 74^\circ 55' - 43^\circ 91' + 10.10) = 12.20 \text{ mm}$$

$$\alpha_{10} = (1 + 2.06 \times 10^{-0.6}) 22.0 / 10.53 = 3.17$$

$$\alpha_{10, 170^\circ} = 3.17 + (0.146 + 0.397 - 0.095) \sin (170^\circ + 151^\circ 18') = 2.89$$

Nu gaan we fig. 11 beschouwen; deze figuur is een nomogram van de cumulatieve Poissonverdeling voor waarden van  $\alpha = 0.1$  tot  $\alpha = 100$ . In dat nomogram lezen we bij  $\alpha = 2.89$  achtereenvolgens de volgende 10 waarden voor P af: 0.945; 0.780; 0.550; 0.325; 0.165; 0.082; 0.030; 0.0102; 0.0036; 0.00085.

Vervolgens wenden we ons naar fig. 12. Deze figuur bevat een netwerk, dat lineair-Gauszpapier wordt genoemd. Op de lineaire as zetten we de mm neerslag af; bij het eerste punt, dat het einde van de nulbezetting aangeeft, 0 mm; bij het tweede punt  $\frac{1}{2}q = 6.1$  mm; bij het 3de punt  $\frac{3}{2}q = 18.3$  mm; enz. Op de waarschijnlijkheidsas zetten we W uit.

Aldus vinden we in fig. 12 de 10 met een kruisje aangegeven punten:

$$\left\{ W = 0.945; 0 \text{ mm} \right\}, \left\{ W = 0.780; 6.1 \text{ mm} \right\}, \left\{ W = 0.550; 18.3 \text{ mm} \right\}, \text{ enz.}$$

Door de kruisjes wordt een gladde kromme getrokken; deze gladde kromme stelt de gevraagde cumulatieve frequentieverdeling voor.

Laten we nu nog aannemen, dat we willen kennen de cumulatieve frequentieverdeling van de 80-daagse neerslagsommen te Hoofddorp. De 80-daagse periode vangt aan op 7 maart. Dat betekent, dat het midden van de periode op 16 april valt. Deze periode omvat  $\frac{5}{6}$  deel van maart, april en  $\frac{5}{6}$  deel van mei;  $\bar{h}_k = \frac{5}{6} \times 44.29 + 42.19 + \frac{5}{6} \times 44.88 = 116.50$  mm. Daar  $k = 80$  en wij dus te maken hebben met het interval  $30 \leq k \leq \infty$ , zullen we met dit voorbeeld bijv. de tweede methode volgen.

$$\alpha_{80} = 43 \times 80/360 = 9.55 \text{ en } q_{80} = 116.50/9.55 = 12.20 \text{ mm.}$$

Op fig. 11 lezen we bij  $\alpha = 9.55$  de opeenvolgende waarden van P af vanaf 1.00. In fig. 12 zetten we deze opeenvolgende P-waarden uit tegen de overeenkomstige aantallen mm neerslag, n.l. 6.1; 18.3; 30.5; 42.7; 54.9; 67.1; enz. Deze aantallen mm worden volgens de tweede schaal links uitgezet. Alle punten worden weer door kruisjes aangegeven. Door de kruisjes trekken we een gladde kromme, die de gevraagde cumulatieve frequentieverdeling van de 80-daagse neerslagsommen te Hoofddorp, beginnende op 7 maart, voorstelt.

#### 4.1 Formules voor de Goodrichconstanten a, b en c als functie van k en de jaarlijkse gang bij elkaar gebracht

In deze paragraaf zullen we voor het verkrijgen van een goed overzicht en voor het gemak van de lezer, alle formules betreffende de Goodrichconstanten a, b en c als functie van k en de jaarlijkse gang voor de drie intervallen  $1 \leq k \leq 30$ ,  $30 \leq k \leq 360$  en  $360 \leq k \leq 2500$  bij elkaar brengen.

INTERVAL  $1 \leq k \leq 30$

$$a_k = 3.2 + 0.0156 k - 0.00506 k^2 + (\text{correctieterm in interval } 15 \leq k \leq 60: \\ 6.62 \sin \frac{k-15}{120} \times 360^\circ) \\ (- 2.065 + 0.223 k - 0.0099 k^2) \sin (\vartheta + 68^\circ 87' - 1.9 k + 0.378 k^2) + \\ + (+ 0.685 - 0.0533 k + 0.0067 k^2) \sin (2\vartheta + 34^\circ 74' - 1.35 k + 0.284 k^2) + \\ + (- 0.176 - 0.047 k - 0.00018 k^2) \sin (3\vartheta + 141^\circ 23') + \\ + (+ 0.844 - 0.185 k + 0.0125 k^2) \sin (4\vartheta + 127^\circ 13') + \\ + (- 0.860 + 0.110 k - 0.0080 k^2) \sin (5\vartheta + 53^\circ 36') + \\ + (+ 0.215 + 0.051 k - 0.0088 k^2) \sin (6\vartheta + 90^\circ).$$

$$b_k = 1.73 + 2.40 k \\ - (1.395 + 0.678 k + 0.00357 k^2) \sin (\vartheta + 26^\circ 32') - \\ - (0.385 + 0.073 k + 0.00203 k^2) \sin (2\vartheta + 173^\circ 21') - \\ - (0.179 + 0.055 k) \sin (3\vartheta + 106^\circ 57') + \\ + (0.919 - 0.113 k + 0.00766 k^2) \sin (4\vartheta + 135^\circ 18') - \\ - (0.425 + 0.065 k + 0.00049 k^2) \sin (5\vartheta + 49^\circ 42') + \\ + (0.363 - 0.065 k + 0.01085 k^2) \sin (6\vartheta + 167^\circ).$$

$$\begin{aligned}
 c_k = \overline{c_k} + (0.524 - 0.060 k + 0.00173 k^2) \sin (\vartheta + 383^\circ 8' - 19^\circ 5' k + \\
 + 33' k^2) + \\
 + (0.246 + 0.020 k - 0.00033 k^2) \sin (2\vartheta + 408^\circ 22' - 16^\circ 4' k + \\
 + 33' k^2) + \\
 + (0.926 - 0.180 k + 0.00484 k^2) \sin (3\vartheta + 103^\circ 20') - \\
 - (0.587 - 0.065 k + 0.00216 k^2) \sin (4\vartheta + 158^\circ 34') + \\
 + (0.428 - 0.021 k + 0.00020 k^2) \sin (5\vartheta + 89^\circ 37') - \\
 - (0.400 - 0.063 k + 0.00142 k^2) \sin (6\vartheta + 80^\circ).
 \end{aligned}$$

$c_k$  wordt berekend uit:

$$(k + 2) (\overline{c_k} - \overline{c_{k+1}}) = 0,266, \text{ waarbij } \overline{c_1} = 1.135$$

Als het midden van het k-daagse tijdvak op 16 januari valt, is  $\vartheta = 0$ ; valt het op 1 februari, dan is  $\vartheta = 15^\circ$ ; enz.

Algemeen geldt:

$$\text{INTERVAL } 30 \leq k \leq 360$$

$$\begin{aligned}
 a_k = 18.16 - 16.13 \left(\frac{k}{30}\right) + 0.0385 \left(\frac{k}{30}\right)^2 + (\text{correctieterm voor } 30 \leq k \leq 90 \\
 3.0 \cos k^\circ +) \\
 + \left[ -2.75 - 8.21 \left(\frac{k}{30}\right) + 0.1477 \left(\frac{k}{30}\right)^2 + (\text{correctieterm voor } 30 \leq k \leq 180): 13.08 - 3.74 \left(\frac{k}{30}\right) + 0.26 \left(\frac{k}{30}\right)^2 \right] \times \\
 \times \cos \left(\frac{1}{4} k^\circ\right) \sin (\vartheta + 195^\circ 07') + \\
 + 7.2 \sin k^\circ \sin (2\vartheta + 64^\circ 28') \text{ (in interval } 30 \leq k \leq 180) \\
 + 3.8 \sin (k^\circ + 15^\circ) \sin (3\vartheta + 102^\circ 32') \text{ (in interval } 30 \leq k \leq 165) \\
 - 0.6 \cos k^\circ \sin (4\vartheta + 135^\circ) \text{ (in interval } 30 \leq k \leq 90) \\
 - 4.6 \cos 2 k^\circ \sin (5\vartheta + 164^\circ 15') \text{ (in interval } 30 \leq k \leq 45) \\
 - 0.8 \cos 2 k^\circ \sin (6\vartheta + 90^\circ) \text{ (in interval } 30 \leq k \leq 45)
 \end{aligned}$$

$$b_k = (25.4 + 50.0 \frac{k}{30}) \left\{ 1 - 0.347 \cdot \cos \left(\frac{1}{4} k^\circ\right) \cdot e^{-\frac{1}{2} \frac{k}{360}} \cdot \sin (\vartheta + 16^\circ 13') \right\}.$$

$$c_{k/30} = \overline{c_{k/30}} - \left\{ 0.116 + 0.0192 \left(\frac{k}{30}\right) - 0.00123 \left(\frac{k}{30}\right)^2 \right\} \cos \left(\frac{1}{4} k^\circ\right) \times \\
 \times \sin (\vartheta + 6^\circ 36'),$$

terwijl  $\overline{c_{k/30}}$  berekend wordt uit:  $\frac{k}{30} (\overline{c_{k/30}} - \overline{c_{(k+30)/30}}) = 0.084$ ,

waarbij  $\overline{c_{30}} = 0.463$



INTERVAL 360 k 2500

Algemeen geldt

$$a_k = 18.16 - 16.13 \left(\frac{k}{30}\right) + 0.0385 \left(\frac{k}{30}\right)^2 +$$

$$+ \left\{ -2.75 - 8.21 \left(\frac{k}{30}\right) + 0.1477 \left(\frac{k}{30}\right)^2 \right\} \left| \sin \frac{1}{2} k^\circ \right| \sin (\vartheta + 195^\circ 07')$$

$$b_k = \left\{ 25.4 + 50.0 \left(\frac{k}{30}\right) \right\} \left\{ 1 - 0.347 \cdot \sin \left(\frac{1}{2} k^\circ\right) \cdot e^{-\frac{1}{2} \frac{k}{360}} \cdot \sin (\vartheta + 16^\circ 13') \right\}$$

$$c_k = \bar{c}_k - \left\{ 0.189 - 0.0107 \left(\frac{k}{30}\right) + 0.0002 \left(\frac{k}{30}\right)^2 \right\} \sin \left(\frac{1}{2} k^\circ\right) \sin (\vartheta + 6^\circ 36'),$$

terwijl  $\bar{c}_{k/30}$  berekend wordt op dezelfde wijze als hierboven.

Ook hier is  $\vartheta = 0$ , als het midden van het k-daagse tijdvak op 16 januari valt;  $\vartheta = 30^\circ$ , als het midden op 16 februari valt. Aandacht vereist de fasesprong van  $180^\circ$  voor  $b_k$  en  $c_k$  bij  $k = 360, 720, 1080$ , enz. De amplitude van de jaarlijkse gang van  $a_k$  en  $c_k$  wordt nul bij  $k = 1680$ . Voor  $k \geq 1680$  wordt de jaarlijkse gang alleen weer gegeven in  $b_k$ .

#### 4.2 Formules voor de Poissonconstante $\alpha_k$ en de Poissoneenheid $q_k$ als functie van k en de jaarlijkse gang bij elkaar gebracht

In deze paragraaf zullen voor de intervallen  $1 \leq k \leq 30$  en  $30 \leq k \leq \infty$  formules van de Poissonconstante  $\alpha$  en de Poissoneenheid  $q$  in mm uitgedrukt, als functie van k en de jaarlijkse gang worden verzameld.

INTERVAL  $1 \leq k \leq 30$

$$q_{k\vartheta} = \bar{q}_k - 3.26 \sin (\vartheta + 74^\circ 55' - 4^\circ 391 k + 0^\circ 1010 k^2)$$

$$q_k = 8.80 + 0.173 k.$$

$$\alpha_{k\vartheta} = \bar{\alpha}_k + (0.146 + 0.0397 k - 0.000952 k^2) \sin (\vartheta + 151^\circ 18')$$

$$\bar{\alpha}_k = (1 + 2.06 k^{-0.6}) \bar{h}_k / \bar{q}_k,$$

waarin  $\bar{h}_k$  = gemiddelde k-daagse hoeveelheid neerslag, gemiddeld over alle 12 maanden.

