

16 MEI 1956

KONINKLIJK NEDERLANDS
METEOROLOGISCH INSTITUUT

Wetenschappelijk Rapport W.R. 56-001 (II-007)

Dr. H.M. de Jong

Nauwkeurigheid van hoogtewindmetingen

De Bilt, 1956

Kon. Ned. Meteor. Inst.
De Bilt

All Rights Reserved.

Nadruk zonder toestemming van het K.N.M.I. is verboden.

Nauwkeurigheid van hoogtewindmetingen

Dr. H.M. de Jong

Inhoud

Betekenis van de symbolen

1. Inleiding
 2. Berekening van de hoogtewind
 3. Toevallige fouten in de windsnelheid en windrichting
 4. Toevallige fouten bij de drie meetmethoden
 5. Vergelijking van de drie meetmethoden
 6. Extremen bij de middelbare fout in de windsnelheid
 7. Extremen bij de middelbare fout in de windrichting
 8. Opmerkingen
 9. Middelen om de middelbare fouten te verkleinen
 10. Systematische fouten
- Conclusie
- Naschrift

Summary

In this paper the results are given of a study on the accuracy of upperwind observations.

The upperwind computations are grouped into three classes, notably height-elevation, range-elevation and range-height observation. Both accidental and systematic errors are considered in detail. With respect to the accidental errors involved, a comparison has been made between the three observation methods and it is shown that at great distances the range-height method gives the best result.

In addition it is shown that the accidental and systematic errors may be considerable especially above jetstreams.

Finally some indications are given in order to reduce the errors concerned.

Dr. H.M. de Jong

Nauwkeurigheid van hoogtewindmetingen

Betekenis van de symbolen

α	azimut
ε	elevatie
r	dracht
d	horizontale ballonafstand
h	ballonhoogte
S	stijgsnelheid
v	windsnelheid
φ	windrichting
t	tijd

1. Inleiding

De meeste hoogtewindmetingen geschieden van de grond af met radar, radiogoniometer en theodoliet. De nauwkeurigheid van het meetresultaat hangt af van de precisie waarmee de grootheden, die voor een berekening van de hoogtewind nodig zijn, gemeten kunnen worden. Deze grootheden zijn elevatie, azimut, ballonhoogte, dracht en tijd. Bij radar kan men een keuze doen uit drie meetmethoden, omdat men gelijktijdig beschikt over dracht, elevatie en ballonhoogte, terwijl slechts twee van deze grootheden voor een berekening vereist worden. Men kan een hoogte-elevatie (h, ε) meting, een dracht-elevatie (r, ε) meting of dracht-hoogte (r, h) meting toepassen. Metingen met radiogoniometer en theodoliet behoren tot de klasse van de (h, ε) metingen.

Het doel van deze studie is een berekening te maken van de fouten, die in de windsnelheid en windrichting optreden, als functie van de nauwkeurigheid waarmee de waarnemingsgrootheden bepaald kunnen worden. Voorts worden bij radar de drie meetmethoden met elkaar vergeleken en wordt bepaald welke van de drie methoden de beste is. Ook worden enkele aanwijzingen gegeven om de fouten te verkleinen. De berekeningen behouden hun waarde als er sprake is van andere gepeilde objecten (vliegtuigen, raketten, etc.).

2. Berekening van de hoogtewind

Bij alle systemen worden windsnelheid en windrichting gemeten, nadat het spoor van de ballon op een pooldiagram is uitgezet. Gewoonlijk bepaalt men elke minuut een meetpunt. De meetpunten liggen verspreid langs de werkelijke projectie van de ballonbaan, die niet bekend is. Daarom trekt men uit de vrije hand een vloeiende kromme door de punten en rangschikt men de punten in een regelmatige volgorde. Daarna meet men in elk minuut-interval de windsnelheid en windrichting. De hoogte, waarop de hoogtewind betrekking heeft, wordt bepaald hetzij met behulp van een constant veronderstelde stijgsnelheid (loodsballon) hetzij met behulp van de toestandskromme (radiosonde).

Het meetresultaat is behept met een aantal fouten, die worden veroorzaakt door fouten in de waarnemingsgrootheden. Deze fouten zijn ten dele toevallig ten dele systematisch. Beide fouten zullen afzonderlijk worden onderzocht.

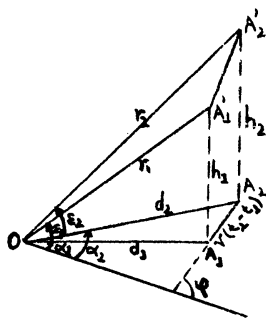


fig. 1

$\tau = t_2 - t_1$. τ is het tijdsinterval tussen twee opeenvolgende metingen en φ de windrichting t.o.v. een vaste richting.

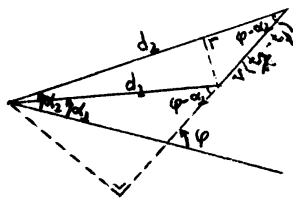


fig. 2

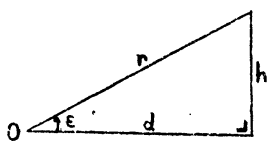


fig. 3

Stel dat op het tijdstip t_1 de ballon zich in 't punt A_1' bevindt en op het tijdstip t_2 in 't punt A_2' (fig. 1). A_1 en A_2 zijn de horizontale projecties van A_1' en A_2' op het horizontale vlak door het observatiepunt O. r_1 en r_2 zijn de waarden voor de dracht, d_1 en d_2 de horizontale projectieafstanden, ε_1 en ε_2 de elevatiehoeken, h_1 en h_2 de ballonhoogten en α_1 en α_2 de azimutwaarden op de tijdstippen t_1 en t_2

In het horizontale vlak geldt (fig. 2):

$$\text{cosinusregel: } v^2(t_2 - t_1)^2 = d_1^2 + d_2^2 - 2d_1d_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1) \quad (2.1)$$

$$\text{sinusregel: } d_2 \sin(\varphi - \alpha_2) = d_1 \sin(\varphi - \alpha_1) \quad (2.2)$$

Zijn de waarden d_1 , d_2 , α_1 , α_2 en τ bekend, dan kunnen de windsnelheid v en windrichting φ uit (2.1) en (2.2) worden berekend.

De horizontale afstand d kan op drie manieren berekend worden, naar gelang een (h, ε) , (r, ε) of (r, h) meting wordt toegepast (fig. 3)

$$(h, \varepsilon) \text{ meting: } d = h \cot \varepsilon \quad (2,3)$$

$$(r, \varepsilon) \text{ meting: } d = r \cos \varepsilon \quad (2,4)$$

$$(r, h) \text{ meting: } d = \sqrt{r^2 - h^2} \quad (2,5)$$

Uit een beschouwing van fig. 2 leidt men gemakkelijk de volgende vijf vergelijkingen af, die bij latere berekeningen worden gebruikt:

$$d_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1) - d_1 = vt \cos(\varphi - \alpha_1) \quad (2.6)$$

$$d_2 - d_1 \cos(\alpha_2 - \alpha_1) = vt \cos(\varphi - \alpha_2) \quad (2.7)$$

$$d_2 \sin(\alpha_2 - \alpha_1) = vt \sin(\varphi - \alpha_1) \quad (2.8)$$

$$d_1 \sin(\alpha_2 - \alpha_1) = vt \sin(\varphi - \alpha_2) \quad (2.9)$$

Uit (2.6) + (2.7) en (2.1) volgt:

$$d_2 \cos(\varphi - \alpha_2) - d_1 \cos(\varphi - \alpha_1) = vt \quad (2.10)$$

3. Toevallige fouten in de windsnelheid en windrichting

De windsnelheid en windrichting zijn bij de drie meetmethoden functies van 8 onafhankelijke grootheden.

Zo is b.v. bij een (h, ε) meting: $v = v(t_1, t_2, \alpha_1, \alpha_2, h_1, h_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2)$.
Neemt men bij de toevallige fouten de middelbare fout als maatgevende factor en is deze bij de meting van t, α, h en ε resp. m_t, m_α, m_h en m_ε , dan is de middelbare fout voor de windsnelheid volgens de foutenvoortplantingswet:

$$m_v = \sqrt{\sum_{i=1}^2 \left\{ \left(\frac{\partial v}{\partial t_i} m_{t_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial \alpha_i} m_{\alpha_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial h_i} m_{h_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial \varepsilon_i} m_{\varepsilon_i} \right)^2 \right\}}$$

De coëfficiënten $\left(\frac{\partial v}{\partial t_i} \right)^2$, $\left(\frac{\partial v}{\partial \alpha_i} \right)^2$ etc. worden ontleend aan de differentiaalvorm:

$$\delta v = \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\partial v}{\partial t_i} \delta t_i + \frac{\partial v}{\partial \alpha_i} \delta \alpha_i + \frac{\partial v}{\partial h_i} \delta h_i + \frac{\partial v}{\partial \varepsilon_i} \delta \varepsilon_i \right)$$

Deze differentiaalvorm wordt gevonden door eerst de differentiaalvorm

$$\delta v = \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\partial v}{\partial t_i} \delta t_i + \frac{\partial v}{\partial d_i} \delta d_i + \frac{\partial v}{\partial \alpha_i} \delta \alpha_i \right)$$

op te stellen en daarin de differentiaalvormen $\delta d_i = \frac{\partial d_i}{\partial \varepsilon_i} \delta \varepsilon_i + \frac{\partial d_i}{\partial h_i} \delta h_i$

($i=1,2$)

te substitueren. Dit procedé wordt ook bij de andere meetmethoden, te weten de (r, ε) meting en de (h, r) meting, toegepast zowel bij de middelbare fout in de windsnelheid als bij de middelbare fout in de windrichting.

a. Een differentiaalvorm voor v :

Differentieer(2.1):

$$v^2 \delta v + v^2 \delta t_1 - v^2 \delta t_2 = \{d_1 - d_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)\} \delta d_1 + d_1 d_2 \sin(\alpha_2 - \alpha_1) \delta \alpha_2 \\ + \{d_2 - d_1 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)\} \delta d_2 - d_1 d_2 \sin(\alpha_2 - \alpha_1) \delta \alpha_1$$

Substitutie van (2.6), (2.7), (2.8) en (2.9) leidt tot:

$$\delta v = \frac{1}{v} \{-v \delta t_1 + v \delta t_2 - \cos(\varphi - \alpha_1) \delta d_1 + \cos(\varphi - \alpha_2) \delta d_2 - d_1 \sin(\varphi - \alpha_1) \delta \alpha_1 + d_2 \sin(\varphi - \alpha_2) \delta \alpha_2\} \quad (3.1)$$

b. Een differentiaalvorm voor φ :

Differentieer(2.2):

$$\sin(\varphi - \alpha_2) \delta d_2 + d_2 \cos(\varphi - \alpha_2) \delta \varphi - d_2 \cos(\varphi - \alpha_2) \delta \alpha_2 \\ - \sin(\varphi - \alpha_1) \delta d_1 - d_1 \cos(\varphi - \alpha_1) \delta \varphi + d_1 \cos(\varphi - \alpha_1) \delta \alpha_1 = 0$$

