

# Syllabus Fysische Meteorologie I

H.R.A. Wessels

Technische rapporten; TR-140

de bilt 1991

publicatienummer: Technische rapporten; TR-140 (FM)

postbus 201  
3730 AE de bilt  
wilhelminalaan 10  
tel. (030) 206 911  
telex 470 96

Afdeling Fysische Meteorologie

UDC: (075) 551.558  
551.511.33 551.574.1  
551.521 551.576

ISSN: 0169-1708

ISBN: 90-369-2010-8

© KNMI, De Bilt. Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd en / of openbaar gemaakt worden door middel van druk, fotocopie, microfilm, of op welke wijze dan ook zonder voorafgaande schriftelijk toestemming van het KNMI.

## SYLLABUS FYSISCH METEOROLOGIE I

### Inleiding.

Dit dictaat is bedoeld voor de opleiding van hoofdweerkundigen. Het is tussen 1984 en 1988 op het KNMI gebruikt bij de Uitgebreide Vakopleiding Meteorologie (UVM). Het hoofdvak Fysische Meteorologie is bij die opleiding gesplitst in twee vakken. In het onderdeel II wordt de Grenslaagmeteorologie behandeld, in dit deel I komen de onderwerpen straling, thermodynamica, verticale transporten en wolkenfysica aan bod.

Het hoofdvak is bedoeld als theoretische ondersteuning bij het praktisch onderricht van weersverwachting-methodieken. Omdat bij de praktijk-hoofdvakken het 'Handbook of weather forecasting' (UK Met.Office, 1975) gevolgd wordt, is daar herhaaldelijk naar verwezen. De syllabus kan echter ook afzonderlijk gebruikt worden. Naast deze beknopte syllabus kan eventueel verdere lees- of oefen-stof gevonden worden uit de volgende literatuurlijst. Van W.N.Lablans werden waardevolle opmerkingen over deze tekst ontvangen.

H.R.A.Wessels,  
(eerste versie: 1986, herzien: 1990)

### Literatuur.

- |                          |   |
|--------------------------|---|
| J.M.Wallace, P.V.Hobbs   | 1977 Atmospheric Science, an Introductory Survey. Academic Press, New York. |
| J.V.Iribarne, H.R.Cho    | 1980 Atmospheric Physics. Reidel, Dordrecht.                                |
| D.H.McIntosh, A.S.Thom   | 1981 Essentials of Meteorology. Taylor & Francis, London.                   |
| H.G.Houghton             | 1985 Physical Meteorology MIT-press, Cambridge Mass.                        |
| J.V.Iribarne, W.L.Godson | 1984 Atmospheric Thermodynamics. Reidel, Dordrecht.                         |
| R.R.Rogers               | 1976 A Short Course in Cloud Physics. Pergamon, Oxford.                     |
| F.H.Ludlam               | 1980 Clouds and Storms. Pennsylvania State Univ. Press.                     |

1. STRALING IN DE ATMOSFEER

Zonnewarmte is de energiebron, die -direct of indirect- de atmosferische processen aandrijft. De temperatuurverdeling op aarde wordt vervolgens gereguleerd door stromingen in de oceanen en de atmosfeer. Welke rol spelen bij dit laatste de stralingseigenschappen van wolken? (Zie Handbook 17.1-17.3)

Veel van onze metingen in de atmosfeer berusten op het gebruik van straling: visueel, radar, satellieten. Hoe werkt een en ander?

1.1. Stralingseenheden en stralingswetten.

Electromagnetische straling vertegenwoordigt een hoeveelheid energie. De hoeveelheid straling, die een bron verlaat (of wordt ontvangen) kan dus worden uitgedrukt in de eenheid  $W(\text{att}) = J(\text{oule})/s$ . Stralingsbronnen zenden soms het meeste uit in een bepaalde richting. Ze zijn dan niet 'isotroop'. Het is dus zinvol om de stralingsintensiteit per eenheid van ruimtehoek (steradiaal; hele ruimte is  $4\pi$  ster.) te specificeren. Zowel bij uitzenden als ontvangst kan nog de stralingsdichtheid per eenheid van oppervlakte gedefinieerd worden (Fig.1.1).

Een bijzondere stralingsdetector is het menselijk oog. De subjectieve eenheid 'lumen', die daarbij gebruikelijk is, vertegenwoordigt 0.00147 W bij de maximale ooggevoeligheid (geel licht met golflengte 0.556  $\mu\text{m}$ ). Als voorbeeld kan een 40 W gloeilamp genoemd worden: slechts 10% wordt in de vorm van zichtbaar licht uitgezonden en bij afwezigheid van een bundelende reflector betekent dit 0.7 W/ster of, in lichteenheden, 400 lm/ster.

De belangrijkste eenheden zijn in de volgende tabel genoemd, waarbij zij opgemerkt, dat lm/ster ook wel 'candela' genoemd wordt.

<u>radiometrie</u> (objectief)		<u>fotometrie</u> (subjectief)		
	warmtestroom	W (watt)	lichtstroom	lm (lumen)
	warmtestroomdichtheid	W/m	verlichtingssterkte	lux=lm/m <sup>2</sup>
bron	stralingsintensiteit	W/ster	lichtintensiteit	lm/ster
	radiantie	W/ster/m <sup>2</sup>	lichtsterkte	lm/ster/m <sup>2</sup>

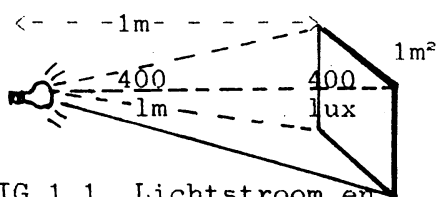


FIG.1.1. Lichtstroom en verlichtingssterkte.

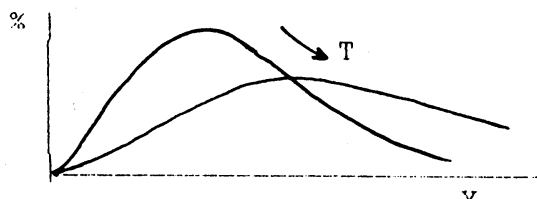


FIG.1.2. 'Snelheids'-verdeling van moleculen.

Straling wordt uitgezonden door alle materie en houdt verband met de energie van de bewegingen en de trillingen van moleculen en electronen. Als voorbeeld kunnen we de kinetische energie  $mv^2/2$  van de moleculen noemen. Moleculen hebben uiteenlopende snelheden. Via onderlinge botsingen stelt zich als evenwicht de snelheidsverdeling volgens Maxwell in (Fig.1.2). Wat wij 'temperatuur' noemen staat in relatie met de gemiddelde waarde van de moleculaire energie. Verschuiving van de verdeling in Fig.1.2 naar grotere snelheden betekent temperatuurstijging. De moleculaire energie is evenredig met

de absolute temperatuur  $T$ . Een maatstaf voor deze energie is dus  $kT$ , waarin  $k=1.381 \cdot 10^{-23}$  J/K de constante van Boltzmann is. Er bestaat een voortdurende energie-overdracht tussen straling en moleculaire energie. Absorptie van straling zorgt voor extra beweging van moleculen. Tezelfdertijd verzorgt de materie emissie van straling, waarbij de stralingsenergie aan de moleculen onttrokken wordt. In de evenwichtstoestand behoudt de materie zijn temperatuur en is de emissie van straling even groot als de absorptie. Belangrijk is nog de kwantitatieve relatie tussen straling en moleculaire energie: naarmate de overgedragen energie groter is wordt de corresponderende straling groter in frequentie en dus lager in golflengte  $\lambda$ . De energiemaat voor straling is  $h \cdot \text{frequentie}$ , waarin  $h=6.626 \cdot 10^{-34}$  Js de constante van Planck is. De snelheid van voortplanting  $c$  van de straling is steeds  $c=\text{frequentie} \cdot \lambda = 3 \cdot 10^8$  m/s. Bij emissie houdt de energie-verdeling over de verschillende golflengten verband met de mogelijke overdracht van energie door moleculen en daardoor ook met de temperatuur. Hierbij geldt de wet van Planck (Fig.1.3):

$$E \text{ (W/m}^2 \text{ per m)} = \frac{hc^2\lambda^{-5}}{\exp(hc/\lambda kT)-1} \quad (1.1)$$

Van praktisch belang is nog de golflengte waarbij de meeste energie wordt uitgezonden. Het maximum in de Planck-curve volgt uit differentieren van (1.1) naar  $\lambda$ :

$$\lambda(\text{max}) = hc/(5kT)/(1-1/\exp(hc/\lambda kT)) = 2898/T \quad (1.2)$$

met in de laatste numerieke benadering  $\lambda$  in  $\mu\text{m}$  en  $T$  in K. Dit is de wet van Wien. We zien onmiddellijk dat de maximale zonnestraling ( $T=6000$  K) bij  $0.5 \mu\text{m}$  ligt, juist de zichtbare straling. De aarde ( $T=290$  K) zendt ook straling uit en wel vooral rond  $10 \mu\text{m}$ . Dit onderscheid tussen zogenaamde kort- en langgolvlige straling is in de meteorologische praktijk erg belangrijk, te meer daar de bij een tussengelegen golflengte van ca.  $3 \mu\text{m}$  uitgezonden straling voor beide bronnen ver onder het betreffende maximum blijft, zodat de beide stralingsfluxen afzonderlijk berekend of gemeten kunnen worden (Fig. 1.3, onder). Evenzo is van praktisch belang de totale uitgezonden stralingsdichtheid, te verkrijgen door integreren van (1.1)

$$\int E d\lambda = 2\pi^5(kT)^4/(15c^2h^3) = \sigma T^4 \quad (1.3)$$

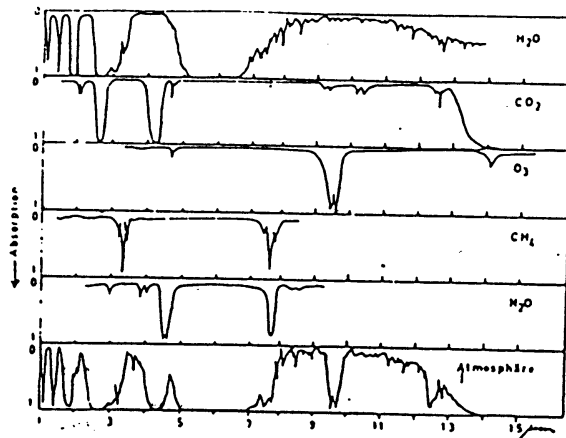
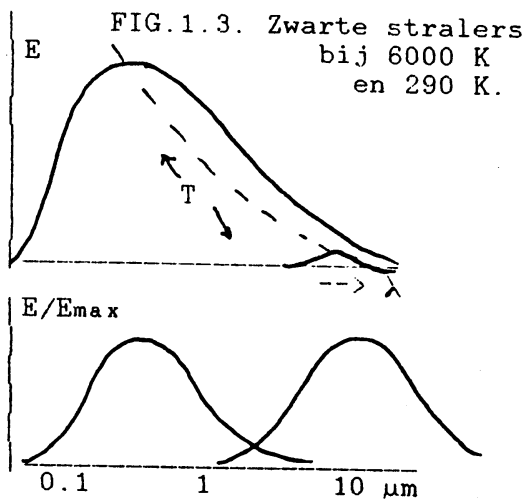


FIG.1.4. Transmissie van gassen.

waarin  $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2/\text{K}^4$ . Respectievelijk de wet en de constante van Stefan-Boltzmann. Als voorbeeld kunnen we nemen de emissie van  $1 \text{ m}^2$  aardoppervlak met  $T = 290 \text{ K}$ , die  $400 \text{ W}$  bedraagt.

Het voorgaande beschrijft de eigenschappen van zogenaamde zwarte stralers. Er zijn echter materialen, die vanwege de structuur van hun oppervlakte minder emitteren; bijvoorbeeld sneeuw in zichtbaar licht. De energie van (1.1) moet dan nog met een emissiecoëfficiënt  $\xi(\lambda)$  worden vermenigvuldigd.

In de meteorologie hebben we vaak te maken met de emissie, resp. absorptie van straling door ijle atmosferische gassen (Fig.1.4). Dan gebruiken we een emissiecoëfficiënt, die de stralingsenergie van  $1 \text{ m}^3$  gas beschrijft (zie 1.2). De moleculaire processen, die tot de straling bijdragen zijn i.h.a. omkeerbaar, zodat de emissie en absorptie voor een bepaalde golflengte gelijk zijn. De diverse atmosferische gassen absorberen bij specifieke golflengten. Zo absorbeert waterdamp in het langgolvlige (IR= infrarood) gebied vooral  $< 8 \mu\text{m}$  en  $> 12 \mu\text{m}$ , daartussen in een 'venster' rond  $10 \mu\text{m}$  de straling ongestoord doorlatend.

### 1.2. Stralingsevenwicht van een planeet met gasmantel.

Uit het voorgaande weten we de totale emissie van de zon (temperatuur  $T_z$ , straal  $R_z$ ), namelijk

$$4\pi R_z^2 \sigma T_z^4.$$

Op de afstand  $D_a$  bevindt zich de aarde en daar heeft de genoemde warmtestroom zich verdeeld over een bol met oppervlak  $4\pi D_a^2$ . Nabij de aarde bedraagt dus de stralingsflux van de zon

$$(R_z/D_a)^2 \sigma T_z^4 \quad (1.4)$$

De temperatuur van de buitenste lagen van de zon bedraagt  $6000 \text{ K}$  (in verband met absorptie is de effectieve temperatuur van de zon nog iets lager). Met de bekende astronomische gegevens (zie 1.5 en oefening 1) volgt dan voor (1.4)  $1400 \text{ W/m}^2$ , ook wel genoemd de 'zonneconstante'. Deze energie wordt door het dwarsoppervlak van de aarde  $\pi R_a^2$  ontvangen, maar uiteindelijk over het 4 keer grotere oppervlak van de aardbol verdeeld. Gemiddeld is de instraling van de zon dus 4 keer kleiner dan de maximale waarde, dus  $350 \text{ W/m}^2$  (Fig.1.5a).

Neem aan dat de aarde een bol zonder atmosfeer is, die een fractie  $r$  van de zonnestraling reflecteert. Men noemt de kortgolvlige reflectiecoëfficiënt  $r$  ook wel de 'albedo'.

Dan ontstaat evenwicht tussen enerzijds de per  $\text{m}^2$  inkomende zonnestraling, d.w.z.  $(1-r)/4$  keer het bedrag (1.4), en anderzijds met de uitstraling  $\sigma T_a^4$  van de aarde bij de 'evenwichtstemperatuur'  $T_a$ . Daaruit volgt:

$$(T_a/T_z)^2 = \sqrt{(1-r) R_z/(2D_a)} \quad (1.5)$$

Met de bekende waarde  $r = 0.3$  (gewogen gemiddelde van oppervlak en wolken) volgt dan  $T_a = 264 \text{ K}$ . Dit is blijkbaar een slechte benadering van de temperatuur van het aardoppervlak, maar zou niet misstaan als schatting van de gemiddelde temperatuur van de atmosfeer. Blijkbaar moeten de stralingsprocessen in de atmosfeer beter beschreven worden. Als volgende benadering (Fig.1.5b) vervangen we de atmosfeer door een dunne plaat met een emissiecoëfficiënt  $\xi$ . Dit betekent, dat van de uitstraling van het aardoppervlak een fractie  $\xi$  wordt ge-absorbeerd

(buiten het 10  $\mu\text{m}$  'venster') en een fractie  $(1 - \xi)$  wordt doorgelaten (in het venster). De emissie van de atmosfeer bedraagt in dit voorbeeld  $\xi \cdot \sigma T_1^4$  en wel zowel opwaarts als neerwaarts. Bij evenwicht moeten de fluxen buiten de atmosfeer en aan het aardoppervlak gelijk 0 zijn. Zo krijgen we twee vergelijkingen voor de twee onbekenden  $T_a$  en  $T_1$ .

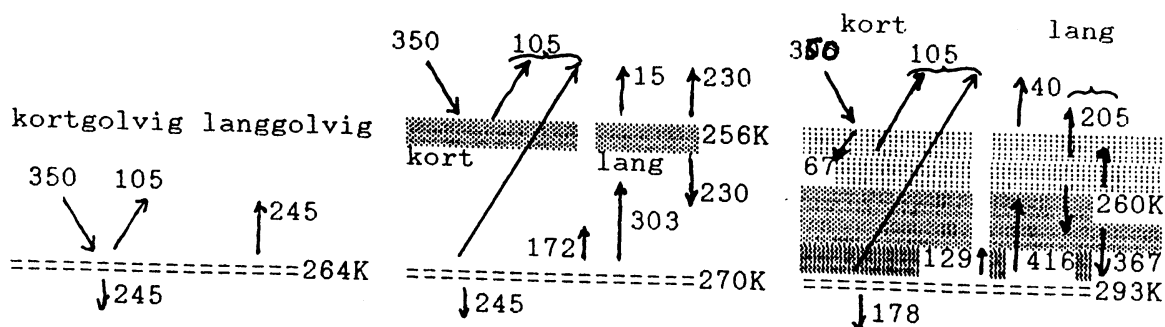


FIG. 1.5, a, b, c. Drie benaderingen van de aardse stralingsbalans ( $\text{W}/\text{m}^2$ ).

Bij aanwezigheid van een atmosfeer is er nog de complicatie, dat een deel van de kortgolvlige instraling op het aardoppervlak (zeg 70%) als warmte of verdampingswarmte aan de atmosfeer wordt overgedragen. Zo volgt

$$\begin{aligned} \sigma T_a^4 &= 245 \cdot (1 + 0.3) / (2 - \xi) & \text{en} \\ \sigma T_1^4 &= 245 \cdot (1 - 0.3 \cdot (1 - \xi)) / (2\xi - \xi^2) . \end{aligned} \quad (1.6)$$

Voor  $\xi = 0.95$  volgt  $T_a = 270 \text{ K}$  en  $T_1 = 256 \text{ K}$ . De verdienste van zo'n eenvoudig model is dat de bovenwaartse temperatuurafname in de troposfeer gedemonstreerd wordt. Bovendien kan zo op eenvoudige wijze het kwalitatieve effect van de waarde van  $\xi$  op de temperatuur van de aarde worden nagegaan.

In de echte atmosfeer met vele absorberende lagen is de bovenwaartse IR-emissie kleiner dan de benedenwaartse, omdat die emissies op hun beurt geabsorbeerd worden door tussengelegen luchtlagen. Bovendien vindt met name in het nabije IR absorptie van zonnestraling plaats. De werkelijke situatie wordt in de derde schets met meetresultaten geïllustreerd (Fig. 1.5.c).

De waargenomen verticale temperatuuropbouw van de atmosfeer (inclusief de tropopause) komt dus tot stand door interactie van stralingsprocessen en verticale luchtbewegingen. De hier getoonde metingen hebben overigens betrekking op een gemiddelde over de hele aarde en het hele jaar. De gemiddelde dagelijkse gang van enige termen wordt nog in 1.5 besproken.

Wat ook in het eenvoudige model al opviel, was de geringe waarde van de netto langgolvlige straling aan het aardoppervlak vergeleken met de beide componenten. Dit maakt schattingen van de netto straling al gauw onnauwkeurig.

Van belang is tenslotte nog de verdeling van de stralingsfluxen over de golflengte (Fig. 1.6). De kortgolvlige straling aan het aardoppervlak is zonnestraling, waarbij energie ontbreekt in absorptiebanden (vooral in nabije IR) ten gevolge van ozon, kooldioxyde en waterdamp. De uitstraling bij het aardoppervlak is IR-straling. Slechts het deel in het 10  $\mu\text{m}$  venster verlaat de atmosfeer. De atmosfeerstraling omvat vooral golflengten buiten dit venster. Dit onderscheid vindt onder meer toepassing bij satellietwaarnemingen (zie 1.6).

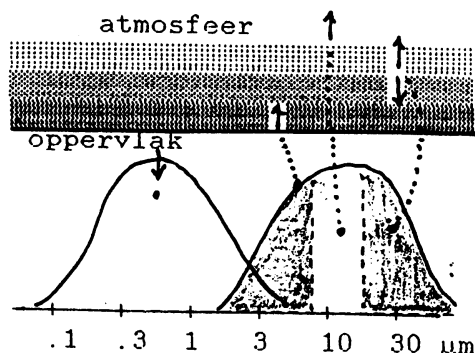


FIG.1.6. Golflengten van diverse fluxen.

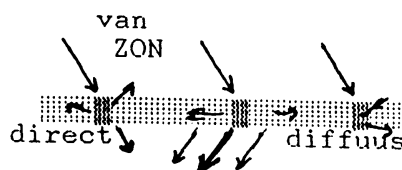


FIG.1.7. Directe en diffuse zonnestraling.

### 1.3. Stralingseigenschappen van (wolken-) deeltjes.

Straling vertoont niet alleen interactie met gasmoleculen in de atmosfeer, maar ook met zwevende deeltjes: stof, druppels of ijskristallen. Een gedeelte van die interactie berust op absorptie van straling door bijvoorbeeld watermoleculen. Er zijn echter nog meer effecten: een bekend voorbeeld is de reflectie en breking van een lichtbundel aan een lucht-water overgang. Misschien minder bekend is buiging van licht om een obstakel: vergelijkbaar met interferentie van watergolven. Meer algemeen spreken we van verstrooiing van straling door deeltjes.

Het netto resultaat van de aanwezigheid van een wolk in de atmosfeer is dat direct zonlicht gedeeltelijk wordt geabsorbeerd en voor het grootste deel wordt verstrooid (Fig.1.7). Het deel van de verstrooide straling, dat de atmosfeer verlaat draagt bij aan de reflectie van de wolk. Het deel dat de grond bereikt bestaat uit twee componenten: de (verzwakte) directe zonnestraling en de verstrooide straling, de diffuse zonnestraling.

Uit dit voorbeeld blijkt, dat niet alleen de mate, maar ook de richting van de verstrooiing van belang is.

De verzwakking van een lichtbundel wordt ook wel extinctie (uitdoving) genoemd, waarbij dus geldt:

$$\text{extinctie} = \text{absorptie} + \text{verstrooiing}.$$

Uiteraard is de mate van extinctie van belang. Bij doorgang van een stralingsbundel met sterkte  $E$  (bijvoorbeeld uitgedrukt in watt) door een homogene wolk is de relatieve verzwakking  $dE/E$  per eenheid van afstand  $dr$  een constant bedrag  $b$ .

$$dE/dr = -bE \tag{1.7}$$

Men noemt  $b$  de 'extinctiecoëfficiënt'. De dimensie van  $b$  is blijkbaar  $m^{-1}$ . Men kan bij  $b$  ook denken aan het totale oppervlak per volume-eenheid, dat straling onderschept, dus  $m^2/m^3$ . Indien  $b$  constant is, kan (1.7) geïntegreerd worden, zodat we de overgebleven intensiteit  $E_t$  na afstand  $r$  krijgen:

$$E_t/E_0 = \exp(-br) \tag{1.8}$$

De mate en richting van de verstrooiing hangen af van de eigenschappen van de verstrooiende deeltjes. We zullen als voorbeeld één enkele waterdruppel behandelen. Zo'n druppel met diameter  $x$  kan meer of minder verstrooien en absorberen dan overeenkomt met het



geometrisch dwarsoppervlak  $\pi x^2/4$ . Het effectieve oppervlak van zo'n deeltje is dus anders dan zijn doorsnede als obstakel. De vermenigvuldigingsfactor zij  $K_s$  voor verstrooiing en  $K_a$  voor absorptie. Zoals boven opgemerkt volgt de extinctie dan als som van beide  $K$ 's. Het verloop van  $K_s$  hangt af van de diameter en de brekingsindex  $m$  ( $=1.33$  voor water bij zichtbare golflengten). Men kan in dit verloop drie gebieden onderscheiden:  
Rayleigh verstrooiing (1871) als  $x \ll \lambda$ . Dan geldt

$$K_s = \frac{8}{3} \left(\frac{\pi x}{\lambda}\right)^4 f(m, m') \quad \text{en}$$

$$K_a = 4 \left(\frac{\pi x}{\lambda}\right) g(m, m')$$

waarin  $m$  de brekingsindex is en  $m'$  de absorptie-coëfficiënt. In dit gebied is  $K_s$  dus veel kleiner dan 1, maar neemt wel sterk (vierde macht, dus verstrooiing met de zesde macht!) toe met grotere  $x$  of kleinere  $\lambda$  (vierde macht). Dit laatste verklaart de blauwe kleur van de hemel, omdat voor blauw licht  $\lambda \approx 0.4 \mu\text{m}$ , terwijl voor rood licht  $\lambda \approx 0.7 \mu\text{m}$ . De 'deeltjes' zijn dan stofdeeltjes  $< 1 \mu\text{m}$  of concentraties luchtmoleculen hoog in de atmosfeer. Voor IR licht geldt de Rayleigh-benadering nog als  $x < 10 \mu\text{m}$ , dat wil zeggen voor de kleinste wolkendruppeltjes. In het IR met  $\lambda > 10 \mu\text{m}$  is echter de absorptie het belangrijkste voor de extinctie. Een interessant toepassingsgebied van Rayleighverstrooiing is de detectie van regendruppels ( $x < 6\text{mm}$ ) met microgolven van ca. 50 mm golflengte. Dan is  $f(m, m')$  ongeveer 0.93. Met weerradar zijn dus vooral grote deeltjes goed waar te nemen, terwijl de absorptie ongeveer met  $x^3$  toeneemt. De verdeling van het strooiligte over de richting blijkt te verschillen voor de beide mogelijke polarisatierichtingen van het licht. Het blauwe licht van de hemel is op een hoek van ca. 90 graden t.o.v. de zon sterk gepolariseerd en trilt dan vooral in een vlak loodrecht op de lijn tussen deeltje en zon (zie de getrokken verdeling in Fig.1.8).