De cumulatieve Poissonverdeling wordt op lineair-Gauszpapier uitgezet als de volgende punten:

$$\left\{ \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}; 0 \text{ mm} \right\}, \left\{ \sum_{j=2}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}; \frac{1}{2} q \text{ mm} \right\}, \left\{ \sum_{j=3}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}; \frac{3}{2} q \text{ mm} \right\},$$

$$\left\{ \sum_{j=4}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}; \frac{5}{2} q \text{ mm} \right\}, \text{ enz.} \quad \alpha = \alpha_{k\vartheta} \text{ en } q = q_{k\vartheta}.$$

$\vartheta = 0$ , als het midden van het k-daagse tijdvak op 16 januari valt; valt het midden op 16 februari, dan is  $\vartheta = 30^\circ$ .

INTERVAL  $30 \leq k \leq \infty$

1e methode:

$$\alpha_k = 43 \frac{k}{360} \quad ; \quad q_k = \bar{h}_k / \alpha_k$$

$\bar{h}_k$  = de gemiddelde k-daagse hoeveelheid neerslag in mm.

We gebruiken nu niet  $q_k$ , maar  $q_k / r_k$ , waarbij  $r_k$  bepaald wordt door:

$$r_k = 1 + 0.019 \left| \sin \frac{1}{2} k^\circ \right| + 0.1725 - 0.0890 \left( \frac{k}{30} \right) + 0.0105 \left( \frac{k}{30} \right)^2.$$

Het kwadratische gedeelte van de formule geldt in het interval  $30 \leq k \leq 90$ .

$r_k$  is onafhankelijk van de jaarlijkse gang.

De punten van de cumulatieve Poissonverdeling, welke achtereenvolgens op lineair-Gauszpapier worden uitgezet, zijn:

$$\left\{ \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}; q \text{ mm} \right\}, \left\{ \sum_{j=2}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}; 2q \text{ mm} \right\}, \left\{ \sum_{j=3}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}; 3q \text{ mm} \right\},$$

$$\text{enz.} \quad \alpha = \alpha_k \text{ en } q = q_k / r_k.$$

2e methode:

$$\alpha_k = \frac{k}{360} \quad ; \quad q_k = \bar{h}_k / \alpha_k$$

$\bar{h}_k$  = de gemiddelde k-daagse hoeveelheid neerslag in mm.

De punten van de cumulatieve Poissonverdeling, welke achtereenvolgens op lineair-Gauszpapier worden uitgezet, zijn:

$$\left\{ \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}; \frac{1}{2} q \text{ mm} \right\}, \left\{ \sum_{j=2}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}; \frac{3}{2} q \text{ mm} \right\},$$

$$\left\{ \sum_{j=3}^{\infty} e^{-\alpha} \frac{\alpha^j}{j!}; \frac{5}{2} q \text{ mm} \right\}, \text{ enz.} \quad \alpha = \alpha_k \text{ en } q = q_k$$

### Summary

Ir. W.C. Visser constructed a nomogram from which cumulative frequency distributions in percentages of k-daily amounts of precipitation can be easily obtained. The theoretical discussion on which Visser's nomogram is supposed to be based, is not correct. Nevertheless, there exists a possibility that the nomogram itself can be used, as may appear from the following.

We are able to show that Goodrich-functions with three constants fit cumulative frequency distributions with exceedance probabilities in percentages of k-daily amounts of precipitation at Hoofddorp in a satisfactory way. For the rainfall station Hoofddorp this Goodrich representation is considerably more accurate than Visser's nomogram.

The three constants of the Goodrich function may be written as a function of k and of the time of the year, so that for an arbitrary value of k and for any moment during the year the value of the three constants may be computed, and the Goodrich function can be determined. The so obtained Goodrich function is an analytical expression for the frequency distribution with the particular arbitrary value of k and for the particular time of the year.

The distributions as computed via the Goodrich function have been compared with the corresponding observed distribution. It appears that the three sets of equations, derived for the computation of the constants, represent the observed factors in a satisfactory way in the three intervals  $1 \leq k \leq 30$ ,  $30 \leq k \leq 360$  and  $360 \leq k \leq 1800$ .

A second method for representing the observed frequency distributions was discovered. It appeared that the distributions may be represented by cumulative Poisson distributions. Poisson's constant  $\alpha$  and the Poisson-unit q in mm have a very simple relation to k and to the normal k-daily amount of precipitation, where the k-daily period may be taken at any time of the year. This simple relationship is true in the interval  $30 \leq k \leq 1800$ . In the interval  $1 \leq k \leq 30$  the cumulative Poisson distribution has to be plotted in a way slightly different from that in the interval  $30 \leq k \leq 1800$ . Although the relation of  $\alpha$  and q to k and to the normal k-daily amount of precipitation in this interval is still simple, it is somewhat more intricate than in the other interval.

Comparing the results obtained from the two sets of equations with the observations, leads to the conclusion that this simple representation is satisfactory.

Literatuuropgave

- [1] Visser, W.C.; "De Kans op Regenval, grafisch weergegeven", Mededeling van de Afdeling Onderzoek van de Cultuurtechnische Dienst, 1950.
- [2] Levert, C.; "Een onderzoek naar de mathematische basis van het procédé "schuiven tot samenvallen"", Verslag K.N.M.I., jan. 1953.
- [3] Lever<sup>t</sup>, C.; "Toetsing van de betrouwbaarheid van het nomogram van Visser", Verslag K.N.M.I., jan. 1953.
- [4] Brooks, C.E.P. and N. Carruthers; "Handbook of Statistical Methods in Meteorology", p.120.
- [5] Wolff, P. de; "Toepassing van de bezettingstheorie op een coderingsvraagstuk", Statistica, 5, p. 161, 1951.
- [6] Court, A.; "Evaluation of climatic extremes" Environment Protection Section, Report No. 175, Research and Development Branch, Military Planning Division, Office of the Quartermaster General, U.S.A., March 1951.
- [7] Brooks, C.E.P. and N. Carruthers; "Handbook of Statistical Methods in Meteorology", p. 315.
- [8] Begemann, S.H.A.; "Toepassing van de waarschijnlijkheidsleer op hydrologische waarnemingen", De Waterstaatsingenieur, 19, p. 2, 1931.

Tabel I a

1-daagse neerslagsommen

W in %	0.1	1	5	10	15	20	30	40	50	60	70	80	90	95	99	99.9
jan.	10	0	7	2	0	2	0	5	3	-	-	-	-	-	-	-
feb.	9	7	7	4	4	8	7	16	67	-	-	-	-	-	-	-
mrt	18	7	6	2	1	4	16	18	300	-	-	-	-	-	-	-
apr.	20	12	8	0	4	11	30	27	-	-	-	-	-	-	-	-
mei	27	16	6	3	1	2	15	0	-	-	-	-	-	-	-	-
juni	5	3	3	2	0	8	15	180	-	-	-	-	-	-	-	-
juli	33	13	4	7	10	13	8	24	-	-	-	-	-	-	-	-
aug.	7	5	7	8	3	7	8	0	50	-	-	-	-	-	-	-
sep.	28	12	7	8	10	10	12	46	55	-	-	-	-	-	-	-
okt.	4	0	2	0	2	2	0	20	33	-	-	-	-	-	-	-
nov.	16	11	5	3	0	3	8	12	28	-	-	-	-	-	-	-
dec.	12	4	5	2	4	2	0	2	4	-	-	-	-	-	-	-
gem.	16	8	6	3	3	6	10	29	68	-	-	-	-	-	-	-

Procentuele fout in de aflezing van de neerslaghoeveelheid bij verschillende overschrijdingskansen (met Visser)

Tabel I b

1-daagse neerslagsommen

h in mm.	0.1	0.5	1	2	3	5	10	15	20	30	40	50
jan.	2	0	3	2	4	5	16	7	30	400	-	-
feb.	2	5	4	6	6	11	16	27	52	34	-	-
mrt	3	5	7	3	1	5	8	22	30	-	-	-
apr.	7	9	11	10	8	5	19	34	50	150	-	-
mei	0	6	4	1	2	5	28	49	75	170	250	-
juni	5	2	5	4	5	5	8	6	28	21	33	100
juli	3	6	3	4	7	9	7	28	29	200	150	-
aug.	0	2	0	3	5	6	11	20	21	13	33	25
sep.	0	9	5	6	7	8	9	14	20	100	500	-
okt.	2	5	5	4	0	2	6	8	6	30	200	-
nov.	6	6	5	3	4	3	5	24	37	175	-	-
dec.	2	2	3	3	1	4	12	40	15	100	-	-
gem.	3	5	5	4	4	6	12	23	33	127	194	-

Procentuele fout in de aflezing van de waarschi.jnlij.kheid bij verschillende neerslaghoeveelheden (met Visser)

Tabel II a

4-daagse neerslagssommen

W in %	0.1	1	5	10	15	20	30	40	50	60	70	80	90	95	99	99.9
Jan.	11	6	11	17	13	12	12	10	11	2	4	8	-	-	-	-
feb.	15	9	3	5	6	5	10	3	3	2	3	10	-	-	-	-
mrt	11	4	10	16	18	18	18	19	18	18	17	35	-	-	-	-
apr.	42	15	5	3	2	5	9	21	32	46	63	-	-	-	-	-
mei	68	35	29	25	15	9	2	5	18	15	28	-	-	-	-	-
juni	32	43	33	19	10	4	1	1	5	16	16	-	-	-	-	-
juli	46	62	31	32	20	18	17	19	4	4	26	-	-	-	-	-
aug.	29	13	9	6	8	10	10	11	2	1	1	3	-	-	-	-
sep.	12	21	15	13	11	10	7	13	23	36	30	42	-	-	-	-
okt.	13	9	5	6	4	1	1	5	8	11	31	36	-	-	-	-
nov.	19	1	2	6	5	2	1	0	6	7	7	13	-	-	-	-
dec.	5	0	6	7	9	11	17	19	12	15	13	21	-	-	-	-
gem.	25	18	13	13	10	9	9	10	12	14	20	21	-	-	-	-

Procentuele fout in de aflezing van de neerslaghoeveelheid bij verschillende overschrijdingsklassen (met Visser)

Tabel II b

4-daagse neerslagssommen

h in mm.	0.1	0.5	1	2	3	5	10	15	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Jan.	2	1	1	2	3	6	15	26	25	28	25	-	-	-	-	-	-
feb.	1	1	1	1	3	0	10	15	11	16	50	70	-	-	-	-	-
mrt	2	2	3	6	7	12	21	26	29	12	45	-	-	-	-	-	-
apr.	6	9	13	14	15	12	5	2	3	70	1275	-	-	-	-	-	-
mei	1	2	3	6	4	3	3	22	58	180	750	-	480	1230	-	-	-
juni	1	2	3	4	3	1	1	8	26	118	242	400	500	7900	-	-	-
juli	4	3	2	2	0	2	10	23	33	90	300	500	67	120	180	-	-
aug.	0	0	1	1	1	1	4	8	12	14	18	37	67	120	180	-	-
sep.	1	3	4	5	7	9	8	10	10	33	44	65	104	132	190	-	-
okt.	1	3	3	4	5	4	5	0	12	11	10	10	67	124	154	400	-
nov.	3	3	2	1	2	3	1	0	7	6	2	14	-	-	-	-	-
dec.	1	2	3	3	3	6	15	18	20	13	0	4	-	-	-	-	-
gem.	2	3	3	4	4	5	8	13	20	47	230	138	244	1901	-	-	-

Procentuele fout in de aflezing van de waarschijnlijkheid bij verschillende neerslaghoeveelheden (met Visser)

Tabel III a

W in %	10-daagse neerslagsommen																		
	0.1	1	5	10	15	20	30	40	50	60	70	80	90	95	99	99.9			
jan.	3	7	13	18	21	20	20	21	20	16	11	12	13	1	-	-			
feb.	26	7	3	9	11	10	6	7	2	0	7	16	55	55	-	-			
mrt.	3	1	6	12	9	8	8	11	13	9	12	4	18	4	-	-			
apr.	42	34	17	10	12	8	8	2	4	10	12	29	60	58	-	-			
mei	73	63	50	45	41	41	25	27	17	7	9	12	29	-	-	-			
juni	49	50	34	30	27	26	19	6	1	9	16	28	101	400	-	-			
juli	64	62	51	47	47	35	29	31	30	27	28	48	50	184	-	-			
aug.	61	33	17	14	15	13	17	18	12	10	10	9	70	84	-	-			
sep.	17	21	20	17	16	12	15	18	17	13	17	21	6	15	-	-			
okt.	9	5	2	8	7	8	8	3	2	6	13	30	55	116	-	-			
nov.	6	12	6	8	9	13	13	12	15	12	16	17	20	30	-	-			
dec.	7	6	13	15	15	18	18	20	27	21	20	19	10	1	-	-			
gem.	30	25	19	19	19	18	16	15	13	12	14	20	41	79	-	-			

