

Relatieve trajectoriën in en rond een depressie

J.P.A.J. van Beeck

Technical reports: TR-135
Technische rapporten: TR-135

de bilt 1991

postbus 201
3730 AE de bilt
wilhelminalaan 10
tel. (030) 206911
telex 47096
fax (030) 210407

publicatienummer: Technical reports=
technische rapporten; TR-135
Fysische Meteorologie

Technical reports=technische rapporten: TR-135(FM)

auteur: J.P.A.J. van Beeck

U.D.C.: 551.511.2
551.515.1

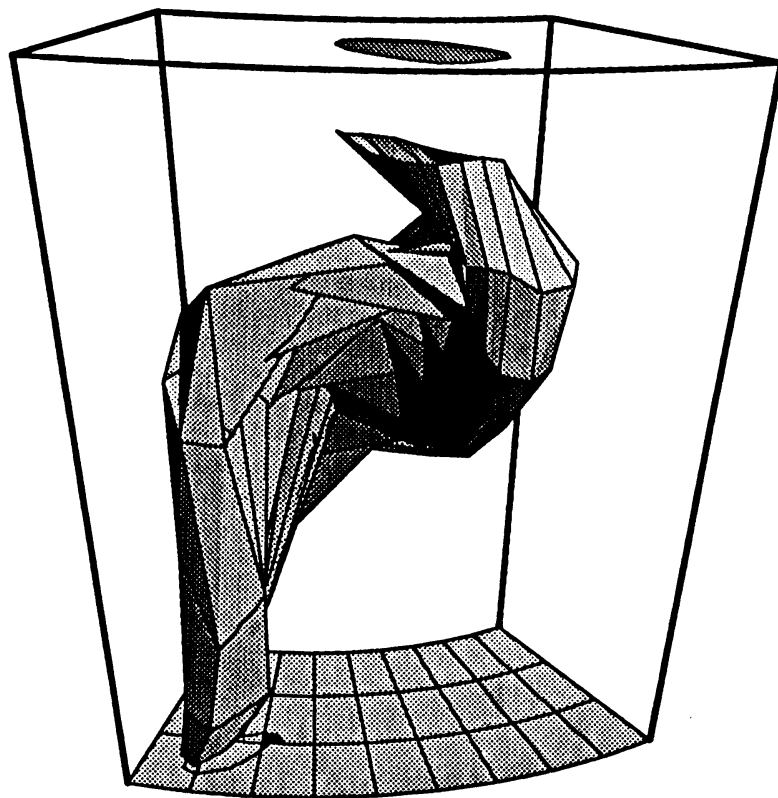
ISSN: 0169-1708

© KNMI, De Bilt. Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd en / of openbaar gemaakt worden door middel van druk, fotocopie, microfilm, of op welke wijze dan ook zonder voorafgaande schriftelijk toestemming van het KNMI.

RELATIEVE TRAJECTORIEN

IN EN ROND

EEN DEPRESSIE



J.P.A.J. van Beeck

RELATIEVE TRAJECTORIEN IN EN ROND EEN DEPRESSIE

Stageverslag door: Jeroen van Beeck (student TU Eindhoven:
telefoon: 04930-13624)

De stage waarover dit verslag handelt is verricht bij het KNMI in
De Bilt van december 1990 tot maart 1991 onder begeleiding van;

dr. H. Kelder

dr. L.G. Heijboer

ing. R. Scheele

Samenvatting

Op het KNMI in De Bilt wordt onderzoek verricht naar het transport van gassen in de atmosfeer. Met name de uitwisseling tussen de troposfeer en de stratosfeer is o.a. voor het transport van ozon van groot belang. Het idee bestaat om een mondiaal transportmodel te vervaardigen om deze uitwisseling te bestuderen. Hiervoor moet gebruik gemaakt worden van de windvelden van een mondiaal weermodel. Mijn stage is erop gericht na te gaan in hoeverre het weermodel van het ECMWF (European Centre for Medium-range Weather Forecasts) acceptabele windvelden produceert. Om dit te onderzoeken zijn er deeltjesbanen in en rond een depressie berekend m.b.v een verbeterde versie van het bestaande trajectoriën programma op het KNMI; depressies zijn op onze breedte namelijk in hoofdzaak verantwoordelijk voor het onderzochte transport.