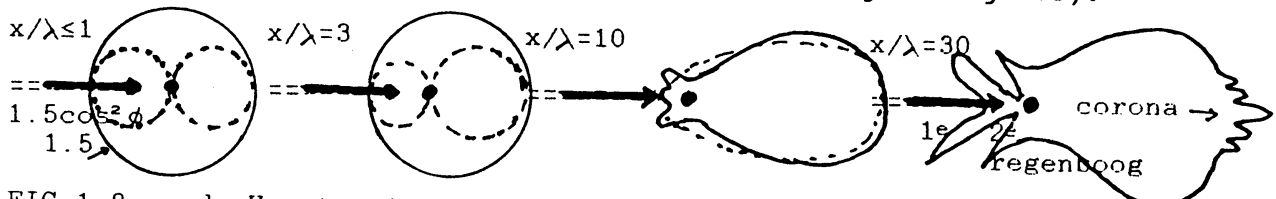


FIG.1.8, a-d. Verstrooiingspatroon als functie van de verhouding  $x/\lambda$ .

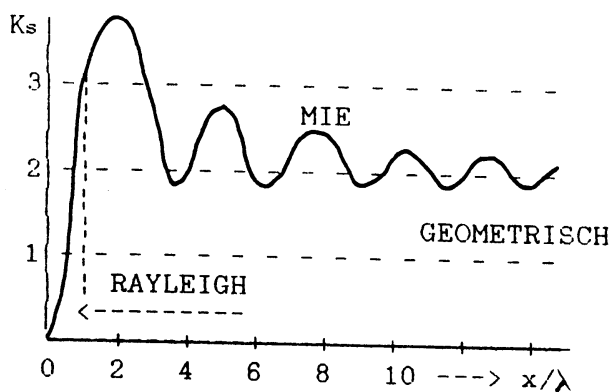


FIG.1.9. Verstrooiingsdoorsnede.

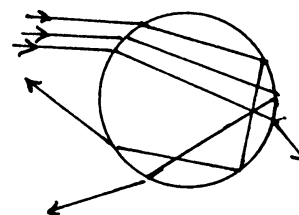


FIG.1.10. Stralengang regenboog.

Mie-verstrooiing (G. Mie, 1908) geldt als  $x$  ca 1-30 keer de golflengte bedraagt. Dit is het belangrijke gebied voor de verstrooiing van zonlicht aan wolkendruppels. Uit het tweetal schetsen Fig.1.8,c,d blijkt dat daar de voorwaartse verstrooiing de overhand krijgt, terwijl de polarisatie steeds minder wordt. Merk op, dat voor een geschikte druppelgrootte de doorsnede voor verstrooiing bijna 4 keer de echte doorsnede kan bedragen (Fig.1.9). Geometrische optica. Voor nog grotere deeltjes kan men de intensiteitsverdeling uitrekenen door de gang van lichtstralen te beschouwen, die op verschillende punten de druppel binnenkomen. Dit is het gebied van de geometrische optica en bij zonlicht gaat het dan om regendruppels van 0.5 mm of groter.

Opvallend in de intensiteitsverdeling zijn de maxima bij ca. 140 en 130 graden afbuiging, de bekende regenbogen (Fig.1.10). Dat in de limiet voor grote druppels de  $K_S$  naar 2 gaat in plaats van 1 heeft te maken met buigingslicht, dat weliswaar weinig, maar toch merkbaar afbuigt uit de oorspronkelijke richting. Dit buigingslicht manifesteert zich soms als een corona om een door wolken schijnende zon. De hoeveelheid buigingslicht is even groot als de hoeveelheid rechtstreeks onderschept licht, zodat  $K_S=2$  wordt. (Men kan dit inzien met het principe van Babinet: het buigingslicht door een gaatje en dat langs een even groot schijfje vullen elkaar aan tot de ongestoorde lichtbundel en zijn dus even sterk.)

De waarde van  $K_S=2$  is van betekenis bij de berekening van de extinctie-coëfficiënt  $b$  voor mist in zichtbaar licht (absorptie klein!)

$$b = \int N(x) 2(\pi x^2/4) dx \quad (1.9)$$

na integreren over alle druppels  $N(x)$  in een  $m^3$ .

Tenslotte kan worden opgemerkt, dat ook omtrent de verstrooiing aan ijskristallen veel bekend is. Meer nog dan bij waterdruppels treden daarbij optische verschijnselen op.

#### 1.4. Stralingseigenschappen van wolken.

Aan de hand van enige voorbeelden bezien we in deze paragraaf eerst de kort- en dan de langgolvlige stralingseffecten van horizontaal homogene (zogenaamd 'gelaagde') bewolking.

Bij een wolkenlaag wil men weten hoeveel wordt doorgelaten (fractie  $t$ ) en hoeveel wordt gereflecteerd (fractie  $r$ ). De rest, een fractie  $1-r-t$  is de absorptie van de wolk. Deze laatste term is erg onzeker (5 à 20 %) en nog onderwerp van veel studies.

Uitbreiden van de resultaten uit paragraaf 1.3, die op een deeltje betrekking hadden, tot hele wolken wordt bemoeilijkt door de ingewikkelde richtingsverdeling van het strooilicht en ook door de mogelijkheid van meervoudige verstrooiing. Met stralingsmodellen probeert men  $t$  en  $r$  uit te drukken in een klein aantal bekende parameters, te weten de zonselvatie  $El.$ (grd), de optische dikte  $\int bdz$  van de wolk en een of meer parameters die het druppelspectrum beschrijven. Uit modelberekeningen kan men een experimentele schattingsformule afleiden, die dan bijvoorbeeld luidt

$$t = 0.4 (El. / (\int bdz))^{0.3}$$

met als uitkomst bij een 100 m resp. 300 m dikke wolk 55% resp. 25%. Een complicatie treedt op als ook het aardoppervlak reflecteert (coëfficiënt  $r'$ ). Uitgaande van een zonneflux  $F$  krijgen we dan bij herhaalde reflecties de situatie van Fig.1.11.

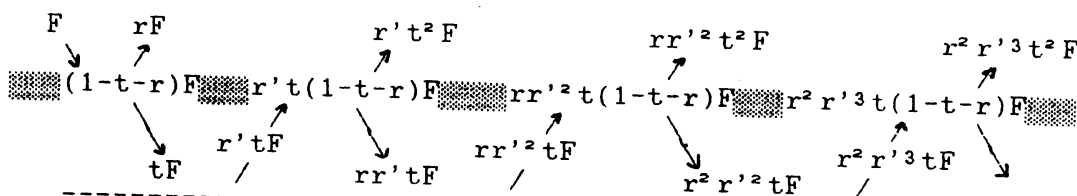


FIG.1.11. Verdeling zonnestraling na herhaalde reflectie.

De effectieve flux aan de grond volgt uit de som van een meetkundige reeks:

$$\text{effectieve transmissie } t_e = t(1+rr'+r^2r'^2+ \dots ) = t/(1-rr')$$

Dit is de flux, die men kan meten of met het oog ervaart, maar slechts een fractie  $(1-r')$  hiervan verwarmt de grond. Evenzo kunnen we vinden

$$r_e = r + r't^2/(1-rr') \quad \text{en de} \\ \text{effectieve absorptie} = (1-t-r)(1+ r't/(1-rr')) \quad (1.10.a,b,c)$$

Als voorbeeld nemen we een sneeuwdek met  $r'=0.8$  onder een wolk met  $r=0.7$  en  $t=0.3$ . Dan wordt  $r_e=0.86$  en  $t_e=0.68$ . Uiteraard blijft dan slechts  $(1-0.8)*0.68=0.14$  in het sneeuwdek achter.

Voor de langgolvlige straling van wolken is het kenmerkend, dat de druppels IR straling zodanig absorberen, dat ze als zwarte stralers (zie 1.1) kunnen worden beschouwd. Evenals bij de langgolvlige straling van atmosferische gassen veroorzaakt de wolk op- en neerwaartse straling en bovendien extinctie van de wolkenstraling, alsmede extinctie van de aardstraling en de neerwaartse straling van de atmosfeer boven de wolk.

Het eerste voorbeeld betreft de straling van lage wolken gedurende de nacht (Fig.1.12). Omdat de druppels, evenals het aardoppervlak, als zwarte stralers beschouwd kunnen worden, volgt het netto stralingsverlies van het aardoppervlak  $Q^*$  uit het verschil

$$\sigma T_S^4 - \sigma T_C^4 \approx 4\sigma T^3(T_S - T_C) \approx 5(T_S - T_C)$$

Omdat de atmosfeer onder zo'n wolk meestal met 1 K afkoelt per 100 m stijging, hebben we hier e n verband tussen  $Q^*$  en de hoogte van de wolkenbasis.

In het tweede voorbeeld gaan we het verticale verloop na van de op- en neerwaartse fluxen bij een gelaagde wolk (Fig.1.13). Ter vereenvoudiging is de beschouwde laag isotherm verondersteld met temperatuur  $T$ . De tegenstraling van de atmosfeer wordt geschat op 80% van de uitstraling van het aardoppervlak.

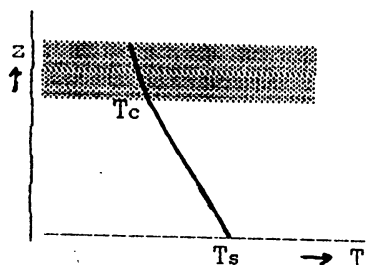


FIG.1.12. Straling bij lage wolken.

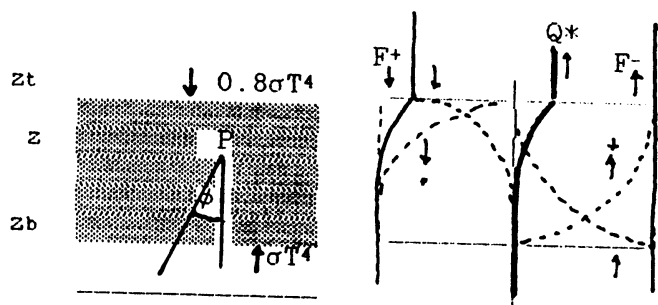


FIG.1.13. Profiel van de stralingsfluxen bij lage wolken.

De opwaartse straling  $F^-$  in P op hoogte  $z$  is de door de onderzijde van de wolk verzwakte straling van het aardoppervlak (d.w.z. verzwakt door de optische dikte  $\int b(z) dz$  tussen  $z_b$  en  $z$ , als  $b$  de in het slot van 1.3 genoemde waarde heeft) alsmede de -eveneens verzwakte-emissie van dat deel van de wolk. Analooq vinden we de neerwaartse flux  $F^+$  in P. Door uitwerken volgt

$$F^- = \sigma T^4 \text{ en } F^+ = -\sigma T^4 \left(1 - 0.2 \exp\left(-C \int_z^{z_t} b dz\right)\right)$$

en voor de netto straling (de som en niet het verschil, omdat bovenwaarts steeds positief wordt gerekend)

$$Q^* = F^- + F^+ = 0.2 \sigma T^4 \exp\left(-C \int_z^{z_t} b dz\right)$$

De factor  $C$  (ongeveer 0.9) corrigeert voor de integratie over alle hoeken  $\varphi$  en voor het verschil tussen infrarood en visuele extinctie. Indien  $\int b dz > ca. 3$ , dan is  $Q^*$  onder de wolk verwaarloosbaar klein. Van groot praktisch belang is de netto uitstraling aan de wol Kentop. Dit eenvoudige model laat ook de berekening toe van de stralingsdivergentie

$$dQ^*/dz = -C Q^*(z) b(z)$$

Dit bepaalt de locale afkoeling op hoogte  $z$ . Een typisch voorbeeld:  $Q^* = 50 \text{ W/m}^2$ ,  $b = 0.05 \text{ m}^{-1}$ ; dan volgt  $dQ^*/dz = 1.7 \text{ W/m}^3$  en omgerekend met de soortelijke warmte van lucht (hoofdstuk 2) is dit  $-5 \text{ K/hr}$ . Deze afkoeling wordt overigens door middel van luchtstromingen over de gehele dikte van de wolk verdeeld.

### 1.5. Stralingsbalans van het aardoppervlak.

Routine-metingen van diverse stralingscomponenten zijn mogelijk. Metingen van de opwarming van een horizontaal oppervlak, een thermo zuil, door zonnestraling levert de som van directe en diffuse zonnestraling. Men noemt dit de globale straling. In Nederland worden deze metingen uurlijks voor een zestal stations in het synop-bericht opgenomen. De eenheid is dan vaak  $0.5 \text{ J/cm}^2/\text{h} = 1.4 \text{ W/m}^2$ .

Slechts op twee Nederlandse stations wordt de netto straling bepaald en wel door middel van een verschilmeting van omhoog en omlaag 'kijkende' thermo zuilen. Omdat de netto straling ook gereflecteerde zonnestraling omvat, moet de albedo van het meetpunt representatief voor een wijdere omgeving zijn.

In de netto straling zit ook ('s-nachts uitsluitend) langgolvlige straling. De benedenwaartse langgolvlige straling wordt soms afzonderlijk gemeten. Zulke metingen zijn echter onvoldoende nauwkeurig om de netto langgolvlige straling te bepalen: die is immers het kleine verschil tussen twee grote fluxen. De dagelijkse gang van de diverse componenten wordt als voorbeeld in Fig. 1.14 geschetst. De netto langgolvlige straling  $L^+ + L^-$  is overdag iets hoger dan

's-nachts, omdat overdag het aardoppervlak warmer is. De netto kortgolvlige straling  $K^+ + K^-$  vindt men door een fractie  $(1-r')$  van de globale straling  $K^+$  te nemen.

Bedenk overigens dat tussen november en februari de netto uitstraling positief is, zodat de atmosfeer lokaal afkoelt. Meestal behoedt dan advectie van warmere lucht ons land voor een continentale winter.

Als metingen ontbreken kunnen schattingsformule's ons aan de momentane stralingsfluxen helpen. Het navolgende is onder meer ontleend aan: Holtslag & Van Ulden, J.Clim.Appl.Met., 1983, 22, 517-529.

De invoer bestaat uit synoptische gegevens, onder meer de bewolking

N (octa), de huttemperatuur T in K (oppervlakte-temperatuur is  $T_S$ ) en de zonselevatie El.(grd). De resultaten zijn in  $W/m^2$ .

$$K^+ = -1353 (0.29 \sin(El.) + 0.48) \sin(El.) (1 - 0.011 N^2), \text{ maar } < 0$$

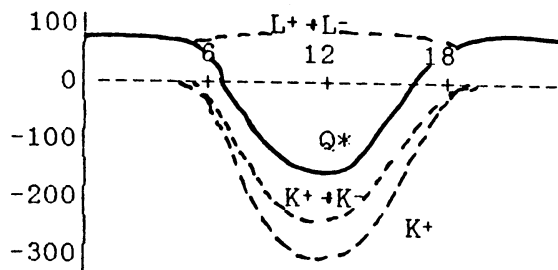
$$K^- = -r' K^+$$

$$L^+ = -0.53 \cdot 10^{-12} T^6 - 7.5 N \quad (\text{naar Swinbank})$$

$$L^- = \sigma T_S^4 = \sigma T^4 + 4\sigma T^3 (T_S - T), \text{ waarbij de laatste term met } -0.12 Q^* \text{ benaderd kan worden, zodat de netto straling } Q^* \text{ volgt uit}$$

$$(1 + 0.12) Q^* = (1 - r') K^+ - 0.53 (T/100)^6 - 7.5 N + \sigma T^4$$

FIG.1.14.  
Dagelijkse gang van de diverse stralingsfluxen. (eenheden  $W/m^2$ )



1.6. Satelliet-waarnemingen.

We beperken ons hier tot overzichtsfoto's. Verticale sonderingen of waarnemingen met microgolven blijven dus buiten beschouwing. De bekende polaire en geostationnaire meteorologische satellieten hebben sensoren voor de maximale straling van respectievelijk zon en aarde en daarnaast nog in een tussengelegen band (Fig.1.15).

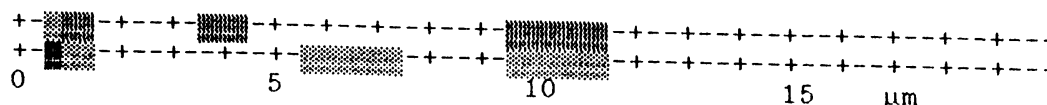
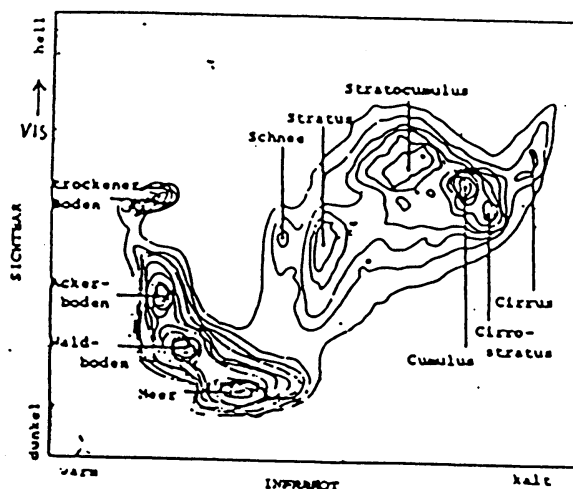


FIG.1.15. Waarnemingsbanden van NOAA (boven) en Meteosat (onder).

De waterdampabsorptieband van 6-7  $\mu m$  wordt door Meteosat gebruikt om de aanwezigheid van waterdamp te signaleren. Meestal is de verticaal geïntegreerde hoeveelheid waterdamp zo groot dat in deze band slechts straling uit de bovenste helft van de troposfeer wordt waargenomen of van hoge wolke toppen. Uit dergelijke foto's kan informatie over luchtstromingen op globale schaal verkregen worden.

FIG.1.16.  
Systematisch verband tussen kortgolvlige reflectie en infrarood-emissie voor verschillende wolkensoorten en typen bodembedekking.



Het IR (infrarood) kanaal werkt in het 10  $\mu\text{m}$ -venster en meet dus de  $T^4$  van het aardoppervlak of de wolke toppen. Met uitzondering van cirrus kan men  $\xi=1$  onderstellen, zodat het IR-beeld de temperatuur weergeeft.

Het VIS (visible) kanaal meet gereflecteerd zonlicht en voor zover de zonneflux constant is meet men dus  $r$ , de reflectie-factor of albedo. Omdat deze in het nabij IR (NIR, rond 1  $\mu\text{m}$ ) anders is dan in het VIS (rond 0.6  $\mu\text{m}$ ), kunnen NIR plaatjes extra informatie bevatten. Meer in het algemeen is het nuttig om VIS en IR beelden simultaan te interpreteren: een bepaalde ondergrond of wolk wordt gekenmerkt door een heel karakteristieke combinatie van  $T$  en  $r$ , zoals uit Fig.1.16 blijkt.

Bij de presentatie van de beelden is gekozen voor een normale VIS foto in tegenstelling tot een negatief voor het IR. Linksonder in de figuur betekent dus donker op zowel het VIS als het IR beeld.

### 1.7. Zichtmetingen.

Hoewel extinctie van straling een objectieve fysische grootte is, hangt het door de mens ervaren 'zicht' van de waarnemingscondities af (zie Handbook 20.2.1). Er is een belangrijk onderscheid tussen het waarnemen van objecten die zelf licht geven (nacht) en objecten die verlicht worden (overdag). Uit een voorbeeld blijkt, dat in dezelfde mist het 'zicht' sterk uiteen kan lopen:

NACHT: koplamp 500 m, achterlicht 400 m, witte wegmarkering 100 m,

DAG: koplamp 300 m, witte auto 200 m, grijze auto 150 m.

Welke afstand moet men dan als het relevante zicht beschouwen?

Voor meteorologische waarnemingen is een zekere normalisatie gebruikelijk.

Overdag werkt men met contrastzicht, de afstand  $R$ , waarop een groot zwart voorwerp nog juist zichtbaar is tegen een heldere achtergrond (bijvoorbeeld de lucht).

Beschouw, als in Fig.1.17, twee naast elkaar gelegen bundels, die het oog bereiken, de onderste van een zwart voorwerp afkomstig en de bovenste van de verre lucht boven de horizon. Zonlicht dat op een eenheidsvolume  $dr$  valt, wordt in beide bundels in gelijke mate ( $Y$ ) in de richting van het oog verstrooid. In beide bundels ondergaat de bijdrage  $Ydr$  nog extinctie (coëfficiënt  $b$ , zie 1.3) over het traject ter lengte  $r$  naar het oog.

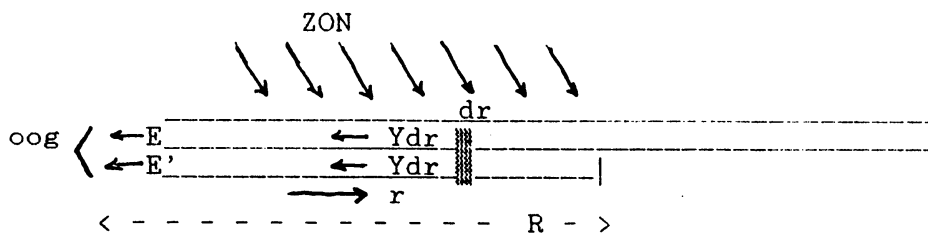


FIG.1.17. Afleiding van de relatie tussen het contrastzicht  $R$  en de extinctie-coëfficiënt  $b$ .

In de onderste bundel ontvangt zo het oog totaal

$$E' = \int_0^R Y \cdot \exp(-br) dr = (Y/b)(1 - \exp(-bR)). \quad (1.11)$$

In de bovenste bundel volgt hetzelfde met  $R=\infty$ , zodat  $E=Y/b$ . Het contrast is per definitie het relatieve verschil van de

lichtsterkten, dus

$$C = |(E'-E)/E| = \exp(-bR) . \quad (1.12)$$

Een normaal oog kan nog  $C > 0.05$  detecteren, zodat  $R = 3.0/b$ . Indien  $b$  in  $m^{-1}$  is uitgedrukt volgt het 'dagzicht'  $R$  in m.

Bij het waarnemen van lampenzicht bij lichtbronnen met sterkte  $I_0$  cd in de richting van de waarnemer (op afstand  $R$ ) geldt dat bij helder weer de lichtsterkte bij het oog  $I_0/R^2$  lux bedraagt. Tijdens mist wordt dit met (1.8):

$$E = I_0/R^2 \exp(-bR) . \quad (1.13)$$

De drempelgevoeligheid van een aangepast oog bij donkere nacht bedraagt bijvoorbeeld  $10^{-7}$  lux. Bij bekende  $b$  en  $I_0$  is dan  $R$  op te lossen. Voor zichtobjecten 's-nachts wordt wel  $I_0 = 25$  cd geadviseerd. Instrumentele metingen van  $b$  zijn nodig om de bovengenoemde zichtwaarden te bepalen zonder tussenkomst van waarnemers. Daartoe dienen transmissometers: een 'projector' verlicht een 'detector' op afstand  $L$  bij helder weer met een lichtsterkte  $E_0$ . Tijdens mist meet men dan

$$E = E_0 \exp(-bL) , \quad (1.14)$$

zodat bij bekende  $E$  en  $L$  ook  $b$  bekend is. Uiteraard geldt de meting slechts over het traject  $L$ , hetgeen bij een  $b$ , die in tijd en/of plaats varieert, problemen ten aanzien van de representativiteit kan geven.

1.8. Oefeningen.

1. De warmtestroomdichtheid van zonnestraling bedraagt aan de rand van de aardatmosfeer  $1350 \text{ W/m}^2$ . Neem aan dat de aarde een zwarte straler is. Bij vraag a.-c. wordt de invloed van de atmosfeer verwaarloosd.

- a Welke temperatuur krijgt het aardoppervlak bij stralingsevenwicht indien het oppervlak een albedo van 0.30 heeft?
- b Welke temperatuur krijgt een met sneeuw (albedo 0.90) bedekt aardoppervlak?
- c Welke temperatuur krijgt de aarde onder een laaghangend gesloten wolkende met albedo 0.90?
- d Hoe verandert (qualitatief) de temperatuur van het aardoppervlak (vraag 1a.) door de aanwezigheid van een atmosfeer die gedeeltelijk absorbeert in het infra-rood?