Procentuele fout in de aflezing van de neerslaghoeveelheid bij verschillende overschrijdingskansen (met Visser)

Tabel III b

h in mm.	10-daagse neerslagsommen																			
	0.1	0.5	1	2	3	5	10	15	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
jan.	1	0	0	1	2	3	7	20	26	37	39	33	44	83	4000	-	-	-	-	-
feb.	0	2	3	3	3	4	2	8	10	24	6	5	58	98	5000	-	-	-	-	-
mrt.	0	1	1	1	1	3	6	11	11	23	22	10	2	26	-	-	-	-	-	-
apr.	1	2	4	6	6	3	6	4	16	30	70	267	2200	-	-	-	-	-	-	-
mei	1	2	2	3	3	3	5	23	39	92	145	344	900	5000	-	-	-	-	-	-
juni	1	0	3	5	5	5	3	1	2	34	80	175	345	400	800	-	-	-	-	-
juli	1	3	3	4	5	5	8	13	19	41	75	150	260	350	500	1000	2500	-	-	-
aug.	1	1	1	2	3	2	2	3	5	13	24	37	44	55	67	116	260	-	-	-
sep.	1	1	1	0	0	2	4	6	9	19	24	37	43	54	75	88	167	320	1200	-
okt.	1	1	1	3	4	5	6	3	2	5	13	14	20	25	1	35	70	300	-	-
nov.	1	1	1	2	2	3	6	8	12	18	21	20	17	30	48	72	99	-	-	-
dec.	0	1	0	0	1	3	8	17	21	32	32	32	33	45	90	-	-	-	-	-
gem.	1	1	2	3	3	3	5	10	14	31	46	94	330	561	1176	-	-	-	-	-

Procentuele fout in de aflezing van de waarschijnlijkheid bij verschillende neerslaghoeveelheden (met Visser)



Tabel IV a

15-daagse neerslagsommen

W in %	0.1	1	5	10	15	20	30	40	50	60	70	80	90	95	99	99.9
jan.	1	7	15	18	21	25	26	20	18	21	16	15	23	37	65	-
feb.	4	3	10	13	13	10	10	10	10	10	5	11	29	37	26	-
mrt.	2	3	8	9	10	12	10	10	9	13	14	7	6	10	-	-
apr.	17	42	26	20	21	18	12	10	1	8	9	21	37	56	-	-
mei	63	60	44	36	33	36	36	24	16	9	1	11	25	40	-	-
juni	90	62	44	50	41	43	28	19	14	6	1	1	26	34	-	-
juli	45	32	15	11	12	9	9	12	9	5	2	4	1	11	-	-
aug.	45	31	20	9	9	12	11	10	12	9	7	12	33	126	-	-
sep.	30	24	18	18	12	17	11	14	18	12	10	10	1	20	21	-
okt.	12	9	0	7	9	12	12	12	9	9	12	1	13	50	21	-
nov.	15	14	11	10	11	13	15	13	14	12	16	22	25	35	68	-
dec.	11	2	10	12	12	14	15	18	20	24	22	28	24	6	3	-
gem.	33	24	18	18	17	19	16	14	12	12	10	12	20	38	34	-

Procentuele fout in de aflezing van de neerslaghoeveelheid bij verschillende overschrijdingskansen (met Visser)

Tabel IV b

15-daagse neerslagsommen

h. in mm	0.1	0.5	1	2	3	5	10	15	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	
jan.	0	1	1	2	3	4	7	12	17	38	49	50	50	56	42	-	-	-	-	-	-	-	-
feb.	0	0	1	3	3	4	1	6	9	20	33	33	28	33	11	-	-	-	-	-	-	-	-
mrt.	1	1	1	0	0	1	4	8	10	24	22	21	51	21	0	-	-	-	-	-	-	-	-
apr.	1	2	5	4	5	5	7	4	4	30	56	100	300	2900	-	-	-	-	-	-	-	-	-
mei	1	2	3	2	2	3	3	4	13	47	90	150	270	620	900	-	-	-	-	-	-	-	-
juni	0	0	0	1	2	3	1	0	2	17	48	117	205	310	533	1000	-	-	-	-	-	-	-
juli	1	1	1	1	0	0	1	1	2	4	6	10	28	31	55	100	175	330	-	-	-	-	-
aug.	1	1	2	2	2	3	3	3	2	5	9	14	16	14	18	25	55	115	180	350	-	-	-
sep.	1	0	0	0	1	1	0	3	3	8	16	19	13	33	36	56	90	100	160	300	590	-	-
okt.	0	0	0	1	1	3	6	5	3	3	12	16	24	20	14	20	2	16	100	253	-	-	-
nov.	1	1	1	2	2	3	5	7	8	11	20	22	25	31	35	39	50	50	75	90	-	-	-
dec.	0	0	0	0	1	0	6	11	19	22	27	23	20	30	5	250	-	-	-	-	-	-	-
gem.	1	1	1	2	2	2	4	5	8	9	30	48	86	342	150	213	-	-	-	-	-	-	-

Procentuele fout in de aflezing van de waarschijnlijkheid bij verschillende neerslaghoeveelheden (met Visser)

Tabel V

k	januari			februari			maart			april			mei			juni			k
	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	
1	1.5	2.616	1.214	2.0	2.573	1.190	3.0	3.359	1.048	1.7	2.277	1.220	3.0	3.117	1.167	3.0	3.293	1.232	1
2	2.0	5.142	1.016	2.0	4.275	1.100	3.0	5.465	0.958	1.8	3.803	1.165	3.0	5.044	1.059	3.0	5.622	1.111	2
3	2.0	7.146	0.936	2.0	5.977	1.029	3.0	7.291	0.912	1.8	5.580	1.014	3.0	6.777	0.992	3.5	8.307	1.001	3
4	2.0	9.242	0.889	2.0	7.722	0.974	3.0	8.992	0.881	1.8	8.560	0.956	3.0	8.688	0.927	4.0	11.25	0.898	4
5	2.0	11.11	0.857	2.5	9.284	0.932	3.0	10.47	0.874	1.8	8.887	0.911	2.9	10.27	0.891	4.0	13.51	0.850	5
6	2.0	13.14	0.815	3.0	11.32	0.860	3.0	12.14	0.856	1.7	10.24	0.878	2.7	11.71	0.860	3.5	15.39	0.832	6
7	2.0	15.14	0.792	3.0	13.89	0.809	3.0	14.12	0.829	1.6	11.90	0.841	2.5	13.16	0.846	3.0	16.82	0.826	7
10	2.0	21.61	0.717	4.0	20.08	0.713	2.0	17.65	0.813	1.6	16.21	0.742	2.0	17.89	0.775	3.0	23.79	0.718	10
15	1.0	30.94	0.650	5.0	30.64	0.611	2.0	28.94	0.770	1.6	24.13	0.603	2.0	27.11	0.634	3.0	36.31	0.602	15

k	juli			augustus			september			oktober			november			december			k
	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	
1	6.0	5.79	1.030	4.0	4.792	1.224	5.0	6.022	1.020	4.0	5.731	1.045	2.0	3.885	1.072	1.5	3.071	1.163	1
2	6.0	9.370	0.900	4.0	8.012	1.161	5.0	9.710	0.953	4.0	9.540	0.946	2.0	6.863	0.971	2.0	6.328	0.952	2
3	6.0	12.21	0.864	4.0	11.62	1.071	5.0	14.35	0.926	4.0	12.94	0.908	2.0	9.546	0.951	2.5	9.392	0.851	3
4	6.0	14.92	0.827	4.0	14.94	0.989	5.0	16.49	0.892	4.0	16.27	0.891	2.0	12.32	0.900	3.0	12.52	0.790	4
5	6.0	17.38	0.802	4.0	18.07	0.947	5.0	19.26	0.876	4.0	18.71	0.890	2.0	15.03	0.860	3.0	14.79	0.778	5
6	6.0	20.34	0.759	4.0	21.41	0.915	4.5	21.91	0.863	4.0	22.38	0.875	1.5	17.48	0.865	2.5	16.43	0.784	6
7	6.0	23.06	0.769	4.0	24.88	0.877	4.0	24.80	0.841	4.0	26.00	0.857	1.0	19.74	0.844	2.0	18.20	0.774	7
10	5.0	26.51	0.679	4.0	34.99	0.779	2.0	31.52	0.817	3.0	34.62	0.788	1.0	28.43	0.740	2.0	25.85	0.691	10
15	4.0	39.99	0.672	4.0	50.62	0.690	1.0	47.21	0.678	3.0	52.18	0.680	0.0	42.07	0.651	2.0	39.07	0.569	15

Constanten van de Goodrichkrommen voor k = 1 tot en met 15.

Tabel VI a

1-daagse neerslagsommen

W in %	0.1	1	5	10	15	20	30	40	50	60	70	80	90	95	99	99.9
jan.	2	1	2	2	4	4	8	4	6	-						
feb.	0	0	0	4	3	0	0	8	27	-						
mrt	3	0	0	0	1	2	2	11	28	-						
apr.	0	1	2	0	0	2	6	2	-							
mei	0	0	1	2	4	4	3	11	-							
juni	0	0	0	0	4	6	2	11	-							
juli	0	0	2	0	4	7	0	9	-							
aug.	0	0	1	0	5	2	0	9	-							
sep.	0	1	1	0	0	0	0	2	22	-						
okt.	0	1	1	2	1	2	0	1	12	-						
nov.	0	0	1	2	0	0	5	9	0	15	-					
dec.	0	0	0	2	1	0	0	4	0	15	-					
gem.	0	0	1	1	2	2	2	7	19	-						

Procentuele fout in de aflezing van de neerslaghoeveelheid bij verschillende overschrijdingskensen (met Goodrich)

Tabel VI b

1-daagse neerslagsommen

h in mm.	0.1	0.5	1	2	3	5	10	15	20	30	40	50	60
jan.	7	2	2	6	5	4	5	3	0	-			
feb.	23	3	1	6	1	4	0	0	0	-			
mrt	24	10	3	3	3	0	0	0	0	-			
apr.	2	2	5	4	3	0	4	1	1	0	-		
mei	8	0	4	4	5	2	0	0	0	0	-		
juni	9	1	2	4	4	3	0	3	0	0	7	-	
juli	16	7	2	7	7	5	2	0	0	0	0	0	-
aug.	18	9	3	0	0	0	0	3	1	0	0	0	-
sep.	25	7	0	0	0	0	0	1	4	1	0	0	-
okt.	21	8	3	0	0	1	2	4	0	6	0	0	-
nov.	14	0	5	5	2	0	4	2	0	0	-	-	
dec.	9	2	2	1	0	1	0	0	0	0	-	-	
gem.	15	4	3	3	2	2	1	1	1	1	-	-	

Procentuele fout in de aflezing van de waarschijnlijkheidsbijverschillende neerslaghoeveelheden (met Goodrich)

Tabel VII a

4-daagse neerslagsommen

W in %	0.1	1	5	10	15	20	30	40	50	60	70	80	90	95	99	99.9
jan.	13	3	0	3	3	1	0	2	6	11	9	1	-	-	-	-
feb.	4	0	1	0	1	0	2	4	6	4	0	18	-	-	-	-
mrt	11	1	0	4	5	2	1	5	7	8	0	22	-	-	-	-
apr.	12	1	4	2	3	2	3	0	0	3	5	-	-	-	-	-
mei	20	4	0	0	0	1	0	1	3	7	0	-	-	-	-	-
juni	4	4	0	4	5	4	0	5	7	8	0	-	-	-	-	-
juli	1	0	1	0	1	2	3	3	2	3	6	-	-	-	-	-
aug.	13	3	0	1	0	0	0	0	1	3	0	25	-	-	-	-
sep.	0	1	0	0	1	2	0	1	7	7	1	20	-	-	-	-
okt.	15	5	0	3	3	2	0	2	3	3	5	7	-	-	-	-
nov.	18	0	1	2	3	0	0	0	1	2	7	3	27	-	-	-
dec.	7	1	0	2	2	2	1	0	4	9	8	0	31	-	-	-
gem.	10	2	1	2	2	2	1	2	4	6	3	12	-	-	-	-

Procentuele fout in de aflezing van de neerslaghoeveelheid bij verschillende overschrijdingskansen (met Goodrich)