Door L. Heijboer is een analytisch model ontwikkeld voor een depressie op grond waarvan relatieve modeltrajectoriën zijn berekend; dit levert zeven stroomregimes op wanneer het over een volgroeide depressie handelt die zich niet meer verder ontwikkelt. Door nu trajectoriën te berekenen in een op het model gelijkende depressie is het mogelijk het model met de "werkelijkheid" van het ECMWF te vergelijken.

De belangrijkste conclusie is dat voor de geselecteerde depressie de deeltjes die niet te dicht in de buurt van de scheidingsvlakken van de stroomregimes komen, niet bijdragen tot de uitwisseling tussen troposfeer en stratosfeer. Die uitwisseling vindt plaats door overgang van lucht van het ene naar het andere stroomregime (wat in het mathematisch model niet mogelijk is), hoofdzakelijk bij die bifurcatievlakken die gekenmerkt worden door bewolking. Het is niet duidelijk of deze overgang tot stand komt door de onnauwkeurigheid van het trajectoriën programma, door "perfecte" parametrisatie van turbulente menging in het ECMWF-model of door het feit dat de geselecteerde volgroeide depressie toch nog enige evolutie in de tijd vertoont. Wanneer één van de twee laatste redenen waar is, dan is het bijvoorbeeld mogelijk dat binnen één dag lucht uit de grenslaag van de atmosfeer in de

lagere stratosfeer terecht komt. Anderson zijn de daalbewegingen niet zo intens ontwikkeld (factor 2 minder dan de stijgbewegingen); de oorzaak hiervan ligt in het vrijkomen van de latente warmte bij het opstijgen van de warme vochtige lucht die uiteraard bij dalende koude droge lucht ontbreekt. Hierdoor is het beeld van de werkelijke trajectoriën niet zo mooi symmetrisch als dat van de modeltrajectoriën.

Inhoud

1. Inleiding.....	5
2. Het trajectoriënmodel: <i>TRACER</i>	
2.1 Numerieke schema.....	6
2.2 Overige veranderingen.....	9
2.3 Bruikbaarheid van het trajectoriënprogramma in een depressie.....	11
2.4 Conclusies.....	16
2.5 Aanbevelingen.....	16
a. Interpolatie m.b.v. splines	
b. Dynamische interpolatie	
3. Trajectoriën in en rond een depressie	
3.1 Beschrijving van het analytisch model van een depressie.....	21
3.2 Modeltrajectoriën in en rond een depressie.....	24
3.3 Selectie criterium voor een werkelijke depressie.....	27
3.4 De geselecteerde depressie.....	29
a. Radiosondemetingen	
b. Satellietfoto's	
c. ECMWF-representatie	
3.5 Relatieve trajectoriën in de geselecteerde depressie.....	37
a. Deeltjesbanen startend op 500mb op 8 januari 1991, 12:00 GMT	
b. Deeltjesbanen startend op 500mb op 9 januari 1991, 0:00 GMT	
c. Materiële cylinder rond de kern van de geselecteerde depressie	
3.6 Totaalbeeld.....	47
3.7 Conclusies en aanbevelingen.....	49
4. Summary.....	51
5. Appendix.....	53
a. Fortran-programmatuur	
b. Mathematica-programmatuur	
6. Literatuur.....	58

1. Inleiding

De onderste laag van de atmosfeer heet de troposfeer en is via de tropopause gescheiden van de stratosfeer. Deze scheiding komt tot uitdrukking in een aantal facetten. Zo neemt tot de tropopause de temperatuur af met de hoogte; daarboven keert de verticale temperatuursgradiënt i.h.a. van teken om. Bovendien kenmerkt de stratosfeer zich door aanwezigheid van zeer droge lucht, in tegenstelling tot de vochtigere troposfeer.