Past men (2.10) toe, dan wordt de differentiaalvorm voor φ :

$$\delta \varphi = \frac{1}{v} \{\sin(\varphi - \alpha_1) \delta d_1 - \sin(\varphi - \alpha_2) \delta d_2 - d_1 \cos(\varphi - \alpha_1) \delta \alpha_1 + d_2 \cos(\varphi - \alpha_2) \delta \alpha_2\} \quad (3.2)$$

4. Toevallige fouten bij de drie meetmethoden

Zijn de middelbare fouten voor ε , α , h en r bekend, dan kunnen we gemakshalve $m_h = \lambda m_\varepsilon$, $m_\alpha = \mu m_\varepsilon$, $m_r = \nu m$ stellen. De middelbare fout in t zij m_t . Eerst volgt een berekening van de middelbare fouten voor de drie meetmethoden afzonderlijk.

a. (h, ε)meting

Differentieer(2.3):

$$\delta d = \cot g \varepsilon \delta h - \frac{h}{\sin^2 \varepsilon} \delta \varepsilon \quad (4.1)$$

De differentiaalvorm (3.1) wordt na substitutie van (4.1):

$$\delta v = \frac{1}{v} \left\{ -v \delta t_1 + v \delta t_2 - \cos(\varphi - \alpha_1) \cot g \varepsilon_1 \delta h_1 + \cos(\varphi - \alpha_2) \cot g \varepsilon_2 \delta h_2 + h_1 \frac{\cos(\varphi - \alpha_1)}{\sin^2 \varepsilon_1} \delta \varepsilon_1 \right. \\ \left. - h_2 \frac{\cos(\varphi - \alpha_2)}{\sin^2 \varepsilon_2} \delta \varepsilon_2 - d_1 \sin(\varphi - \alpha_1) \delta \alpha_1 + d_2 \sin(\varphi - \alpha_2) \delta \alpha_2 \right\} \quad (4.2)$$

Hierin treedt φ in de verbandingen $\varphi - \alpha_i$ als parameter op.

De differentiaalvorm (3.2) wordt na substitutie van (4.1):

$$\delta\varphi = \frac{1}{v\tau} \left\{ \sin(\varphi - \alpha_1) \cotg \varepsilon_1 \delta h_1 - \sin(\varphi - \alpha_2) \cotg \varepsilon_2 \delta h_2 - h_1 \frac{\sin(\varphi - \alpha_1)}{\sin^2 \varepsilon_1} \delta \varepsilon_1 \right. \\ \left. + h_2 \frac{\sin(\varphi - \alpha_2)}{\sin^2 \varepsilon_2} \delta \varepsilon_2 - d_1 \sin(\varphi - \alpha_1) \delta \alpha_1 + d_2 \sin(\varphi - \alpha_2) \delta \alpha_2 \right\} \quad (4.3)$$

Ook hier treedt, doordat v o.a. een functie is van φ , φ in de verbandingen $\varphi - \alpha_i$ als parameter op. De partiële middelbare fouten voor de windsnelheid en voor de windrichting zijn dan met (4.2) en (4.3):

$$\begin{aligned} m_v^{t_i} &= \frac{v m_t}{\tau} & m_\varphi^{t_i} &= 0 \\ m_v^{\alpha_i} &= \frac{\mu d_i \sin(\varphi - \alpha_i) m_\varepsilon}{\tau} & v m_\varphi^{\alpha_i} &= \frac{\mu d_i \cos(\varphi - \alpha_i) m_\varepsilon}{\tau} \\ m_v^{\varepsilon_i} &= \frac{h_i \cos(\varphi - \alpha_i) m_\varepsilon}{\tau \sin^2 \varepsilon_i} & v m_\varphi^{\varepsilon_i} &= \frac{h_i \sin(\varphi - \alpha_i) m_\varepsilon}{\tau \sin^2 \varepsilon_i} \\ m_v^{h_i} &= \frac{\lambda \cos(\varphi - \alpha_i) \cotg \varepsilon_i m_\varepsilon}{\tau} & v m_\varphi^{h_i} &= \frac{\lambda \sin(\varphi - \alpha_i) \cotg \varepsilon_i m_\varepsilon}{\tau} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Uit (4.4) volgt:

De partiële relatieve middelbare fout van de windsnelheid tengevolge van een foutieve tijdmeting is gelijk aan de t.o.v. het tijdsinterval gemeten relatieve middelbare fout in de tijdmeting:

$$\frac{m_v^{t_i}}{v} = \frac{m_t}{\tau}$$

Als τ voldoende groot is, is deze fout gering in vergelijking met andere fouten. Is b.v. $v = 100$ kts en is de middelbare fout m_t 1 seconde voor een tijdsinterval τ van 1 minuut, dan is $m_v^{t_i} = 1.7$ kts. De partiële middelbare fouten $m_v^{t_i}$ worden in het vervolg buiten beschouwing gelaten.

Een fout in de tijdmeting induceert geen fout in de windrichting:

$$m_\varphi^{t_i} = 0$$

Uit (4.4) volgt ook, dat de partiële middelbare fouten $m_v^{\alpha_i}$ en de overeenkomstige partiële ^{fouten} $v m_\varphi^{\alpha_i}$ qua vorm alleen verschillen door verwisseling van de factoren $\sin(\varphi - \alpha_i)$ en $\cos(\varphi - \alpha_i)$.

Past men de foutenvoorplantingswet toe, dan wordt de middelbare fout van de windsnelheid:

$$\begin{aligned} r_{1,v} &= \sqrt{\sum_{i=1}^2 \left\{ (m_v^{\alpha_i})^2 + (m_v^{\varepsilon_i})^2 + (m_v^{h_i})^2 \right\}} \\ &= \frac{m_\varepsilon}{\tau} \sqrt{\sum_{i=1}^2 \left\{ \mu^2 d_i^2 \sin^2(\varphi - \alpha_i) + \frac{h_i^2 \cos^2(\varphi - \alpha_i)}{\sin^4 \varepsilon_i} + \lambda^2 \cotg^2 \varepsilon_i \cos^2(\varphi - \alpha_i) \right\}} \end{aligned}$$

5. Vergelijking van de drie meetmethoden

De uitdrukkingen (4.5), (4.8), (4.11) resp. (4.6), (4.9), (4.12) kunnen met elkaar worden vergeleken om te bestuderen bij welke meetmethode de middelbare fouten het kleinst zijn. Opvallend is de overeenkomst tussen de 6 uitdrukkingen.

A. Vergelijking van een (r, ε) -en (h, ε) meting

Indien onder de uitdrukking $(r, \varepsilon) < (h, \varepsilon)$ wordt verstaan, dat een middelbare fout van de windsnelheid of windrichting bij een (r, ε) meting kleiner is dan de overeenkomstige fout bij een (h, ε) meting, dan volgt uit (4.5) en (4.8) resp. (4.6) en (4.9):

$$(r, \varepsilon) \ll (h, \varepsilon), \text{ als } \frac{v^2 \cos^2 \varepsilon_i}{d_i^2} + t_g^2 \varepsilon_i < \frac{1}{\sin^2 \varepsilon_i \cos^2 \varepsilon_i} + \frac{\lambda^2 \cot^2 \varepsilon_i}{d_i^2} \quad (i=1,2)$$

De elevatiehoeken ε_i en de horizontale afstanden d_i , of wegens $d_i = r_i \cos \varepsilon_i$, de elevatiehoeken ε_i en de waarden voor de dracht r_i ($i = 1,2$) moeten gelijktijdig aan deze voorwaarde voldoen. Omdat bij een klein tijdsinterval τ , deze waarden niet veel verschillen, kan de voorwaarde voor één waardekeppel (r, ε) worden uitgeschreven. Herleid op poolcoördinaten (r, ε) luidt de voorwaarde:

$$r^2 \geq \frac{v^2 \sin^2 \varepsilon - \lambda^2}{1 + \sin^2 \varepsilon}$$

In figuur 4 is geschetst welke kromme de gebieden met $(r, \varepsilon) > (h, \varepsilon)$ en met $(r, \varepsilon) < (h, \varepsilon)$ begrenst. Omdat de voorwaarde onafhankelijk is van het azimut, moet deze kromme als een meridiaandoorsnede worden beschouwd en moet de figuur om de h-as gewenteld worden. Er ontstaat een "tolvormig" omwentelingsoppervlak, dat onder een hoek $\varepsilon_0 = \text{bg} \sin \frac{\lambda}{v}$ op het horizontale vlak door het observatiepunt rust. De hoogte van de tol is $\frac{\sqrt{v^2 - \lambda^2}}{2}$

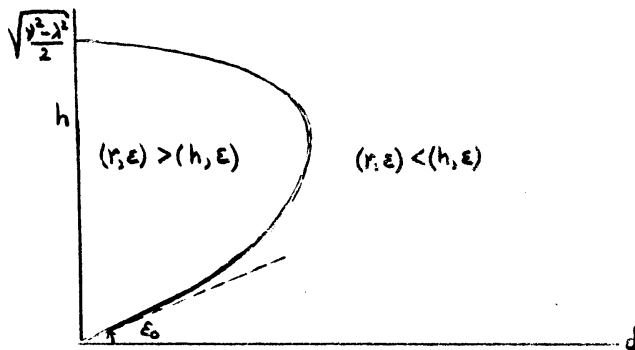


fig. 4

B Vergelijking van een (h, ε)-en (h, r)meting

Uit (4.5) en (4.11) resp. (4.6) en (4.12) volgt, dat de middelbare fouten van de windsnelheid en windrichting bij een (h, r)meting kleiner zijn dan de overeenkomstige fouten bij een (h, ε)meting, m.a.w.

$$(h, r) \leq (h, \varepsilon), \text{ als } \frac{v^2}{d_i^2 \cos^2 \varepsilon_i} + \frac{\lambda^2 \operatorname{tg}^2 \varepsilon_i}{d_i^2} \leq \frac{1}{\sin^2 \varepsilon_i \cos^2 \varepsilon_i} + \frac{\lambda^2 \operatorname{cotg}^2 \varepsilon_i}{d_i^2}$$

Herleid op poolcoördinaten:

$$r^2 \geq (v^2 + \lambda^2) \operatorname{tg}^2 \varepsilon - \lambda^2$$

In figuur 5 is geschetst door welke kromme het gebied met $(h, r) \leq (h, \varepsilon)$ van het gebied met $(h, r) > (h, \varepsilon)$ gescheiden wordt. Ook nu is de voorwaarde onafhankelijk van α , zodat de figuur om de h-as gewenteld kan worden.