Tabel VII b

4-daagse neerslagsommen

h in mm.	0.1	0.5	1	2	3	5	10	15	20	30	40	50	60	70	80	90
jan.	6	0	2	5	5	3	0	6	5	5	33	-	-	-	-	-
feb.	8	1	0	2	3	2	0	0	0	0	4	-	-	-	-	-
mrt	9	2	2	4	6	4	0	6	2	3	25	-	-	-	-	-
apr.	2	1	1	0	2	1	2	4	5	0	10	-	-	-	-	-
mei	3	0	3	2	4	0	4	0	0	0	0	-	-	-	-	-
juni	5	0	2	4	5	5	1	5	10	0	20	8	8	-	-	-
juli	8	3	1	2	3	2	3	2	2	3	3	0	0	12	50	-
aug.	7	4	1	1	1	2	0	0	0	2	3	0	4	20	0	-
sep.	12	5	1	1	2	5	2	0	3	0	2	0	3	5	0	-
okt.	10	4	0	2	2	2	2	0	1	5	0	10	33	125	-	-
nov.	7	3	0	2	2	1	1	0	2	5	0	8	200	-	-	-
dec.	6	1	0	2	3	5	0	4	1	0	0	8	-	-	-	-
gem.	7	2	1	2	3	3	1	2	2	2	8	5	41	-	-	-

Procentuele fout in de aflezing van de waarschijnlijkheid bij verschillende neerslaghoeveelheden (met Goodrich)

Tabel VIII a

10-daagse neerslagssommen

W in %	0.1	1	5	10	15	20	30	40	50	60	70	80	90	95	99	99.9
jan.	24	8	1	0	0	1	1	2	0	0	7	7	0	6	-	-
feb.	3	0	0	0	0	0	1	2	3	3	4	4	2	16	42	-
mrt	10	3	1	0	0	0	0	0	1	1	4	6	6	27	-	-
apr.	30	8	3	0	0	3	0	0	4	3	1	2	0	100	-	-
mei	10	0	0	3	1	1	1	2	0	6	0	11	30	-	-	-
junij	0	1	3	2	1	1	2	3	1	1	0	7	4	-	-	-
juli	5	2	3	0	0	1	3	2	0	2	0	8	5	32	-	-
aug.	25	6	0	0	0	1	0	0	0	0	0	3	5	51	-	-
sep.	11	1	0	1	0	0	0	0	3	1	1	7	0	13	200	-
okt.	23	14	3	0	2	3	2	3	0	0	6	18	16	12	-	-
nov.	20	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	25	10
dec.	23	7	0	2	0	0	1	0	2	3	1	1	15	10	-	-
gem.	15	3	1	1	1	1	1	2	2	2	2	6	8	30	-	-

Procentuele fout in de aflezing van de neerslaghoeveelheid bij verschillende overschrijdingskansen (met Goodrich)

Tabel VIII b

10-daagse neerslagssommen

h in mm	0.1	0.5	1	2	3	5	10	15	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	
jan.	1	1	0	0	0	2	2	0	3	0	0	12	100	650	-	-	-	-	-	-	-	-	-
feb.	7	7	3	1	0	2	2	2	0	0	0	5	0	12	-	-	-	-	-	-	-	-	-
mrt	3	2	0	0	1	2	1	0	0	0	2	12	27	90	-	-	-	-	-	-	-	-	-
apr.	1	0	0	0	0	2	4	3	3	3	13	1	90	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
mei	1	0	0	2	2	1	3	2	1	3	2	1	0	4	100	-	-	-	-	-	-	-	-
junij	1	0	0	0	0	2	0	1	0	2	1	2	6	1	5	-	-	-	-	-	-	-	-
juli	4	1	1	0	2	2	1	2	0	2	2	4	8	10	4	-	-	-	-	-	-	-	-
aug.	2	2	0	1	1	1	0	0	0	3	3	0	0	0	4	12	48	-	-	-	-	-	-
sep.	3	1	0	0	0	2	0	2	0	0	0	1	2	0	0	0	2	15	33	88	180	-	
okt.	3	2	0	1	1	4	2	0	2	0	5	5	4	3	14	50	100	175	-	-	-	-	
nov.	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	2	3	9	50	-	-	-	-	-	
dec.	1	0	1	2	2	1	0	1	1	0	1	5	3	50	-	-	-	-	-	-	-	-	-
gem.	2	1	0	1	1	2	2	1	1	1	2	4	20	75	19	-	-	-	-	-	-	-	-

Procentuele fout in de aflezing van de waarschijnlijkheid bij verschillende neerslaghoeveelheden (met Goodrich)

Tabel IX a

15-daagse neerslagsommen

W in %	0.1	1	5	10	15	20	30	40	50	60	70	80	90	95	99	99.9
jan.	29	6	3	0	0	0	0	0	4	5	5	5	0	6	18	-
feb.	1	0	0	0	1	1	0	0	0	2	2	4	2	21	65	-
mrt	4	0	0	0	1	0	1	0	1	1	2	1	0	2	-	-
apr.	8	0	4	0	1	1	4	1	0	2	2	0	6	0	-	-
mei	4	0	0	2	0	1	3	3	1	1	2	3	0	0	-	-
juni	0	0	3	2	1	0	2	2	2	3	0	2	0	0	60	-
juli	5	2	0	0	1	3	1	1	2	4	5	0	9	5	-	-
aug.	33	11	2	0	0	0	0	0	1	1	1	0	4	5	-	-
sep.	13	4	2	1	0	0	0	0	0	3	3	0	0	5	24	170
okt.	26	11	3	0	1	3	2	2	0	3	8	16	16	7	38	-
nov.	1	5	2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	8	20	10	-
dec.	24	8	0	0	2	3	2	1	0	0	0	1	19	40	10	-
gem.	12	4	2	0	0	1	1	1	1	2	2	3	5	9	19	-

Procentuele fout van de aflezing van de neerslaghoeveelheid bij verschillende overschrijdingskansen (met Goodrich)

Tabel IX b

15-daagse neerslagsommen

h in mm	0.1	0.5	1	2	3	5	10	15	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	
jan.	0	0	0	1	1	1	2	3	4	0	0	0	5	25	100	-	-	-	-	-	-	-	-	-
feb.	5	4	3	2	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	4	-	-	-	-	-	-	-	-
mrt	1	1	0	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0	3	-	-	-	-	-	-	-	-
apr.	0	0	0	0	0	1	0	2	1	4	10	0	10	80	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
mei	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	2	0	0	0	92	-	-	-	-	-	-	-	-
juni	0	1	1	0	0	0	1	0	3	2	1	2	5	4	0	7	0	-	-	-	-	-	-	-
juli	3	2	0	0	1	1	0	2	2	0	1	1	0	0	0	0	1	2	10	60	100	150	-	-
aug.	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	3	2	6	9	15	30	55	105	-
sep.	0	0	1	0	0	0	0	4	4	2	1	3	3	8	3	0	5	5	5	35	80	-	-	-
okt.	1	1	1	0	0	1	4	0	0	0	0	0	0	0	0	9	13	21	21	16	0	25	-	-
nov.	-	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	160	-	-	-	-	-	-
dec.	0	0	1	1	2	3	2	0	0	0	2	7	0	0	10	160	-	-	-	-	-	-	-	-
gem.	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	2	1	2	10	11	28	4	-	-	-	-	-	-	-

Procentuele fout in de aflezing van de waarschijnlijkheid bij verschillende neerslaghoeveelheden (met Goodrich)

Tabel X

k	1 januari			16 januari			1 februari			16 februari			1 maart			16 maart		
	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
30	5	52.8	0.514	+ 20	73.9	0.332	0	49.0	0.565	+ 5	54.8	0.512	0	49.1	0.475	+10	59.2	0.390
60	15	92.6	0.461	+ 10	114.8	0.329	- 10	89.1	0.434	-15	81.2	0.468	- 15	80.1	0.412	-10	85.4	0.377
90	30	99.3	0.369	0	150.5	0.286	- 20	125.6	0.363	-30	114.8	0.413	0	143.1	0.255	-40	109.8	0.374
180	40	256.-	0.228				- 30	297.-	0.232				- 30	340.-	0.220			
360	400	385.-	0.282				-400	395.-	0.278				-400	382.-	0.298			
540	600	495.-	0.269				-600	491.-	0.254				-400	738.-	0.184			
720	800	744.-	0.217															
1080	-1200	1117.-	0.163															
1800	-2500	1322.-	0.175															

k	1 april			16 april			1 mei			16 mei			1 juni			16 juni		
	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
30	+ 10	57.1	0.327	+ 5	54.4	0.402	- 5	45.7	0.544	+ 5	60.8	0.402	+ 5	68.0	0.434	+ 5	71.5	0.449
60	0	97.4	0.318	- 25	78.7	0.433	- 10	101.1	0.364	0	119.4	0.313	0	139.4	0.333	0	149.5	0.349
90	30	122.8	0.340	- 30	138.7	0.365	0	182.7	0.276	-20	180.9	0.301	- 20	206.-	0.311	-40	199.-	0.338
180	50	354.-	0.229				-120	327.-	0.264				-100	382.-	0.223			
360	400	382.-	0.281				-400	386.-	0.275				-400	386.-	0.292			
540	500	673.-	0.199				-500	714.-	0.158				-300	950.-	0.123			
720	500	1046.-	0.134															
1080	-1200	1112.-	0.161															
1800																		

Tabel X (vervolg)

k	1 juli			16 juli			1 augustus			16 augustus			1 september			16 september		
	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
30	0	76.9	0.561	+ 5	89.2	0.424	0	92.9	0.483	0	93.0	0.496	0	92.1	0.485	0	98.5	0.520
60	- 20	147.4	0.390	- 20	156.0	0.376	0	189.3	0.319	-40	147.2	0.460	- 30	154.5	0.440	0	187.4	0.336
90	- 30	227.-	0.312	- 40	229.0	0.301	- 60	214.-	0.371	-90	219.-	0.344	0	270.-	0.271	0	261.-	0.280
180	- 200	294.-	0.334	- 50	424.-	0.197	- 50	424.-	0.197	-200	601.-	0.209	- 50	387.-	0.236	-200	601.-	0.209
360	- 350	440.-	0.273	-200	582.-	0.184	-200	582.-	0.184	-500	698.-	0.188	-500	698.-	0.188	-500	698.-	0.188
540	- 300	984.-	0.155	0	1252.-	0.108	0	1252.-	0.108									
720	- 400	1131.-	0.117															
1080	- 700	1611.-	0.096															
1800	-2500	1306.-	0.178															

k	1 oktober			16 oktober			1 november			16 november			1 december			16 december		
	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
30	+ 30	131.0	0.388	0	93.3	0.429	- 5	78.1	0.485	0	77.5	0.430	+ 15	91.3	0.295	0	65.0	0.493
60	+ 10	191.8	0.303	- 40	122.1	0.444	- 20	132.3	0.377	0	142.7	0.291	0	127.6	0.286	-30	85.3	0.487
90	+ 20	263.-	0.245	-100	128.5	0.440	- 50	161.7	0.358	0	192.4	0.260	- 20	159.6	0.312	-50	110.4	0.437
180	+ 100	493.-	0.125	-130	211.-	0.347	-130	211.-	0.347	-100	215.-	0.315	-100	215.-	0.315	-100	215.-	0.315
360	- 300	486.-	0.217	-350	431.-	0.240	-350	431.-	0.240	-350	441.-	0.250	-350	441.-	0.250	-350	441.-	0.250
540	- 500	667.-	0.184	-600	505.-	0.246	-600	505.-	0.246	-550	536.-	0.263	-550	536.-	0.263	-550	536.-	0.263
720	- 500	1054.-	0.140															
1080	-1000	1317.-	0.136															
1800																		

Constanten van de Goodrich-krommen voor k = 30 tot en met 1800.