2. Een weersatelliet meet in de richting van de aarde met drie stralingsdetectoren: in zichtbaar licht, in een infra-rood absorptieband en in het infra-rood venster. Geef voor elk van deze drie instrumenten in de vier situaties van vraag 1. de volgorde voor toenemende (of gelijke) ontvangen straling. Het antwoord bestaat dus uit drie keer een volgorde van de letters a. t/m d.

3. Op 150 milj.km van de zon is de zonneconstante  $1350 \text{ W/m}^2$ . Jupiter bevindt zich op 778 milj.km van de zon, heeft een straal 70000 km en een albedo 0.41.

- a Wat is de zonneconstante voor Jupiter?
- b Welke temperatuur krijgt de planeet bij stralingsevenwicht?
- c Waargenomen wordt 125 K. Het verschil met b. komt door een warmtestroom uit het inwendige van Jupiter. Hoeveel  $\text{W/m}^2$ ?

4. De zonneconstante bij aarde en maan bedraagt  $1350 \text{ W/m}^2$ . Op 384000 km van de aarde (diam. 12700 km, albedo 0.3) bevindt zich de maan (diam. 3476 km, albedo 0.07).

- a Bereken voor maanoppervlak (tijd- en plaats- gemiddeld) de warmtestroomdichtheid t.g.v.:
  - kortgolvlige straling via aarde,
  - langgolvlige straling aarde,
  - kortgolvlige straling zon.
- b Wat is de evenwichtstemperatuur van de maan?

5. Schets kwalitatief de dagelijkse gang op een onbewolkte dag van de netto langgolvlige straling, de netto, de directe, de diffuse en de globale kortgolvlige straling.

6. Hoe veranderen de temperaturen van aarde en atmosfeer als in het voorbeeld bij vergelijking (1.6) door  $\text{CO}_2$ -toename de emissie van de atmosfeer tot 0.98 stijgt?

Verwaarloos bij dit laatste de verandering van albedo, convectie en verdamping.

7. Verklaar kwalitatief het optreden van inversies bij de top van stratiforme wolken.

8. Bereken de extinctie-coëfficiënt voor mist met 1 druppel van  $40 \mu\text{m}$  diameter per  $\text{cm}^3$ . Hoeveel bedraagt het dagzicht voor 5% contrast?

T(K)	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	230	240	250	260	270
$\sigma T^4$	12	16	22	29	37	47	60	74	91	110	133	188	221	259	301

$\text{W/m}^2$



## 2. THERMODYNAMICA VAN VOCHTIGE LUCHT

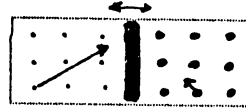
Wat gebeurt met lucht als we warmte toevoeren? Of die lucht laten opstijgen? Hoeveel water kan lucht bevatten en wanneer kunnen we condensatie verwachten?

Dergelijke vragen zal een meteoroloog vaak met behulp van een aerologisch diagram beantwoorden. Zie voorts Handbook, 10.3&4, 18.2&3, 22.

### 2.1. Algemene gaswet.

De gasvormige toestand van een stof heeft een aantal eenvoudige eigenschappen, omdat de onderlinge aantrekking van de moleculen nauwelijks een rol speelt. In zo'n ideaal gas bewegen de moleculen kris-kras door elkaar met uiteenlopende snelheden. Ook botsen ze onderling en op de eventueel aanwezige wanden. Een gas oefent daarom druk op een wand uit. Wat wij temperatuur noemen is eigenlijk de gemiddelde kinetische energie  $mv^2/2$  van de moleculen. In een gas met zware moleculen is  $v$  dus kleiner dan in een gas met lichte moleculen bij dezelfde temperatuur. Voorbeelden van  $\sqrt{v^2}$  bij normale temperatuur en druk: waterstof 1900 m/s; stikstof 500 m/s.

FIG.2.1. Vrij beweegbare zuiger tussen twee verschillende gassen.



Beschouw een cylinder met links waterstof en rechts stikstof van dezelfde temperatuur. In het midden bevindt zich een vrij beweegbare zuiger: als deze stil staat is de druk links en rechts gelijk. De druk wordt bepaald door het aantal botsingen ( $\div v$ ) en door de overdracht van impuls  $mv$  per botsing. Ook de druk is dus evenredig met  $mv^2$ . Links en rechts van de zuiger wordt dus door dezelfde concentratie moleculen die druk opgebracht! Bij eenzelfde druk en temperatuur bevat dus elk ideaal gas evenveel moleculen per volume-eenheid. De dichtheid van een gas is onder die vaste omstandigheden dus evenredig met het moleculairgewicht. Om gassen onderling te vergelijken gebruikt men daarom de eenheid 'mol' overeenkomend met  $M$  kg, waar  $M$  het moleculairgewicht is (0.002 voor waterstof, 0.028 voor stikstof). Een mol van elk gas bevat  $6 \cdot 10^{23}$  moleculen (getal van Avogadro) en neemt bij 1000 mbar en 273 K een volume van 22 l in.

Beschouw vervolgens 1 mol van een gas onder een zuiger met druk  $p$ . Als we het volume  $V$  verkleinen, dan zijn de botsende moleculen eerder terug voor een volgende botsing, zodat het aantal botsingen  $\div 1/V$  toeneemt (Fig.2.2). Daarom geldt de wet van Boyle:

$$pV = \text{const.} \quad (2.1)$$

Houden we echter het volume constant, maar verhogen de temperatuur, dan krijgen we meer en hardere botsingen op de zuiger.

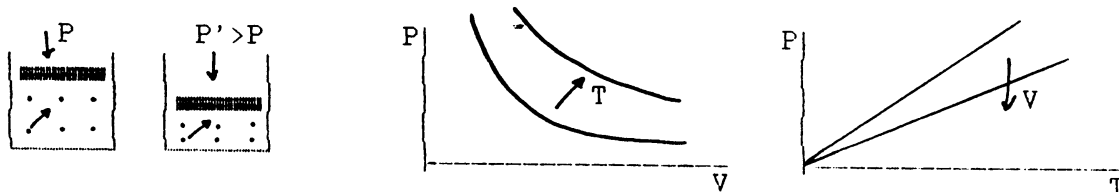


FIG.2.2. Wet van Boyle-Gay Lussac.

Dan is dus  $p \propto T$ , want beide zijn afhankelijk van  $mv^2$ . Combineren van dit resultaat met (2.1) geeft de wet van Boyle-Gay Lussac:

$$pV = RT \quad , \quad (2.2)$$

waarin R een constante is, waarvan de waarde volgt uit bovengenoemde overweging dat het volume V van 1 mol bij 1000 mbar en 273 K gelijk is aan  $0.022 \text{ m}^3$ . Na omrekenen volgt zo  $R=8.314 \text{ J/mol/K}$  (voor alle gassen!).

Omdat V ook het volume is van M kg kunnen we (2.2) door M delen, zodat

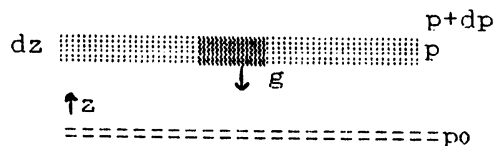
$$p/\rho = RT/M \quad , \quad (2.2a)$$

waarin  $\rho$  de dichtheid van het gas is ( $\text{kg/m}^3$ ). Bij toepassing van (2.2a) moet p uiteraard in  $\text{Pa}=\text{N/m}^2=0.01 \text{ mbar}$  worden uitgedrukt. In de meteorologie treedt nog een complicatie op, omdat lucht voor ca. 79 volumeprocent uit stikstof en 21% uit zuurstof ( $M=0.032 \text{ kg/mol}$ ) bestaat. We kunnen dan (2.2) laten gelden voor  $6.10^{23}$  luchtmoleculen, die samen  $0.79 \cdot 0.028 + 0.21 \cdot 0.032 = 0.029 \text{ kg}$  wegen. Deze waarde wordt dan voor M in (2.2a) ingevuld. Uit (2.2a) kan men de dichtheid van een gas bij bekende druk en temperatuur uitrekenen

$$\rho = pM/(RT) \quad (2.2b)$$

Voor lucht volgt zo bij 100000 Pa en 273 K een waarde  $\rho = 1.28 \text{ kg/m}^3$ .

FIG.2.3. Bijdrage van dun luchtlaagje aan totale atmosferische druk.



Voor de atmosfeer is het van belang dat de druk p tot stand komt door het totale gewicht van een luchtkolom in het zwaartekrachtsveld van de aarde. Het gewicht van een luchtlaagje (Fig.2.3) met een oppervlak van  $1 \text{ m}^2$  volgt uit

$$dp = -\rho g dz \quad (2.3)$$

Na deling door p en invullen van (2.2b) volgt

$$dp/p = -g(M/R)dz/T \quad .$$

Bij constant T is integratie eenvoudig:

$$p = p_0 \exp(-gMz/(RT)) \quad (2.4)$$

Men noemt dit wel de hydrostatische grondvergelijking. De constante  $RT/(gM)$  kan worden gebruikt als 'schaalhoogte' van de atmosfeer. Vergelijking (2.4) wordt toegepast om uit drukmetingen met een radiosonde de hoogte te berekenen. Men telt dan kleine laagjes met ongeveer constante temperatuur op:

$$\Delta z = RT/(gM) \ln(p/(p + \Delta p)) = -RT/(gM) \Delta p/p$$

De p in de noemer betekent, dat een atmosferische laag ( $\Delta p$  constant, want dat is het gewicht van een luchtkolom) bij opstijgen dikker wordt!

## 2.2. Adiabatische processen.

De eerste hoofdwet van de thermodynamica stelt dat warmte en mechanische arbeid beide een vorm van energie zijn en dat de totale energie-inhoud van een gesloten systeem behouden blijft. Dit geldt bijvoorbeeld voor een hoeveelheid gas of/en vloeistof. Passen we dit toe op een kg lucht onder een (denkbeeldige) zuiger als in Fig.2.2 met oppervlak A, dan volgt uit deze wet dat een hoeveelheid toegevoerde energie  $dQ$  zowel gebruikt kan worden om het gas te verwarmen (verhoging 'inwendige' energie  $dU$ ) als om het gas te laten uitzetten, waarbij het volume met  $dV$  toeneemt. Dit laatste betekent uitwendige arbeid omdat de zuiger over een afstand  $dV/A$  verplaatst moet worden tegen een kracht  $pA$ . De wet van energie-behoud zegt dus

$$dQ = dU + pdV \quad (2.5)$$

Uit het voorgaande blijkt dat naast de inwendige energie (of temperatuur) ook het in een drukveld ingenomen volume een maat voor de energie van het systeem is. Men definieert daarom de enthalpie  $W=U+pV$ . Omdat een enthalpie-verandering  $dW$  geschreven kan worden als  $dU+PdV+Vdp$  is (2.5) equivalent met

$$dQ = dW - Vdp \quad (2.5a)$$

We weten nog niet hoe de energie  $dQ$  over de twee termen van (2.5) verdeeld zal worden. Een extreme mogelijkheid is een proces, waarbij de zuiger vast zit, zodat  $dV=0$ . Een andere mogelijkheid is, dat  $p$  constant blijft. Hoeveel stijgt dan de temperatuur bij gegeven energie-toevoer  $dQ$ , ofwel: hoe groot is de soortelijke warmte  $dQ/dT$  onder de twee geschetste condities?

In deze twee gevallen volgt uit (2.5) en (2.5a) respectievelijk

$$c_v = dU/dT \quad \text{en} \quad c_p = dW/dT \quad (2.6)$$

Tussen beide soortelijke warmten bestaat een eenvoudige relatie, hetgeen blijkt uit differentiëren van de definitie van enthalpie met substitutie van de gaswet voor 1 kg ( $V=1/\rho$ )

$$\begin{aligned} dW/dT &= d(U+p/\rho)/dT = d(U+RT/M)/dT = dU/dT + R/M, \\ \text{ofwel} \quad c_p &= c_v + R/M. \end{aligned} \quad (2.7)$$

De soortelijke warmten verschillen per gas. Voor twee-atomige gassen als lucht geldt  $c_v=5/2 R/M$ . Voor lucht geldt  $R/M=287 \text{ J/kg/K}$ , zodat  $c_v=718 \text{ J/kg/K}$  en  $c_p=1005 \text{ J/kg/K}$ .

Omdat in de meteorologie meestal grote hoeveelheden lucht gelijktijdig stijgen of dalen, terwijl de rechtstreekse absorptie van bijvoorbeeld zonnewarmte gering is, zijn zogenaamde adiabatische processen met  $dQ=0$  zeer algemeen. Vergelijking (2.5a) wordt dan na toepassing van (2.6), per kg:

$$c_p dT - dp/\rho = 0 \quad (2.8)$$

Voor adiabatische processen van gassen geldt een verband tussen veranderingen van  $T$ ,  $\rho$  en  $p$ . Substitueren van (2.2a) in (2.8) en delen door  $T$  geeft

$$c_p dT/T - (R/M) dp/p = 0, \quad \text{of} \quad c_p d(\ln T) - (R/M) d(\ln p) = 0,$$

zodat na integratie

$$T/T_0 = (p/p_0)^{R/M/c_p}, \quad (2.9)$$

de vergelijking van Poisson (Fig.2.4). De waarde van de exponent voor lucht bedraagt 2/7.

Voor  $p_0=1000$  mbar is  $\theta=T_0$  de potentiële temperatuur. Behalve het verloop van T met p is ook het verloop van T met de hoogte z van belang. Dit vindt men door substitutie van (2.3) in (2.8):

$$dT/dz = -g/c_p \approx -0.01 \text{ K/m}, \quad (2.10)$$

de waarde van de 'droog-adiabatische' verticale temperatuurgradient. Volledigheidshalve moet worden opgemerkt dat vergelijking (2.8) niet alleen geldt voor adiabatische processen, maar ook voor de meer beperkte categorie 'isentropische' processen. De eerste hoofdwet eist dat energie bij een proces behouden blijft, maar bevat geen aanwijzing betreffende de mogelijkheid van zo'n proces. Zo blijkt het niet mogelijk om warmte naar een warmere plaats te laten stromen. De haalbaarheid van processen blijkt uit de toestands grootte S, de entropie met  $dS=dQ/T$ . Volgens de tweede hoofdwet kan de entropie niet anders dan afnemen. Aangezien de hier beschouwde adiabatische atmosferische processen omkeerbaar zijn, zijn ze ook isentropisch.

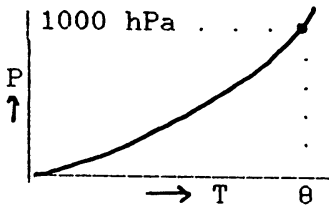
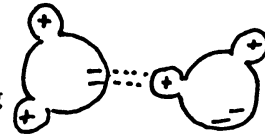


FIG.2.4. Vergelijking van Poisson en de potentiële temperatuur  $\theta$ .

FIG.2.5. Waterstofbinding tussen 2 moleculen  $H_2O$ .



### 2.3. Water in de atmosfeer.

Bij normale temperatuur en druk kan water in alle drie fasen: als damp, vloeibaar en vast in de atmosfeer voorkomen. Bovendien heeft vloeibaar water een aantal opmerkelijke eigenschappen, zoals hoge waarden van de soortelijke warmte ( $c_w=4218 \text{ J/kg/K}$ ), de verdampingswarmte ( $L_v=2.5 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$ ) en de warmtegeleiding ( $\lambda=0.60 \text{ W/m/K}$ ). Bovendien is van belang dat water zwaarder is dan ijs en de grootste dichtheid bij  $4^\circ\text{C}$  bereikt.

Omdat een vloeistof ca. 1000 keer dichter is dan een gas bevinden de moleculen zich 10 keer dichter bij elkaar, zodat de moleculaire aantrekkingskracht belangrijk wordt. Dankzij de karakteristieke rangschikking (Fig.2.5) van twee waterstofatomen aan een zuurstofatoom speelt bij water de zwakke 'waterstofbinding' een belangrijke rol. In de vloeistof-toestand wisselt die aantrekkingskracht steeds tussen de bewegende moleculen. In ijs zitten de moleculen op vaste plaatsen in een kristalrooster, maar de onderlinge afstand is wel groter dan bij water.

Men kan het voorkomen van de drie 'fasen' (toestanden van zelfde stof; gescheiden door grensvlak) in een p,T diagram aangeven (Fig. 2.6). Indien er een grensvlak vloeistof-damp is, dan zal bij overschrijden van een zekere evenwichtsdampdruk de damp in vloeistof overgaan. Zie verder 4.2. Bij water wordt de (partiële) druk gewoonlijk door 'e' aangegeven. Er zijn dus minstens twee fase-overgangen. Bij de overgang vloeistof-damp stijgt de enthalpie door volume-vergroting. Bij de overgang vast-vloeibaar wordt het volume kleiner, maar stijgt toch de enthalpie omdat de energie-toestand van de moleculen toeneemt. De enthalpie-toename bij verdamping onder constante druk e moet door de verdampingswarmte  $L_v$

worden opgebracht:

$$L_v \text{ (J/kg)} = W_v - W_1 \quad (2.11)$$

Daarom hangt L van T af, want

$$dL/dT = d(\Delta W)/dT = c_{p,v} - c_w \quad (2.12)$$

Hierin is  $c_{p,v} = 1850 \text{ J/kg/K}$  ( $c_{v,v} = 1390 \text{ J/kg/K}$ ) zodat

$$L_v \approx (2501000 - 2500 T(^{\circ}\text{C})) \text{ J/kg.}$$

Van groot belang is, dat de evenwichts­dampspanning  $e_s$  voor de overgang damp-vloeistof met toenemende temperatuur stijgt en dat zelfs  $de_s/dT$  met T toeneemt.

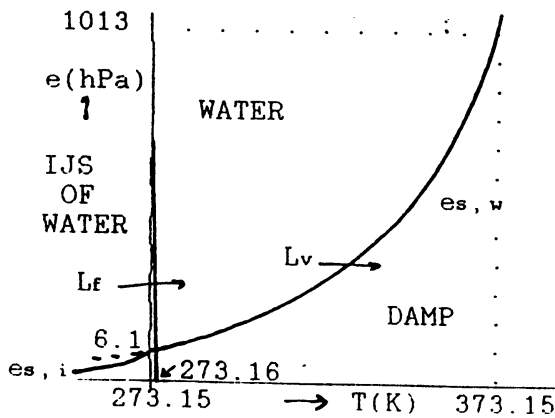


FIG.2.6. Fase-diagram van water.

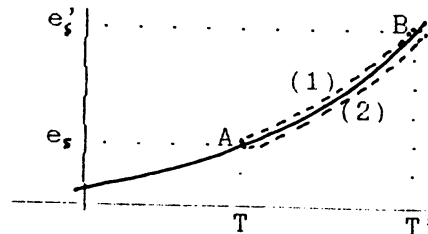


FIG.2.7. Bij de afleiding van de vergelijking van Clapeyron.

Opmerking: Dit is (zie Fig.2.7) in te zien met de tweede hoofdwet. Het omkeerbare proces A-B-A kan men op twee manieren uitvoeren: eerst langs (1) of eerst langs (2). Omdat noch  $\Delta S = Q/T$  in het eerste geval, noch  $-\Delta S$  in het tweede geval,  $>0$  mag zijn geldt  $\Delta S = 0$ , ofwel, met invullen van (2.5a)

$$L'/T' - L/T + (e_s' - e_s)/(\rho \bar{T}) = 0$$

$$\text{dus } (e_s' - e_s)/(\rho \bar{T}) = L(T' - T)/T^2 \quad \text{of} \quad de_s/dT = \rho L/T$$

Door toepassen van de gaswet voor waterdamp volgt tenslotte

$$de_s/dT = (M_w/R) Le_s/T^2 \quad (2.13)$$

de vergelijking van Clausius-Clapeyron. Deze kan met  $L(T)$  uit (2.12) geïntegreerd worden, maar meer praktisch is de numerieke benadering van Magnus:

$$e_s = 6.107 \exp(17.57 T/(241.8 + T)) \quad \text{met } e \text{ in mbar en } T \text{ in } ^{\circ}\text{C.} \quad (2.14)$$

De verzadigingsdampspanning ten opzichte van ijs is iets lager, zodat de constanten in de exponent dan 21.9 en 265.5 zijn.

De hoeveelheid damp in vochtige lucht kan, naar gelang de toepassing, op verschillende wijze in getallen worden uitgedrukt. We kennen al de

dampspanning  $e = \rho_v (R/M_w) T$  en de  
dampdichtheid  $\rho_v$  in  $\text{kg/m}^3$ .

Een veel gebruikte grootheid in de meteorologie is nog de mengverhouding  $r = \rho_v / \rho_d$  (kg/kg), waarin de 'd' op de fractie droge lucht slaat. Belangrijk is de omrekening naar dampspanning met behulp van de gaswet

$$r = (M_w/M_d) e/(p-e) \approx 0.62 e/p \quad (2.15)$$

N.B. De verzadigingsdampspanning  $e_s$  is bij gegeven temperatuur een vaste grootheid, maar de verzadigingsmengverhouding stijgt bij dalende luchtdruk. Vochtige lucht is lichter dan droge lucht omdat  $M_w < M_d$ . Omdat moleculen in een ideaal gas elkaar niet hinderen, is de druk van een gasmengsel de som van de partiële drukken van de componenten (wet van Dalton). Daarom is

$$\begin{aligned} p &= RT(\rho_d/M_d + \rho_v/M_w) = \rho RT((\rho_d/M_d + \rho_v/M_w)/(\rho_d + \rho_v)) \\ &= \rho RT/M_d((1+r/0.62)/(1+r)) = \rho RT/M_d(1+r(1/0.62-1)/(1+r)) \\ &\approx \rho RT/M_d(1+0.6r) \end{aligned}$$

De lagere dichtheid van vochtige lucht kan dus beschreven worden met een (fictieve) virtuele temperatuur

$$T_v = T(1+0.6r) \quad (K) \quad (2.16)$$

#### 2.4. Processen, die tot condensatie leiden.

Vergelijking (2.5a in de vorm 2.8) dient te worden uitgebreid voor lucht waarin de waterdamphoeveelheid  $r$  verandert:

$$dQ = c_p dT - dp/\rho + L_v dr \quad (= 0 \text{ voor adiabatisch proces}) \quad (2.17)$$

Overigens is hier de bijdrage van damp en vloeistof tot  $c_p$  verwaarloosd. Met name in de tropen is  $r$  soms zo groot, dat dit niet is toegestaan.

Er is nu een aantal processen dat tot condensatie leidt uitgaande van droge lucht ( $T, e$ ), en die kunnen in een  $e, T$ - of  $r, T$ -diagram geïllustreerd worden (Fig. 2.8).

a. Isobaar afkoelingsproces,

d.w.z.  $dQ = c_p dT$ . Bij het dauwpunt is  $e_s(T_d) = e$ . Men kan dan  $T_d$  uit (2.14) oplossen:

$$T_d(^{\circ}C) = 241.8 / (17.57 / \ln(e/6.107) - 1). \quad (2.18)$$

b. Isobaar adiabatisch proces met toevoegen of onttrekken van damp. Dan gaat (2.17) over in  $c_p dT = -L_v dr$ . Toegevoegd water (bijvoorbeeld douche) verdampt, zodat  $r$  toeneemt en  $T$  daalt. Het proces gaat door tot  $r_s$  bereikt wordt, en  $T$  gedaald is tot de zogenaamde natte-bol-temperatuur  $T_n$ . Dan volgt met integreren van (2.17)

$$c_p(T - T_n) = L_v(r_s(T_n) - r) = 0.62 L_v(e_s(T_n) - e)/p \quad (2.19)$$

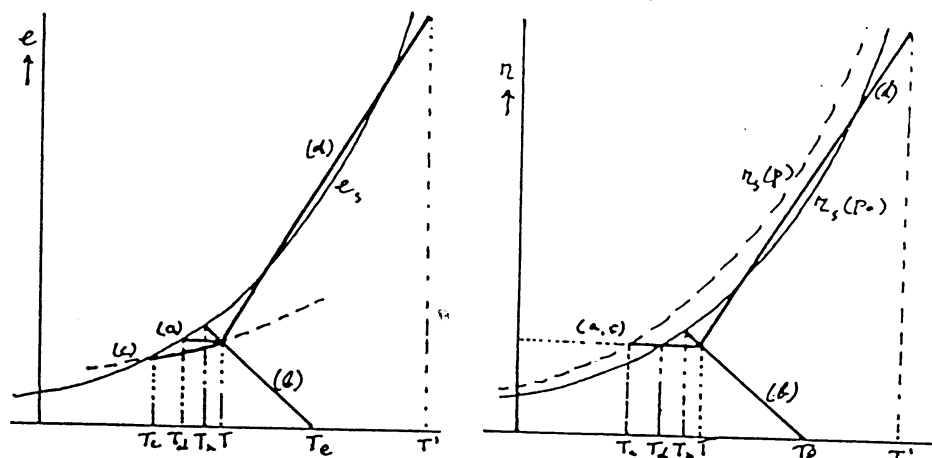
De (absolute waarde) van de helling van de proces-lijn in het  $e, T$ -diagram wordt wel de psychrometer-constante genoemd:

$$\gamma = c_p p / (0.62 L_v). \quad (2.20)$$

Overigens kan  $T_n$  slechts via iteratie (of grafisch) worden opgelost.