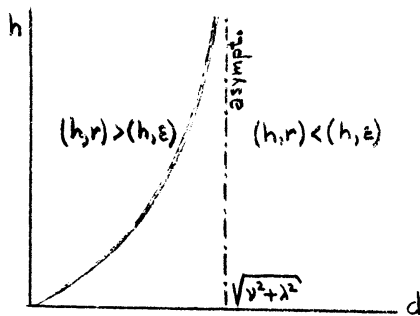


fig. 5

C Vergelijking van een (h, r)-en (r, ε)meting

Uit (4.8) en (4.11) resp. (4.9) en (4.12) volgt dat

$$(h, r) \leq (r, \varepsilon), \text{ als } \frac{v^2}{d_i^2 \cos^2 \varepsilon_i} + \frac{\lambda^2 \operatorname{tg}^2 \varepsilon_i}{d_i^2} \leq \frac{v^2 \cos^2 \varepsilon_i}{d_i^2} + \operatorname{tg}^2 \varepsilon_i$$

Herleid op poolcoördinaten:

$$r^2 \geq \frac{\lambda^2 + v^2}{\cos^2 \varepsilon} + v^2$$

Het resultaat is in figuur 6 geschetst. Ook deze figuur kan om de h-as gewenteld worden ("stolp")

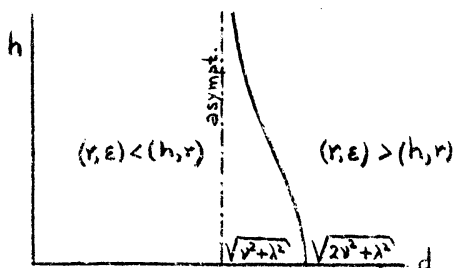


fig. 6

Combineert men de resultaten onder A, B en C dan vindt men de inclusies van de drie metingen onderling. Figuur 7 geeft hiervan een beeld.

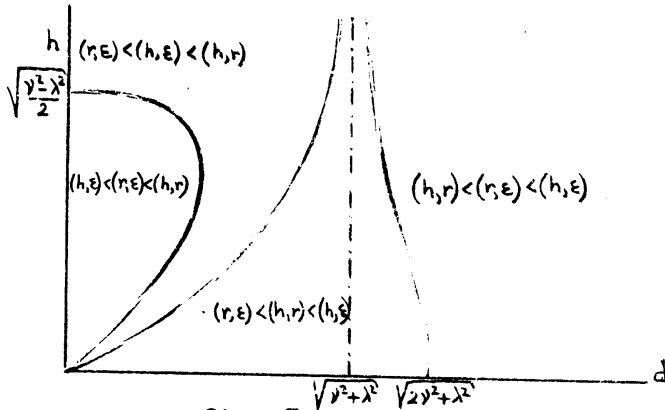


fig. 7

Beschouwt men alleen de gebieden waarin één der drie meetmethoden de beste is, dan vindt men als resultaat een gebiedsverdeling als geschetst is in figuur 8.

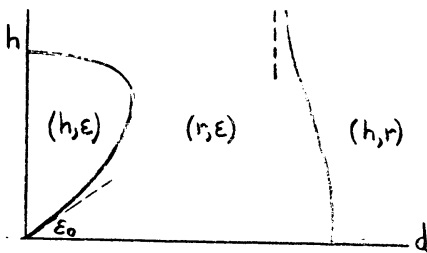


fig. 8

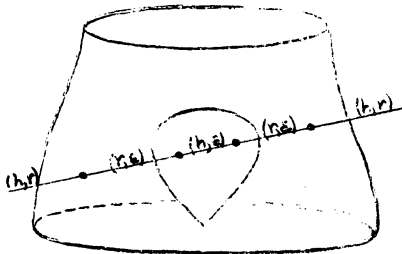


fig. 9

Wentelt men de figuur om de h-as, dan wordt de ruimtelijke figuur samengesteld uit een "stolp" met een omwentelingscilinder als asymptotisch oppervlak, en daarbinnen een in het observatiepunt op het horizontale vlak rustende "tol". Zie ook fig. 9. In deze figuur is een vliegbaan getekend waarop de gedeelten zijn aangegeven met de beste meetmethoden. Bij een ballonopstijging is het van belang hoe de ruimtelijke ballonbaan de omwentelingsoppervlakken snijdt. Op grote afstand van de oorsprong is de (h, r) meting de beste meting.

Bijzondere gevallen

a. $\lambda = 0$. Veronderstellen we dat de middelbare fout m_h te verwaarlozen is, dan ondergaat de gebiedsverdeling een kleine wijziging. In dit geval is namelijk de hoek $\epsilon_0 = \text{bg} \sin \frac{\lambda}{y} = 0$. Het gesloten toloppervlak raakt dan aan het horizontale vlak door het observatiepunt. Zie figuur 10.

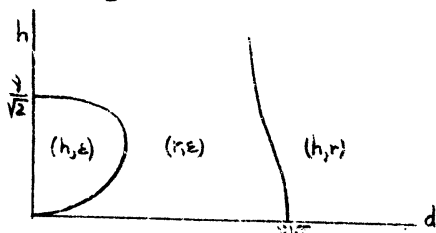


fig. 10

Bij een ballonopstijging is aanvankelijk een (h, epsilon) meting de beste meting. Later, als de ballon voldoende ver afdrijft, wordt een (r, epsilon) meting beter en tenslotte een (h, r) meting. Dit bijzondere geval $\lambda = 0$ treedt o.a. op bij het peilen van een vliegtuig, dat op constante vlieghoogte het werkingsgebied passeert.

b. $\nu = 0$. Veronderstellen we dat de middelbare fout m_r te verwaarlozen is, dan blijft er van figuur 9 alleen een omwentelingscilinder over.

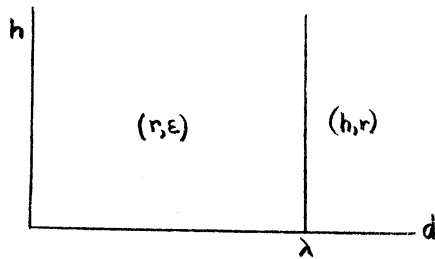


fig. 11

In figuur 11 is de meridiaan doorsnede getekend. Nu zijn alleen de (r, ϵ) en (h, r) meting de beste metingen. Bij een ballonopstijging is aanvankelijk de (r, ϵ) meting de beste meting, later als de ballon voldoende ver wegdrijft, wordt de (h, r) meting beter.

Dit geval zou steeds optreden als een object op een bekende vaste afstand r_0 van het observatiepunt zou rondbewegen (hemellichaam).

c. $\lambda = 0, \nu = 0$. Ruimteliijk is nu alleen de (h, r) meting de beste meting omdat de omwentelingsoppervlakken verdwenen zijn. figuur 12.

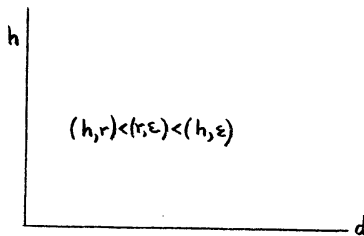


fig. 12

Dit geval wordt bij benadering gerealiseerd op weerschepen waar de middelbare fouten m_r en m_h bij een radiosonde veel kleiner zijn dan de middelbare fouten m_ϵ en m_α . Op weerschepen is een (h, r) meting de beste meting.

6. Extremen bij de middelbare fout in de windsnelheid

In de uitdrukkingen (4.5), (4.8) en (4.11) komt φ in de combinaties $\varphi - \alpha_i$ als parameter voor. Het ligt dan ook voor de hand na te gaan, bij welke waarden van $\varphi - \alpha_i$ de middelbare fouten extreem worden.

a. (h, ϵ) meting

Uit (4.5) volgt dat voor $\frac{1}{\sin^2 \epsilon_i \cos^2 \epsilon_i} + \frac{\lambda^2 \cot^2 \epsilon_i}{d_i^2} - \mu^2 > 0$

de middelbare fout van de windsnelheid m_v maximaal wordt als $\cos(\varphi - \alpha_i) = 1$

$\varphi - \alpha_i = 0$ of π , m.a.w. in het geval dat de ballon momentaan in de observatierichting drijft. m_v wordt minimaal als $\cos(\varphi - \alpha_i) = 0$

$\varphi - \alpha_i = \pm \frac{\pi}{2}$, m.a.w. voor het geval dat de ballon momentaan loodrecht op de observatierichting drijft.

Als $\frac{1}{\sin^2 \epsilon_i \cos^2 \epsilon_i} + \frac{\lambda^2 \cot^2 \epsilon_i}{d_i^2} - \mu^2 < 0$

dan wordt onder

dezelfde condities m_v minimaal, resp. maximaal. De extremen doorkruisen elkaar dus langs de kromme

$$r = \frac{2\lambda \cos \epsilon}{\sqrt{\mu^2 \sin^2 2\epsilon - 4}} \quad (6.1)$$

$$m_v^{\text{extr.1}} = \frac{m_\epsilon}{\tau} \sqrt{\sum_{i=1}^2 \left(\frac{d_i^2}{\sin^2 \epsilon_i \cos^2 \epsilon_i} + \lambda^2 \cot^2 \epsilon_i \right)} \approx \frac{m_\epsilon}{\tau \sin \epsilon \cos \epsilon} \sqrt{2(d^2 + \lambda^2 \cos^2 \epsilon)}$$

of
$$m_v^{\text{extr.1}} \approx \frac{m_\epsilon}{\tau h} \sqrt{2\{(d^2 + h^2) + \lambda^2 d^2\}} \quad (6.2)$$

$$m_v^{\text{extr.2}} = \frac{m_\epsilon}{\tau} \sqrt{\sum_{i=1}^2 \mu^2 d_i^2} \approx \frac{d\sqrt{2}}{\tau} m_\alpha \quad (6.3)$$

b. (r, ε)meting

Uit (4.7) volgt weer dat de extremen elkaar doorkruisen en dat de extremen optreden bij een momentaan in de observatierichting en momentaan loodrecht op de observatierichting drijvende ballon. De extremen doorkruisen elkaar langs de kromme:

$$\frac{v^2 \cos^2 \epsilon}{d^2} + \text{tg}^2 \epsilon - \mu^2 = 0 \quad \text{of} \quad r = \frac{v}{\sqrt{\mu^2 - \text{tg}^2 \epsilon}} \quad (6.4)$$

$$m_v^{\text{extr.1}} = \frac{m_\epsilon}{\tau} \sqrt{\sum_{i=1}^2 v^2 \cos^2 \epsilon_i + d_i^2 \text{tg}^2 \epsilon_i} \approx \frac{m_\epsilon}{\tau} \sqrt{2(v^2 \cos^2 \epsilon + h^2)}$$

of
$$m_v^{\text{extr.1}} \approx \frac{m_\epsilon}{\tau} \sqrt{2\left\{ \frac{h^2(d^2 + h^2) + v^2 d^2}{d^2 + h^2} \right\}} \quad (6.5)$$

$$m_v^{\text{extr.2}} \approx \frac{d\sqrt{2}}{\tau} m_\alpha$$

c. (h, r)meting

De extremen doorkruisen elkaar nu langs de kromme

$$\frac{v^2}{d^2 \cos^2 \epsilon} + \frac{\lambda^2 \text{tg}^2 \epsilon}{d^2} - \mu^2 = 0 \quad \text{of} \quad r = \frac{\sqrt{v^2 + \lambda^2 \sin^2 \epsilon}}{\mu \cos^2 \epsilon} \quad (6.6)$$

$$m_v^{\text{extr.1}} = \frac{m_\epsilon}{\tau} \sqrt{\sum_{i=1}^2 \left(\frac{v^2}{\cos^2 \epsilon_i} + \lambda^2 \text{tg}^2 \epsilon_i \right)} \approx \frac{m_\epsilon}{\tau} \sqrt{2\left(\frac{v^2}{\cos^2 \epsilon} + \lambda^2 \text{tg}^2 \epsilon \right)}$$

of
$$m_v^{\text{extr.1}} \approx \frac{m_\epsilon}{\tau d} \sqrt{2\{v^2(d^2 + h^2) + \lambda^2 h^2\}} \quad (6.7)$$

$$m_v^{\text{extr.2}} \approx \frac{d\sqrt{2}}{\tau} m_\alpha$$

Eén van de extremen is bij alle drie metingen dezelfde. Dit heeft een belangrijke betekenis. Indien men tracht de meetapparatuur zodanig te verbeteren dat de maximale middelbare fout van de windsnelheid v bij vaste middelbare fout van het azimut α kleiner wordt, dan zal de maximale middelbare fout niet onder de grens $\frac{d\sqrt{2}}{\tau} m_\alpha$ gebracht kunnen worden.