Tabel XI

k	januari			februari			maret			april			mei			juni		
	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
1	1.9	3.20	1.215	1.6	2.14	1.222	2.8	3.06	1.070	1.8	2.44	1.199	2.7	2.14	1.114	3.4	3.30	1.194
2	2.0	5.15	1.097	1.9	4.28	1.114	2.9	5.01	0.981	1.8	4.23	1.102	2.7	4.25	1.020	3.4	5.53	1.106
3	2.1	7.04	1.007	2.2	6.16	1.029	3.0	6.72	0.951	1.7	5.80	1.055	2.8	6.20	0.949	3.3	7.75	1.056
4	2.1	8.96	0.933	2.4	8.13	0.962	3.1	8.55	0.915	1.7	7.49	0.963	2.8	8.23	0.891	3.4	9.96	0.991
5	2.2	10.90	0.874	2.6	10.10	0.905	3.1	10.40	0.887	1.7	9.16	0.912	2.7	10.22	0.839	3.3	12.17	0.934
6	2.2	12.86	0.822	2.9	12.02	0.855	3.2	12.23	0.864	1.7	10.84	0.866	2.7	12.21	0.796	3.3	14.35	0.884
7	2.1	14.82	0.779	3.0	13.93	0.815	3.2	14.07	0.846	1.7	12.50	0.828	2.6	14.17	0.758	3.4	16.53	0.837
10	1.8	21.71	0.679	3.7	19.63	0.721	3.0	19.62	0.811	1.7	17.45	0.743	1.9	20.08	0.676	3.5	23.05	0.735
15	1.5	30.85	0.559	4.0	28.53	0.614	1.9	29.02	0.759	2.1	25.80	0.636	0.1	29.42	0.581	5.1	33.80	0.614
30	-6.2	63.12	0.475	1.8	51.85	0.539	-0.7	58.08	0.454	11.6	50.78	0.390	-7.3	55.10	0.398	5.3	65.19	0.506

k	juli			agustus			september			oktober			november			desember		
	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
1	6.8	6.24	0.980	4.3	5.16	1.272	5.2	6.60	1.092	4.5	6.80	1.071	1.8	3.96	0.932	2.4	4.40	1.150
2	6.5	8.93	0.923	4.2	8.14	1.182	5.1	9.55	1.016	4.3	9.69	0.994	2.1	6.67	0.868	2.3	6.79	1.035
3	6.2	11.72	0.885	4.1	11.32	1.111	4.8	12.74	0.963	4.1	13.80	0.943	2.3	9.52	0.831	2.2	9.19	0.950
4	5.9	14.50	0.853	4.0	14.40	1.051	4.6	15.85	0.919	3.9	15.83	0.907	2.5	12.27	0.809	2.2	11.60	0.883
5	5.7	17.30	0.824	4.0	17.44	0.993	4.4	18.96	0.883	3.8	18.86	0.881	2.4	15.04	0.795	2.2	13.99	0.828
6	5.6	20.14	0.800	3.9	20.50	0.939	4.1	22.11	0.848	3.7	21.92	0.852	2.4	17.79	0.790	2.2	16.39	0.784
7	5.4	22.94	0.777	3.8	23.53	0.891	3.8	25.27	0.816	3.6	24.98	0.828	2.3	20.53	0.784	2.2	18.77	0.749
10	5.1	31.45	0.725	3.5	32.69	0.765	3.1	34.84	0.727	3.4	34.17	0.769	1.6	28.76	0.774	2.4	25.89	0.663
15	5.2	46.17	0.661	2.8	47.59	0.614	0.4	51.24	0.615	2.5	49.88	0.672	-1.0	42.14	0.731	3.1	37.74	0.553
30	2.2	93.12	0.546	-1.8	90.57	0.533	2.6	103.44	0.444	28.3	99.04	0.358	-1.3	80.68	0.362	13.7	72.77	0.448

Tabel XII

		januari			februari			maart				
k		a	b	c	a	b	c	a	b	c	k	
30	+	9.3	68.3	0.448	+ 10.3	57.1	0.384	0.0	50.7	0.341	30	
60	-	2.2	114.1	0.362	- 3.4	96.3	0.293	- 10.6	86.3	0.247	60	
90	-	15.1	160.7	0.320	- 11.0	137.3	0.248	- 15.2	124.1	0.199	90	
180	-	69.9	306.-	0.256	- 55.1	275.-	0.192	- 46.6	257.-	0.150	180	
360	-	172.4	625.-	0.209	-172.4	625.-	0.209	-172.4	625.-	0.209	360	
540	-	237	987.-	0.181	-191	1085.-	0.211	-165	1140.-	0.231	540	
720	-	367	1225.-	0.149	-367	1225.-	0.149	-367	1225.-	0.149	720	
1080	-	542	1825.-	0.115	-542	1825.-	0.115	-542	1825.-	0.115	1080	
1800	-	810	3025.-	0.073	-810	3025.-	0.073	-810	3025.-	0.073	1800	
		april			mei			juni				
k		a	b	c	a	b	c	a	b	c	k	
30	+	5.3	51.0	0.331	+ 6.7	57.8	0.356	+ 4.2	69.3	0.410	30	
60	-	11.4	86.7	0.236	- 9.4	97.5	0.263	- 11.6	115.8	0.322	60	
90	-	16.7	124.7	0.188	- 18.6	138.9	0.217	- 26.7	162.8	0.277	90	
180	-	46.6	258.-	0.140	- 55.2	277.-	0.165	- 70.0	309.-	0.219	180	
360	-	172.4	625.-	0.209	-172.4	625.-	0.209	-172.4	625.-	0.209	360	
540	-	165	1138.-	0.236	-192	1078.-	0.224	-238	978.-	0.199	540	
720	-	367	1225.-	0.149	-367	1225.-	0.149	-367	1225.-	0.149	720	
1080	-	542	1825.-	0.115	-542	1825.-	0.115	-542	1825.-	0.115	1080	
1800	-	810	3025.-	0.073	-810	3025.-	0.073	-810	3025.-	0.073	1800	
		juli			augustus			september				
k		a	b	c	a	b	c	a	b	c	k	
30	+	4.7	82.5	0.478	+ 6.4	93.7	0.542	+ 7.4	100.1	0.585	30	
60	-	12.9	136.7	0.396	- 11.4	154.5	0.465	- 16.3	164.5	0.511	60	
90	-	32.9	190.1	0.354	- 38.1	213.5	0.426	- 47.0	226.7	0.475	90	
180	-	87.1	345.-	0.286	-101.9	376.-	0.350	-110.4	394.-	0.392	180	
360	-	172.4	625.-	0.209	-172.4	625.-	0.209	-172.4	625.-	0.209	360	
540	-	291	864.-	0.167	-337	766.-	0.172	-363	711.-	0.117	540	
720	-	367	1225.-	0.149	-367	1225.-	0.149	-367	1225.-	0.149	720	
1080	-	542	1825.-	0.115	-542	1825.-	0.115	-542	1825.-	0.115	1080	
1800	-	810	3025.-	0.073	-810	3025.-	0.073	-810	3025.-	0.073	1800	
		oktober			november			december				
k		a	b	c	a	b	c	a	b	c	k	
30	-	3.5	99.8	0.595	- 3.5	93.0	0.570	+ 5.9	81.5	0.516	30	
60	-	26.0	164.1	0.522	- 26.4	153.3	0.495	- 13.4	135.0	0.436	60	
90	-	57.3	226.1	0.486	- 54.3	211.9	0.457	- 34.3	188.0	0.397	90	
180	-	110.4	393.-	0.402	-101.8	374.-	0.377	- 87.0	342.-	0.323	180	
360	-	172.4	625.-	0.209	-172.4	625.-	0.209	-172.4	625.-	0.209	360	
540	-	363	713.-	0.112	-336	773.-	0.124	-290	873.-	0.149	540	
720	-	367	1225.-	0.149	-367	1225.-	0.149	-367	1225.-	0.149	720	
1080	-	542	1825.-	0.115	-542	1825.-	0.115	-542	1825.-	0.115	1080	
1800	-	810	3025.-	0.073	-810	3025.-	0.073	-810	3025.-	0.073	1800	

De midders van de k-daagse tijdvakken vallen resp. op 16 jan., 16 febr. enz.

Tabel XIII

k	januari			februari			maart			april			mei			juni		
	$\alpha$	q	$\bar{h}$	$\alpha$	q	$\bar{h}$	$\alpha$	q	$\bar{h}$	$\alpha$	q	$\bar{h}$	$\alpha$	q	$\bar{h}$	$\alpha$	q	$\bar{h}$
1	0.90	5.50	1.75	0.76	5.52	1.49	0.72	6.09	1.50	7.17	1.42	0.52	9.41	1.46	12.51	0.52	12.51	1.84
2	1.12	6.98	3.60	1.00	6.91	2.95	1.00	7.18	2.94	7.00	2.72	0.84	8.96	3.00	11.02	0.84	11.02	3.74
3	1.50	6.90	5.34	1.30	6.82	4.37	1.30	7.30	4.40	7.00	4.13	1.10	9.16	4.47	11.05	1.10	11.05	5.64
4	1.66	7.74	7.05	1.50	7.33	5.78	1.66	7.14	5.87	7.78	5.56	1.34	8.90	5.92	9.51	1.58	9.51	7.54
5	1.90	7.77	8.74	1.70	7.33	7.14	1.60	8.26	7.35	8.37	6.98	1.60	8.26	7.36	9.96	1.66	9.96	9.44
6	2.10	8.06	10.40	1.70	8.50	8.51	1.70	8.88	8.82	8.63	8.40	1.90	8.08	8.82	10.07	1.90	10.07	11.34
7	3.00	6.47	12.06	2.70	7.16	9.93	2.50	7.14	10.27	6.39	9.82	2.16	8.13	10.27	9.77	2.24	9.77	13.25
10	3.24	7.92	17.57	2.80	8.26	14.53	2.70	8.37	14.41	8.11	13.65	2.50	8.93	14.78	2.70	10.61	19.14	
15	3.58	10.04	26.65	3.20	9.89	21.64	3.00	10.90	21.36	9.07	20.14	2.90	10.51	22.01	3.10	12.09	28.42	
30	5.30	11.86	52.27	4.80	11.73	44.68	4.80	11.68	44.29	9.62	42.19	5.30	10.42	44.88	5.30	12.80	55.73	
-----																		
juli																		
-----																		
augustus																		
-----																		
september																		
-----																		
oktober																		
-----																		
november																		
-----																		
december																		
-----																		
k	$\alpha$	q	$\bar{h}$	$\alpha$	q	$\bar{h}$	$\alpha$	q	$\bar{h}$	$\alpha$	q	$\bar{h}$	$\alpha$	q	$\bar{h}$	$\alpha$	q	$\bar{h}$
1	0.60	11.16	2.20	0.72	12.29	2.83	0.85	9.42	2.76	8.44	2.92	1.02	6.06	2.50	6.14	0.97	6.14	2.18
2	0.95	11.25	4.15	1.00	14.35	5.40	0.95	13.54	5.61	9.82	5.76	1.34	7.92	4.99	6.86	1.34	6.86	4.34
3	1.20	11.96	6.29	1.20	15.32	8.20	1.50	11.46	8.41	11.69	8.66	1.60	8.76	7.50	8.12	1.50	8.12	6.52
4	1.58	10.91	8.47	1.50	14.66	11.03	1.58	13.70	11.20	12.34	11.59	1.88	9.53	10.02	8.49	1.79	8.49	8.71
5	1.70	10.77	10.66	1.70	15.11	13.92	1.90	13.27	14.02	12.53	14.50	2.20	9.36	12.55	8.44	2.10	8.44	10.87
6	2.00	11.25	12.92	2.00	15.27	16.84	2.10	14.18	16.78	13.14	17.40	2.40	10.00	15.11	9.25	2.20	9.25	13.01
7	2.24	11.20	15.17	2.50	13.66	19.80	3.35	10.66	19.56	10.64	20.29	3.20	8.94	17.60	7.70	3.24	7.70	15.14
10	2.80	11.83	21.23	2.90	14.66	27.56	3.00	14.56	27.78	14.07	28.65	3.58	10.17	25.42	8.67	3.58	8.67	21.51
15	3.20	14.58	31.98	3.40	17.21	40.86	4.00	14.45	41.20	15.95	43.07	4.00	13.32	38.22	10.60	4.00	10.60	31.75
30	5.30	15.32	67.69	5.50	17.90	85.27	5.50	17.75	82.37	19.53	88.04	6.00	14.37	74.37	9.73	7.50	9.73	64.83