Ottrekken van alle waterdamp aan de lucht leidt tot de equivalente temperatuur  $T_e = T + Lr/c_p$ . Bij de exacte beschrijving van deze processen moet ook de temperatuur waarbij de verdamping plaats vindt nog worden gespecificeerd. Daarom bestaan er nog enige varianten op de genoemde formules.

FIG. 2.8. Vier mogelijke condensatieprocessen (a-d) geïllustreerd in respectievelijk dampspanning- en mengverhouding-diagram.



c. Adiabatische drukverlaging.

$T_C$  is de temperatuur op het optillings-condensatieniveau (LCL=lifting condensation level). Dit wordt bereikt via een adiabatisch proces met  $r=const.$ , dus volgens vergelijking (2.8).  $T_C$  kan dus met (2.9) worden opgelost:

$$T_C/T = (e_s(T_C)/e)^{2/7} \quad (2.21)$$

Ook de hoogte van het LCL is uiteraard van belang.  $T$  daalt met 0.01 K/m. Echter, ook  $T_d$  daalt met de hoogte en wel

$$\begin{aligned} dT_d/dz &= dT_d/de_s * de_s/dp * dp/dz = \\ &= RT^2/M_w Le_s * e_s/p^* - Mg p/RT = \\ &= -gT/(0.62*L) \approx -0.0024 \text{ K/m.} \end{aligned} \quad (2.22)$$

Hierbij is gebruik gemaakt van (2.13), (2.3) en het feit dat  $e_s$  evenredig met  $p$  daalt. Uit (2.22) volgt de hoogte van het LCL, te weten  $(T-T_d)/(0.01-0.0024)=130(T-T_d)$  m. Deze 'formule van Ferrel' wordt wel gebruikt voor de schatting van de basishoogte van convectieve wolken.

De drie voorgaande processen kunnen ook quantitatief met een aerologisch diagram gevolgd worden (zie paragraaf 2.6).

d. Isobare menging

van twee luchtsoorten  $(r, T)$  en  $(r', T')$  kan ook tot condensatie leiden omdat de helling van de  $e_s$ -kromme met  $T$  toeneemt. Zijn de te mengen massa's respectievelijk  $m$  en  $m'$  dan wordt de mengverhouding van het mengsel  $(mr+m'r')/(m+m')$ . Als we het verschil in  $c_p$  tussen droge en vochtige lucht verwaarlozen, volgt uit het behoud van enthalpie voor de temperatuur van het mengsel  $(mT+m'T')/(m+m')$ . De mengsels bevinden zich dus in een  $r, T$ -diagram op een rechte lijn. Bij geschikte keuze van de oorspronkelijke luchtsoorten is voor bepaalde waarden van  $m'/m$  het mengsel verzadigd.

Dit mechanisme ziet men optreden bij arctische zeerook en bij pluimen uit schoorstenen of straalmotoren. Bij de laatste categorie verschijnselen is  $T'$  zeer hoog en volgt  $r'$  uit een verbrandingsproces. De conditie voor het vormen van 'contrails' volgt dan uit de raaklijn door  $(r', T')$  aan de  $r_s$ -kromme, d.w.z. condensatie

is alleen mogelijk als in de omgevingslucht T links van het punt  $dr_s/dT=34 \cdot 10^{-6}$  ligt en r hoog genoeg is. De voorwaarde voor persistente contrails houdt ook rekening met bevriezing van de gevormde deeltjes (zie 4.5).

N.B. Voor een goed begrip moet men onderscheid maken tussen twee wijzen van mengen: in het hier bedoelde geval worden de oorspronkelijke luchtmassa's steeds aangevuld, zodat in de stationnaire toestand alle mengverhoudingen  $m'/m$  wel ergens kunnen voorkomen. Het begrip mengen wordt ook gebruikt voor het dooreenroeren van een inhomogene hoeveelheid lucht met als uiteindelijk resultaat dat één luchtsoort ontstaat.

## 2.5. Voortgaande condensatie.

De processen b en d uit de vorige paragraaf leiden vaak tot een evenwichtstoestand. Bij proces a gaat de externe afkoeling na bereiken van  $T_d$  meestal door. Hoe verandert dan de temperatuur en hoeveel vloeibaar water  $r_w$  gaat de lucht bevatten? Hetzelfde geldt bij proces c, omdat de opstijging niet bij de wolkenbasis eindigt. In geval c blijft het verdere proces adiabatisch, zodat (2.17) geldt, waarbij dan de (negatieve) damp-toename  $dr$  bepaald wordt door de verandering van  $r_s$  met T en p. Omdat  $dr$  negatief is, hoeft T minder te dalen dan bij het stijgen van onverzadigde lucht. Bij differentieren van  $r_s=0.62 e_s/p$  naar  $e_s$  (functie van T) en p volgt

$$c_p dT + L(0.62 de_s/p - 0.62 e_s dp/p^2) - dp/\gamma = 0 .$$

Met substitutie van  $s=de_s/dT$  (2.13) en (2.3) wordt dit

$$(c_p + (0.62 L/p)s)dT + (0.62 LMe_s/(pRT) + 1)gdz = 0$$

waarin, omdat  $M_w/M=0.62$ , met toepassen van (2.13)  $sT$  in plaats van  $0.62 LMe_s/(RT)$  geschreven kan worden. Na introductie van (2.20) in de eerste factor volgt

$$dT/dz = -g/c_p (1+sT/p)/(1+s/\gamma) \quad , \quad (2.23)$$

de formule voor de nat-adiabatische temperatuur-gradient ( $\Gamma_{nat}$ ). De hoeveelheid water, die bij het stijgen kan condenseren, volgt uit de overweging, dat de verwarming van de lucht ten opzichte van de droog-adiabaat door de verdampingswarmte moet worden opgebracht, zodat met (2.23) volgt

$$\begin{aligned} dr_w/dz &= c_p/L \Delta(dT)/dz = \\ &= c_p/L g/c_p(1-(1+sT/p)/(1+s/\gamma)) = \\ &= g/L ((1-T/\gamma/p)/(1+\gamma/s)) \end{aligned} \quad (2.24)$$

De uitkomsten (2.23) en (2.24) zijn alleen afhankelijk van p en T. Voor 1000 mbar zijn hier enige waarden getabelleerd:

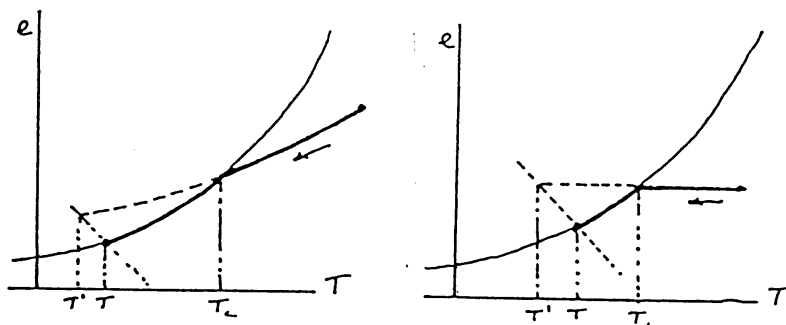
T	-20	-10	0	10	20	30	°C
$\Gamma_{nat}/\Gamma_{droog}$	0.857	0.764	0.649	0.532	0.435	0.364	
$dr_w/dz$	0.54	0.91	1.4	1.84	2.19	2.42	g/kg per km.

Bij deze afleiding is de warmtecapaciteit van het gecondenseerde water niet verrekend. We doen dus alsof het water onmiddellijk uitvalt. Vergelijking (2.23) is de zogenaamde pseudo-adiabaat. Bij het echte (omkeerbare) adiabatische proces is de absolute waarde van



$dT/dz$  nog iets kleiner. In een aerologisch diagram (zie 2.6) komen omkeerbare adiabaten op grote hoogte bij iets hogere temperatuur uit dan de pseudo-adiabaten, die er meestal in getekend zijn.

FIG. 2.9. a, b.  
Condensatie-correctie  
bij wolkenvorming (a),  
respectievelijk  
mistvorming (b).



Het is ook mogelijk om bovenstaande gegevens grafisch uit het  $e, T$ -diagram te schatten (Fig. 2.9). Het adiabatisch afkoelingsproces wordt door de bekende kromme (2.9) bepaald. Men kan dan het beste na bereiken van  $T_c$  eerst net doen of tot bereiken van  $T'$  oververzadiging optreedt (zie Fig. 2.9.a). Tenslotte kan men via het onder b genoemde proces de condensatiewarmte gebruiken om de lucht te verwarmen (lijn met helling  $-1$ ). Ook bovenstaande formule's kunnen met de figuur worden afgeleid, als men de doorlopen delen van de krommen lineair benadert.

Analoog aan het voorgaande kan men de hoeveelheid vloeibaar water bij een isobaar afkoelingsproces (geval a) berekenen. In de praktijk komt dit voor bij mistvorming. Ook hier kan men het  $e, T$ -diagram gebruiken voor een grafische schatting via een voortgaande afkoeling tot  $T'$  en dan een plotselinge condensatie (Fig. 2.9.b.). Een berekening kan als volgt geschieden: Bij voortgaande afkoeling beneden  $T_d$  geldt

$$dQ = c_p dT + L dr_s = (c_p + 0.62 Ls/p) dT$$

Als er geen condensatie was, zou de temperatuurdaling  $(dT)' = dQ/c_p$  bedragen. In mist is  $dT$  echter een factor  $(1 + 0.62 Ls/p/c_p)$  kleiner. De hoeveelheid gecondenseerd water volgt uit  $-0.62 s(dT)/p$ , zodat

$$L dr_w/dQ = -1/(1 + c_p p/(0.62 Ls)) \quad (2.25)$$

Bij  $(dT)' = -1$  K volgt bij  $0^\circ\text{C}$  en  $20^\circ\text{C}$  respectievelijk 0.161 en 0.283 g/kg. Nog meer dan bij de wolkenvorming blijkt de hoeveelheid water die in druppeltjes overgaat maar gering ten opzichte van de (verzadigings-) mengverhouding van de achterblijvende damp.

## 2.6 Aerologische diagrammen.

De verschillende hierboven geschetste relaties tussen  $p$ ,  $T$  en  $r$  kunnen worden uitgezet in speciale grafieken, die het de meteoroloog mogelijk maken om:

- het resultaat van diverse processen te volgen,
- de actuele verticale opbouw van de atmosfeer te beschrijven.

In die diagrammen worden uitgezet:

isothermen,  $T = \text{const.}$

isobaren,  $p = \text{const.}$

(droog-)adiabaten,  $\theta = \text{const.}$ , ofwel  $c_p dT - dp/p = 0$

pseudo-adiabaten,  $\theta_s = \text{const.}$ , of  $c_p dT - dp/p + L dr_s = 0$

mengverhouding,  $r_s = \text{const.}$ , via het dauwpunt met isothermen gecombineerd.

De meest gebruikte diagrammen zijn:

- Tephigram (UK):  $\ln \theta$ ,  $T$  met scheve assen. Isothermen en adiabaten zijn beide recht en staan loodrecht op elkaar. Ook in het Handbook wordt dit meestal gebruikt. Zie Fig.2.10.
- Emagram (USA):  $-\ln p$ ,  $T$  met scheve assen. Isobaren en isothermen zijn recht, adiabaten gebogen.
- Stüve:  $-p^{2/7}$ ,  $T$ . Zowel isobaren als isothermen en adiabaten zijn recht. De hoogte-schaal is bijna lineair.
- Bijvoet-diagram  $-p$ ,  $\theta_s$  of ook  $-p^{2/7}$ ,  $f(\theta_s)$ . In laatstgenoemde versie wordt de functie  $f$  zo gekozen, dat de isothermen bijna recht zijn.

Als voordeel van de beide eerste typen kan worden genoemd dat ze energetisch equivalent (zie McIntosh & Thom, 5.1) zijn, hetgeen sommige grafische schattingen beter mogelijk maakt. De twee laatste diagrammen geven een snel inzicht in de verticale stabiliteit van luchtmassa's. Bij de bepaling van de gemiddelde  $T$  of  $\theta$  van een laag moet men echter oppassen.

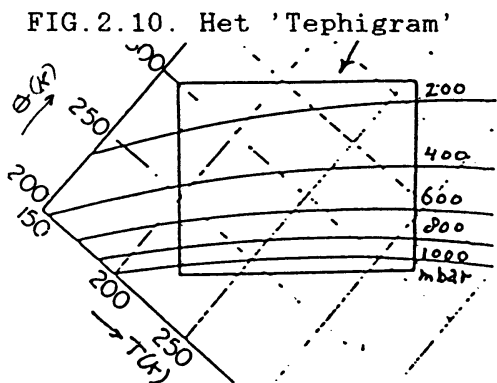


FIG. 2.10. Het 'Tephigram'

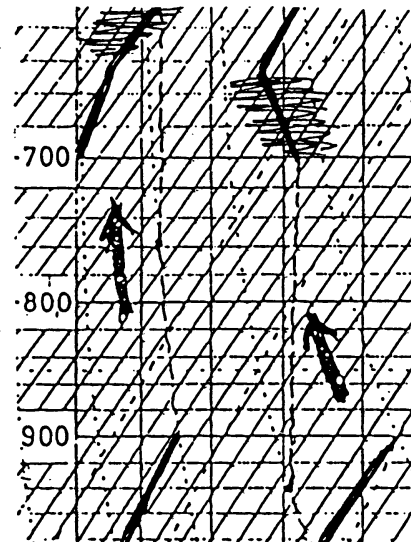


FIG. 2.11. Illustratie van potentiële onstabyliteit in een  $\theta_s, p$  -diagram.

In de bijgevoegde voorbeelden (bijlage) is aangegeven hoe men uit gegeven  $T$  en  $T_d$  van een luchtsoort diverse andere grootheden kan schatten.

De diagrammen kunnen ook gebruikt worden om het resultaat van verticale verplaatsingen van luchtlagen te bestuderen (Fig.2.11). Zoals opgemerkt aan het slot van 2.1 wordt een stijgende luchtlag dikker. Dit betekent tevens, dat een eventueel aanwezige (on)stabiliteit  $d\theta/dz$  bij stijgen afneemt, zodat het verloop in zo'n laag meer op een adiabaat gaat lijken. Een speciaal geval is het opstijgen met condensatie. Gebeurt dit boven in de luchtlag, dan wordt de laag stabiel.

Bij condensatie onder in de laag neemt de onstabyliteit toe, de uitgangstoestand noemen we dan 'potentieel onstabyl'. Overigens kan een dergelijke potentiële onstabyliteit onmiddellijk worden afgeleid uit het verticale verloop van de natte-bol temperatuur.

## 2.7. Vochtmetingen.

Zowel in de hut als bij radiosonderingen worden vochtmetingen verricht. We zullen hier enige belangrijke sensoren kort bespreken. Hygrometer. Bekend is de haarhygrometer. Ook moderne absorberende materialen, waarbij een verandering van elektrische weerstand of capaciteit wordt gemeten, vallen in deze categorie. Een voordeel is, dat ze ook onder  $0^{\circ}\text{C}$  relatieve vochtigheid ten opzichte van water-verzadiging blijven meten. Bij lage temperaturen is de werking erg traag. Vooral boven 90% is de aanwijzing onnauwkeurig. Een bijkomend bezwaar is, dat haarhygrometers na verblijf in droge lucht (< ca. 30%) te laag blijven aanwijzen totdat ze weer in verzadigde lucht komen.

Dauwpuntmeter, of rijppuntmeter. Meestal is dit een spiegeltje, dat elektrisch gekoeld wordt, tot zich druppeltjes op het spiegeltje vormen. Dit laatste kan optisch gedetecteerd worden, omdat het oppervlak dan minder reflecteert en meer verstrooit. De temperatuur, waarbij zich juist druppeltjes vormen, kan worden gemeten. Zo'n dauwpuntmeter wordt meestal voor laboratorium-werk gebruikt. De nauwkeurigheid is hoog, maar vervuiling maakt frequent onderhoud noodzakelijk. Moderne versies zijn misschien geschikt voor operationeel meteorologisch gebruik.

Psychrometer. Dit is thans het meest gebruikte instrument voor serieuze metingen. Gemeten wordt de temperatuur van een natte thermometer in een luchtstroom. Het grootste bezwaar is, dat de meting beneden  $0^{\circ}\text{C}$  onbruikbaar is. Bij dalende, zowel als stijgende temperatuur (Fig.2.12) kan men vaak het vertragende effect van de stollingswarmte zien. Bij dalende temperatuur treedt soms onderkoeling op tot ca.  $-2^{\circ}\text{C}$ .

FIG.2.12. Effect van onderkoeling en stollingswarmte op de aflezing van een psychrometer.



De werking berust op de afkoeling van de natte thermometer, door verdamping van water, waarbij de verdampingswarmte aan de langsstromende lucht onttrokken wordt. In de evenwichtstoestand is de warmtestroom uit de lucht juist gelijk aan de benodigde verdampingswarmte, zodat de temperatuur van de natte thermometer  $T_n$  uit vergelijking (2.19) volgt.

Het hier geschetste proces verschilt uiteraard van het onder 2.4b genoemde adiabatische proces in een afgesloten hoeveelheid lucht. Er moet aan een aantal voorwaarden voldaan zijn, wil (2.19) hier echt gelden. In feite wordt in bewegende lucht het temperatuurverschil  $T - T_n$  ca. 10% hoger dan bij de heersende vochtigheid hoort omdat bij convectie warmte iets slechter wordt getransporteerd dan damp. Dit verschil wordt meestal verwaarloosd.

Een ander probleem is de nattebol-meting in een thermometerhut. Is er geen ventilatie, dan zou door de relatief slechte (moleculaire) geleiding  $T - T_n$  ca. 15% te hoog worden (dus  $T_n$  te laag), ware het niet dat de natte thermometer nog wordt opgewarmd door straling van de hutwand (temperatuur  $T$ ) of door geleiding via droge delen van de thermometer. Men heeft dan de keuze om de hut te ventileren ofwel het gemeten temperatuurverschil met 20% te verhogen.

Een opvallende meetfout ontstaat als de natte bol te weinig water krijgt toegevoerd. De lucht lijkt dan vochtig! (Wordt de droge bol nat, dan wordt de luchttemperatuur te laag gemeten).

2.8. Oefeningen.

1. Bereken voor expansie van droge lucht (300 K) van 500 naar 300 mbar:
  - a verrichte arbeid bij isotherme expansie,
  - b de toegevoegde warmte,
  - c verrichte arbeid bij adiabatistische expansie,
  - d de bij c. bereikte temperatuur.
  
- 2a Waarom is de verdampingswarmte van water bij 0°C hoger dan bij 100°C?
- b Hoeveel J is nodig om 1 l water van 0 tot 100°C te verwarmen en dan te verdampen?
- c Hoeveel J bespaart men als dit water (in de bergen) al bij 80°C kookt?
- d Op welke hoogte bevindt men zich bij c.?
  
3. Een kg lucht (16°C, 60%) stijgt adiabatisch van 1000 naar 700 mbar.
  - a Hoe hoog bevindt zich het LCL?
  - b Hoeveel g vloeibaar water bevat de lucht na het stijgen?
  - c Hoeveel draagt de uitwendige arbeid bij aan de enthalpie-verandering?
  - d Bereken de virtuele temperatuur voor en na de stijging.
  - e Er valt regen uit de wolk. Met welke temperatuur bereiken de regendruppels de grond?
  - f Na uitregenen daalt de lucht weer tot 1000 mbar. Met welke temperatuur en relatieve vochtigheid?
  
4. Schets de vier processen van 2.4 en de twee processen van 2.5 in zowel een tephigram als in het  $\theta_{s,p}$  diagram.
  
5. Hoeveel kg lucht van 0°C en 50 % vochtigheid moet worden bijgemengd om 1 kg lucht met mist van 3 g/kg (met dezelfde temperatuur) juist te verdampen?
  
6. Teken lijnen van gelijke enthalpie in het  $\theta_{s,p}$  diagram en zet er waarden bij (nulwaarde enthalpie-schaal naar keuze definiëren).
  
7. Schat met een e-T diagram beneden welke buitentemperatuur er zelfs in droge lucht ademluimen (37°C, 100%) ontstaan. Waarom is de werkelijkheid anders?
  
8. Aanvoer van koude lucht op enige km hoogte leidt vaak tot onstabieliteit. Noem twee redenen waarom dit te meer geldt als de aangevoerde lucht bovendien droog is.

### 3. TRANSPORTVERSCHIJNSELEN

Hoe wordt de zonnewarmte, die het aardoppervlak bereikt, overgedragen aan de troposfeer? Welke rol spelen daarbij verticale bewegingen? Hoe hangt de warmte-overdracht af van de ondergrond, de windsnelheid of het optreden van condensatie? Leidt een en ander tot het vormen van wolken of mist?

#### 3.1. Warmte- en vochttopslag in bodem en vegetatie. (Handbook 17.4)

Zoals vaker in dit hoofdstuk gebruiken we hier de analogie van de wet van Ohm uit de electriciteitsleer:

$$\begin{aligned} \text{stroom} &= \text{spanning} / \text{weerstand} = \\ &= \text{spanning} * \text{geleidingsvermogen} \end{aligned} \quad (3.1)$$

Zij  $k$  (W/m/K) de warmtegeleidingscoëfficiënt van de grond, dan geldt voor de bodemwarmtestroom  $G$ :

$$G = -k \, dT/dz \quad (3.2)$$

De opwarming van de bodem volgt uit de divergentie van deze warmtestroom: in een laagje  $dz$  blijft per tijdseenheid  $G(z) - G(z+dz)$  achter (Fig.3.1) . Dus

$$\rho c \, dT/dt = - \, dG/dz \quad (3.3a)$$

waarin  $\rho$  de dichtheid is en  $c$  de soortelijke warmte van de grond.

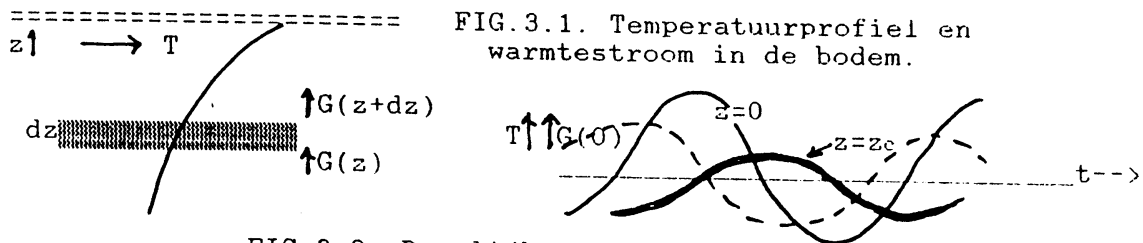


FIG.3.2. Dagelijkse gang temperatuur en warmtestroom.

Na substitutie van  $G$  uit (3.2) volgt de differentiaalvergelijking

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{k}{\rho c} \frac{d^2T}{dz^2} \quad (3.3b)$$

die we kunnen oplossen voor een homogene bodem ( $k/(\rho c) = \text{constant}$ ) met als randvoorwaarde aan het aardoppervlak een sinusvormige temperatuur-variatie gedurende het etmaal met tijdsduur  $t_d$

$$T(0) = \Delta T \sin(2\pi t/t_d) \quad .$$

Dit geeft als resultaat, zoals door substitutie is te controleren,

$$T(z) = \Delta T \exp(+z\sqrt{(\pi\rho c/kt_d)}) \sin(2\pi t/t_d + z\sqrt{(\pi\rho c/kt_d)}) \quad , \quad (3.4)$$

d.w.z. weer een sinusvormige variatie, maar dan met in de diepte afnemende amplitude en toenemende vertraging (Fig.3.2). Op diepte  $z_c = -\sqrt{(kt_d/\pi\rho c)}$  is de amplitude nog slechts  $0.37\Delta T$  en de golf loopt 1 rad achter. Nemen we als voorbeeld  $k/\rho c = 3.10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$  en  $t_d = 86000 \text{ s}$  (etmaal), dan volgt  $z_c = -0.09 \text{ m}$ . Het faseverschil

bedraagt op die diepte 3.8 uur. Voor de jaarlijkse ( $t_d = 30$  milj. s) temperatuurgolf vinden we pas op 1.7 m diepte een zelfde demping van de amplitude.