Bijzonder geval.

Om enigszins een indruk te krijgen van de grootte orde der optredende fouten kan men het bijzondere geval $\lambda = 0, v = 0$ uitwerken, omdat bij het algemene geval de fouten zeker groter zullen zijn. De (h, r) meting is nu de beste meting.

Extremen

1. (h, ε) meting (6.2) levert:

$$m_v^{\text{extr.1}} \approx \frac{(d^2 + h^2)\sqrt{2}}{h\tau} m_\varepsilon \quad (6.8)$$

De isoplethen voor de extreme waarde van de middelbare fout vormen een in het observatiepunt aan de d-as raccorderende cirkelbundel.

$$m_v^{\text{extr.2}} \approx \frac{d\sqrt{2}}{\tau} m_\alpha$$

De isoplethen voor deze extreme waarde van m_v vormen een stel lijnen evenwijdig met de h-as. De extremen doorkruisen elkaar volgens (6.1) langs de rechten $\varepsilon_g' = \frac{1}{2} b_g \sin \frac{\alpha}{\mu}$ en $\varepsilon_g'' = \frac{\pi}{2} - \varepsilon_g'$. In figuur 13 is het resultaat geschetst voor het maximum.

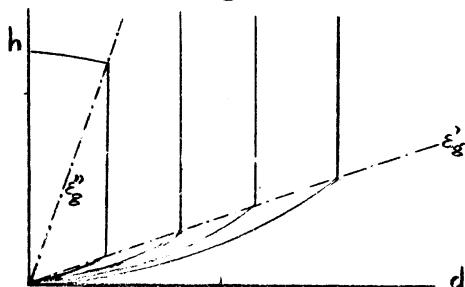


fig. 13

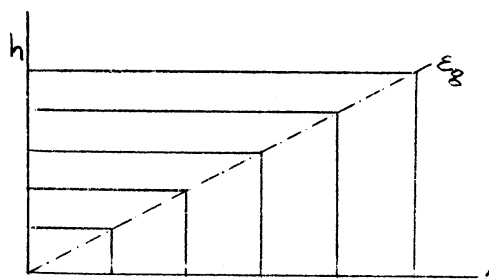


fig. 14

2. (r, ε) meting

De extremen zijn volgens (6.3) en (6.5):

$$m_v^{\text{extr.1}} \approx \frac{h\sqrt{2}}{\tau} m_\varepsilon \quad (6.9)$$

$$m_v^{\text{extr.2}} \approx \frac{d\sqrt{2}}{\tau} m_\alpha$$

De isoplethen zijn stelsels lijnen evenwijdig met de d-as en h-as. De extremen doorkruisen elkaar volgens (6.4) langs de rechte $\varepsilon_g = b_g t_g \mu$. Het resultaat voor het maximum is geschetst in fig. 14.

3. (h, r) meting

De extremen zijn nu volgens (6.3) en 6.7):

$$m_v^{\text{extr.1}} \approx 0$$

$$m_v^{\text{extr.2}} \approx \frac{d\sqrt{2}}{\tau} m_\alpha$$

De isoplethen voor het tweede extreem vormen een stel lijnen evenwijdig met de h-as. Deze isoplethen hebben betrekking op het maximum. Zie ook figuur 15.

De figuren kunnen om de h-as gewenteld worden.

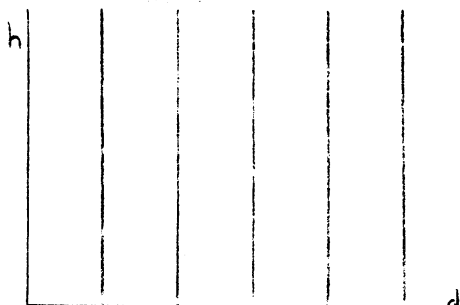


fig. 15

Praktische voorbeelden

1. Edwardes [1] geeft een schatting van de fouten in elevatie, azimut en dracht voor een Australische radarset, die volgens hem ongeveer dezelfde eigenschappen heeft als de Amerikaanse SCR 658 radarset. De geschatte fouten voor ϵ , α en r zijn 0.2° , 0.5° en 0.2 n.m. Of hier toevallige of systematische fouten bedoeld zijn is niet bekend. De schatting voor de fout in ϵ en α is aan de lage kant. Fouten in de orde van één graad zijn waarschijnlijker. De opgegeven fout in de dracht is vermoedelijk systematisch. Bij de numerieke berekening van m_v worden de fouten m_r en m_h niet in rekening gebracht. Het resultaat zal dan ook een te gunstig beeld geven.

(h, ϵ) meting $m_r = 0$, $m_h = 0$, $m_\epsilon = 0.2^\circ$, $m_\alpha = 0.5^\circ$, $\mu = 2.5$
 Berekent men de extreme middelbare fouten m_v volgens (6.3) en (6.8), dan geeft tabel I de maximale fout m_v^{\max} . De maxima doorkruisen elkaar langs de rechten

$$\epsilon'_g = \frac{1}{2} b_g \sin \frac{2}{2.5} \approx 26.5^\circ$$

$$\epsilon''_g = \frac{\pi}{2} - \epsilon'_g \approx 62.5^\circ$$

Tabel I

m_v^{\max} , (h, ϵ) meting, in kts

30	2.5	2.8	4.1	6.2	8.3	10.3	12.4	16.0	20.2	24.8	30.1	35.9	42.2	49.1	56.6	64.9
20	1.6	2.1	4.1	6.2	8.3	11.9	16.5	21.9	28.2	35.1	43.9	51.8	61.1	71.5	82.8	95.2
10	0.8	2.1	4.1	8.2	14.1	21.4	30.6	41.4	53.9	75.0	83.6	>100	>100	>100	>100	>100
0	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)
h in km	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
d in km	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150

Dit resultaat is grafisch in figuur 16 weergegeven.

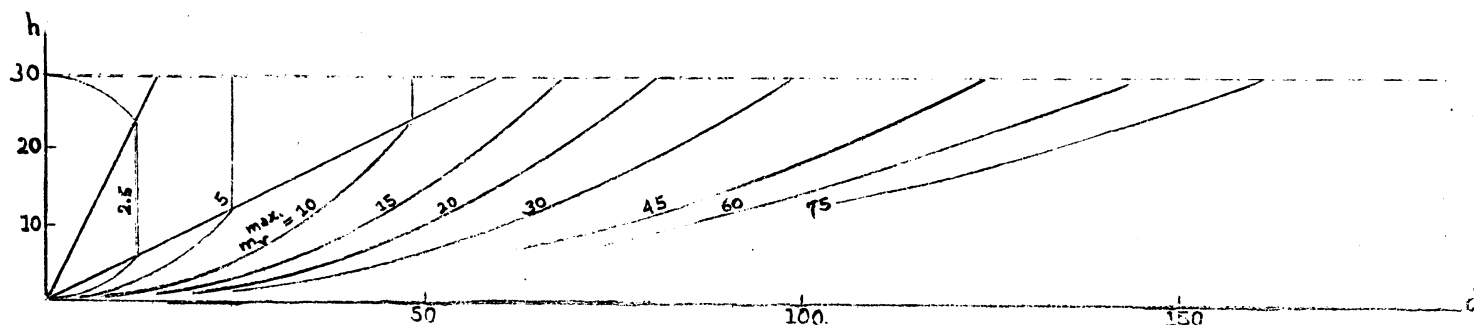


fig. 16

(r, ε)meting

Berekent men met (6.3) en (6.9) de extreme middelbare fouten m_v , dan wordt de maximale fout weergegeven in tabel II. De maxima door-
kruisen elkaar langs de rechte $\epsilon_g = \text{bg tg } 2.5 = 68^\circ$.

Tabel II
 $m_v^{\text{max}}, (r, \epsilon)$ meting, in kts

30	2.5	2.5	4.1	6.2	8.3	10.3	12.4	14.5	16.6	18.6	20.7	22.8	24.8	26.9	29.0	31.1
20	1.6	2.1	4.1	6.2	8.3	10.3	12.4	14.5	16.6	18.6	20.7	22.8	24.8	26.9	29.0	31.1
10	0.8	2.1	4.1	6.2	8.3	10.3	12.4	14.5	16.6	18.6	20.7	22.8	24.8	26.9	29.0	31.1
0	0	2.1	4.1	6.2	8.3	10.3	12.4	14.5	16.6	18.6	20.7	22.8	24.8	26.9	29.0	31.1
h in km																
d in km	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150

Het resultaat is grafisch weergegeven in fig. 17.

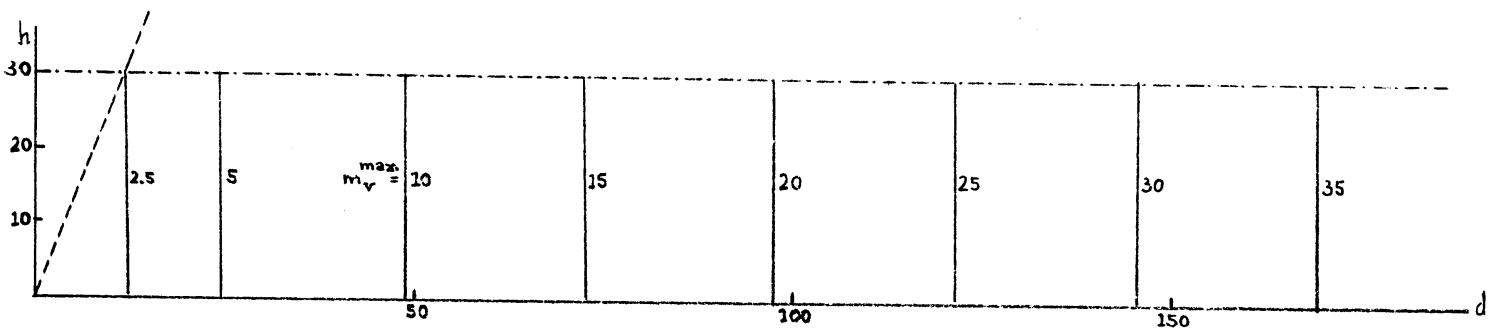


fig. 17

(h, r)meting

(6.3) levert onmiddellijk het maximum. Het resultaat staat in tabel III

Tabel III
 $m_v^{\text{max}}, (h, r)$ meting, in kts

m_v in kts	0	2.1	4.1	6.2	8.3	10.3	12.4	14.5	16.6	18.6	20.7	22.8	24.8	26.9	29.0	31.1
d in km	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150

Figuur 18 geeft het resultaat grafisch weer.