Depressies bevinden zich hoofdzakelijk in de troposfeer en hebben een levensduur die zo kort is (enkele dagen) dat het acceptabel is om een analytisch model op te zetten waarin stralingsinvloed verwaarloosd wordt; de tijdsschaal van grootschalige stralingsprocessen in de tropopause is namelijk minimaal in orde van een week. Hoofdstuk 3 handelt over dit analytisch model; de hieruit volgende deeltjesbanen ten opzichte van het lopende systeem worden in dit hoofdstuk vergeleken met relatieve deeltjesbanen die berekend worden met het trajectoriënprogramma *TRACER*, gebaseerd op windvelden van het ECMWF. Hoe dit programma in elkaar steekt en welke verbeteringen er zijn aangebracht, wordt eerst behandeld in hoofdstuk 2.

2. Het trajectorienmodel: TRACER

Op het KNMI is een programma ontwikkeld voor het berekenen van trajectoriën. Hiermee is het mogelijk om deeltjesbanen te bepalen op basis van analyses en/of verwachtingen; dit kan met voorwaartse tijdstappen om voorspellingen te maken of met achterwaartse tijdstappen om aldus het brongebied van een luchtdeeltje te achterhalen. In dit hoofdstuk wordt het fysisch relevante deel van het programma (i.e. SUBROUTINE CALC) samengevat en worden de veranderingen aangegeven.

2.1 Numerieke schema

Als input voor het trajectoriënprogramma dienen de ECMWF-windvelden die gedefinieerd zijn op een regelmatig lengte breedte grid met een gridpuntsafstand van 1 graad met 19 heel- en halftallige niveaus in de vertikaal; deze niveau's zijn zodanig gesitueerd dat rekening gehouden wordt met de orografie (zie figuur 1: [ref. 1])

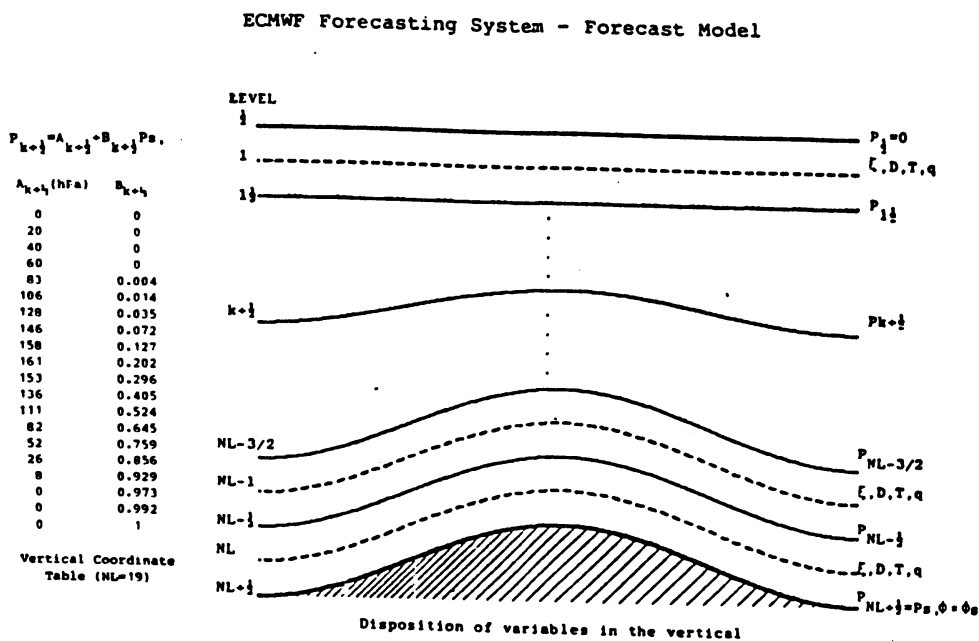


Fig 1: De 19 niveau's van het ECMWF-model [ref.1]

Dit leidt tot Hybride coördinaten. De druk wordt op de halftallige en de windcomponenten op de heeltallige niveaus berekend.