Ook de bodemwarmtestroom volgt uit (3.2), namelijk na substitutie van (3.4). Voor  $z=0$  krijgen we dan

$$G(0) = \sqrt{(2\pi k/c/t_d)} \Delta T \sin(2\pi t/t_d + \pi/4) \quad . \quad (3.5)$$

Met de  $k/c$  van het genoemde voorbeeld en verder  $k = 0.45$  W/m/K volgt bij een  $T$  van 5 K als maximale waarde  $G(0) = 35$  W/m<sup>2</sup>. Merk op dat in dit voorbeeld de warmtestroom 3 uur voorijlt ten opzichte van het temperatuurverloop.

De thermische eigenschappen van de bodem kunnen dus worden uitgedrukt door de twee factoren  $k/c$  en  $k$ . Beide hangen af van de grondsoort en de hoeveelheid bodemvocht. In het algemeen heeft het meer poreuse veen een lagere  $k$  (en  $k/c$ ) dan klei of zand. De factor  $k/c$  is met name bij nat zand of natte klei twee maal groter dan in bovengenoemd voorbeeld omdat bij het verdringen van lucht uit de poriën door water  $k$  meer toeneemt dan  $c$ . De dagelijkse temperatuurgolf dringt dan dieper door. Bij droge grond raakt het oppervlak de stralingswarmte slechter kwijt, zodat  $\Delta T$  dan groter wordt, ongeveer naarmate  $k/c$  lager is. De uiteindelijke waarde van  $G(0)$  hangt bij kale grond dus weinig van de bodemgesteldheid af. Hetzelfde geldt voor de totale opslag van warmte in de bodem.

Behalve voor het temperatuurverloop in de grond is het bodemvocht ook van belang voor de verdamping en de daarbij optredende warmteoverdracht.

Het gedrag van de bodem is het beste te vergelijken met dat van een spons, die het water belet in diepere lagen weg te zakken. Men onderscheidt daarbij twee extreme toestanden van de grond:

- de maximale vochthoeveelheid is de veldcapaciteit. Komt er meer water bij, dan zakt dat weg. In volumepercent is dit maximum voor zand 10 %, klei 50 % en veen 80 %.
- er is ook een hoeveelheid, die te klein is om door de plantenwortels te worden opgezogen: het verwelkingspunt. Dit bedraagt:

zand 1 %, klei 30 % en veen 40 %.

Het verschil tussen beide extremen is de nuttige opslag van water, voor zand, klei en veen respectievelijk 10 %, 20 % en 40 %.

Wortels van 20 cm kunnen dus in veengrond maximaal beschikken over 40 % van 200 mm = 80 mm water, hetgeen ongeveer de klimatologische maandsom van de neerslag is.

Zandgrond kan minder vasthouden, maar dat moedigt wel diepere wortelgroei aan. Het percentage bodemvocht heeft een duidelijke jaarlijkse gang, die samenhangt met de grotere verdamping in het zomerhalfjaar en het daarmee gepaard gaande neerslagtekort. In Fig.3.3 is het jaarlijks verloop van deze grootheden voor midden-Nederland uitgezet. Het gearceerde deel van de verdampingscurve wijst op de verhoogde verdamping bij eventueel beregende gewassen. We zullen nog zien hoe het bodemvocht doorwerkt op de energie-overdracht van bodem naar atmosfeer en op de ontwikkeling van convectieve bewolking.

Een belangrijke rol speelt nog de bedekking van de bodem met vegetatie (zie Handbook 17.6.4&5).

- a De uitstraling vindt plaats in het bovendeel van de vegetatie en ook de meeste instraling wordt daar opgevangen. Men kan daarom de zogenaamde grastemperatuur gebruiken om de uitstraling te schatten.
- b Planten zuigen bodemwater op en vormen zo een 'nat' oppervlak, dat

- goed verdampt. Bij sterke instraling en/of drogend weer stopt dit proces tamelijk drastisch omdat de 'huidmondjes' sluiten.
- c Planten houden een deel van de neerslag rechtstreeks vast, zodat die vervolgens kan verdampen in plaats van weg te zakken. Vooral bij bomen is dit een belangrijk mechanisme.
  - d Iets dergelijks geldt voor het afzetten van dauw: opslag 's-nachts en verdamping overdag. In heldere nachten is de bovenlaag van de vegetatie het koudst, zodat het damptransport uit zowel de lucht als vanaf de grond daarheen gericht is. Vorming en oplossen van mist worden aanmerkelijk vertraagd door afzetting, respectievelijk verdamping van dauw.
  - e De mechanische eigenschappen van de vegetatie bepalen de wrijving, die de onderste luchtlaag ondervindt. De daarbij optredende turbulentie werkt ook door op de mate van uitwisseling van warmte en vocht tussen aardoppervlak en lucht.

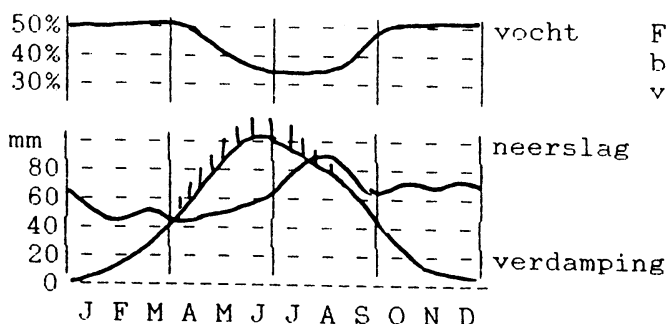


FIG. 3.3. Jaarlijkse gang van het bodemvocht en van de maandssommen van neerslag en verdamping.

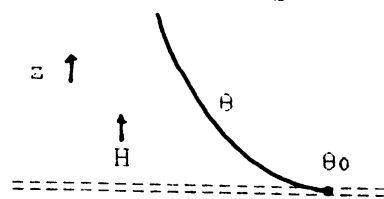


FIG. 3.4. Temperatuurprofiel en warmtestroom in de atmosfeer.

### 3.2. Energiebalans van de bodem en warmte-overdracht aan de lucht.

Een potentieel (zie 2.2) temperatuurverschil tussen aardoppervlak ( $\theta_0$ ) en lucht ( $\theta$ ) leidt tot een warmtetransport  $H$  ( $\text{W/m}^2$ ). We nemen aan, dat in de onderste luchtlaag nauwelijks warmte wordt opgeslagen, zodat daar  $H$  niet van  $z$  afhangt. Dan geldt (vergelijk 3.1 en zie Fig. 3.4) over een laagje  $dz$

$$H = -k' \frac{d\theta}{dz} \quad (3.6)$$

Let op de tegenstelling met (3.2). Daar was de warmte-opslag wel van belang, maar onderstelden we  $k$  onafhankelijk van  $z$ . In de onderste luchtlaag neemt  $k'$  toe met de hoogte, de windsnelheid en de mate van onstabiliteit. Deze afhankelijkheid wordt bij het vak FM-II verder uitgewerkt. Hier volstaan we met de constatering, dat er over de onderste laag, bijvoorbeeld tot  $z = 2$  m, altijd een formele weerstand  $r_H$  gedefinieerd (dimensie s/m) kan worden, zodat geldt:

$$H = \rho c_p (T_0 - T) / r_H \quad (3.7)$$

Vanwege het geringe hoogtebereik is hier  $\theta$  met  $T$  benaderd. De afhankelijkheid van het transport van de windsnelheid  $u$  (bijvoorbeeld op 10 m hoogte) wordt vaak uitgedrukt met een 'windfunctie'

$$1/r_H = c_H = a + bu \quad (3.8)$$

De constante  $a$  in deze benadering drukt uit, dat er ook bij windstilte nog warmte-overdracht is door 'vrije convectie'. Men kan daarbij aan kleinschalige thermiekbellen denken.

N.B. Onder (ongeveer) neutrale omstandigheden boven zee neemt men wel  $a=0$  en  $b=0.0015$  als de wind op 10 m hoogte wordt gemeten. Lucht van  $5^\circ\text{C}$  boven water van  $10^\circ\text{C}$  wordt dan bij  $u=10$  m/s opgewarmd met  $1.2 \cdot 1005 \cdot 0.0015 \cdot 10 \cdot 5 = 90 \text{ W/m}^2$ . Overigens is bij een exact neutraal profiel volgens (3.6) de warmtestroom  $H=0$ .

Dezelfde luchtbewegingen, die het warmtetransport volgens (3.7) verzorgen, transporteren ook damp tussen een dun luchtlaagje bij de grond (dampdichtheid  $\rho_{v,0}$ ) en de lucht op bijvoorbeeld 2 m hoogte. We kunnen dan de verdamping  $E$  ( $\text{kg/m}^2/\text{s}$ ) analoog aan (3.7) schrijven als

$$E = (\rho_{v,0} - \rho_v) / r_v \quad \text{met } r_v = r_H, \quad (3.9a)$$

omdat dezelfde luchtbewegingen de transportweerstand bepalen. Door zowel voor damp als lucht de gaswet toe te passen kunnen we  $\rho_v$  vervangen door  $0.62 \rho e/p$  (zie hoofdstuk 2), zodat

$$LE = 0.62 \rho L/p (e_0 - e) / r_H = \gamma c_p / \gamma (e_0 - e) / r_H. \quad (3.9b)$$

Hierin is  $\gamma = c_p p / (0.62 L)$  de psychrometer-constante (zie bijvoorbeeld 2.4 en 2.5).

Met de relaties (3.7) en (3.9b) kunnen we nagaan hoe de netto straling, die het aardoppervlak verwarmt, wordt verdeeld over de sensibele warmtestroom  $H$ , de latente warmtestroom  $L \cdot E$  en de bodemwarmtestroom  $G(0)$ , hier verder als  $G$  aangeduid. Gedurende een korte tijd, dat de oppervlakte-temperatuur maar weinig verandert, onderstellen we evenwicht tussen de op het oppervlak inkomende en uitgaande warmte, zodat

$$H + LE = \gamma c_p / r_H (T_0 - T + (e_0 - e) / \gamma) = G - Q^* \quad (3.10)$$

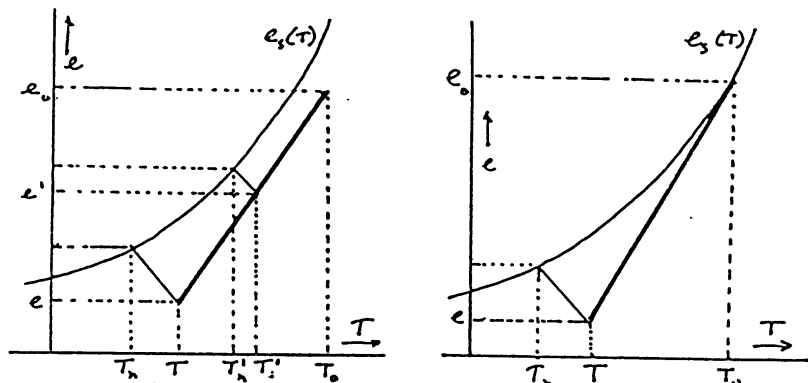
Overdag is  $Q^* = (1 - r_s) K^+$  volgens 1.4. Voorts blijkt  $G = 0.1 K^+$  overdag een goede benadering. De som  $H + LE$  is dus bekend, maar de onderlinge verdeling niet! Men noemt de verhouding tussen beide warmtestromen wel

$B = H / (LE)$ , de 'Bowenverhouding'.

Als voorbeeld kunnen we een grasland ( $r_s=0.3$ ) nemen bij een instraling  $K^+=-500 \text{ W/m}^2$ . De som  $H+LE$  wordt dan  $300 \text{ W/m}^2$ , zodat bij  $B=0.5$  een waarde  $LE=200 \text{ W/m}^2$  volgt. Dit komt overeen met  $E=0.3 \text{ mm/hr}$ .

Het oplossen van  $B$  kan worden geïllustreerd met het  $e, T$ -diagram (Fig.3.5). Het punt  $e, T$  uit formule (3.10) volgt bijvoorbeeld uit de hutmeting, terwijl de toestand aan het oppervlak door  $e_0, T_0$  wordt voorgesteld.

FIG.3.5, a, b  
Schatting van de verhouding tussen warmtestroom en verdamping boven respectievelijk een 'droog' en een nat oppervlak.





In veel gevallen beschikken we echter niet over een meting bij het oppervlak! De eerder gemaakte veronderstelling van analogie tussen warmte- en damp-transport betekent dat de toestand op tussengelegen hoogten door de dikke lijn in het e,T-diagram kan worden voorgesteld. De helling van deze lijn is een directe maat voor B, want

$$B = \gamma(T_0 - T)/(e_0 - e) \quad (3.11)$$

zoals volgt uit (3.7) en (3.9b). De helling van de mengingslijn kunnen we in principe vinden door een extra meting van temperatuur en dampspanning (e', T') op een tussengelegen hoogte. Dan geldt (zie Fig.3.5)

$$\begin{aligned} \gamma_B &= \frac{e_0 - e}{T_0 - T} = \frac{e' - e}{T' - T} = \\ &= \frac{e_s(T'_n) - \gamma(T' - T'_n) - e_s(T_n) + \gamma(T - T_n)}{T' - T} = \\ &\approx -\gamma + \frac{s(T'_n - T_n) + \gamma(T'_n - T_n)}{T' - T} = -\gamma + (s + \gamma) \frac{T'_n - T_n}{T' - T} \end{aligned}$$

$$\text{ofwel } 1 + 1/B = (s + \gamma) / \gamma * \Delta T_n / \Delta T \quad (3.12)$$

Hier is gebruik gemaakt van een lineaire benadering (helling s) van een stukje van de kromme e<sub>s</sub>(T) voor de verzadigingsdampspanning. Ontbreekt een tweede meetniveau, dan is (3.7) op te lossen als zowel T<sub>0</sub> (bijvoorbeeld met stralingsthermometer) als r<sub>H</sub> (uit (3.8)) bekend zijn. Voor de benadering van r<sub>H</sub> uit het windprofiel wordt verwezen naar het vak FM-II.

Tenslotte wordt het probleem aanmerkelijk eenvoudiger als de grond nat is. Dit is het geval boven een nat gewas (of boven een wateroppervlak). Dan wordt (zie Fig.3.6)

$$(e_0 - e) / \gamma = (e_0 - e_n - e + e_n) / \gamma \approx s \gamma (T_0 - T_n) + (T - T_n) ,$$

zodat boven natte grond (3.10) overgaat in

$$c_p / r_H (1 + s / \gamma) (T_0 - T_n) = -(0.9 - r_s) K^+ . \quad (3.13)$$

Als T<sub>0</sub> bekend is wordt de afzonderlijke schatting van r<sub>H</sub> overbodig. Een bijzonder geval krijgen we als Q\* = 0 wordt. Een nat oppervlak krijgt dan uiteindelijk de natte-bol temperatuur T<sub>n</sub>. Dit geldt ook voor vallende regendruppels (zie Handbook 17.7.9).

Bij een wateroppervlak kan het overigens wel enige weken duren voor het water over de gehele diepte die temperatuur heeft verkregen en zich de evenwichtssituatie heeft ingesteld, die aan vergelijking (3.13) ten grondslag ligt. Als eindelijk het evenwicht bereikt is, wordt overigens B = -1. Door de zonnestraling wordt 's-zomers de 'evenwichtstemperatuur' van water enkele °C hoger dan T<sub>n</sub>. Bovenstaande beschouwingen worden in de praktijk onder meer benut voor simulatie- en voorspel-modellen van verdamping, watertemperatuur en ijsgroei.

### 3.3. Convectie-mechanisme.

In deze paragraaf gaat het vooral om processen boven hutniveau in de onderste kilometers van de atmosfeer. Met convectie wordt bedoeld: verticale luchtbewegingen onder invloed van temperatuurverschillen. Als de invloed van horizontale windsnelheden kan worden verwaarloosd spreekt men van 'vrije convectie'. Wat gebeurt er met een luchtpakketje ('parcel' in het Engels), dat

een afwijkende dichtheid  $\rho'$  heeft ten opzichte van zijn omgeving? De oorzaak van zo'n dichtheidsverschil kan zijn gelegen in stralingsdivergentie of advectie. In de omgeving heerst hydrostatisch evenwicht, zodat voor een laagje  $dz$  geldt  $dp = -g\rho dz$ . Het volume boven een eenheidsoppervlak in de dunne laag is gelijk aan  $dz \text{ m}^3$  en het gewicht van het volume met afwijkende dichtheid is  $g'\rho dz$  (Fig.3.6).

Ten opzichte van de omgeving ondervindt dat volume een opwaartse kracht  $(\rho - \rho')g dz$  en die leidt tot een versnelling (= kracht/massa)

$$\frac{dw}{dt} = \frac{g(\rho - \rho') dz}{\rho dz} = -g \frac{\rho'}{\rho} \approx g \frac{\Delta T_V}{T_V} \quad (3.14)$$

Merk op, dat de versnelling positief is als  $\rho'$  negatief is of  $\Delta T_V$  positief. Hoe verandert nu de versnelling als het luchtpakket zich verticaal gaat verplaatsen? Dan zal  $T_V$  van het luchtpakket volgens een droogadiabaat veranderen, terwijl de verticale temperatuurgradient van de omgevingslucht  $\Gamma$  zal zijn, zodat  $\theta = \theta(0) + \Gamma * z$ . Omdat de verticale snelheid  $w = dz/dt$  kunnen we dus (3.14) herschrijven tot

$$\frac{d^2z}{dt^2} = g \frac{T'_V - T_V}{T_V} = -g \frac{\Gamma z}{T_V} \quad (3.15)$$

De oplossing van deze tweede-orde differentiaalvergelijking volgt na substitutie van een nieuwe variabele  $y$  met  $z = \exp(yt)$ . Na substitutie blijkt

$$y = \pm i \sqrt{(g\Gamma/T_V)} \quad , \quad \text{met } i = \sqrt{-1},$$

zodat de algemene oplossing is

$$z = A \exp(it\sqrt{(g\Gamma/T_V)}) + B \exp(-it\sqrt{(g\Gamma/T_V)}) \quad (3.16)$$

De eenvoudigste vorm krijgt deze oplossing als we voor tijdstip  $t=0$  het startniveau op  $z=0$  nemen en een verticale snelheid  $w = dz/dt = w_0$  onderstellen. Dan volgt  $B = -A$  en  $2A = iw_0 \sqrt{(T_V/g\Gamma)}$ . Merk op dat er bij  $w_0=0$  niets gebeurt, maar in de praktijk is de atmosfeer nooit zo rustig. We kunnen nu twee sterk uiteenlopende situaties onderscheiden:

FIG.3.6. Verticaal evenwicht van een luchtvolume. T-profiel t.o.v. droogadiabaten.

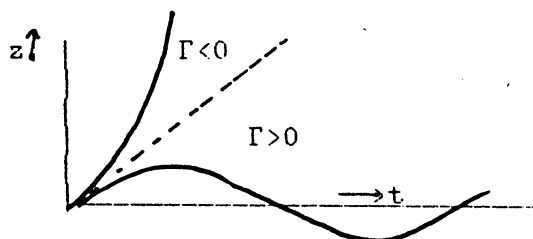
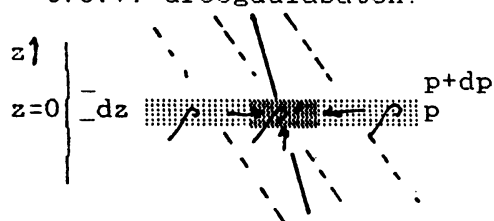


FIG.3.7. Verticale verplaatsing van luchtpakketje bij (on)stabiel evenwicht.

a Als  $\Gamma < 0$  dan volgt

$$z = w_0 \sqrt{(-T_V/g\Gamma)} (\exp(+t\sqrt{(-g\Gamma/T_V)}) - \exp(-t\sqrt{(-g\Gamma/T_V)})) / 2 \quad (3.16a)$$

De eerste term gaat sterk overheersen als  $t$  toeneemt. Het verloop van de positie van het luchtpakket met de tijd is in Fig.3.7 geïllustreerd. Een evenwichtsverstoring wordt dus versterkt. Dit is de kwantitatieve behandeling van de verticale onstabieliteit. Zoals bekend hangt het verticale evenwicht niet alleen van  $\Gamma$  af maar eventueel ook van het vrijkomen van condensatiewarmte in het

stijgende luchtpakket. De daarmee verband houdende 'voorwaardelijke' onstabieliteit kan optreden als  $\Gamma < \text{ca. } 0.004 \text{ K/m}$ .  
 b Als  $\Gamma > 0$  dan wordt

$$z = w_0 \sqrt{(T_V/g\Gamma)} \sin(t\sqrt{(g\Gamma/T_V)}) \quad , \quad (3.16b)$$

Hetgeen een harmonische trilling is met frequentie  $\sqrt{(g\Gamma/T_V)}/(2\pi)$  Hz, de zogenaamde Brunt-Vaisälä-frequentie. Voor  $\Gamma = 0.1 \text{ K/m}$  volgt een periode van 100 s. De hier gevonden golven moeten niet verward worden met 'Kelvin-Helmholtz-golven', die optreden als ook de horizontale kinetische energie van de stroming een rol speelt. Het verschil van de baan van het pakket (zie Fig.3.7) met het onstabiele geval is opvallend: het luchtpakket blijft dicht bij zijn evenwichtshoogte en we noemen zo'n omgeving dan ook stabiel.

Wat zijn de verdere lotgevallen van het stijgende luchtpakket in het onstabiele geval? Bedenk dat in het algemene geval  $\Delta T_V$  (en ook  $\Gamma$ ) met de hoogte varieert. Wat is de stijgsnelheid als functie van de tijd, of beter, als functie van de hoogte? Voor het antwoord herschrijven we (3.14)

$$dw = (g \Delta T_V / T_V) dt \quad . \quad (3.14a)$$

Vermenigvuldigen van linker- en rechterlid met  $w = dz/dt$  leidt tot

$$w dw = (g \Delta T_V / T_V) dz \quad , \quad (3.14b)$$

zodat de snelheid  $w$  op hoogte  $z$  volgt uit

$$w^2 - w_0^2 = 2g \int_{z_0}^z (\Delta T_V / T_V) dz \quad . \quad (3.17)$$

De belangrijkste verwaarlozing bij deze afleiding betreft de weerstand die een opstijgende luchtbel ondervindt. De omgevingslucht moet namelijk opzij gedrongen worden. Voorts is geen rekening gehouden met eventuele wolkendeeltjes die - in een later stadium (zie 3.4) - mee omhoog gevoerd moeten worden.

### 3.4. Cumulus-convectie.

Als het verticaal verloop van  $\Delta T_V$  bekend is, kan (3.17) gebruikt worden om het gedrag van opstijgende luchtbelllen te berekenen. We gaan dit doen voor twee belangrijke situaties: droge en natte convectie (zie Handbook 19.2.2).

Bij droge thermiek is de atmosfeer tot een zekere (grenslaag-)hoogte goed gemengd en heeft een adiabatisch temperatuurverval. Uit de superadiabatische laag vlak boven de warme grond stijgen warme luchtpakketten op, die worden gekenmerkt door een zogenaamd massadeficiet  $\Delta M$ . Als we de bel beschouwen als een kubus met afmeting  $D$  dan is  $\Delta M = (g \Delta T_V / T_V) D^3$ . Bij het stijgen daalt  $\Delta T_V$  omdat voortdurend menging met de omgeving plaats vindt (Eng.: entrainment), maar  $\Delta M$  blijft constant.

Uit waarnemingen in de atmosfeer en in het laboratorium blijkt een lineaire toename van  $D$  met de hoogte, namelijk  $D = \alpha z$  met  $\alpha \approx 0.2$  (Fig.3.8). Ook de verkregen snelheid moet voortdurend over het volume  $D^3$  verdeeld worden, zodat we in plaats van (3.14a) schrijven

$$d(D^3 w) = D^3 dw + w dD^3 = (g \Delta T_V / T_V) D^3 dt = \Delta M dt \quad .$$

FIG.3.8.  
Drie stadia van  
een stijgende  
thermiekel.

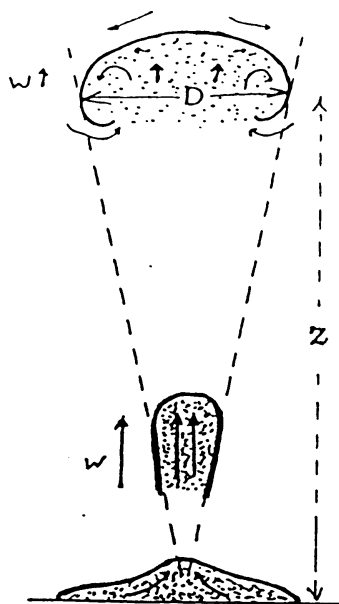
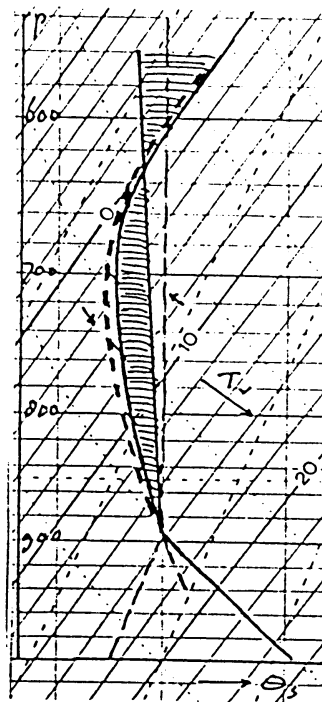


FIG.3.9.  
Schatting van  
exces  $T_v$  met  
een aerologisch  
diagram.