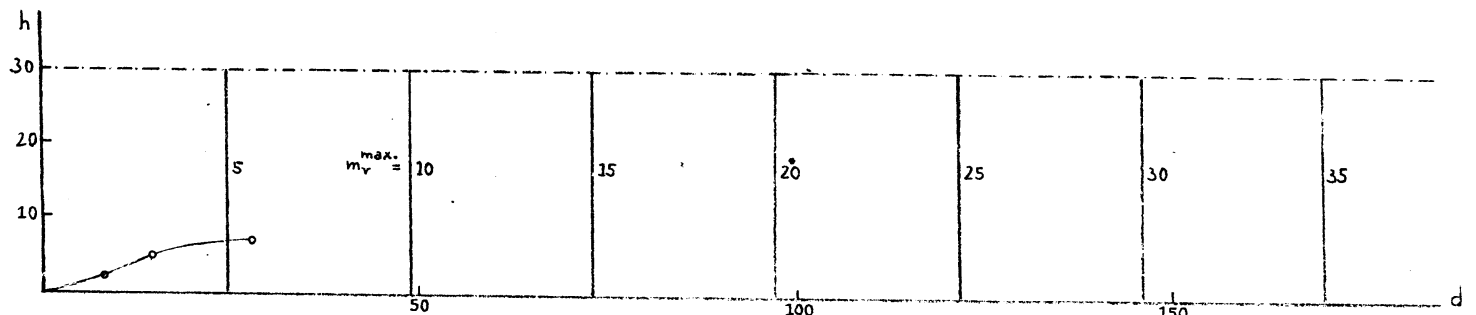
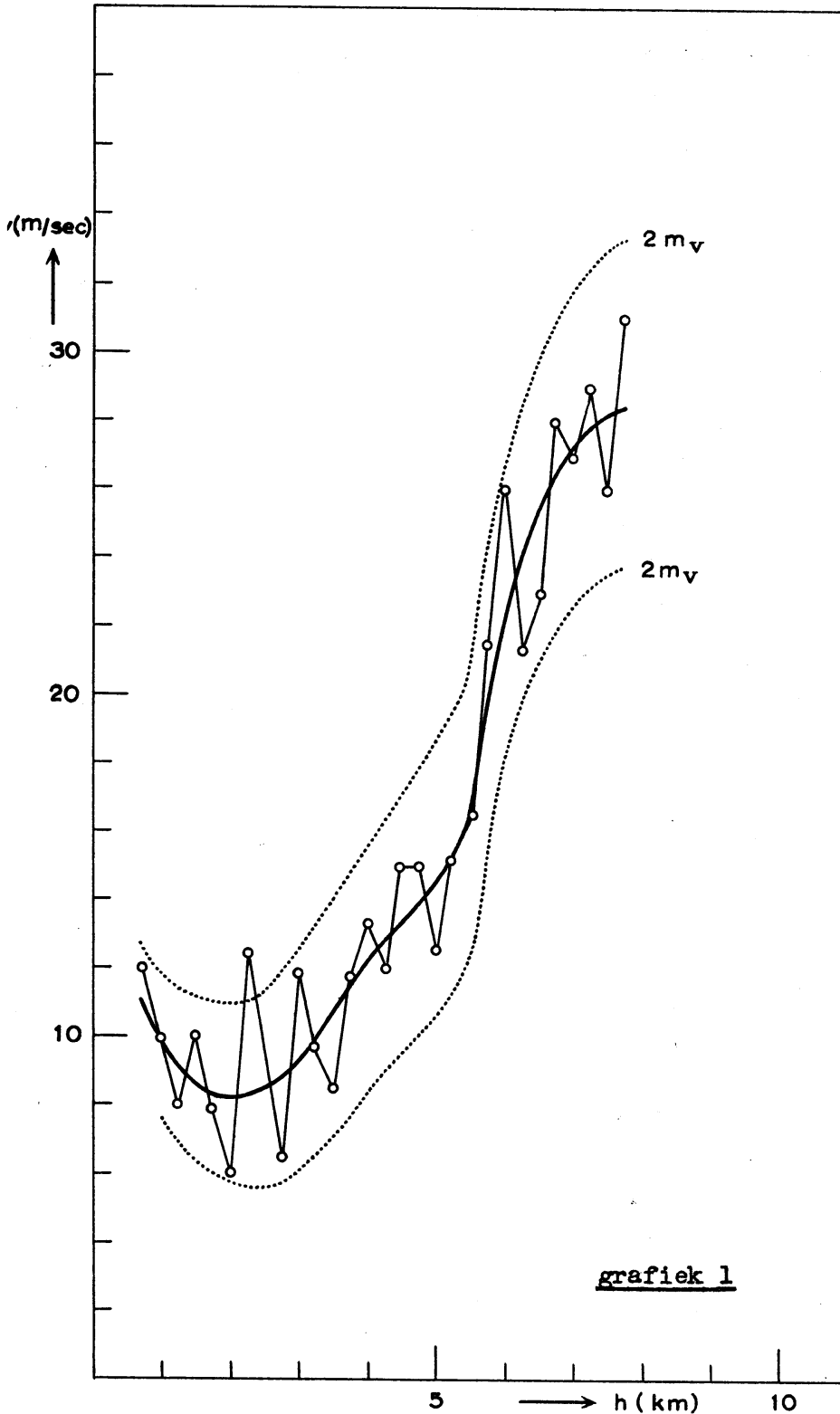


fig. 18



Een meting uit de praktijk

Feiling van loodsballon met S.A. 2 radar op een Nederlands weerschep, station M, op 9 november 1954, 2100 G.M.T.

De meting is een (h, r) meting, waarbij de dracht bijna 29000 yards haalde. In tabel IV staan de gemeten dracht (in yards), het azimut, de ballonhoogte, bepaald met een constante stijgsnelheid van 250 m/min, de plotting in mm en opgemeten windrichting en snelheid. De plotting is berekend uit de dracht en de ballonhoogte. Azimut en plotting werden daarna gebruikt om de meetpunten op een pooldiagram uit te zetten. Daarna werden op het pooldiagram de windsnelheid en windrichting opgemeten zonder vooraf de punten te rangschikken. De gemeten windsnelheid werd vervolgens grafisch tegen de hoogte uitgezet (grafiek 1). Daarna werd uit de vrije hand een kromme getrokken door de meetpunten en werden de daarbij behorende windsnelheden afgelezen en in tabel IV genoteerd. Indien men veronderstelt, dat de fouten bij deze radar, wat azimut en elevatie betreft, van dezelfde orde zijn als bij een

S.C.R. 658 radar, dan kan voor het bepalen van de middelbare fout m_v tabel III of figuur 18 worden gebruikt. Daartoe is in deze figuur de "meridionale" ballonbaan getekend. Ter weerszijden van de vloeiende kromme zijn de middelbare fouten $2 m_v$ uitgezet. Dit zijn niet de maximale fouten maar de met de sinus van de hoek tussen voerstraal en ballonbaan vermenigvuldigde waarden m_v^{max} . De maximale waarden gelden namelijk voor een loodrecht op de observatierichting drijvende ballon, terwijl uit (4.11) volgt dat in een wille-

keurige richting de maximale waarden met de sinus van genoemde hoek vermenigvuldigd moeten worden. De hoek kan in het pooldiagram worden opgemeten. Na het uitzetten van de waarden $2 m_v$ ontstaat een $2 m_v$ band waarbinnen de meetpunten rond de (v, h) kromme verspreid liggen. Men krijgt de indruk dat de theorie hier voldoende wordt bevestigd.

Tabel IV

Bewerking pilot waarnemingen

Oplating no: 58

Station : M

Datum: 9 november 1954

Tijd : 2100 G.M.T.

Loodsballon gepeild met SA-2 radar

minuut	azimut	dracht in yards	hoogte	plotting mm (1 mm=1 m/sec)	richting	snelheid	
						na gladstrijken	voor gladstrijken
1			250				
2	093	3200	500	48			
3	093	4100	750	61	273	12	12
4	092	4700	1000	70	267	10	10
5	091	5300	1250	78	262	9.5	8
6	090	6000	1500	88	262	9	10
7	090	6600	1750	96	260	8.5	7.8
8	088	7000	2000	101.5	231	8.5	6
9	082	7500	2250	108	212	8.5	12.5
10	078	8000	2500	114.5	212	9	9.5
11	076	8400	2750	119.5	210	9	6.5
12	072	9000	3000	127.5	213	9.5	12
13	069	9500	3250	134	203	10	9.5
14	067	10000	3500	140.5	203	10.5	8.5
15	063	10500	3750	147	191	11	11.8
16	060	11200	4000	157	197	12	13.5
17	057	11900	4250	166	194	13	12
18	053	12600	4500	176.5	188	13.5	15.2
19	049	13200	4750	185	175	14	15
20	046	13800	5000	193	175	14.5	12.7
21	043	14600	5250	204.5	182	15.5	15.5
22	040	15500	5500	217.5	182	17	16.5
23	037	16700	5750	235.5	185	20	21.5
24	032	17700	6000	250	175	21.5	26
25	030	19000	6250	270	175	24	23.5
26	028	20400	6500	291	177	25.5	28
27	025	21900	6750	314	172	27	27
28	024	23600	7000	339.5	180	27.5	29
29	022	25300	7250	365.5	184	28	26
30	020	26900	7500	390	179	28.5	26
31	018	28900	7750	417.5	173	28.5	-

2. Theodolietwaarnemingen

Theodolietwaarnemingen behoren tot de klasse van (h, ε) metingen. Men kan dus de theorie toepassen, die tot uitdrukking komt in de uitdrukkingen (4.5) en (4.6). Bij een theodoliet zijn de middelbare fouten van de elevatie en het azimut van de orde van 0.1° . Veronderstelt men $m_h = 0$, dan wordt het resultaat te gunstig. De extreme waarden (6.8) en (6.3) doorkruisen elkaar niet, omdat $m_v^{extr.1} = m_v^{max.}$ en $m_v^{extr.2} = m_v^{min.}$

In tabel V staan de maximale middelbare fouten als functie van d en h .