De geanalyseerde velden zijn om de 6 uur beschikbaar. Het 4D-rooster wordt ruimtelijk trilineair opgevuld: in de tijd wordt een kwadratische interpolatie toegepast. In het aldus verkregen continue windveld moeten nu de volgende differentiaalvergelijkingen opgelost worden;

$$\frac{dx}{dt} = u(x,y,p,t), \quad \frac{dy}{dt} = v(x,y,p,t), \quad \frac{dp}{dt} = \omega(x,y,p,t) \quad [1]$$

Voor de verticale coördinaat wordt de druk p gebruikt waaruit volgt dat ω de verticale snelheid is in mb/sec. Deze vergelijkingen worden met het volgende numerieke schema opgelost [ref. 2 en 3];

$$x_{n+1}^{(l+1)} := x_n + \frac{1}{2}\Delta t \cdot \{U(t_n, x_n) + U(t_{n+1}, x_{n+1}^{(l)})\} \quad [2]$$

n is de discrete tijdsaanduiding en l is de teller voor het aantal iteraties. Dit impliciete schema heet de trapeziumregel die hier met behulp van successieve substitutie wordt opgelost. Een beginschatting voor het iteratie-proces is:

$$x_{n+1}^{(1)} := x_n + \Delta t \cdot \{U(t_n, x_n^{(0)})\} \quad [3]$$

Formule [3] noemt wordt de predictorformule genoemd, welke expliciet is! De impliciete formule [2] waarmee men itereert, heet de correctorformule. Het aantal iteraties is bepaald door een absoluut stopcriterium. In de x,y -vlak is dit 300 m. In de vertikaal werd door het oude model *TRAJKNMI* formule [2] slechts één maal toegepast; in het huidige programma *TRACER* zit een stop van 10 Pa. Dit levert gemiddeld één extra iteratieslag op. Deze conditie is dusdanig gekozen dat de fout t.g.v. de iteratie procedure één orde van grootte kleiner is dan de fout t.g.v. van de onzekerheid in de windanalyse. De verwachte fout in de geografische positie t.g.v. deze onzekerheid wordt gegeven door de volgende formule [ref. 4];

$$\varepsilon_{i+1} = \varepsilon_i + \varepsilon(\bar{u}) \cdot \Delta t + \varepsilon_i \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \cdot \Delta t \quad [4]$$

De tweede term in formule [4] is de bijdrage van de windanalyse-fout. De derde niet-lineaire term behelst het feit dat een eerdere fout in de positie van het luchtdeeltje leidt tot een extra fout in de wind daar deze van een verkeerde positie genomen wordt. De derde term wordt belangrijk tussen 24 en 48 uur, afhankelijk van de gradiënten in het windveld. Stel dat $\varepsilon(\bar{u})$ in de horizontaal 1 ms^{-1} is en dat de derde term verwaarloosd wordt, dan geldt na 24 uur dat de trajectorie een fout in de horizontale positie heeft van ongeveer 86 km. De maximale iteratiefout over 24 uur (bij een tijdstap van 1 uur) is $300 \text{ m} * 24 \text{ uur} = 7.2 \text{ km}$ horizontaal, dus een orde van grootte lager. In de vertikaal is $\varepsilon(\bar{w})$ 1 mb/hr. Hieruit volgt een windanalyse-fout van 24 mb per dag tegenover een verticale iteratie fout van $10 \text{ Pa} * 24 \text{ uur} = 2.4 \text{ mb}$. Het is echter zeer waarschijnlijk dat de fouten in de horizontale en verticale snelheden door modelbenaderingen groter zijn dan 1 ms^{-1} resp. 1 mb/hr, maar in dat geval voldoen de gekozen absolute iteratiestoppen zeker aan het vereiste criterium.