Na delen door  $D^3$  volgt dan in plaats van (3.14b)

$$wdw + 3w^2 dD/D = (M/D^3) dz ,$$

$$\text{of} \quad d(w^2)/dz + (6/z)w^2 = (2M/\alpha^3)/z^3 .$$

na invullen van  $D=\alpha z$ . De oplossing hiervan is

$$w^2 = \Delta M/(2\alpha^2 z^2) + \text{const}/z^6 , \quad (3.18)$$

waarin de tweede term bij stijgen snel klein wordt, zodat dan de snelheid met  $1/z$  afneemt. Boven in de grenslaag is er weinig van over. Meestal treedt thermiek op boven zekere voorkeursplaatsen en dan kunnen nieuwe bellen hun voorgangers inhalen. Via zo'n serie bellen kan soms het condensatieniveau bereikt worden. Dit inhaal-proces werkt uiteraard bij harde wind minder goed. Het hier bedoelde condensatie-niveau is het convectief condensatie-niveau (CCL), niet te verwarren met het condensatie-niveau voor optilling (LCL, zie 2.4 en Handbook 10.4.4). Het LCL is de hoogte tot waar de lucht zoals we die op een bepaald niveau aantreffen, moet worden opgetild om verzadigd te worden: adiabatische afkoeling, mengverhouding constant. Indien de actuele toestandskromme het LCL bereikbaar maakt en de atmosfeer daarboven (voorwaardelijk) onstabiel is, dan spreken we van het CCL. Als het boven in de grenslaag droger is, kan het CCL bij de start van natte convectie iets hoger liggen dan het LCL die men op dat moment uit de hutmeting zou berekenen. Het CCL lijkt dan wat meer op het MCL, het mengings condensatie-niveau. De goede menging zorgt er ook voor dat het condensatie-niveau overal even hoog ligt. De bases van cumuli zijn daarom opvallend vlak. Het optreden van condensatie leidt tot een spectaculaire verandering van het verloop van  $T_v$ . Dankzij condensatiewarmte verloopt boven de wolkenbasis ( $z_b$ ) het temperatuurexces ongeveer volgens  $a(z-z_b)$ , waarin de waarde van  $a$  van de orde van  $0.001 \text{ K/m}$  bedraagt en is af te

lezen uit een aerologisch diagram (Fig.3.9). Dit verloop geldt althans ongeveer in de onderste helft van cumuluswolken. Met vergelijking (3.17) volgt dan

$$w^2 - w_b^2 = (ag/T_V) (z - z_b)^2, \quad (3.19)$$

zodat  $w$  ongeveer lineair toeneemt met de hoogte boven de wolkenbasis! Als typische stijgsnelheid op 1 km boven de basis vinden we zo 5 m/s, hetgeen door waarnemingen bevestigd wordt. De versnelde bovenwaartse afvoer van lucht zorgt ervoor dat onder de wolk de periodieke productie van bellen overgaat in een continue stijgstroom. Deze eenvoudige theorie is niet geschikt om het gedrag van wolke toppen te voorspellen. We moeten dan het verticale verloop van  $\Delta T_V$  nauwkeuriger kennen. Door entrainment wordt  $\Delta T_V$  in de wolk voortdurend gereduceerd. Ook de factor  $a$  in (3.19) wordt daardoor iets verkleind. Het effect van entrainment komt neer op volume-vergroting van de wolk door een toevoer van omgevingslucht door het zij-oppervlak. Men kan dit effect beschrijven met

$$d(D^3)/dt \approx \text{const.} D^2. \quad (3.20)$$

De wolk wordt hier als kubus met ribbe  $D$  beschouwd. De constante heeft de dimensie van snelheid en is evenredig met de entrainment-snelheid waarmee de koelere en drogere omgevingslucht wordt aangevoerd. Omdat  $\Delta T_V D^3$  constant blijft volgt met (3.20):

$$\frac{d(\Delta T_V)}{T_V} = \frac{-d(D^3)}{D^3} = \frac{-\text{const.} dt}{D}. \quad (3.21)$$

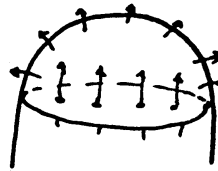
Bij grote  $D$  wordt dus  $\Delta T_V$  maar weinig aangetast. In zware buien kan dan ook in het inwendige van de wolk het nat-adiabatish profiel optreden, te meer omdat de speciale configuratie van stijgstroom en daalstroom in zulke buien aanleiding geeft tot een relatief lage entrainment-snelheid.

Een tweede belangrijke reden voor de reductie van het temperatuurexces is het optreden van compenserende daalstromen rondom de wolk. De opstijgende lucht moet immers worden aangevuld. Dalingen vinden over een veel groter gebied plaats dan stijgingen, zodat de daalsnelheid maar gering is. Door de subsidentie warmt de omgeving op, zodat ook hierdoor  $\Delta T_V$  kleiner wordt. Nabij het niveau van de wolkenbasis kan zo zelfs een inversie ontstaan, die verdere wolkenontwikkeling tegenwerkt.

Het praktische probleem van het schatten van wolke toppen uit een aerologisch diagram komt neer op het schatten van het niveau waar de verticale snelheid  $w$  klein wordt.

Overigens is de stijgsnelheid van de wolke top kleiner dan  $w$ .

FIG. 3.10. Verdeling van verticale stijgstroom over halve bol.



Benadert men de wolke top met een halve bol (Fig.3.10: oppervlak 2 keer groter dan van het grondvlak) dan is op grond van continuïteit de snelheid van de top gelijk aan  $w/2$ . De kinetische energie die in de onderste delen van de wolk uit wordt verkregen laat de lucht nog doorstijgen ook als ze kouder dan de omgeving is. Met enige verwaarlozingen kan men dit in een energetisch aerologisch diagram

aflezen door gelijk kiezen van oppervlakken: de in het onderste deel van de wolk verkregen energie wordt boven weer verloren. De bovengenoemde beschouwingen over entrainment leiden dan tot een verschillend gedrag voor grote resp. kleine wolken. Veel praktische informatie over stijgsnelheden bij convectie kan men vinden in: OSTIV, 1978, Handbook of meteorological forecasting for soaring flight, WMO TN-158.

Het verdere gedrag van cumuliforme bewolking hangt nog af van drie factoren. Is er een inversie aanwezig dicht boven het CCL, dan leidt dit tot uitspreiding van de wolken, zodat stratocumulus ontstaat, die dan weer de instraling van zonnewarmte kan beperken. Voortgaande verwarming van lucht bij de grond leidt in het algemeen tot stijgen van het CCL (van I naar II in de Fig.3.11), zodat in elk geval de wolkenbasis stijgt. Stijgt de wolkenbasis tot de inversie, dan lost de bewolking op. Dit gebeurt met name als door entrainment droge lucht in de menglaag wordt ingevangen of als de verdamping van de grond klein is vergeleken met de sensibele warmtestroom (dus B groot).

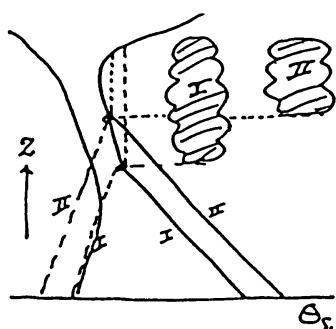


FIG.3.11. Invloed van inversie en vochtprofiel op de ontwikkeling van cumuliforme bewolking.



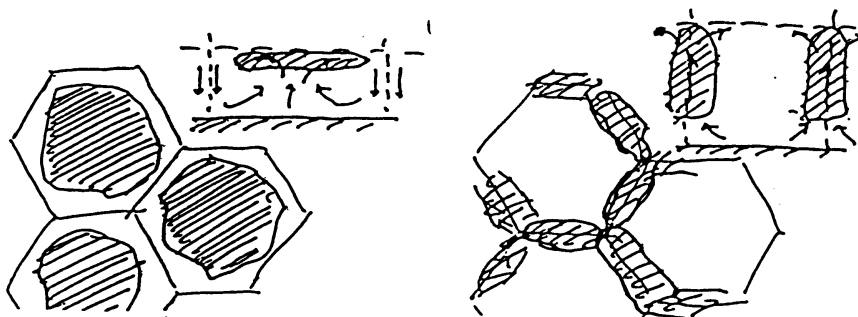
Fig.3.12. Typische circulatie bij wolkenstraten.

Wat de horizontale verdeling van convectieve bewolking betreft moet men letten op de organisatie van convectie in patronen onder de invloed van:

- de topografische kenmerken van het oppervlak (voorkeursplaatsen),
- verticale begrenzing van de convectieve laag,
- de interactie van convectie met het windveld.

De laatste twee factoren verklaren het ontstaan van wolkenstraten evenwijdig aan de wind (Fig.3.12). De invloed van de condensatiewarmte houdt de beweging in de stijgende tak in stand met voorkeur voor een eenmaal gevormde wolk, hoewel de warmtestroom vanaf de grond de belangrijkste drijvende kracht blijft. De daling gebeurt niet alzijdig maar links en rechts van de verplaatsingsrichting van de wolk. Typierend is de onderlinge afstand van wolkenstraten: ca. twee keer de grenslaaghoogte.

FIG.3.13, a,b.  
Bewolking in respectievelijk gesloten en open cellen.



Andere regelmatig convectie-patronen zijn de gesloten en open cellen, Fig.3.13. Deze treden bij voorkeur boven zee op. Gesloten cellen lijken op een brekend stratocumulus-dek, terwijl open cellen horen bij hardere wind (meer dan 10 m/s), een dikkere grenslaag (meer dan 200 mbar dik) en een grotere onstabieliteit (water meer dan 3°C warmer dan de lucht). Het verband met vergelijkbare patronen in het laboratorium (Benard-convectie) is overigens niet zonder meer duidelijk.

### 3.5. Dagelijkse gang van de grenslaag en luchtmassa-aanpassing.

De energie-stromen uit 3.2 worden over de menglaag verdeeld met het in 3.3 beschreven mechanisme, zodat uiteindelijk wolken kunnen ontstaan. Een ontbrekende schakel is nog de tijdschaal waarmee de menglaag wordt verwarmd.

Een luchtkolom van 1 m<sup>2</sup> doorsnede met hoogte Z en potentiële temperatuur  $\theta$  (gemengd!) heeft een enthalpie

$$\int_0^Z (c_p \theta + Lr) dz \approx \int c_p \theta Z, \quad (3.21)$$

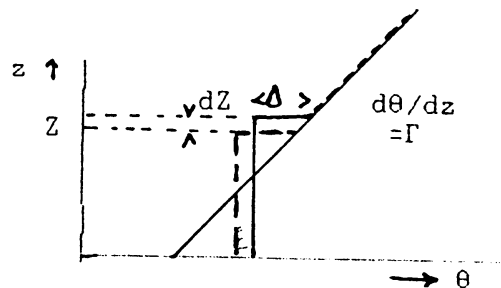
waarbij droge lucht is verondersteld met constante dichtheid, zodat Z niet te groot mag zijn. Om deze luchtkolom te verwarmen met  $d\theta/dt$  K/s is nodig

$$\int c_p Z (d\theta/dt) \quad (W/m^2). \quad (3.22)$$

Als voorbeeld vinden we, dat 300 W/m<sup>2</sup> nodig is voor een 1000 m dikke laag, die met 1 K per uur wordt verwarmd.

Deze warmte moet vooral door het oppervlak worden opgebracht. Minder voor de hand ligt het feit dat een groeiende grenslaag ook profiteert van warmte uit de warme laag, die boven de grenslaag ligt (inversie!). Dit invangen van warmte uit de omgeving noemt men weer 'entrainment'.

FIG. 3.14.  
Bijdrage van warme lucht  
boven een inversie aan de  
opwarming van een  
groeiende menglaag.



Bij een inversiestijging  $dZ/dt$  en een inversiesterkte  $\Delta$  bedraagt de aldus ingevangen warmte (Fig.3.14)

$$\Delta \int c_p dZ/dt \quad (W/m^2). \quad (3.23)$$

Op grond van vele experimenten blijkt dit een vaste fractie  $a=0.2$  van de warmtestroom  $H$  aan de grond.

De opwarming van de menglaag volgt dan uit

$$Z \frac{d\theta}{dt} = \frac{H}{c_p} + \Delta \frac{dZ}{dt} = \Delta \left( \frac{1}{a} + 1 \right) \frac{dZ}{dt}. \quad (3.24)$$

De inversiesterkte  $\Delta$  volgt bij een lineair beginprofiel uit  $\Delta = \Gamma Z + \theta_0 - \theta$ , ofwel -na differentiëren-

$$d\Delta/dZ = \Gamma - d\theta/dZ = \Gamma - (1+1/a) \Delta/Z \quad (3.25)$$

met als oplossing (te controleren door substitutie):

$$\Delta = a\Gamma Z / (1+2a) \quad (3.26)$$

Omdat de entrainment (3.23) een fractie  $a$  van  $H/\rho c_p$  is, volgt

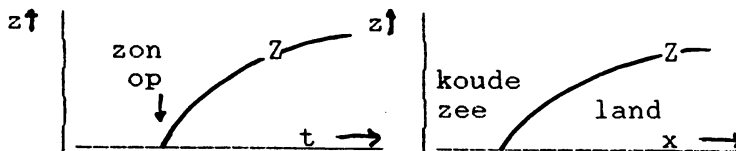
$$\Gamma a / (1+2a) (Z dZ/dt) = aH/\rho c_p \quad (3.27)$$

zodat na integreren

$$Z^2 = 2(1+2a)/\Gamma * \int_0^t H/(\rho c_p) dt \quad (3.28)$$

Als  $H$  dus na zonsopgang lineair met  $t$  toeneemt, volgt in dit bijzondere geval (lineair beginprofiel)  $Z \propto t$ . Later op de dag, als  $H$  ongeveer constant is, wordt  $Z \propto \sqrt{t}$  een betere benadering. Zonder entrainment correctie zijn voorspellingen van inversiehoogte (en daarmee maximum temperatuur) veel minder nauwkeurig. Interessant is nog de invloed van  $\Gamma$ . Naarmate de stabiliteit van het beginprofiel groter is, stijgt  $\theta$  sneller, maar  $Z$  langzamer.

FIG. 3.15, a, b.  
Groei van inversie met de tijd (a), of met de afstand na een overgang.



In de hier gegeven behandeling van een stilstaande luchtkolom kan men de coördinaat  $t$  door de horizontale afstand  $x$  vervangen (met  $dt=dx/u$ , waarin  $u$  de windsnelheid is) om de aanpassing van een koude luchtmassa boven een warm oppervlak te volgen (zie Handbook 17.7.8). Behalve de temperatuur moet ook het verloop van de vochtigheid in de grenslaag beschreven worden (Handbook 18.4&5). Daarvoor gebruikt men een analoge methode. Belangrijke verschillen zijn:

- De verdamping gedraagt zich anders dan de sensible warmtestroom, bijvoorbeeld onder invloed van de vegetatie (afzetting en verdamping van dauw, sluiten van huidmondjes, 's-avonds voortgaande verdamping van warme grond en planten),
- Door entrainment stijgt de temperatuur, maar daalt de vochtigheid, omdat de lucht boven de inversie meestal droger is.

Fig. 3.16. Mogelijke dagelijkse gang van de dampspanning bij helder weer.

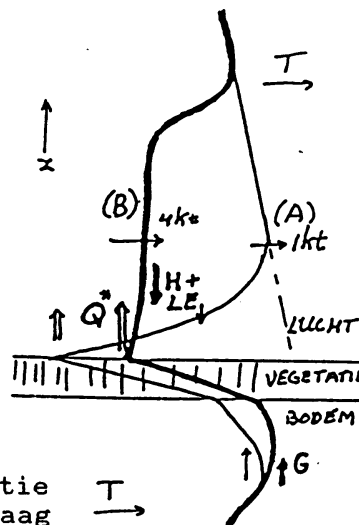
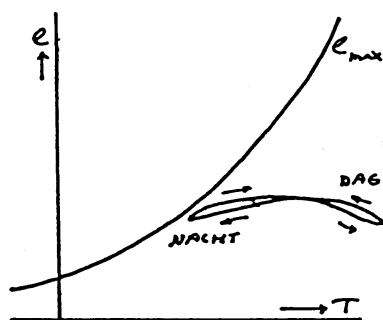


FIG. 3.17. Rol van de vegetatie op de nachtelijk grenslaag



Als gevolg hiervan vertoont de dagelijkse gang van de absolute vochtigheid op heldere dagen vaak een dubbel maximum: na zonsopgang en na zonsondergang.

Bij de afkoeling in heldere nachten speelt de windsnelheid een essentiële rol - tezamen met met de isolerende invloed van de vegetatie (slot 3.1). Alle termen in de stralingsbalans (3.10) hangen er van af. Bij een slechte uitwisseling (zie (A) in figuur) kan weliswaar  $G$  iets groter zijn, maar is vooral  $Q^*$  veel lager omdat de temperatuur van het oppervlak sterker daalt. Bij harde wind daarentegen (curve B) is de uitstraling groter, maar de afkoeling vindt over een veel dikkere grenslaag plaats, zodat de totale afkoeling bij harde wind veel groter is (vergelijk oppervlakken in Fig.3.17). De nachtelijke afkoeling bepaalt uiteraard de begintoestand voor het boven geschetste model van temperatuurstijging in de ochtend. In situatie (A) stijgt dan de temperatuur veel sneller dan in situatie (B).

Het windeffect op de nachtelijke afkoeling speelt ook een rol bij mistvorming. In situatie (A) ontstaat vooral dauw op de grond, terwijl in situatie (B) doorgaans op geen enkele hoogte de temperatuur onder het dauwpunt daalt. Mist ontstaat bij een temperatuurkromme die tussen de extremen (A) en (B) in ligt. Door de lage waterinhoud ( $0.2 \text{ g/m}^3$ ) stelt mist thermodynamisch niet zo veel voor, ook niet in vergelijking met de afgezette dauw. De stralingseigenschappen (zie 1.3) zijn echter van overheersende invloed op het verdere gedrag van de grenslaag, met name door de overgang van de (stabiele) grondmist naar de neutrale wolkenlaag onder een inversie (zie voor mist verder FM-memo 84-10).

3.6. Oefeningen.

1. Vergelijk droge en natte grond wat betreft:

- a amplitude dagelijkse gang oppervlakte-temperatuur,
- b doordringingsdiepte dagelijkse temperatuurgolf,
- c maximale bodemwarmtestroom.

2. Vergelijk droge zandgrond en nat grasland wat betreft de energiebalans op een zonnige dag. Let op oppervlakte-temperatuur, verdamping, albedo, bedekkingsgraad van de te vormen bewolking. Hoe beïnvloedt elk van deze factoren de sensibele warmtestroom?

3. Bespreek de invloed van windsnelheid, vegetatie en bodemvocht in heldere nachten op elke term van de energiebalans. Wat betekent een en ander voor de vorming van stralingsmist?

4. Verklaar het dubbele maximum in de dagelijkse gang van de absolute vochtigheid op hutniveau.

5. Hoeveel warmte verliest een luchtlaag van 50 m. dikte ( $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) bij een uitstraling van  $70\text{ W/m}^2$ ? Verwaarloos de bodemwarmtestroom. De Bowenverhouding =1 en de overdrachtscoëfficiënt in de onderste 1.5 meter  $0.001\text{ m/s}$ . Hoeveel daalt de temperatuur per uur? Schat de grastemperatuur.

6. Boven een meer van 10 km doorsnede en  $15\text{ }^{\circ}\text{C}$  arriveert een luchtkolom van 500 m dik,  $5\text{ }^{\circ}\text{C}$  en 50 % relatieve vochtigheid. De uitwisselingscoëfficiënt zij  $c_H=0.002*u$  (m/s) als u de windsnelheid is. Hoeveel bedraagt de temperatuurstijging van de lucht? Hoeveel verdampt het meer?

7. Bereken de opwaartse versnelling van een verzadigd luchtpakket dat 1 K warmer is dan de omgeving van 300 K, resp. voor omgeving met 100% en 50% relatieve vochtigheid.

8. Welke kracht ondervindt een opstijgende thermiek-bel met massa M, die 1.5 K warmer is dan de omgeving? Wat wordt de stijgsnelheid na 1 km stijging met behoud van temperatuur-exces?

9. Waarom zijn cumuli gekenmerkt door bolle toppen en vlakke bases?

10. Bespreek de invloed van respectievelijk inversiesterkte, verticaal vochtprofiel en bodemvocht op de dagelijkse gang van bedekkingsgraad en verticale ontwikkeling van convectieve bewolking.

11. Schets het verloop van vliegtuigmetingen van temperatuur en verticale snelheid langs horizontale doorsneden door een cumulus die zijn grootste hoogte heeft bereikt:

- a. onder de top,
- b. boven de basis,
- c. onder de basis.

#### 4. MICROFYSICA VAN WOLKEN

Lucht wordt oververzadigd na bijvoorbeeld stijging of contact met koude grond. Hoe verloopt daarna het condensatieproces? Hoe ontstaat neerslag? (Zie ook hoofdstuk 19.2 en 20.3 van 'Handbook')

##### 4.1. Condensatiekernen.

Condensatie is niet vanzelfsprekend want in zuivere lucht kan tot 700% oververzadiging optreden (Wilson, 1897). In lucht met ionen tot 300%. In de echte atmosfeer blijft dankzij condensatiekernen de oververzadiging beperkt tot minder dan 1%. Die kernen zijn deeltjes met diameter 0.01-10 $\mu$ m afkomstig van:

- opwaaiing van de bodem: stof, zeezout, e.d.
- emissie: branden, vulkanen, industrieën.

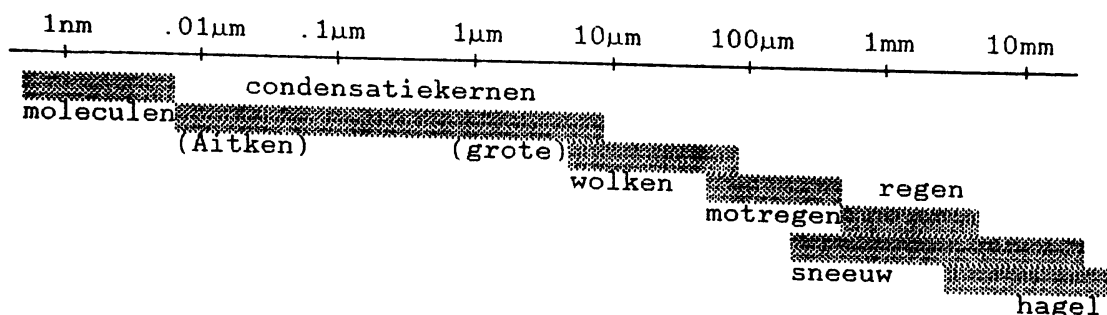
De totale productie is  $10^{12}$  kg/jaar voor de hele aarde. Vergelijk dit met de regenval:  $5 \cdot 10^{17}$  kg/jaar. Uiteraard verdwijnen de kernen weer in hetzelfde tempo en wel via regendruppels of door zelfstandig vallen. Dit laatste wordt bevorderd doordat de deeltjes samenklonteren. De snelheid van samenklonteren blijkt uit de zogenaamde 'halveringstijd' van de concentratie. Deze bedraagt

$$2 \cdot 10^9 / N \text{ sec} \quad \text{voor een concentratie } N \text{ (cm}^{-3}\text{)}. \quad (4.1)$$

Als voorbeeld: bij een voor ons land typische concentratie  $N=10000$  per  $\text{cm}^3$  is dit 2 dagen. Dicht bij een bron is de halveringstijd enkele seconden. We vinden dan ook sterk uiteenlopende concentraties, afhankelijk van de voorgeschiedenis van de lucht. Boven zee bedraagt het kernental vaak minder dan 1000 per  $\text{cm}^3$ .

Als resultaat van deze processen van vorming, samenklontering en verwijdering stelt zich een 'spectrum' van kernen in, waarin de kleinste (zog. Aitken-kernen) kleiner dan  $0.1 \mu\text{m}$  ca. 100 à 1000 keer talrijker zijn dan de 'grote' kernen van meer dan  $1 \mu\text{m}$  diameter. Al deze deeltjes bepalen tezamen met de relatieve vochtigheid het zicht in wolkenvrije gebieden.