Tabel XIV

januari			februari			maart			april			mei			juni		
α	q	h	α	q	h	α	q	h	α	q	h	α	q	h	α	q	h
1	0.80	5.90	0.71	5.76	1.41	0.61	6.48	1.50	0.54	7.87	1.42	0.52	9.55	1.46	0.55	11.08	1.84
2	1.16	6.17	1.06	5.91	2.95	0.95	6.52	2.94	0.87	7.83	2.72	0.84	9.50	3.00	0.87	11.07	3.74
3	1.46	6.43	1.33	6.06	4.37	1.20	6.55	4.40	1.11	7.80	4.13	1.08	9.45	4.47	1.12	11.06	5.64
4	1.80	6.71	1.65	6.23	5.78	1.51	6.63	5.87	1.41	7.79	5.56	1.37	9.41	5.92	1.41	11.05	7.54
5	2.05	7.00	1.89	6.42	7.14	1.73	6.72	7.35	1.62	7.81	6.98	1.58	9.39	7.36	1.63	11.05	9.44
6	2.29	7.28	2.11	6.61	8.51	1.94	6.81	8.82	1.81	7.83	8.40	1.77	9.38	8.82	1.82	11.05	11.34
7	2.54	7.56	2.35	6.81	9.93	2.16	6.92	10.27	2.03	7.86	9.82	1.98	9.37	10.27	2.04	11.06	13.25
10	3.15	8.40	2.93	7.45	14.53	2.71	7.33	14.41	2.55	8.06	13.65	2.49	9.45	14.78	2.56	11.14	19.14
15	4.03	9.70	3.77	8.54	21.64	3.50	8.14	21.36	3.32	8.62	20.14	3.25	9.84	22.01	3.33	11.48	28.42
30	5.88	12.18	5.64	11.07	44.68	5.40	10.73	44.29	5.23	11.28	42.19	5.17	12.55	44.88	5.24	14.20	55.73
juli			augustus			september			oktober			november			december		
α	q	h	α	q	h	α	q	h	α	q	h	α	q	h	α	q	h
1	0.62	12.06	0.71	12.18	2.83	0.81	11.46	2.76	0.88	10.07	2.92	0.90	8.39	2.50	0.87	6.86	2.18
2	0.96	12.13	1.06	12.39	5.40	1.17	11.78	5.61	1.25	10.47	5.76	1.28	8.80	4.99	1.25	7.23	4.34
3	1.22	12.21	1.35	12.58	8.20	1.48	12.08	8.41	1.57	10.84	8.66	1.60	9.19	7.50	1.56	7.58	6.52
4	1.52	12.27	1.67	12.75	11.03	1.81	12.35	11.20	1.91	11.19	11.59	1.95	9.57	10.02	1.91	7.93	8.71
5	1.75	12.34	1.91	12.92	13.92	2.07	12.62	14.02	2.18	11.48	14.50	2.22	9.95	12.55	2.17	8.29	10.87
6	1.95	12.40	2.13	13.07	16.84	2.30	12.87	16.78	2.43	11.85	17.40	2.47	10.30	15.11	2.42	8.63	13.01
7	2.18	12.46	2.36	13.21	19.80	2.56	13.10	19.56	2.69	12.16	20.29	2.74	10.65	17.60	2.68	8.96	15.14
10	2.73	12.66	2.95	13.61	27.56	3.17	13.73	27.78	3.33	13.00	28.65	3.39	11.61	25.42	3.32	9.92	21.51
15	3.53	13.10	3.79	14.26	40.86	4.06	14.66	41.20	4.24	14.18	43.07	4.31	12.96	38.22	4.23	11.32	31.75
30	5.42	15.80	5.66	16.91	85.27	5.90	17.25	82.37	6.06	16.70	88.04	6.13	15.43	74.37	6.06	13.78	64.83

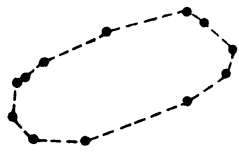


fig.2



fig.3

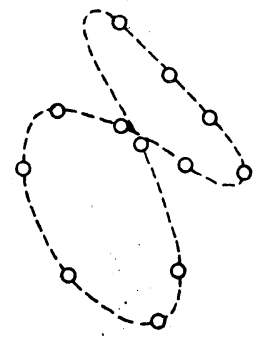


fig.4

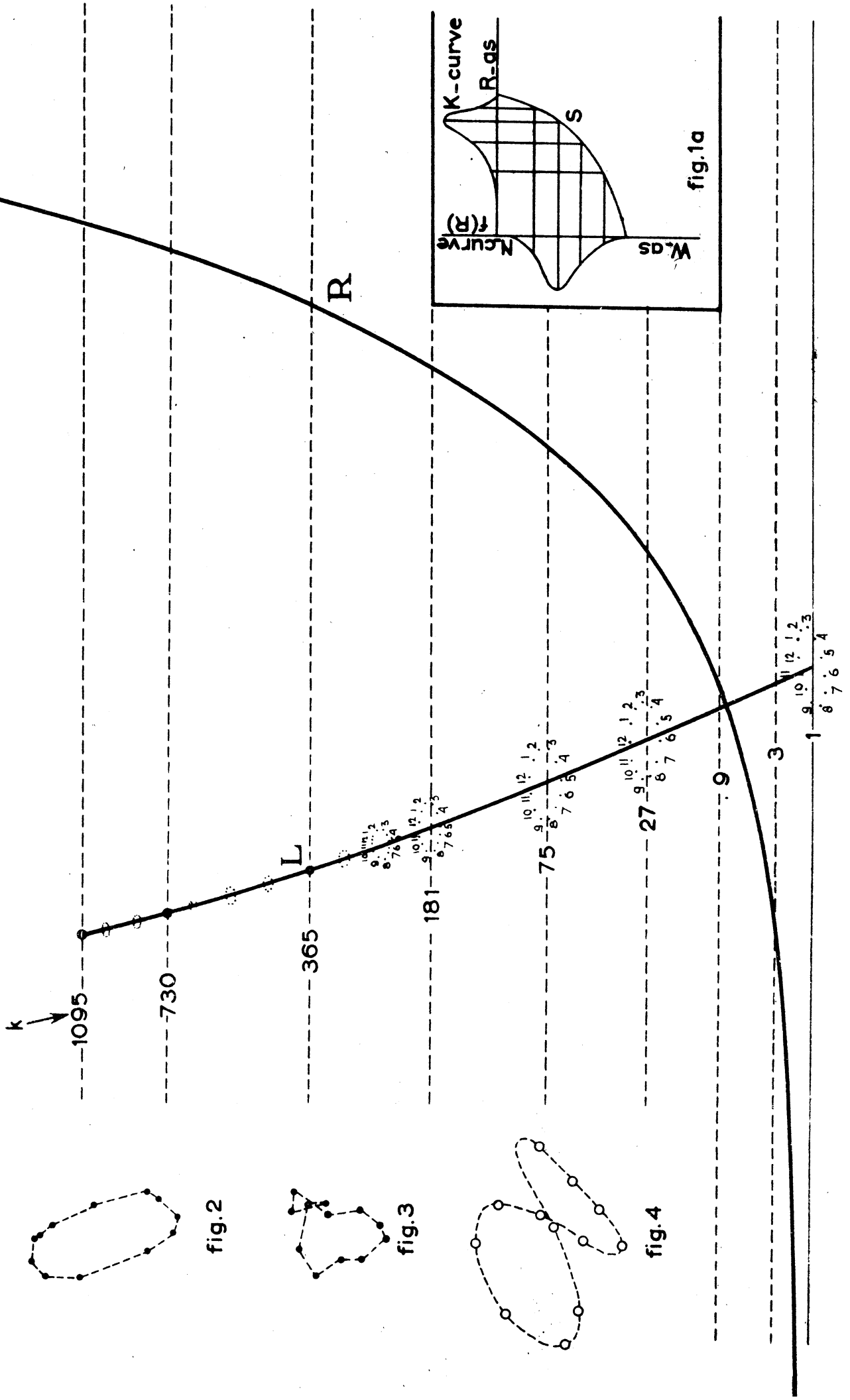
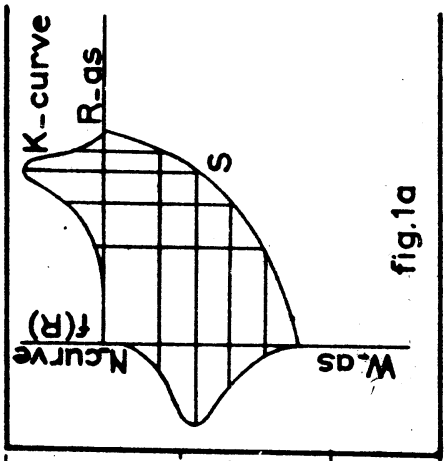
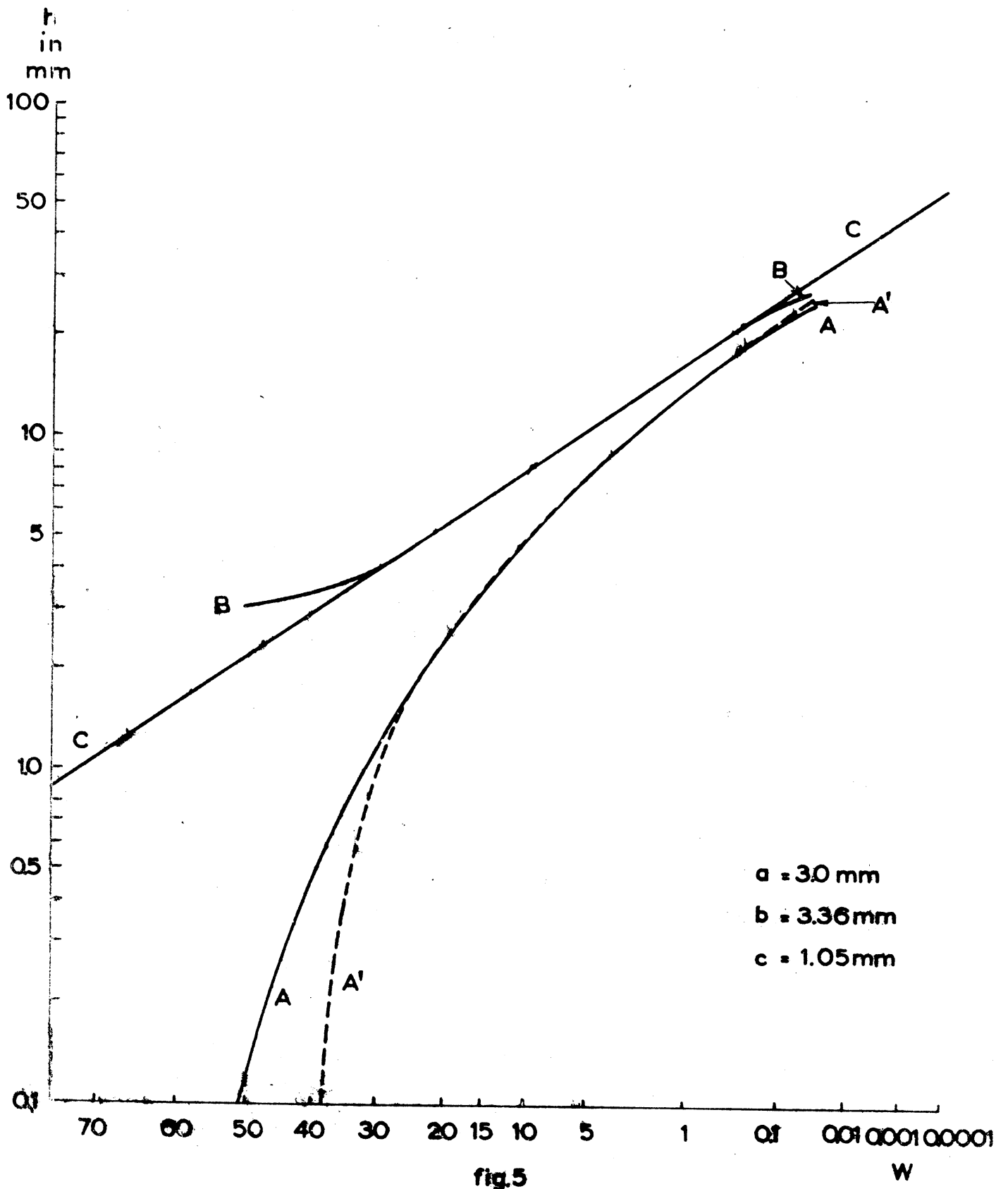


fig.1



# Hoofddorp (1867-1953)

Cum.freq. verdeling in procenten van eendaagse neerslag-  
sommen voor de maand maart.