Tabel V
 $m_v^{max.}, (h, \varepsilon)$ meting, in kts

30	1.2	1.4	1.4	2.4	3.4	4.6	6.2	8.0	10.0	12.4	15.0	18.0	21.0	24.6	28.2	32.4
20	0.8	1.0	1.6	2.6	4.2	6.0	8.2	11.0	14.0	17.6	21.4	25.8	30.6	35.8	41.4	47.6
10	0.4	0.8	2.0	4.0	7.0	10.6	15.2	20.6	27.0	37.4	41.8	50.6	60.0	70.4	81.6	93.6
0	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)
h in km																
d in km	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150

Figuur 19 geeft dit resultaat grafisch weer.

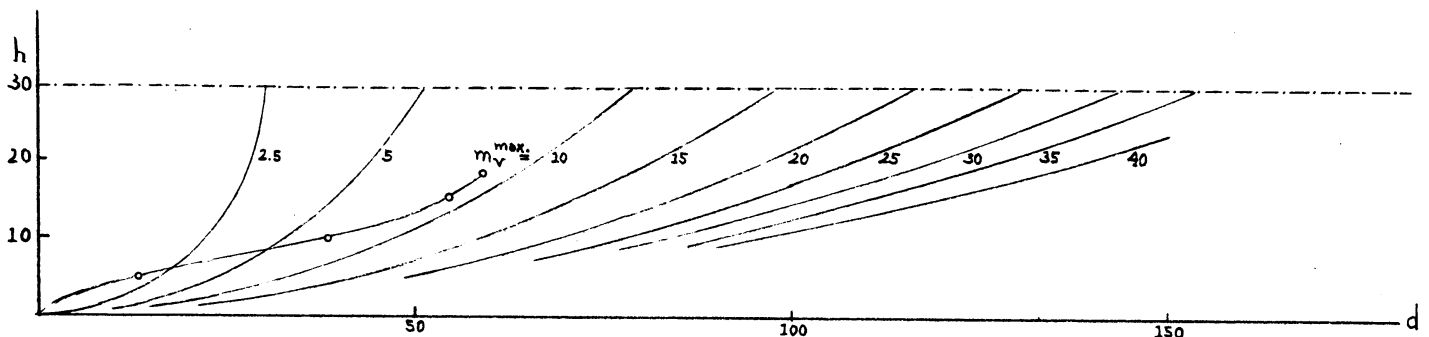


fig. 19

Een meting uit de praktijk

Een peiling van een radiosonde met een Ascania theodoliet te De Bilt op 14 april 1955.

De opstijging ging tot ruim 18 km en de wind vertoont een overigens niet zo hoog maximum van ongeveer 70 kts. De tropopause bevindt zich op ongeveer 10 km hoogte. In tabel VI staan azimut, elevatie, hoogte, de uit de laatste twee berekende plotting ($1 \text{ mm} = 1 \text{ m/sec}$), stijgsnelheid, windrichting en windsnelheid. Azimut en plotting werden gebruikt om de meetpunten op een pooldiagram in te zetten. Daarna werden de windsnelheden opgemeten zonder vooraf de punten wat beter te rangschikken. De windsnelheden werden daarna grafisch tegen de hoogte uitgezet (grafiek 2). Door de punten werd uit de vrije hand een vloeiende kromme getrokken. De bij

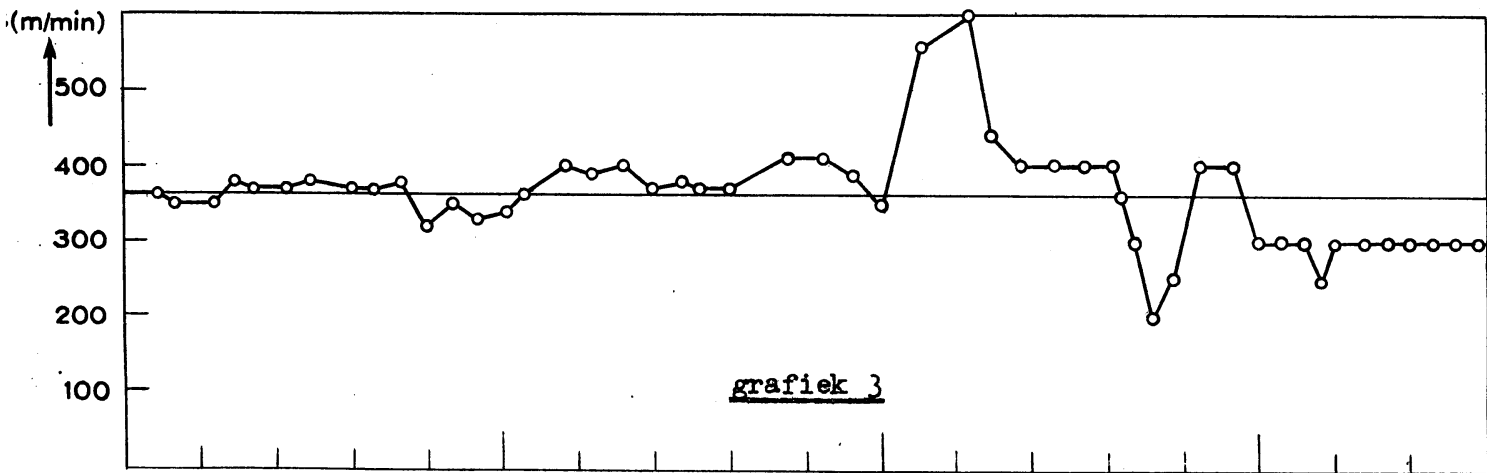
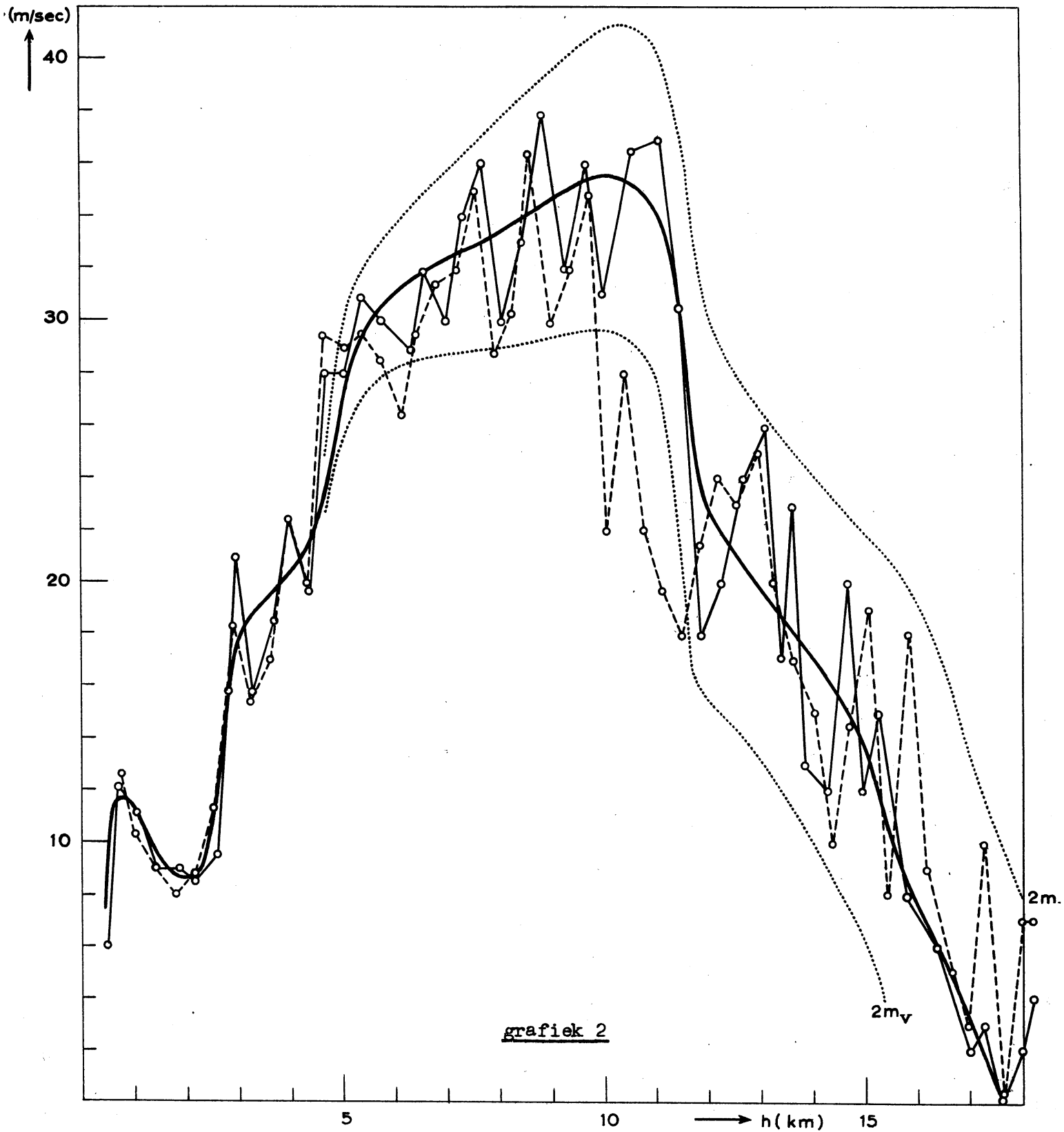
Tabel VI

Bewerking pilot waarnemingen
Oplating no: 336
Station : De Bilt

Datum: 14 april 1955
Tijd : 14.45

Radioonde gepeild met Ascania theodoliet

minuut	azimut	elevatie	hoogte m	stijgsnelh. m/min	plotting (mm)	richting	snelheid	
							na gladstrijken	voor gladstrijken
1	181.5	45.2	360	360	6	357	6	6
2	193.2	33.3	710	350	18	020	12	12
3	200.0	32.4	1060	350	28	034	11	11
4	203.0	33.0	1440	380	37	034	9	9
5	204.6	33.6	1810	370	45.5	034	8	9
6	206.5	33.8	2180	370	54.2	034	8.5	8.5
7	208.0	32.7	2560	380	64.2	034	11	9.5
8	207.9	29.8	2930	370	85.2	028	17	21
9	207.5	28.6	3300	370	100.2	025	19	15.5
10	207.3	27.3	3680	380	119.0	025	19.5	18.5
11	207.2	25.4	4000	320	142.0	027	20	22.5
12	207.4	24.3	4350	350	160.0	027	21.5	18
13	206.0	22.5	4680	330	188.0	024	23	28
14	206.6	21.1	5020	340	216	024	25	28
15	204.6	20.1	5390	370	246	016	29	31
16	203.3	19.3	5790	400	275	016	30.5	30
17	202.6	18.7	6180	390	304	016	31.5	29
18	202.1	18.1	6580	400	336	016	32	32
19	201.1	17.5	6950	370	366	013	32	30
20	200.9	17.0	7330	380	400	013	32.5	34
21	200.2	16.4	7700	370	435	011	33	36
22	199.6	16.1	8070	370	465	011	33.5	30
23	199.1	15.8	8460	390	498	011	34	33
24	198.5	15.4	8870	410	536	010	34.5	38
25	198.1	15.2	9260	410	568	010	35	32
26	197.9	14.9	9650	390	604	010	35.5	36
27	197.3	14.7	10000	350	634	010	35.5	31
28	196.8	14.7	10560	560	670	010	35	36.5
29	196.6	14.6	11060	600	708	010	34	37
30	196.4	14.6	11500	440	738	010	30	30
31	196.4	14.7	11900	400	758	010	24	18
32	196.1	14.8	12300	400	778	010	22	20
33	195.8	14.8	12700	400	802	007	21	24
34	195.3	14.8	13100	400	828	007	20	26
35	195.0	14.8	13400	300	845	003	19	17
36	194.7	14.7	13600	200	865	003	18.5	23
37	194.5	14.8	13850	250	878	003	17.5	13
38	194.5	14.9	14250	400	890	003	16.5	12
39	194.5	15.0	14650	400	910	003	15	20
40	194.4	15.2	14950	300	920	008	14	10
41	193.8	15.3	15250	300	929	008	11	15
42	193.8	15.4	15550	300	940	008	10	11
43	194.0	15.6	15800	250	948	008	9	8
44	194.0	15.7	16100	300	955	008	7	7
45	194.1	15.9	16400	300	961	008	6	6
46	194.1	16.1	16700	300	965	008	4	4
47	194.1	16.4	17000	300	967	008	2	2
48	193.9	16.6	17300	300	969	008	2	3
49	193.9	16.9	17600	300	969	008	1	0
50	194.0	17.1	17900	300	970	008	1	2
51	194.1	17.3	18180	280	972	008	1	4