Bovenstaande beschouwing over de iteratie-procedure zegt, wanneer de derde term in formule [4] verwaarloosd wordt, niets over de tijdstap die gebruikt dient te worden. Hiertoe behoeft formule [2] een fundamentele aanpak. Voor de "werkelijke" waarde x_n van x_n gelden de volgende Taylorreeksen;

$$x_{n+1} = x_n + \Delta t \cdot x'_n + \frac{(\Delta t)^2}{2} \cdot x''_n + \frac{(\Delta t)^3}{6} \cdot x'''(\xi) \quad [5]$$

$$x_n = x_{n+1} - \Delta t \cdot x'_{n+1} + \frac{(\Delta t)^2}{2} \cdot x''_{n+1} - \frac{(\Delta t)^3}{6} \cdot x'''(\xi) \quad [6]$$

met $t_n < \xi < t_{n+1}$

Door formule [5] en [6] van elkaar af te trekken wordt het discretisatie-schema van het trajectoriën-programma (formule [2]) verkregen wanneer de Taylorreeksen na de tweede orde termen worden afgekapt; hierbij wordt wel stilzwijgend aangenomen dat het

verschil tussen de tweede orde termen in formule [5] en [6] veel kleiner is dan de derde orde termen in dezelfde formules. De lokale afbreekfout R, welke gedefiniëerd is als de fout die na één tijdstap Δt gemaakt wordt, kan dan als volgt afgeschat worden;

$$|R(\Delta t, t_n, x_n)| \leq C \cdot (\Delta t)^3 \quad [7]$$

Hierin geldt voor C; $C = \max \left| \frac{1}{6} \cdot x'''(\xi) \right|$

Uit [7] volgt tevens dat de orde van het schema 2 is [ref. 3]. Mits de gradiënten in het windveld en het aantal tijdstappen niet te groot zijn, kan als schatter voor de globale fout, welke de maximale totale afwijking tussen begin- en eindtijdstip weergeeft, de som van de schattingen voor de lokale fouten dienen [ref. 3];

$$|x_n - x_n| \leq n \cdot C \cdot (\Delta t)^3 = (t_n - t_0) \cdot C \cdot (\Delta t)^2 \quad [8]$$

De globale fout is dan kwadratisch afhankelijk van de tijdstap! Δt moet nu zo gekozen worden dat $|x_n - x_n|$ een orde van grootte kleiner is dan de analysefout in de wind. Het is echter uiterst twijfelachtig om voor C in formule [8] (i.e. de derde afgeleide van het windveld naar de tijd) een betrouwbare schatting te maken (zie 2.3). Een geschikte keuze van Δt zal daarom empirisch bepaald moeten worden.

2.2 Overige veranderingen

In het huidige programma is, door het aanbrengen van een iteratiestop in de vertikaal van 10 Pa, nu dus in alle ruimtelijke dimensies voldaan aan het feit dat de fout die door het iteratieproces wordt geleverd een orde van grootte kleiner is dan de windanalyse-fout, mits de windgradiënten niet te groot zijn.

Er zijn nog enkele andere programma-technische verbeteringen aangebracht. Zo wordt in het oude programma *TRAJKNMI* de nieuwe druk namelijk bepaald vóóordat de nieuwe horizontale positie

berekend is. Direct na deze drukbepaling wordt het bijbehorende σ -niveau bepaald in POS_{oud} (hieruit volgen de fracties $X_{trajknmi}$ en $Y_{trajknmi}$ in figuur 2). Dit levert bij bergen een fout op als in de nieuwe positie POS_{nieuw} de nieuwe snelheden opgehaald worden aangezien σ -niveau's en drukniveaus aldaar niet parallel lopen. In het nieuwe programma *TRACER* is, om deze fout te vermijden, de bepaling van het σ -niveau behorende bij de druk in de nieuwe positie geplaatst ná de berekening van de nieuwe horizontale plaats (m.b.v. de fracties X_{tracer} en Y_{tracer}).