FIG.4.1. Overzicht deeltjes in de atmosfeer



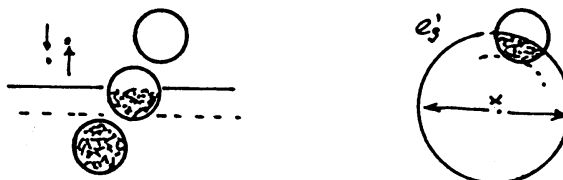
##### 4.2. De evenwichtsgrootte van hygroscopische kernen.

De verzadigingsdampspanning boven een vlak wateroppervlak zij  $e_s$  (Zie Fig.4.2). In dit -isotherme- geval betekent dit dat er evenwicht is tussen de stromen moleculen die het oppervlak verlaten resp. binnentreden. Als echter in de damp  $e < e_s$  dan komen er te weinig moleculen terug naar de vloeistof en hebben we verdamping! Slechts de

snelste moleculen kunnen zich losmaken uit de vloeistof en met name van de aantrekking van de naburige moleculen binnen een bol met diameter  $x_a$ , de 'attractiesfeer'. De hier bedoelde aantrekking tussen moleculen neemt af met de 7-de macht van de afstand en speelt in de dampfase geen rol. Op het kritieke moment dat de moleculen het oppervlak verlaten is juist de helft van de attractiesfeer gevuld met vloeistofmoleculen.

Het gemak waarmee de moleculen uittreden (en dus ook de grootte van  $e_s$ ) hangt nog af van de verhouding tussen de maximum aantrekkingsenergie (lees: verdampingswarmte  $L$ ) en de kinetische energie in de vloeistof (evenredig met de temperatuur  $T$ ).

FIG.4.2. Invloed van de kromming van een druppel op de evenwichtsverzadiging.



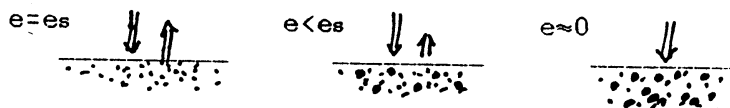
Beschouw nu de situatie bij een druppel met diameter  $x$ . De attractiesfeer bij uittreden is dan kleiner dan de halve bol. Het aantal uittredende moleculen neemt dus toe naarmate  $x_a/x$  groter is. Een exacte berekening voor water bij  $T=283$  K geeft volgens Thomson (Lord Kelvin, 1870)

$$e'_s/e_s = \exp(2.2 \cdot 10^{-9}/x) \approx 1 + 2.2 \cdot 10^{-9}/x, \quad (4.2)$$

met  $x$  in m. Een druppel van  $0.01 \mu\text{m}$  diameter is dus in evenwicht bij een relatieve vochtigheid van 122% ten opzichte van een vlakke waterspiegel.

Een kleiner druppeltje zou bij deze relatieve vochtigheid niet in evenwicht zijn en dus verdampen. Een grotere druppel zou juist aangroeien. Spontane condensatie bij een relatieve vochtigheid groter dan ca. 300% vindt plaats door verder groeien van door dichtheidsfluctuaties in de damp ontstane concentraties van moleculen.

FIG.4.3. Invloed verontreinigingen.



Bevinden zich opgeloste stoffen in het water (bedenk dat een droge condensatiekern formeel als een druppeltje met 100% opgeloste stof is te beschouwen) dan wordt het aantal uittredende moleculen verminderd en wel evenredig met de aan het oppervlak aanwezige concentratie verontreiniging, zodat  $e_s$  daalt. Men kan dit inzien door te bedenken dat uittreden van zuivere vloeistofmoleculen wordt afgeschermd, terwijl het terugkeren van moleculen uit de damp ongestoord doorgaat. Een extreem voorbeeld is een olielaagje op het water dat de verdamping geheel kan beletten.

Dit is de wet van Raoult:

$$\frac{e'_s}{e_s} = \frac{\text{aantal kmol water}}{\text{aantal kmol oplossing}} \quad (4.3a)$$

of, voor een verdunde oplossing:

$$\frac{e'_s}{e_s} = 1 - \frac{\text{kmol verontreiniging}}{\text{kmol water}} \quad (4.3b)$$

De meeste zouten, zoals bijv.  $\text{NaCl}$ , splitsen in de oplossing in twee

ionen, die samen een 3 à 5x groter molecuulgewicht hebben dan water, zodat

$$\frac{e'_s}{e_s} = 1 - \frac{2 m_s/M_s}{m_w/M_w} = 1 - \frac{m_s}{5\pi/12 \rho_w x^3} = 1 - \frac{0.0008 m_s(\text{kg})}{x^3(\text{m})} \quad (4.3c)$$

De derde macht in de noemer duidt op het verdunnen van de opgeloste stof tijdens het groeien van een kern, waarbij  $m_s$  voor een bepaalde kern constant blijft. We kunnen nu de effecten van kromming en opgeloste stof samenvoegen en  $x$  in  $\mu\text{m}$  noteren:

$$f' = \frac{\text{rel.v.}}{100} = \frac{e'_s}{e_s} = 1 + \frac{0.0022}{x} - \frac{8 \cdot 10^{14} m_s(\text{kg})}{x^3(\mu\text{m})} \quad (4.4)$$

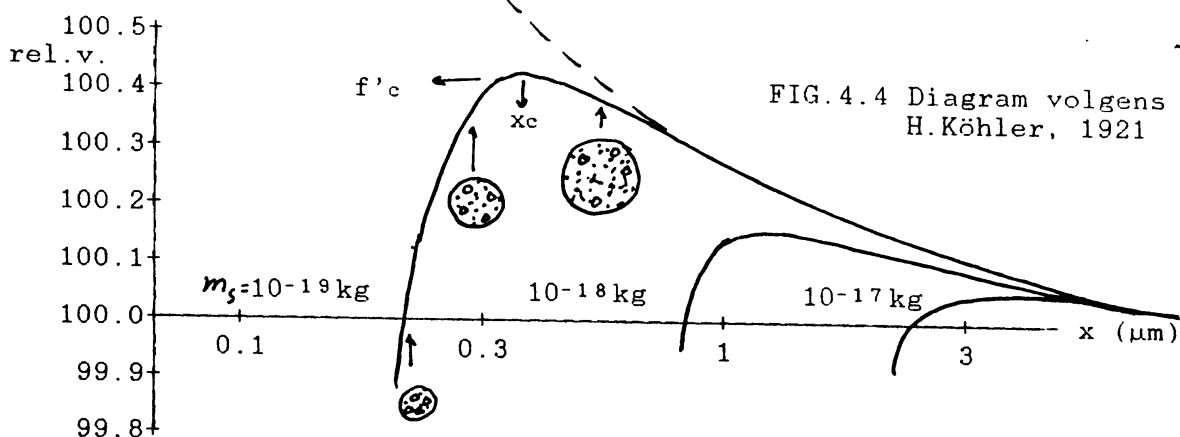


FIG. 4.4 Diagram volgens H. Köhler, 1921

De grafiek Fig. 4.4 geeft ook aan hoe groot een kern bij gegeven relatieve vochtigheid kan worden. Als de relatieve vochtigheid van de omgeving groter is dan de evenwichtswaarde uit de grafiek, dan groeit de druppel en beweegt het punt uit de evenwichtskromme naar rechts. Let op het typische aanzwellen van een kern bij toenemende relatieve vochtigheid. Daarbij daalt uiteraard het 'zicht' (Handbook 20.3). Er wordt een kritische diameter  $x_c$  bereikt waarbij het deeltje kan doorgroeien ook al daalt de relatieve vochtigheid van de omgeving een weinig. Als dus de relatieve vochtigheid vastligt zullen de grote kernen groeien en de kleinere niet! Hoe berekenen we deze kritische oververzadiging en bijbehorende kritische kerndiameter? In dat punt is de afgeleide  $df/dx=0$ , zodat volgt

$$x_c = \sqrt{(3.8 \cdot 10^{14} m_s / 0.0022)} = 1.04 \cdot 10^9 \sqrt{m_s}(\text{kg}) \quad (4.5a)$$

en na substitutie blijkt

$$f_c = 1 + 1.4 \cdot 10^{-12} / \sqrt{m_s} \quad (4.5b)$$

Bij een  $f$  groter dan 0.9 zijn overigens de kernen al zoveel gegroeid dat ze dan grotendeels uit water bestaan. Een droog bolletje keukenzout (soort. massa =  $2200 \text{ kg/m}^3$ ) van diameter  $x_0 \mu\text{m}$  weegt  $2.2 \cdot 10^{-15} \pi/6 x_0^3 \text{ kg}$ . Een droog deeltje van  $10^{-18} \text{ kg}$  meet zo slechts  $0.1 \mu\text{m}$  diameter. We kunnen ook  $x_0$  in plaats van  $m_s$  in de formule (4.4) voor  $f'$  opnemen.

Stel nu dat de relatieve vochtigheid langzaam stijgt tot een waarde 100.1% dan kunnen we met het 'Köhlerdiagram' het gedrag van grote en kleine kernen vergelijken. Grote kernen met  $f_c < 1.001$  kunnen bij overschrijden van hun  $x_c$  'onstabiel' aangroeien en worden zo wolkendruppels (Fig. 4.5). In de praktijk daalt de relatieve vochtigheid van de omgeving daardoor weer tot dicht boven 100%. Bij deze dalende oververzadiging krimpen de kleinste kernen weer. Hoewel

deze dus uiteindelijk geen wolke druppel worden, beperken ze - door hun grote aantal - wel de maximale oververzadiging bij een condensatieproces. In een maritieme wolk (weinig kernen) kan dan ook een hogere oververzadiging bereikt worden dan in een continentale wolk (ca. 0.1% i.p.v. ca. 0.01%).

FIG.4.5. Effect van kritische straal en kritische oververzadiging.

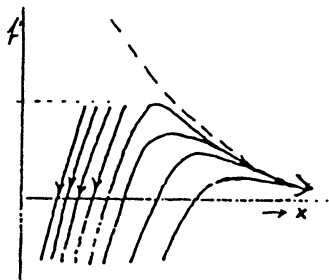
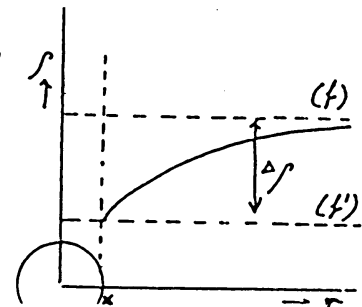


FIG.4.6. Verloop van dampspanning nabij druppel.



#### 4.3. Groeisnelheid van druppels bij condensatie.

De afmeting  $x$  uit de vorige paragraaf is de 'evenwichtsdiаметer'. Als de druppelgroei de variërende relatieve vochtigheid niet snel kan volgen, dan wordt  $x$  niet (althans niet direct) bereikt. Beschouw het damptransport naar een druppel in stilstaande lucht met relatieve vochtigheid  $100 f$  op enige afstand van de groeiende druppels. Bij evenwicht (d.w.z. dynamisch evenwicht, dus even de groei van de diameter verontachtzamen) is volgens (4.4) vlak bij de druppel de relatieve vochtigheid  $100 f'$ . Bij een netto damptransport naar de druppel ontstaat een verschil  $\Delta f$  in dampdichtheid (Fig.4.6). Door een bol op afstand  $r$  is dan de massaflux ( $m$ =massa druppel)

$$\frac{1}{4\pi r^2} \frac{dm}{dt} = D \frac{d\rho}{dr} \quad (4.6)$$

waarin  $D=3 \cdot 10^{-5}$  m<sup>2</sup>/s de diffusieconstante in lucht is. We onderstellen dus -tijdelijk- een stationnair transport, en kunnen dan

$$\frac{1}{4\pi} \frac{dm}{dt} \frac{dr}{r^2} = D d\rho$$

integreren van  $x/2$  tot  $\infty$ , zodat

$$\frac{1}{4\pi} \frac{dm}{dt} \left(0 - \frac{1}{x/2}\right) = D \Delta \rho, \text{ of } \frac{dm}{dt} = 4\pi D \Delta \rho x/2. \quad (4.7)$$

Er is nog een complicatie! Door condensatiewarmte wordt de druppel namelijk met een bedrag  $L$  T verwarmd ten opzichte van de omgeving. De juiste opwarming volgt uit het warmtetransport. Daarvoor geldt analoog:

$$\frac{1}{4\pi r^2} L \frac{dm}{dt} = k \frac{dT}{dr}, \text{ waaruit } L \frac{dm}{dt} = 4\pi k L T x/2 \quad (4.8)$$

met  $k=0.03$  W/m/K. Deze opwarming verhoogt de dampdichtheid bij de druppel en deze bijdrage moet worden afgetrokken van de oververzadiging in de omgeving:

$$\frac{dm}{dt} = 4\pi D \frac{x}{2} \left( \Delta \rho - \frac{d\rho}{dT} \frac{L dm/dt}{4\pi k x/2} \right), \text{ waaruit na hergroepering volgt:}$$

$$\frac{dm}{dt} = \frac{4\pi D \Delta \rho x/2}{1 + \frac{d\rho}{dT} \frac{L D}{k}} \quad (4.9a)$$

Hierin volgt  $d/s/dT$  met Clausius-Clapeyron (2.13) en de gaswet.

Voorts substitueren we  $d/s = (f-f')/s$  en  $m = \pi/6 \rho_w x^3$ , zodat

$$x dx/dt = 4(f-f')/C \quad \text{met noemer} \quad C = \frac{RT \rho_w}{M_w D e_s(T)} + \frac{L^2 \rho_w M_w}{kRT^2} \quad (4.9b)$$

die uitsluitend afhangt van T en van de luchtdruk (omdat D en k lineair met p toenemen). De hier gegeven theorie valt nog op een aantal punten te verbeteren, maar voldoet toch redelijk. In de nu volgende voorbeelden met  $T=283$  K en  $p=850$  mbar, wordt  $C \approx 10^{-2}$  als we x in  $\mu\text{m}$  uitdrukken. Het resultaat van (4.9) en (4.4) wordt dan

$$x \frac{dx}{dt} = 400 \left( (f-1) - \frac{0.0022}{x} + 0.9 \frac{x_0^3}{x^3} \right) \quad (4.10)$$

waarin  $x_0$  de afmeting van de droge zoutkern is. In de praktijk houdt de competitie tussen de kernen f-1 onder 0.1%, en die term is dus pas van belang als de andere termen klein zijn, dus bij druppels groter dan  $10 \mu\text{m}$ .

Bij  $x_0 > 1 \mu\text{m}$  en  $x < 10 \mu\text{m}$  overheerst de derde term.

Voor de groei van een kern van  $x_0=1$  tot  $x=10 \mu\text{m}$  volgt dan

$$x^4 dx/dt = 360, \quad \text{of} \quad x^5 - 1^5 = 1800 t$$

De groei tot  $5 \mu\text{m}$  vergt dus 1.7 s en tot  $10 \mu\text{m}$  zelfs 56 s. Met N kernen per  $\text{cm}^3$  zou dan een watertoevoer van  $10^{-8} N \text{ kg/m}^2/\text{s}$  nodig zijn. Bij een adiabatisch stijgingsproces was gevonden dat bij  $0^\circ\text{C}$  per m stijging  $14 \cdot 10^{-7} \text{ kg/kg}$  vrijkwam (tabel in 2.5). Bij een stijging van 1 m/s kunnen dus maar 140 deeltjes per  $\text{cm}^3$  op de beschreven manier groeien. Voor het vervolg kunnen we met uitsluitend de eerste term schatten

$$x dx/dt = 400 \cdot 0.001, \quad \text{zodat} \quad x^2 - 10^2 = 0.8 (t-56).$$

De groei tot  $20 \mu\text{m}$  vergt dan 431 s en tot  $30 \mu\text{m}$  1056 s. Omdat de diameter van grote druppels dus trager groeit wordt het spectrum bij condensatie smaller.

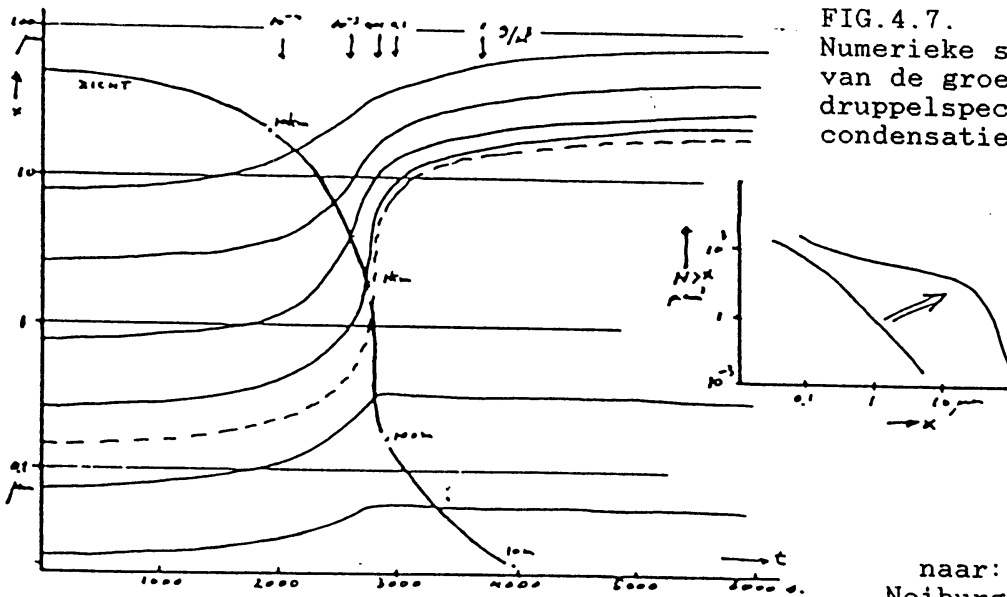


FIG.4.7.  
Numerieke simulatie van de groei van een druppelspectrum door condensatie.

naar:  
Neiburger & Chien,  
1959.

Men heeft het bovenstaande groeiproces ook numeriek gesimuleerd. Een voorbeeld geeft Fig.4.7.

Hier is de verandering van een gegeven kernenspectrum berekend tijdens een afkoelingsproces met 6K/hr op 1000 mbar. Men kan daarbij aan de vorming van stratus denken. Het cumulatieve deeltjesspectrum is apart geschetst. Behalve de druppelafmeting is ook de waterinhoud en het zicht aangegeven. Aan het laatste zien we, dat zichtbare wolkenvorming heel plotseling plaats vindt, maar dat de verdere ontwikkeling steeds langzamer verloopt. De gevonden tijden tonen overigens aan, dat condensatie nauwelijks toereikend is om motregendruppels (100 μm) te laten ontstaan, laat staan de nog 10 keer grotere regendruppels!

Alvorens twee meer effectieve groeiprocessen te bespreken benutten we de gevonden formule (4.10) om verdampingssnelheden te schatten. Stel dat een druppel met  $x_1 > x_0$  in een droge omgeving ( $f_1 < 1$ ) wordt geplaatst. Dan geldt

$$xdx/dt = 400 (f_1 - 1) , \text{ of } x^2 - x_1^2 = +800 (f_1 - 1)t . \quad (4.11)$$

Geheel verdampen ( $x=0$ ) vergt een tijd  $t = 0.00125 x_1^2 / (1 - f_1)$  s.

Voorbeelden voor 90% relatieve vochtigheid zijn hier getabelleerd:

$x_1$ (μm) =	30	100	300	1000
$t$ (s) =	11	120	1100	12000

Hier zien we dus nog een groot verschil in het gedrag van wolken- resp. regendruppels, die in de droge omgeving buiten een wolk komen! De korte levensduur van wolkendruppels in een droge omgeving draagt ook bij tot de scherpte van de wolkenbasis.

#### 4.4. Coalescentie van wolkendruppels.

Door condensatie ontstaan dus wolkendruppeltjes met diameters van 10 à 50 μm. Voor de verdere gebeurtenissen is van belang dat de valsnelheid van zulke deeltjes niet meer verwaarloosbaar is. De grootste druppels bewegen dus ten opzichte van de lucht, zodat dan  $D$  en  $k$  in par.4.3 de werkelijke transporten onderschatten. De factor  $C$  in (4.9b) wordt dan kleiner.

Een druppel die valt onder invloed van de zwaartekracht bereikt al spoedig een constante snelheid  $v$ , waarbij de zwaartekracht en de luchtwrijving elkaar in evenwicht houden, ofwel:

$$\pi/6 x^3 \rho_w g = \pi/4 x^2 \sqrt{1} v^2 / 2 C_D . \quad (4.12)$$

De waarde van  $C_D$  hangt af van de aard van de turbulentie bij de luchtstroming om de druppel. Bepalend is dan het Reynoldsgetal  $Re = \sqrt{1} vx / \eta$  waarbij  $\eta (1.8 \cdot 10^{-5} \text{Ns/m}^2)$  de viscositeit van lucht is. Voor wolkendruppels ( $Re < 10$ ) geldt  $C_D = 24/Re$  (Stokes-wrijving), terwijl voor  $x > 700 \mu\text{m}$  ( $Re > 100$ ) de waarde  $C_D = 0.43$  een goede benadering is. Hiermee volgt voor kleine en grote druppels

$$\left. \begin{aligned} v(\text{m/s}) &= 3 \cdot 10^{-5} x^2 \\ \text{respectievelijk } v(\text{m/s}) &= 0.15 \sqrt{x} \end{aligned} \right\} \text{ met } x \text{ in } \mu\text{m}, \quad (4.13)$$



Voorbeelden van gemeten waarden:

x (um)	3	10	30	100	300	1000	3000	6000
v(m/s)	0.0003	0.003	0.03	0.27	1.2	4.1	8.1	9.2

Grotere druppels komen niet voor, omdat ze door de luchtwrijving sterk vervormen en tenslotte desintegreren. Een interessant aspect treedt nog op bij hagelstenen. Men neemt aan dat bij bollen groter dan 50 mm soms  $C_D < 0.2$  geldt, zodat snelheden boven 50 m/s denkbaar zijn!

We kunnen de valsnelheden van wolkendruppels nog combineren met de verdampingssnelheden, die aan het slot van 4.3 werden gepresenteerd. Zo blijkt dat een druppeltje van 100  $\mu\text{m}$  tot hoogstens 30 m buiten de wolk kan blijven bestaan, maar een 300  $\mu\text{m}$  druppeltje minstens 1 km. Wederom blijkt zo de betekenis van het onderscheid tussen wolken en neerslag.

Een belangrijk gevolg van het vallen van druppels is, dat ze elkaar inhalen. Door samenvloeien van botsende druppels kunnen zo grotere druppels ontstaan die dan nog sneller vallen, dus nog meer druppels inhalen, etc. etc. Men noemt dit het coalescentie-proces. Essentieel hierbij is, dat de botsende druppels ook werkelijk samenvloeien. Daarbij kan de elektrische lading van druppels (of een extern elektrisch veld) gunstig werken! Dit leidt tot een belangrijke samenwerking van onweerselecticiteit en neerslagvorming, mede omdat -omgekeerd- volgens de meeste gangbare theorieën elektrische ladingen in wolken door neerslagdeeltjes worden opgebouwd.

Nog voor de eis van het samenvloeien komt de voorwaarde dat de elkaar inhalende druppels ook werkelijk botsen. Kleine druppels ( $< 30 \mu\text{m}$ ) volgen de stroomlijnen van de lucht en raken elkaar dus niet. Coalescentie kan dus juist op gang komen voor de grootste druppels die door condensatie geproduceerd worden.

Dat het coalescentie-proces inderdaad de gewenste snelle druppelgroei mogelijk maakt volgt uit de volgende -sterk vereenvoudigde- beschouwing. Allereerst moeten we vaststellen of de kleine druppels worden ingevangen ofwel, de stroomlijnen volgend, opzij geduwd worden. Vlak voor een eventuele botsing wordt de kleine druppel met een snelheid  $v'$  (snelheid grote druppel) opzij gedrongen door de met die grote druppel meegesleurde lucht. De reactie van de kleine druppel kan worden uitgedrukt met de zogenaamde 'stopweg'  $y$ , de afstand waarbinnen de luchtwrijving de druppel tot stilstand kan krijgen. Die bedraagt

$$y = \frac{2}{9} \frac{x^2 v'}{w} \quad (4.14)$$

als tenminste de kleine druppel klein is ten opzichte van de grote, dus  $v \ll v'$ . Eventuele invangst houdt verband met de onmogelijkheid om uit te wijken, dus dan moet  $y > x'/2$ .

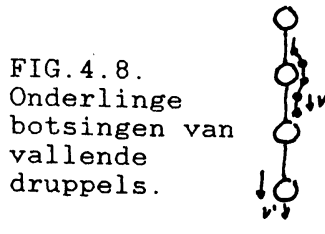
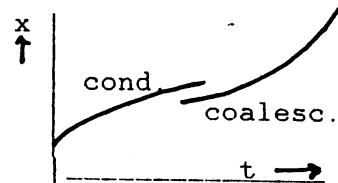


FIG.4.8.  
Onderlinge botsingen van vallende druppels.