deze kromme behorende snelheden werden afgelezen en in tabel VI genoteerd. Er bleken in de grafiek enkele grote pieken voor te komen, die toe te schrijven waren aan een foutieve berekening van de plotting. Deze fouten zijn van subjectieve aard en zijn daarom uit de grafiek verwijderd. Omdat de ballon vrijwel in observatierichting wegdrijft, kan m_v^{\max} uit tabel V of uit figuur 19 gehaald worden, nadat de "meridionale" ballonbaan is getekend. Ter weerszijden van de vloeiende kromme in grafiek 2 werden de waarden $2 m_v^{\max}$ uitgezet. Zo vindt men een $2 m_v$ band waarbinnen de meetpunten verspreid liggen. Men kan uit de hoogteverschillen de stijgsnelheid berekenen. De stijgsnelheid is grafisch tegen de hoogte uitgezet (grafiek 3). Op grote hoogte, boven de tropopause, treden grote afwijkingen van de stijgsnelheid t.o.v. de gemiddelde stijgsnelheid op. Deze fluctuaties in stijgsnelheid introduceren geen nieuwe foutenbron. Zouden deze fluctuaties niet of niet in die mate bestaan als uit de hoogteverschillen bepaald wordt, dan zouden de punten anders verspreid komen te liggen, maar steeds in een daarbijbehorende $2 m_v$ band.

De windsnelheid is daarom ook berekend, als een constante stijgsnelheid van 360 m/min wordt genomen, overeenkomende met een gemiddelde stijgsnelheid over de eerste 10 km. Het nieuwe snelheidsprofiel is ook in grafiek 2 weergegeven. In het eerste gedeelte, beneden 10 km hoogte, wordt het oorspronkelijke snelheidsprofiel goed gevolgd, daarna treden verschuivingen op die systematisch zijn. Op het nieuwe snelheidsprofiel worden de toevallige fouten gesuperponeerd, die binnen een $2 m_v$ band komen te liggen, welke weer met tabel V of met figuur 19 bepaald kan worden. De systematische fout kan aanzienlijk zijn. Op 10500 meter b.v. 20 kts !

7. Extremen bij de middelbare fout in de windrichting

In de uitdrukkingen (4.6) (4.9) en (4.12) komt φ in de combinaties $\varphi - \alpha_i$ als parameter voor. Men kan trachten de extremen na te gaan als functie van $\varphi - \alpha_i$

Een maximale fout voor m_φ kan niet worden aangegeven omdat met $v \rightarrow 0$ α onbepaald wordt. Doordat ook v een functie is van $\varphi - \alpha_i$ wordt een minimale waarde van m_φ bereikt bij tussen de hoofdrichtingen gelegen waarden van $\varphi - \alpha_i$. Alleen wanneer de coëfficiënten van de term met $\sin^2(\varphi - \alpha_i)$ als factor, in (4.6) (4.9) en (4.12) positief zijn, kan m_φ^{\min} bepaald worden. m_φ wordt dan minimaal, als de teller minimaal wordt, m.a.w. als $\sin(\varphi - \alpha_i) = 0$ $\varphi - \alpha_i = 0$ of π en de noemer tegelijkertijd maximaal wordt: $\cos(\varphi - \alpha_2) = 1$ $\varphi - \alpha_2 = 0$ en $\cos(\varphi - \alpha_1) = -1$ $\varphi - \alpha_1 = \pi$ of omgekeerd. Dit gebeurt als de ballon door het zenith gaat. Omdat in dit geval $v = \frac{\sum d_i}{\tau}$, wordt de minimale waarde:

$$m_{\varphi}^{\text{min.}} = \frac{m_{\varepsilon} \sqrt{\sum_{i=1}^2 \mu^2 d_i^2}}{\sum_{i=1}^2 d_i} \approx \frac{1}{2} \sqrt{2} m_{\alpha} = 0.7 m_{\alpha}$$

8. Opmerkingen

Het bovenstaande betoog had betrekking op de toevallige fouten met de middelbare fout als maatgevende factor. Hierbij is stilzwijgend een aantal veronderstellingen gemaakt, die nader dienen te worden toegelicht.

De theorie geldt alleen, als in gedachten met hetzelfde instrumentarium het gegeven windprofiel een groot aantal malen gemeten wordt. In de praktijk treedt bij een afzonderlijke meting de complicatie op, dat de middelbare fouten m_v en m_{φ} voor opvolgende waarden van v en φ negatief gecorreleerd zijn, omdat twee opvolgende metingen van v en φ geschieden met twee samenvallende meetpunten. Voorts moeten de middelbare fouten m_{ε} , m_{α} , m_r en m_h vooraf uit een groot aantal experimentele metingen bepaald worden. Deze middelbare fouten kunnen gevonden worden door te meten bij alle argumentwaarden binnen het meetbereik. Zou men de middelbare fouten voor afzonderlijke waarden van het argument bepalen dan zouden de fouten m_{ε}' m_{α}' functies kunnen zijn van deze argumenten. Bij radar b.v. is m_{ε}' afhankelijk van ε , doordat de hoofdbundel een speciale vorm heeft, die van de elevatiehoek afhangt! Toch zou men de theorie dan kunnen toepassen door m_{ε}' m_{α}' etc. te majoreren, waardoor het theoretische resultaat een te ongunstig beeld geeft. Mochten de middelbare fouten m_{ε}' m_{α}' functies zijn van ε en of andere argumenten α, \dots dan gaat de theorie niet meer op, doordat de argumenten niet meer onafhankelijk van elkaar zijn.

Verder is het mogelijk dat in m_{α} , m_{ε} , etc. de dode gang als foutenbron voorkomt. Bij de waarneming moet dan op elk tijdstip het instrumentarium ontregeld zijn. Is hiervan geen sprake, dan zijn bij gedeelten van de waarneming de middelbare fouten kleiner dan verondersteld was. Op het moment dat het instrumentarium ontregeld raakt, treedt de veronderstelde middelbare fout op, waarin de dode gang wel voorkomt. Het spoor van de ballon vertoont dan sprongen, die zich in het snelheidsprofiel en het profiel voor de windrichting door pieken manifesteren. Ogenscheinlijk is de fout dan kleiner dan de theorie doet vermoeden, maar m.i. is het dan niet gewettigd te beweren, dat de fouten dan toch wel meevallen.

Uit de berekeningen volgt dat de fouten aanzienlijk worden als de ballon ver weg drijft. De grootste fouten zullen dan ook optreden bij metingen van de hoogtewind boven straalstromen.

De vraag rijst of door bepaalde ingrepen de fouten niet verkleind zouden kunnen worden. Hierop wordt in de volgende paragraaf ingegaan.

9. Middelen om de middelbare fouten te verkleinen

Om de invloed van de hoogte van de ballon, de windsnelheid, stijgsnelheid en het tijdsinterval op de middelbare fouten na te gaan brengen we de uitdrukkingen (4.5) (4.8) en (4.11) resp. (4.6) (4.9) en (4.12) op een andere vorm.

Stel namelijk $d = \bar{v}_r (h) t$ en $h = \bar{S} (h) t$ waarbij $\bar{v}_r (h)$ de gemiddelde radiale snelheidscomponent tot een hoogte h voorstelt en $\bar{S} (h)$ de gemiddelde stijgsnelheid tot een hoogte h . Substitutie van deze uitdrukkingen in (4.6) (4.9) etc. leidt tot de uitdrukkingen:

$$\underline{(h, \varepsilon) \text{ meting } m_v} = \frac{m\varepsilon}{\tau} \sqrt{\sum_{i=1}^2 \left[h_i^2 \left\{ \frac{\mu^2 \bar{v}_r^2}{\bar{S}^2} \sin^2(\varphi - \alpha_i) + \left(1 + \frac{\bar{v}_r^2}{\bar{S}^2}\right) \sin^2(\varphi - \alpha_i) \right\} + \lambda^2 \frac{\bar{v}_r^2}{\bar{S}^2} \cos^2(\varphi - \alpha_i) \right]}$$

$$\underline{(r, \varepsilon) \text{ meting } m_v} = \frac{m\varepsilon}{\tau} \sqrt{\sum_{i=1}^2 \left[h_i^2 \left\{ \frac{\mu^2 \bar{v}_r^2}{\bar{S}^2} \sin^2(\varphi - \alpha_i) + 1 \right\} + \frac{\nu^2}{1 + \frac{\bar{S}^2}{\bar{v}_r^2}} \cos^2(\varphi - \alpha_i) \right]}$$

$$\underline{(h, r) \text{ meting } m_v} = \frac{m\varepsilon}{\tau} \sqrt{\sum_{i=1}^2 \left[\frac{h_i^2 \mu^2 \bar{v}_r^2}{\bar{S}^2} \sin^2(\varphi - \alpha_i) + \left\{ \nu^2 + \frac{\bar{S}^2}{\bar{v}_r^2} (\nu^2 + \lambda^2) \right\} \cos^2(\varphi - \alpha_i) \right]}$$

De uitdrukkingen voor $v m_\varphi$ verschillen met deze alleen door een verwisseling van de factoren $\sin^2(\varphi - \alpha_i)$ en $\cos^2(\varphi - \alpha_i)$.

De uitdrukkingen leren dat de middelbare fouten m_v en $v m_\varphi$

- 1e met de ballonhoogte toenemen
- 2e met het tijdsinterval evenredig afnemen
- 3e met de gemiddelde radiale windsnelheid toenemen uitgezonderd bij een (h, r) meting
- 4e met de gemiddelde stijgsnelheid afnemen, uitgezonderd bij een (h, r) meting

Indien $\lambda = 0$ $\nu = 0$, dan gelden de punten 3 en 4 ook bij een (h, r)meting.