Jaarkromme nagebootst met een Poissonverdeling

( $\lambda = 43$ ;  $q = 17.44\text{mm}$ )

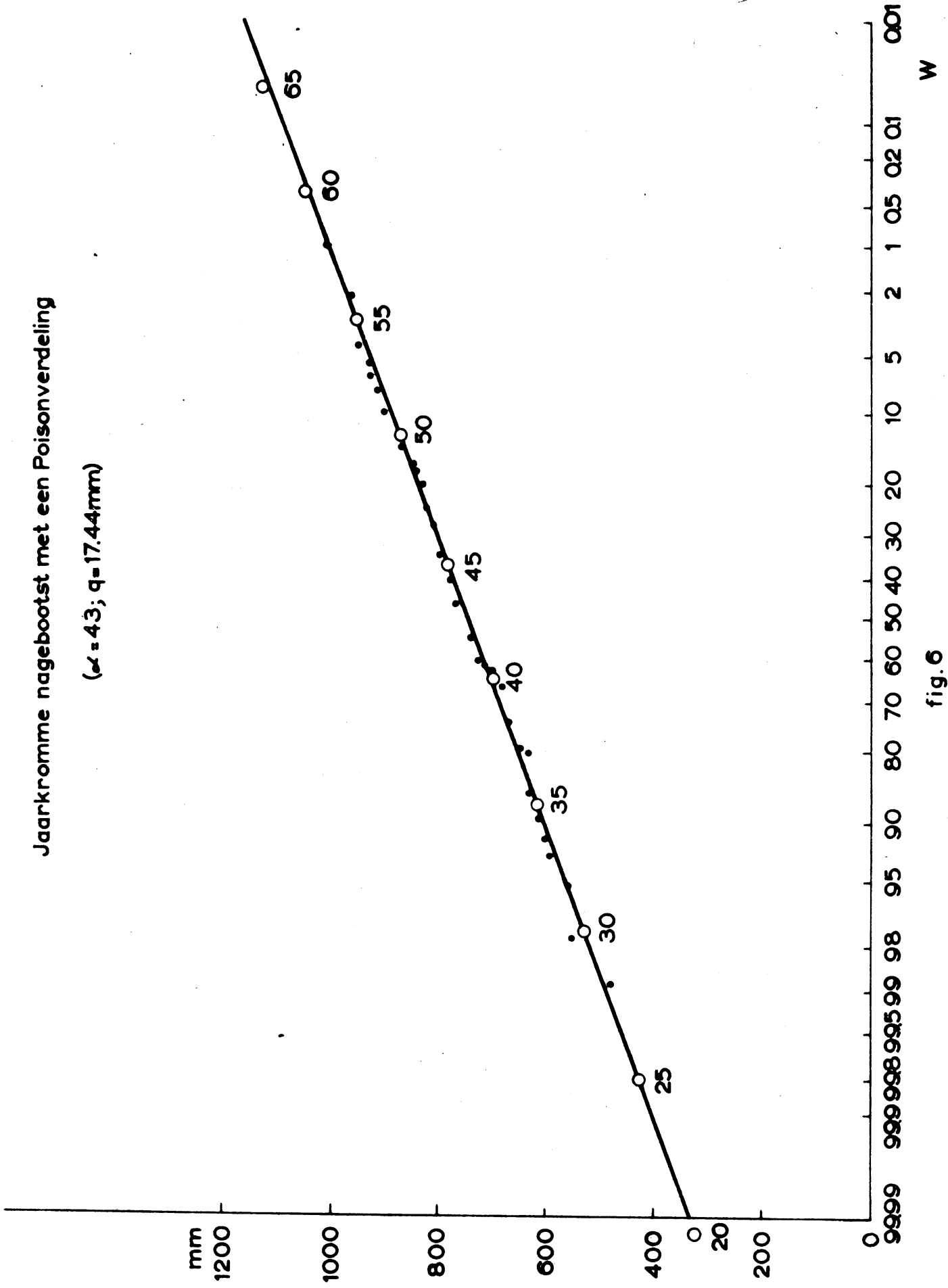
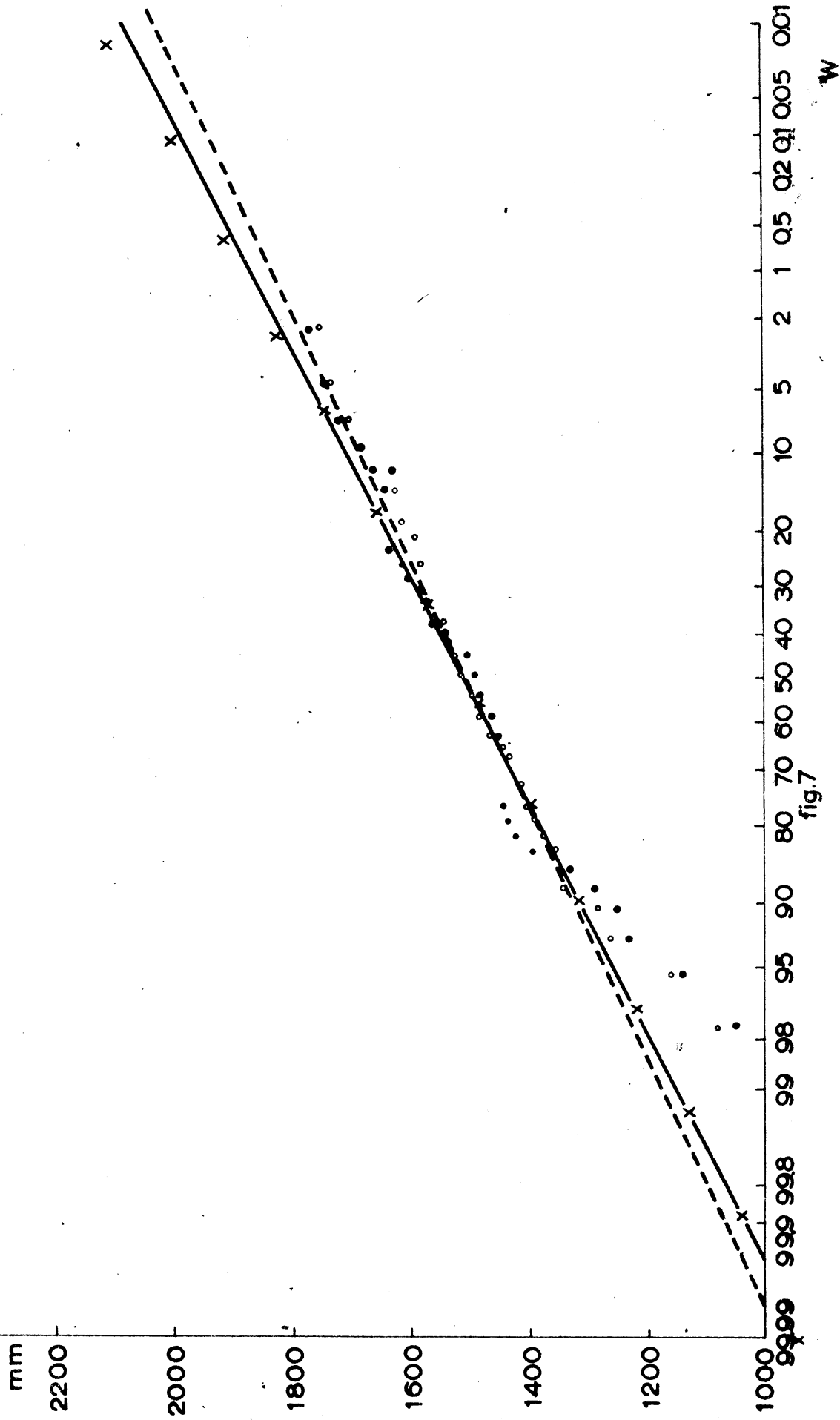


fig. 6

Cumulative freq. verdelingen van 720-daagse neerslagsommen  
in procenten.





Cum. freq. verdeling van niet-voortlopende 1080-daagse neerslagsommen

$\bar{h} = 2240$  mm;  $\sigma = 158.2$  mm;  $\alpha = 129$ ;  $q = 17.44$  mm

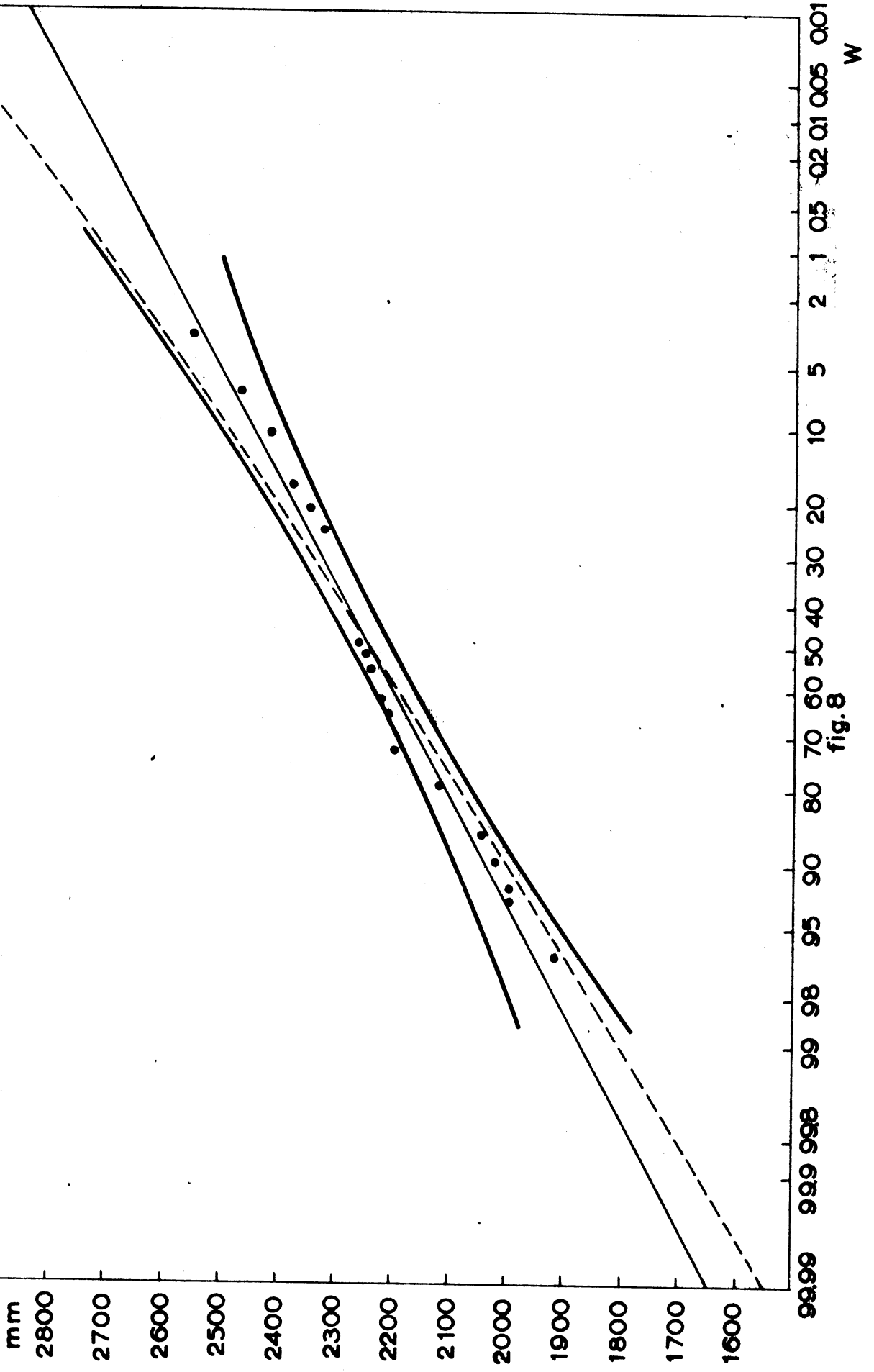


fig. 8

juli k=1; Cumulatieve freqverdeling neerslag Hoofddorp (1867-1953)