FIG.4.9.  
Groei door condensatie, gevolgd door coalescentie.



De kritische druppelgrens voor invangst van kleine druppels hangt dus af van de afmeting van de grote druppel ( $\frac{\sqrt{9\eta}}{w} = 0.0004$ )

$$x > x_s = 4 \cdot 10^{-4} \sqrt{(x'/v')} \quad \text{met } x \text{ en } x' \text{ in m.} \quad (4.15)$$

Druppels met grote  $x$  worden dus uit een cylinder  $\pi x'^2/4 v'$  ingevangen, maar kleine druppels hoogstens uit een klein gebiedje rond de vallijn. Men drukt dit uit met een botsingsefficiency  $E_b$

$$E_b = \frac{\text{vangstdoorsnede}}{\text{oppervlak grote druppel}} \approx 0.2 \frac{x}{x_s} \quad (\text{als } x > 4x_s \text{ is } E_b=1). \quad (4.16a)$$

Na substitutie van  $v' = 3 \cdot 10^{-5} x'^2$  volgt

$$E_b \approx 0.0018 x/x' \quad \text{met } x \text{ en } x' \text{ in } \mu\text{m.} \quad (4.16b)$$

Stel nu dat een druppel van  $40 \mu\text{m}$  valt in een omgeving van  $20 \mu\text{m}$  druppels (waterinhoud  $\rho_d \text{ g/m}^3$ ), dan is de druppelgroei met  $x'$  in  $\mu\text{m}$ :

$$dm/dt = E_b \pi/4 x'^2 v' \rho_d = E_b \pi/4 x'^4 \cdot 30 \cdot 10^{-18} \rho_d \text{ (g/s)}. \quad (4.17a)$$

De groei van de druppeldiameter  $x'$  volgt uit

$$dm/dt = d(\pi/6 x'^3 \rho_w)/dt = 10^{-12} \pi/2 x'^2 dx'/dt, \quad \text{zodat}$$

$$dx'/dt = 1.5 \cdot 10^{-5} E_b x'^2 \rho_d \quad (4.17b)$$

Voor  $\rho_d = 1 \text{ g/m}^3$  (ca. 700 m boven de wolkenbasis bij adiabatische stijging) volgt na integreren en substitutie van  $E_b$  en  $x_s$ :

$$40^{-3/2} - x'^{-3/2} = 8.7 \cdot 10^{-7} t \quad \text{als } x' < 80 \mu\text{m.}$$

Voorbeeld: (groei door condensatie van 40 tot 50  $\mu\text{m}$  vergde ca. 1200s)

t (s)	0	1388	2222	2772	3153
x' ( $\mu\text{m}$ )	40	50	60	70	80

We zien dus (Fig.4.9) dat de groei steeds sneller gaat in tegenstelling tot bij het condensatie-proces.

Voor een 'echte' berekening moeten we nog rekening houden met enige factoren:

- Een coalescentie-efficiency, die het samenvloeiën beschrijft.
- Turbulentie in de lucht kan het aantal botsingen vergroten.
- Het gehele druppelspectrum en niet twee geselecteerde afmetingen.

Om coalescentie te laten starten moet het spectrum breed zijn (verschillende valsnelheden), terwijl bij condensatie het spectrum juist smaller wordt! Voorts moeten de grootste druppels minstens  $30 \mu\text{m}$  bedragen om de botsingsefficiency boven de 0 te krijgen. Maritieme wolken zijn wat dit betreft in het voordeel. Als coalescentie eenmaal op gang is verbreedt het spectrum uiteraard sterk. Bedenk overigens dat 1 miljoen druppels van  $10 \mu\text{m}$  moeten samenkomen om een regendruppel van 1 mm te maken, die de verdamping onder de wolkenbasis kan overleven.

Bij het schatten van de benodigde wolkdikte moeten we bedenken, dat groeiende druppels eerst in een stijgstroom omhoog gevoerd worden en pas na voldoende groei naar de wolkenbasis terugvallen. Uit ervaring weet men dat uit een mistlaag van 300 m al motregen kan vallen. Voorts is bij een maritieme cumulus een dikte van 1500 m voldoende om in ca. 15 minuten een bui te laten ontstaan. (Voor verdere getallen zie Handbook, 19.7, 3&4). Een aparte groep vormen de orografische wolken, waar de stijging zorgt voor een voortdurende aanvoer van

kleine druppels, terwijl de grote druppels een langere verblijftijd krijgen omdat ze tijdelijk zwevend gehouden worden. Een veel geringere dikte kan dan al voor neerslag zorgen.

#### 4.5. IJs in wolken.

Neerslag uit 'warme' wolken -d.w.z. met toppen warmer dan  $-5^{\circ}\text{C}$  - is dus wel mogelijk in ca. 5% van de gevallen, maar op onze gematigde breedten is meestal het voorkomen van sneeuw in de wolkentop een eis om voldoende grote deeltjes te krijgen. Er zijn drie factoren die de sterke groei van ijsdeeltjes bevorderen:

- Onderkoeling van water is een normaal verschijnsel. Kleine druppeltjes zuiver water bevriezen pas bij  $-40^{\circ}\text{C}$ . Een cirruswolk is dan ook vaak als waterwolk begonnen. Zelfs een nattebol thermometer kan bij  $-2^{\circ}\text{C}$  nog nat zijn. In natuurlijke wolken bevriezen druppeltjes bij  $-10^{\circ}\text{C}$  à  $-20^{\circ}\text{C}$  en wel door de aanwezigheid van vriescernen, bijvoorbeeld kleine vaste deeltjes of kristallen. Vriescernen zijn schaars: grote druppels hebben meer kans er een te bevatten. Bovendien hebben ze uiteenlopende activiteit, d.w.z. sommige werken al bij  $-5^{\circ}\text{C}$ , andere pas bij  $-15^{\circ}\text{C}$  (Fig.4.10. Het belangrijkste gevolg hiervan is dat er tussen die temperaturen in de wolk een gebied is, waar een gering aantal bevroren deeltjes voorkomt in een omgeving met veel waterdruppeltjes.

FIG. 4.10.  
Concentratie  
vriescernen  
(per liter)  
afhankelijk  
van temperatuur

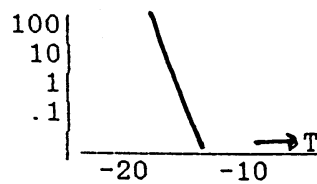
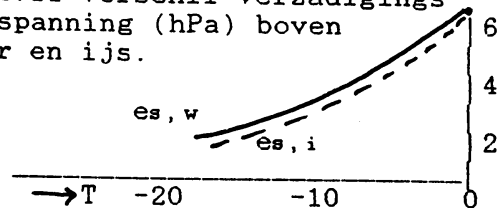


FIG.4.11 Verskil verzadigingsdampspanning (hPa) boven water en ijs.



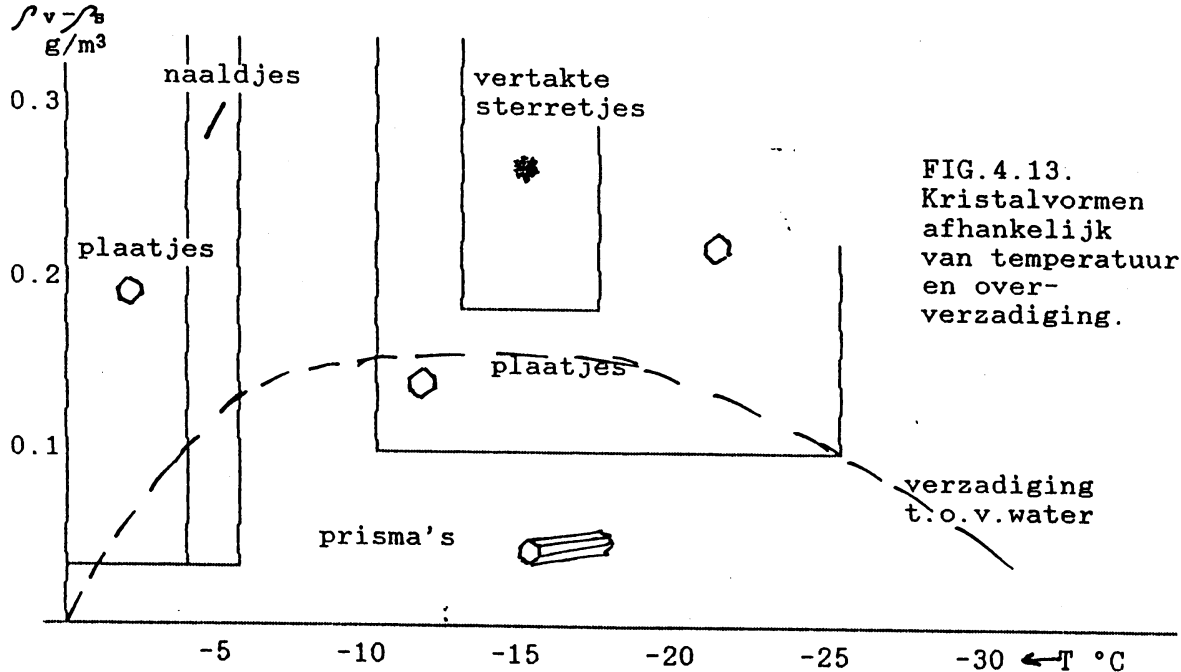
- De verzadigingsdampspanning ten opzichte van ijs is lager dan ten opzichte van water (Fig.4.11. Waar de deeltjes naast elkaar voorkomen groeien de ijsdeeltjes snel (A.Wegener, 1911, T.Bergeron, 1933) bij een oververzadiging van ca. 10% door condensatie gevolgd door bevriezing (ofwel door sublimatie). De waterdruppeltjes verdampen snel door de afnemende dampspanning. Overigens komt bij dit proces stollingswarmte vrij, zodat de wolk extra stijfkracht kan winnen!

De lagere verzadigingsdampspanning is ook de reden dat ijsdeeltjes zich buiten de wolk in een omgeving van ca. 90% relatieve vochtigheid kunnen handhaven (cirrus, persistent condensation trails). Vanwege het verschil in oververzadiging groeien kristaldiameters minstens 10 keer sneller dan druppels. Overigens blijven de formule's van 4.3 hiervoor ongeveer geldig. De oververzadiging kan bij een stijging van 0.1 m/s al op peil blijven omdat vriescernen schaars zijn.

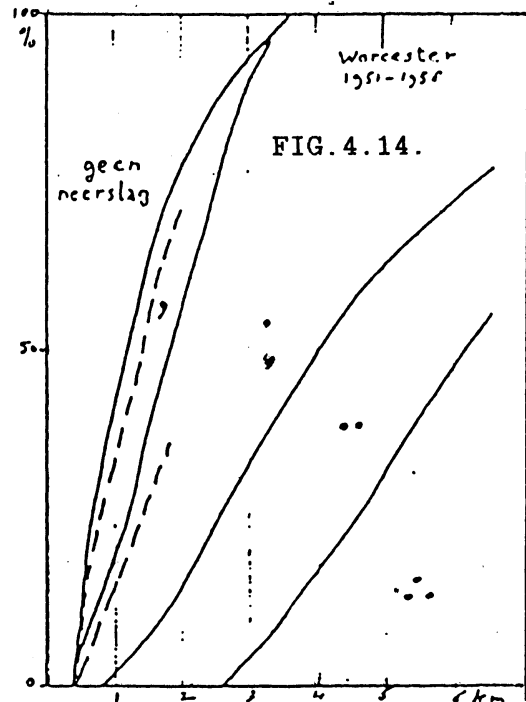
- Kristallen vallen trager dan druppels en krijgen zo meer tijd om te groeien, zowel door sublimatie als door invangen van druppels of kristallen.

Door deze drie factoren krijgt een gering aantal deeltjes de kans om spectaculair te groeien. Dit is juist vereist bij het neerslagproces. Overigens blijkt het aantal neerslagdeeltjes (ca. 100/liter) de vriescern-concentratie verre te overtreffen. Men neemt dan ook aan, dat afgesplinterde ijsdeeltjes (na botsingen met kristallen of na afzetting van ruige rijp) zelf nieuwe vriescernen vormen. In gelaagde frontale neerslagsystemen komt het vaak voor, dat

uitvallende kristallen uit hogere ('seeder'-) wolken in lagere onderkoelde ('feeder'-) wolken het neerslagproces op gang helpen. Om de neerslagverdeling bij fronten of in buien in detail te begrijpen is nog inzicht in de dynamica van die systemen nodig. Vooral van belang is de windschering en het opgliden langs frontvlakken, waardoor lokaal 'seeder'- en 'feeder'-wolken boven elkaar komen en bijvoorbeeld regenbanden ontstaan, zelfs in gelaagde systemen. Of een wolk regen brengt hangt behalve van de dikte van die wolk ook af van de hoogte van de onderkoelde zone ten opzichte van de wolkenbasis. Fig.4.14, ontleend aan J.B.Stewart (Quart.Journal of the R.M.S., 1964), toont de neerslagkans voor onderkoelde, resp. warme wolken (streeplijnen).



Indien sneeuw op de grond valt, blijkt dat de vormingstemperatuur mede van invloed is op de kristalvorm. De grote oververzadiging rond  $-15^{\circ}\text{C}$  leidt tot snelle groei in de vorm van fraaie vertakte structuren (sterretjes). Bedenk dat de kristalvorm dus iets kan leren over de vormingsgeschiedenis. Zijn de sneeuw kristallen tot meer dan 1 mm gegroeid dan hebben ze typische valsnelheden van 0.4 a 0.7 m/s. In dat stadium is invangen van andere kristallen en druppels belangrijker geworden dan de toevoer van waterdamp door diffusie. Omdat sneeuw boven  $-10^{\circ}\text{C}$  beter 'plakt' is bij botsingen de coalescentie-efficiency afhankelijk van de temperatuur.



De meeste sneeuw smelt bij het 0°C niveau binnen enkele 10-tallen meters. Door de onttrokken smeltwarmte kan dan een smelt-inversie ontstaan. Indien bij voorkeur onderkoelde druppels worden ingevangen, dan ontstaat meestal (vooral in buien) korrelhagel, die sneller valt dan een sneeuwvlok en dan ook meer aangroeit. Omdat de druppels bij voorkeur op de onderkant botsen, kan bij onmiddellijk vastvriezen soms een kegelvorm ontstaan, die bij het vallen rechtop blijft. Grote ronde hagelstenen vormen zich in zomerse buien: daar treft men grote concentraties vloeibaar water en sterke stijgstromen, die de stenen een langere verblijftijd in de wolk geven. De afvoer van stollingswarmte bepaalt dan of zich helder dan wel mat ijs vormt (vertraagde, resp. onmiddellijke bevriezing).

#### 4.6. Water en ijs op voorwerpen.

Hierbij gaat het om enige praktische problemen (zie ook: Handbook, 21, alsmede: P. Rosier, IJsafzetting, Bureau ME, 1982):

- ijsafzetting op vliegtuigen, molenwieken, e.d.
- ijs op hoogspanningsdraden en bomen t.g.v. ruige rijp of ijzel,
- vangen van wolken druppels met gaas of zo.
- op zee kan naast mist of neerslag ook opspattend water voor ijsafzetting zorgen (zie WMO TD-No.70).

Bij het invangen van druppels speelt weer de botsings-efficiency een rol en dus ook de in 4.4. gedefinieerde stopweg  $y$ . Voor een cylinder als collector volgt:

$$E_b = \frac{\text{vangstdoorsnede}}{\text{dwarsopp. cylinder}} \approx 0.3 \frac{x}{x_s}, \text{ met maximum } E_b=1 \quad (4.18)$$

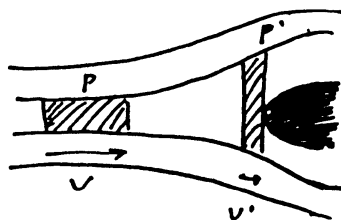
en  $x_s = 0.0005 \sqrt{(x'/v')}$  waarin  $x'$  de cylinderdiameter (m) is en  $v'$  de relatieve snelheid in m/s.

Als voorbeeld  $x'=0.1$  m en  $v'=50$  m/s waarbij men kan denken aan een vliegtuigvleugel of een grote hagelsteen (maar dat is eigenlijk een bol). Dan volgt  $E_b > 0.3$  als  $x > x_s = 20 \mu\text{m}$ . Voor mistdruppels, die een tak naderen ( $x'=0.01$  m en  $v'=5$  m/s) volgt dezelfde grensgrootte, maar bij 1m/s wordt de eis  $x > 50 \mu\text{m}$ , hetgeen in mist veel minder voorkomt. Dit vangen van water is vrij effectief. Als het water vastvriest komt er aangroeiing waardoor  $E_b$  stijgt. Als voorbeeld een 20 mm kabel bij 5m/s in mist van  $0.3 \text{ g/m}^3$ : per etmaal wordt per meter minstens 2.5 kg ijs verzameld en nog meer als alzijdige groei optreedt, zodat het obstakel breder wordt. Ook ijzelafzetting op draden kan men zo schatten.

Of ijsafzetting op een vliegtuig problematisch wordt hangt vooral van de temperatuur af. Bij  $T$  °C onderkoeling bevriest slechts een fractie  $c_i T/L_f = T/80$  onmiddellijk. De rest van de stollingswarmte wordt naar het object en de lucht afgevoerd. Gaat dat niet vlug genoeg dan ontstaat - als bij hagel- helder ijs, anders een matte ijslaag. Grote hoeveelheden onderkoeld water - zoals te verwachten bij wol kentemperaturen tussen -20 en 0°C - zorgen voor zware ijsafzetting. Een complicatie vormt de dynamische verwarming van de lucht (niet van de druppels) die voor de vleugel stagneert. Men kan dit inzien door een volume-eenheid lucht tussen een serie stroomlijnen te volgen. De dwarsoppervlakte zij  $A$ . De afgelegde weg is dan  $1/A$  en de druk  $p$ , die een kracht  $pA$  uitoefent, verricht een arbeid  $pA/A$ . Dit is juist de winst in kinetische energie :

$$p' - p = 1/2 \rho v^2 - 1/2 \rho' v'^2 \quad (4.19)$$

FIG.4.15. Stroomlijnen  
bij een obstakel;  
stagnatie en  
samenpersing.



Dit is de wet van Bernoulli bij constante potentiële energie (hoogte). Bij stagnatie van lucht geldt  $v'=0$ , zodat met de vergelijking van Poisson

$$T'/T = (p'/p)^{R/c_p M} \quad \text{volgt:}$$

$$(T'-T)/T = (1 + 1/2 \rho v^2/p)^{R/c_p M} - 1 = 1/2 \rho v^2 R/(p c_p M) \quad (4.20a)$$

Met de gaswet volgt tenslotte

$$T'-T = 1/2 v^2/c_p \quad (4.20b)$$

zodat de kritische temperatuur bij ijsafzetting nog afhangt van de vliegsnelheid: bij 400 kt is de vleugelrand ca. 20 K warmer! Bij lichte onderkoeling kan dan de hinder meevallen, afgezien van mogelijke herbevrozing op de koelere draagvlakken.

#### 4.7. Kunstmatige beïnvloeding.

(Overgenomen uit: J.C.H.van der Hage, H.R.A.Wessels, Natuurkunde van de atmosfeer, Groningen, 1980.)

Er zijn wel enige mogelijkheden om het coalescentie-proces wat meer efficiënt te maken. Vaak komt dit proces niet op gang, omdat het geringe aantal grotere druppels ontbreekt waarmee het moet beginnen. Men heeft twee methoden beproefd om grote druppels in de wolk te krijgen:

- het verstuiven van water (uit een vliegtuig)
- het in de wolk brengen van grote oplosbare of hygroscopische kernen, zoals NaCl of CaCl<sub>2</sub> (hygroscopisch = water aantrekkend).

Bij onderkoelde wolken wordt de neerslagvorming heel sterk beïnvloed door de aantallen vrieskernen, die werkzaam zijn bij de temperaturen die in de wolk heersen. Er worden onder meer twee methoden gebruikt om extra druppels te laten bevriezen:

- het verspreiden van vast koolzuur (-78°C) uit een vliegtuig geeft plaatselijk een zo grote afkoeling dat vele druppels bevriezen.
- het verspreiden (vaak van de grond af) van zilverjodide kristallen, een vrieskern met rooster-afmetingen welke op die van ijs lijken en die bij ca. -5°C al druppels kan doen bevriezen.

Vooraf bij convectieve wolken kan de stollingswarmte een extra bijdrage aan de opstijgende bewegingen geven, zodat ook deze factor de neerslagvorming na bevriezing kan bevorderen.

Met dit alles zijn slechts enige (theoretische) mogelijkheden aangegeven. Vanwege de grote natuurlijke variaties in regenval blijkt het zeer moeilijk om in de praktijk het effect van een poging tot 'regenmaken' aan te tonen. Bij goed gecontroleerde experimenten is zelden een verhoging van de regenval met meer dan 15% bewezen.

Als voorbeeld van de complicaties kan gewezen worden op het effect van bijvoorbeeld een te grote dosis vrieskernen (bijv. AgJ) in het onderkoelde deel van de wolk. Het Bergeron-proces komt dan wel op gang, maar er zijn te veel kristallen die willen groeien. Er ontstaan dan

niet de (weinige) grote kristallen die het neerslagdeeltje kunnen doen groeien en de neerslagvorming is juist tegengewerkt in plaats van bevorderd. Dit verschijnsel wordt doelbewust gebruikt bij sommige methoden van hagelbestrijding!

Voor mistbestrijding kan men twee uitgangspunten kiezen: de mistdruppels verdampen ofwel ze zover laten groeien dat ze op de grond vallen. De voor wolken genoemde methodes van neerslagbevordering komen ook hier in aanmerking. Daarbij moet uiteraard mist boven  $0^{\circ}\text{C}$  anders behandeld worden dan onderkoelde mist. Een belangrijke praktische mogelijkheid om onderkoelde mist te verdrijven is het plaatselijk sterk afkoelen door middel van adiabatische expansie van propaan gas uit tanks.

Het verdampen van mist kan in principe met branders gebeuren. Vooral omdat steeds weer nieuwe mist wordt aangevoerd door de wind, is dit een dure methode. In Engeland werd gedurende de tweede wereldoorlog een dergelijk systeem van branders rond de landingsbaan van vliegtuigen met succes gebruikt. Pas sinds kort wordt deze methode in Frankrijk weer toegepast.

Een heel andere mogelijkheid om plaatselijk het zicht te verbeteren is het vliegen met helicopters boven de mistlaag. De mist wordt dan gemengd met drogere lucht die boven de mistlaag aanwezig is.

#### 4.8. Oefeningen.

(Formule's en constanten in voorgaande)

1. Verzadigde lucht ( $20^{\circ}\text{C}$ , 1000 mbar) zonder condensatiekernen ondergaat een drukverlaging van 20%. Schat de oververzadiging met een aerologisch diagram.
2. Indien neerslag uitsluitend ontstaat via droge kernen van  $0,1 \mu\text{m}$  diameter die tot wolkendruppels van  $10 \mu\text{m}$  zwellen en vervolgens samenvloeien, hoe groot is dan de massa kernen die per jaar over de hele aarde met neerslag naar de grond terugkeert?
3. Wat gebeurt met een zuivere waterdruppel, in evenwicht met verzadigde damp, indien de dampspanning iets toeneemt, resp. iets afneemt?
4. Hoeveel bedraagt de relatieve vochtigheid in verzadigde lucht boven zeewater (3.5 massa% NaCl met moleculair gewicht 59)?
5. Wat is de dagelijkse gang van het zicht als de relatieve vochtigheid tussen 75% en 95% varieert en de lucht 1000 kernen/cm<sup>3</sup> van  $0.1 \mu\text{m}$  diameter droge stof bevat?
6. Hoe dik moet een wolk zijn ( $0.3 \text{ g/m}^3$ ) om een doorvallende druppel te laten groeien van 100 tot  $300 \mu\text{m}$ , als de botsings-efficiency 1 bedraagt?
7. Waarom komt in wolken nooit grote oververzadiging voor, maar wel sterke onderkoeling?
8. Wat is de concentratie regendruppels (alle 1 mm diameter) bij een neerslagintensiteit van 10 mm/hr? Vergelijk het antwoord met de concentraties vrieskernen in de schets uit par.4.5.
9. Schets op aerologisch diagram een opstijging door een cumulus-wolk, voor, resp. na het optreden van bevriezing.

10. Welk deel van een druppel, die bij  $-20^{\circ}\text{C}$  bevriest, gaat onmiddellijk in ijs over? Hoe verloopt vervolgens de temperatuur van de druppel? Hoe snel wordt vervolgens de stollingswarmte afgevoerd? (Gebruik formule(4.8) en verwaarloos dichtheidsverschil water-ijs)
  
11. In welk wolkenstype ontstaat de hoogste oververzadiging: cumuliforme of stratiforme wolk? Wat betekent dit voor het druppelspectrum?



Q. P.