De middelbare fouten kunnen dus worden verkleind door het tijdsinterval tussen twee opvolgende waarnemingen te vergroten of de stijgsnelheid van de ballon te vergroten (uitgezonderd bij een (h, r) meting). Een nadeel is dat de windsnelheid en windrichting dan over een dikkere luchtlag gemiddeld worden. Vergroot men het tijdsinterval τ , dan neemt ook de partiële fout m_v^t ten gevolge van een fout in de tijdmeting af.

10. Systematische fouten

Reeds uit het tweede voorbeeld van paragraaf 6 is gebleken, dat grote systematische fouten in de windsnelheid mogelijk zijn. Deze systematische fouten zijn vooral een gevolg van de systematische fouten in ballonhoogte h en dracht r .

Bij een radiosonde wordt deze fout voornamelijk veroorzaakt door een systematische fout in de barometer.

Bij een loodsballon door een afwijking tussen de werkelijke stijgsnelheid en de veronderstelde constante stijgsnelheid. Dergelijke afwijkingen treden aan de dag, als atmosferische invloeden werkzaam zijn (turbulentie, op en neerwaartse luchtstromingen, scherpe verandering van de temperatuurgradiënt met de hoogte bij inversies en bij de tropopause, straling, etc.)

Het tweede voorbeeld toonde deze systematische fouten overduidelijk aan.

De systematische fout in de dracht wordt vermoedelijk veroorzaakt doordat de tijdbasis niet altijd lineair is en afhankelijk is van insteltijd, temperatuur etc.

De systematische fouten in de hoogte h en dracht r zullen in het algemeen functies zijn van h resp. r , maar over de orde van grootte van deze fouten is vrijwel niets bekend. Om echter een indruk te krijgen, hoe groot deze fouten kunnen worden, zullen we een speciaal geval onder de loupe nemen.

Stel dat de systematische fouten in de hoogte h en dracht r evenredig zijn met h en r :

$$M_h = \rho h, \quad M_r = \rho r$$

Bewezen zal worden dat in dit geval ook de systematische fout in d met d evenredig is: $M_d = \rho d$.

Men toont dan gemakkelijk aan dat er geen systematische fout in de windrichting optreedt, wel een in de snelheid, namelijk

$$M_v = \rho v$$

Bewijs. Neemt men in de differentiaalvorm (3.1) de termen met d_i tezamen dan vindt men:

$$M_v = \frac{1}{c} \left\{ -\cos(\varphi - \alpha_1) M_{d_1} + \cos(\varphi - \alpha_2) M_{d_2} \right\}$$

of

$$M_v = \frac{\rho}{c} \left\{ -d_1 \cos(\varphi - \alpha_1) + d_2 \cos(\varphi - \alpha_2) \right\}$$

en dit is volgens (2.10):

$$M_v = \frac{\rho}{c} v c = \rho v \tag{10.1}$$

Neemt men in de differentiaalvorm (3.2) de termen met d_i tezamen dan wordt:

$$M_\varphi = \rho \left\{ \frac{\sin(\varphi - \alpha_1) d_1 - \sin(\varphi - \alpha_2) d_2}{\sqrt{r}} \right\}$$

en dit wordt volgens (2.2):

$$M_\varphi = 0$$

Beschouw nu de metingen afzonderlijk

(h, ε)meting

$$\text{Volgens (4.1) is } M_d = \cotg \varepsilon \cdot M_h = \rho \cotg \varepsilon h = \rho d$$

(r, ε)meting

$$\text{Volgens (4.7) is } M_d = \cos \varepsilon M_r = \rho r \cos \varepsilon = \rho d$$

(r, h)meting

$$\text{Volgens (4.10) is } M_d = \frac{M_r}{\cos \varepsilon} - \tg \varepsilon M_h = \rho \left(\frac{r}{\cos \varepsilon} - h \tg \varepsilon \right) = \rho d$$

Bij alle drie meetmethoden is de systematische fout M_d dus evenredig met d . Volgens (10.1) is de relatieve systematische fout dus gelijk aan :

$$\frac{M_v}{v} = \rho$$

In tabel VII is vooreen aantal snelheden en een aantal percentages ρ de systematische fout M_v vermeld.

Tabel VII

M_v in kts

20	0	10.0	20.0	30.0
10	0	5.0	10.0	15.0
5	0	2.5	5.0	7.5
1	0	0.5	1.0	1.5
ρ in %				
v in kts	0	50	100	150

Behalve dat de windsnelheid systematisch te laag of te hoog wordt, wordt de windsnelheid ook op een foutieve hoogte opgegeven. In het algemeen is de systematische fout in de dracht bij een loodsballonwaarneming kleiner dan de systematische fout in de hoogte. Men kan dan bij een (r, ε) en (r, h)meting de evenredigheids factor ρ uit $M_r = \rho r$ in de berekening door zijn majorant ρ vervangen. Bij deze metingen is dan de relatieve snelheidsfout kleiner dan ρ .

Een belangrijke systematische fout wordt veroorzaakt door de aardkromming. Deze kan bij krachtige straalstromen aanleiding geven tot fouten in de windsnelheid van 15 %. In Amerika is hieraan door Clenn, Colson en Harrison [4] en Gustafson [5] gerekend. Deze berekeningen betreffen een (h, ϵ) meting.

11. Conclusie

De berekeningen van toevallige en systematische fouten bij hoogtewindmetingen, hebben aangetoond dat de toevallige fouten aanzienlijk kunnen worden voor ver afdrijvende ballons. Boven de as van straalstromen zijn de metingen dan ook dikwijls onbetrouwbaar. Systematische fouten kunnen eveneens aanzienlijk zijn, ook op lage ballonhoogte. Vooral bij (h, r) en (h, ϵ) metingen van loodsballons is te verwachten dat door grote afwijkingen van de werkelijke stijgsnelheid in vergelijking met de veronderstelde stijgsnelheid systematische fouten van 20 kts en meer kunnen optreden (zie voorbeeld 2). Bovendien wordt de wind op een onjuiste hoogte bepaald. Beschouwingen betreffende windshear, maximum windsnelheid en variabiliteit van de wind kunnen dan tot verkeerde conclusies aanleiding geven.

Het zou interessant kunnen zijn met radar en een theodoliet in De Bilt metingen te doen, die de theorie kunnen bevestigen. Bovendien kan langs experimentele weg bepaald worden, welke meetmethode de voorkeur verdient.

Literatuur

- [1] Edwardes, H.N., 1952 Some measurements of velocity of high altitude winds at Sydney, N.S.W. Bull. Am. Met. Soc., 33, 56-59
- [2] Perlat, A., 1951 Note sur la précision des mesures par radiotheodolite. Acte Final du C.I.M.O. de la Réunion du O.M.M. - W.M.O. Zürich.
- [3] Ritsma H.J. 1950 An estimation of the accuracy of the speed-measurements of upper winds. Colloquium-verslag K.N.M.I.
- [4] Clenn, Le Roy H., Colson D., Harrison L.P., 1954 Corrections of upper level wind computations for effect of earth's curvature. Bull. Am. Met. Soc., 35 no 8.
- [5] Gustafson, A.F. 1954 The error in rawin computations due to neglecting the earth's curvature. Bull. Am. Met. Soc., 35 no 7.

Naschrift

Blijkens twee binnengekomen rapporten zijn op de Engelse weerscheepen gedurende twee tijdvakken namelijk van 1948 tot 1949 en van 1953 tot 1954 vergelijkingsproeven genomen met 277 P radarsets.

Bij het aflossen van de wacht werd vóór het vertrek van het afgeloste schip op beide schepen een (r, ε) peiling gedaan van een loodsballon. De metingen geschieden doorgaans bij kalme zee. Dracht, elevatie en azimut werden elke minuut gelijktijdig afgelezen en, na een correctie aangebracht te hebben voor de onderlinge posities van de schepen, werden o.a. de volgende resultaten gevonden. In het tweede tijdvak was de middelbare fout in azimut $\pm 0.4^\circ$ en de middelbare fout in elevatie 0.25° . Voorts was de middelbare fout in de dracht 95 yards. De middelbare fouten in elevatie en azimut stemmen goed overeen met wat door Edwardes werd opgegeven voor een Australische radarset. 45 % van de metingen van de windsnelheid vertoont fouten van 0 - 4 knots, 89 % fouten van 0 - 14 knots en 11 % meer dan 14.5 knots (voornamelijk op grote hoogte). De grootste fout was 50 knots op 30.000 feet. Door deze uitkomsten wordt de theorie min of meer bevestigd.

Voorts is een voorlopige specificatie binnengekomen van een "Decca windfinding radarset", waarin o.a. middelbare fouten in azimut en elevatie van $\pm 0,13^\circ$ worden opgegeven. De maximale dracht is bij deze radar ongeveer 100 km. Op grond van deze gegevens werden de fouten in windsnelheid berekend bij een (h, ε) (r, ε) en (r, h) meting, weer in de veronderstelling, dat de middelbare fouten in de dracht en hoogte te verwaarlozen zijn. Het resultaat geeft dus een te gunstig beeld. In de tabellen VIII, IX en X staan de maximale middelbare fouten als functie van de hoogte h en de horizontale afstand d .

Uit deze tabellen blijkt, dat de fouten in het werkingsgebied nu meevallen, vooral bij een (r, ε) en (h, ε) meting. Fouten van meer dan 10 knots treden alleen op bij lage elevatiehoeken en ver afdrijvende ballons bij een (h, ε) meting. Bij de andere meetmethoden blijft de fout in het gehele werkingsgebied ruim beneden 10 knots!

Tabel VIII

Maximale middelbare fout in windsnelheid bij een (h, ε) meting (in kts)

30	1.6	1.7	2.0	3.1	4.4	6.0	8.0	10.4	13.0	16.1	19.5
20	1.0	1.1	1.3	2.0	2.9	4.0	5.4	6.9	8.7	10.8	13.0
10	0.5	0.6	0.7	1.0	1.5	2.0	2.7	3.5	4.3	5.4	6.5
0	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)	(∞)
h in km											
d in km	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Tabel IX

Maximale middelbare fout in windsnelheid bij een (r, ϵ)meting (in kts)

30	1.6	1.6	1.6	1.6	2.1	2.7	3.2	3.8	4.3	4.8	5.4
20	1.2	1.2	1.2	1.6	2.1	2.7	3.2	3.8	4.3	4.8	5.4
10	0.5	0.5	1.2	1.6	2.1	2.7	3.2	3.8	4.3	4.8	5.4
0	0	0.5	1.2	1.6	2.1	2.7	3.2	3.8	4.3	4.8	5.4
h in km											
d in km	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Tabel X

Maximale middelbare fout in windsnelheid bij een (r, h)meting (in kts)

	0	0.5	1.2	1.6	2.1	2.7	3.2	3.8	4.3	4.8	5.4
d in km	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100