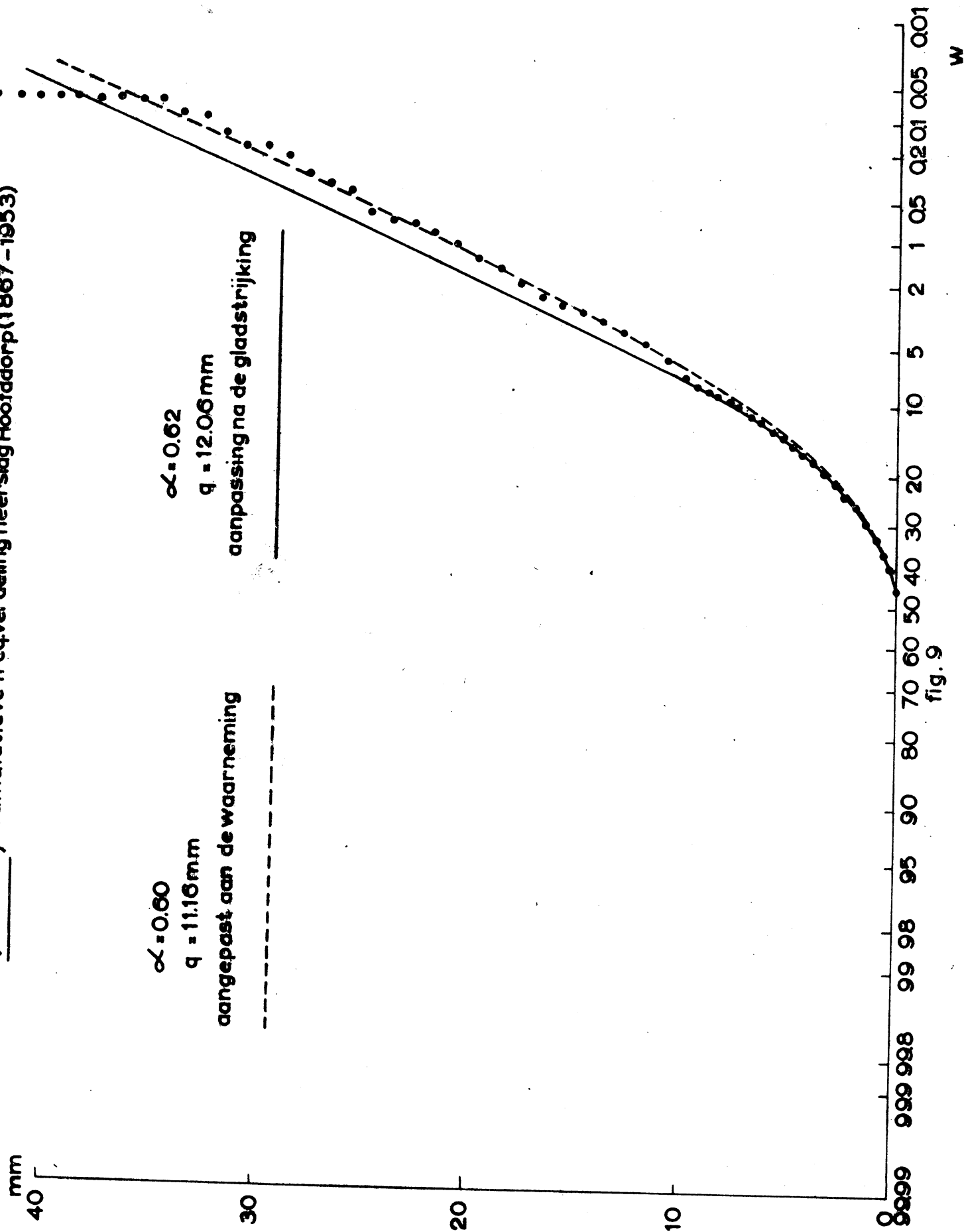


fig. 9

Aantallen in intervallen van 1mm waargenomen in 10 daagse  
tijdvakken in de maand december over ongeveer 83 jaar.

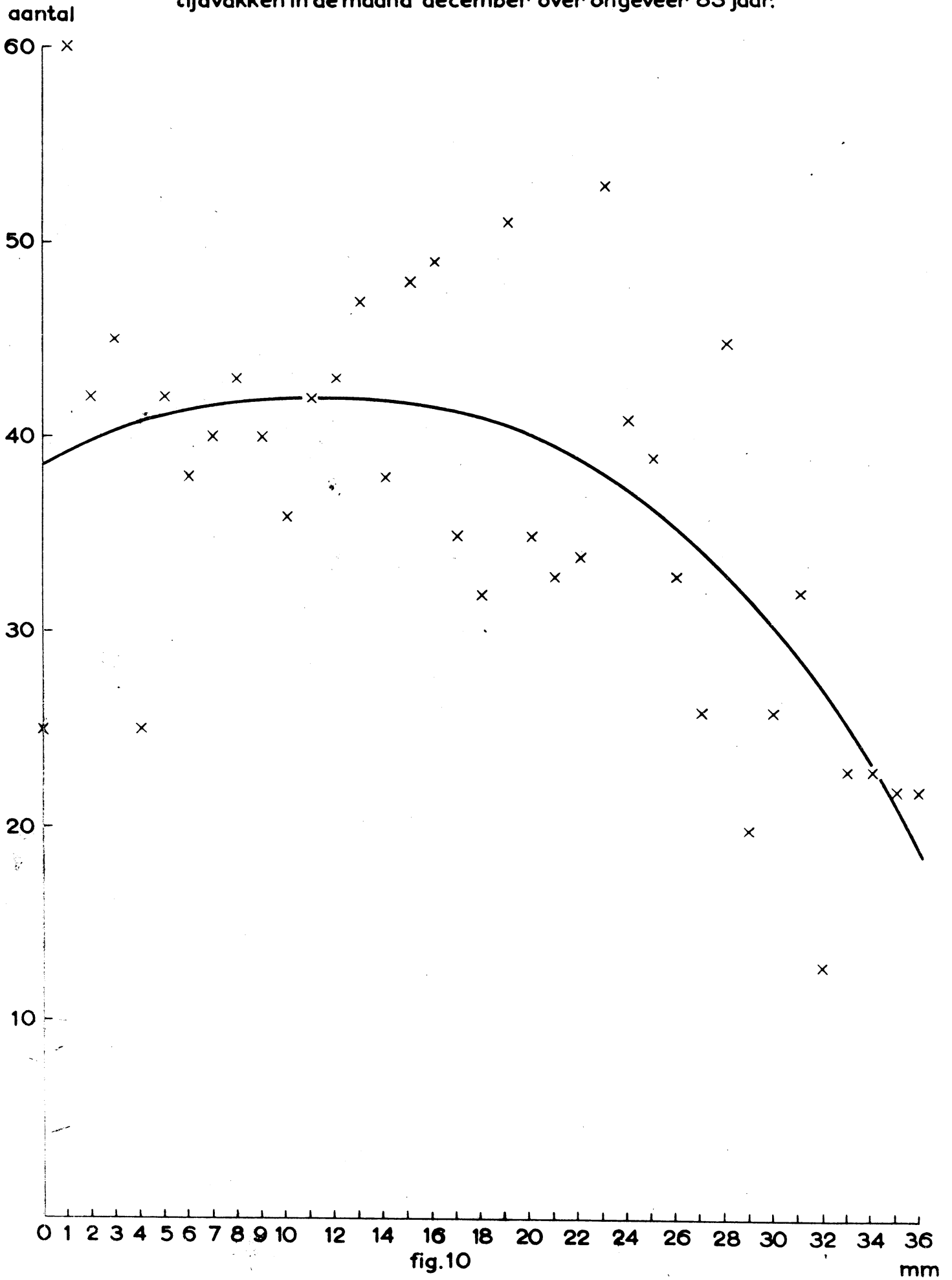


fig.10

mm

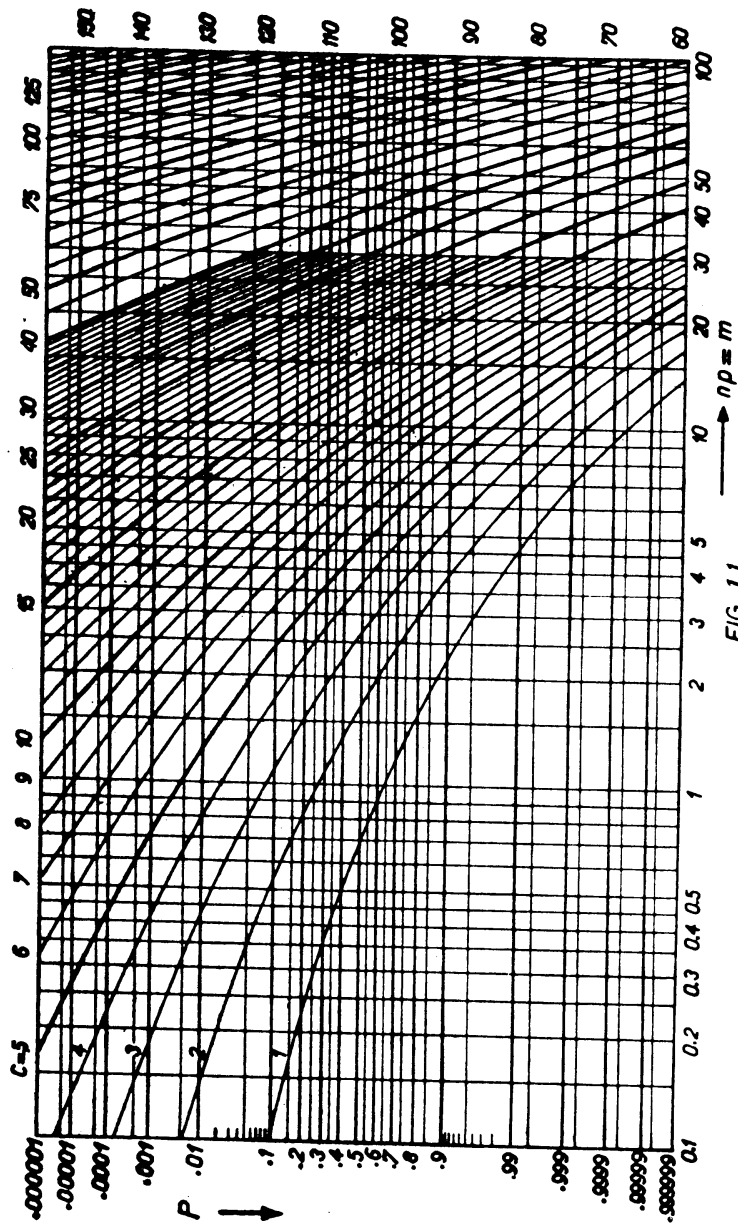


FIG. 11

Cumulatieve Poisson - verdeling

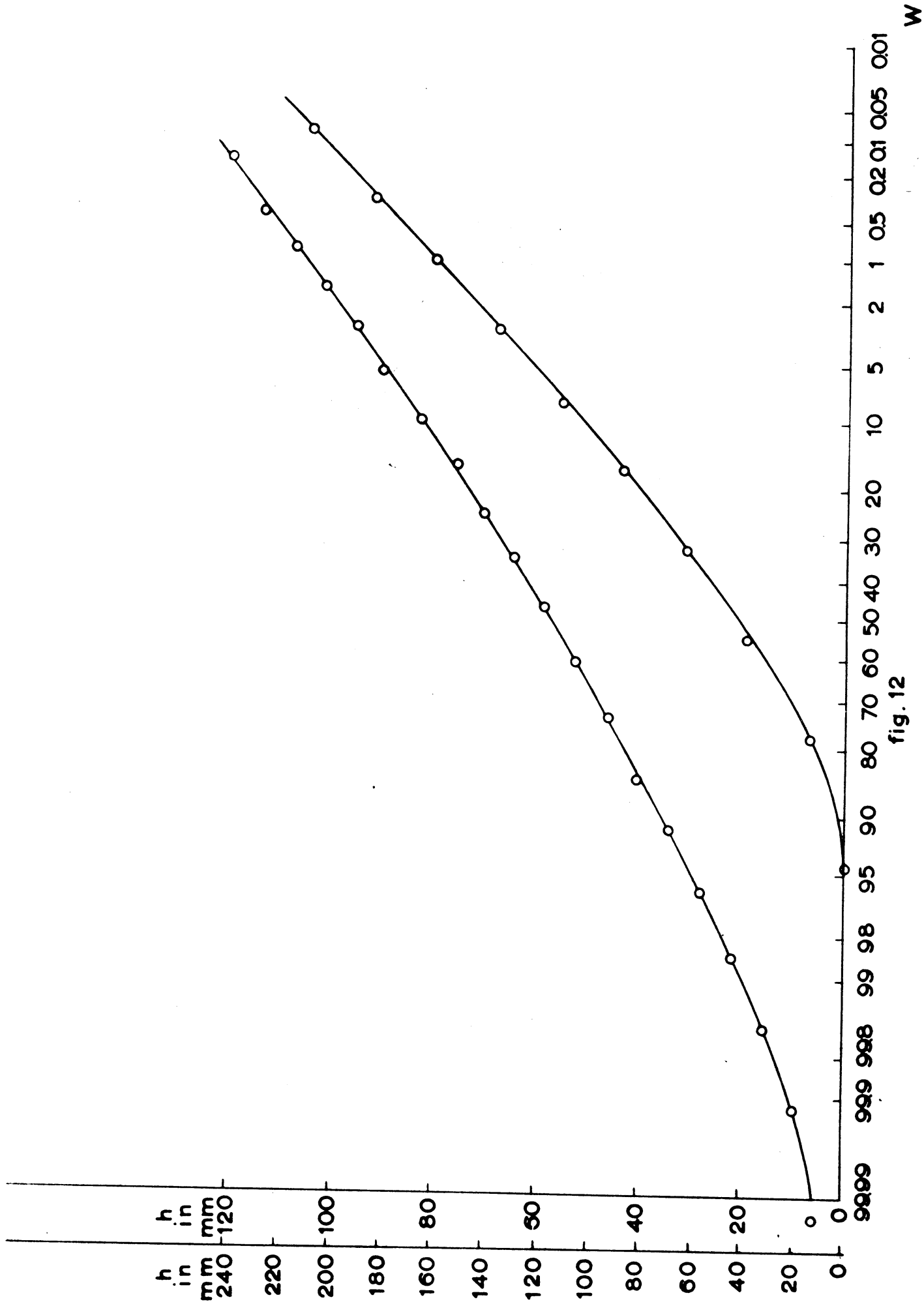


fig. 12