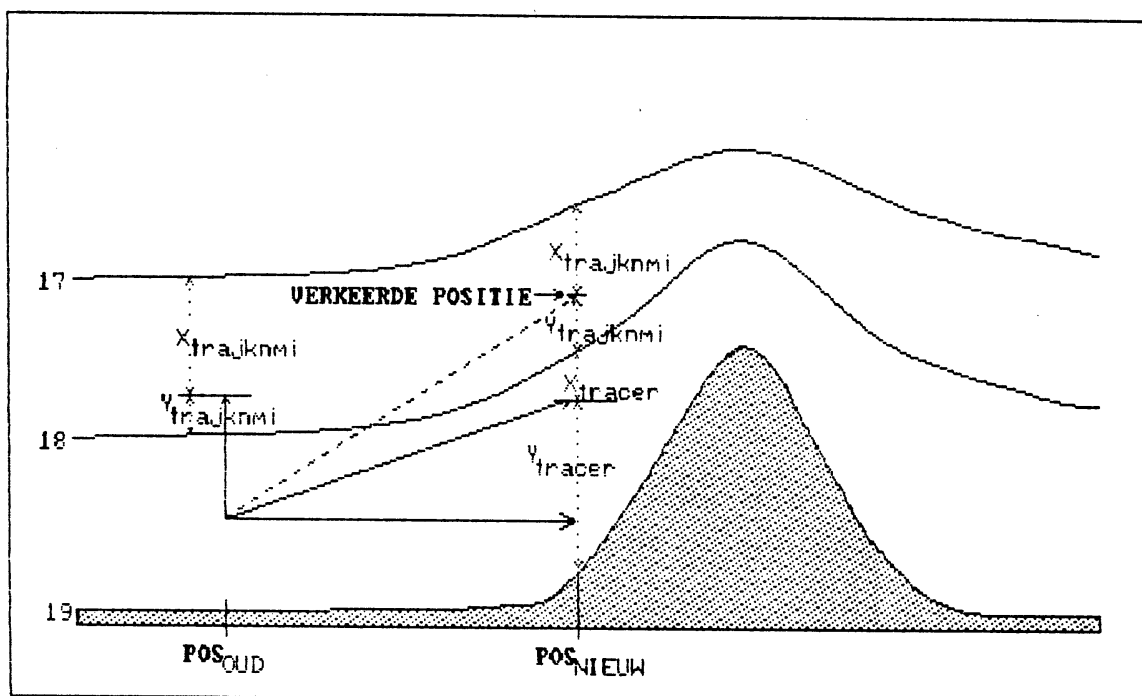


Fig. 2: Foute en juiste wijze van het ophalen van data volgens resp. *TRAJKNMI* en *TRACER*

Als input voor het trajectoriëprogramma dient te worden opgegeven wat de begintijd, de eindtijd en de tijdstap is. De uitgangspositie moet worden weergegeven in breedtegraad, lengtegraad en drukniveau. Wil men echter een deeltje laten starten in de grenslaag dan is dit moeilijk omdat de gronddruk op

de beginpositie onbekend is. Dit euvel is opgelost door de mogelijkheid om de begindruk als een fractie van de gronddruk op te geven (i.e. σ -coördinaat); hiervoor is de druk tussen 0 en 1 Pa gereserveerd daar het ECMWF-model op een dergelijke hoogte toch geen zinnige output levert. Zo betekent "begindruk" 1 dat het deeltje op de grond start, dus in de grenslaag!

2.3 Bruikbaarheid van het trajectorienmodel in een depressie

Ten behoeve van de bestudering van de uitwisseling tussen troposfeer en stratosfeer op onze breedte wordt in deze paragraaf nagegaan hoe nauwkeurig een deeltjesbaan in een depressie berekend wordt door het nieuwe trajectoriënmodel; de resultaten zullen vergeleken worden met berekeningen m.b.v. het oude model.

In de geselecteerde depressie van 8 en 9 januari 1991 (zie hoofdstuk 3 voor het selectie criterium) worden 2 deeltjes gedurende 24 uur "gevolgd". Het eerste deeltje start op 8 januari 1991 om 12:00 GMT in het centrum van de depressie op 900mb. Het tweede start op hetzelfde tijdstip in het koufront, tevens op 900mb. Aan de hand van diverse satelietfoto's kan nagetrokken worden of het eerste deeltje dat ingevangen is in het "oog" van de depressie daar ook daadwerkelijk zal blijven. Het tweede deeltje dient voor de depressie uit te blijven, i.c. ten noord-oosten van het centrum hetgeen de richting is waarin de depressie zich verplaatst.

In figuur 3 is van het eerste deeltje de trajectorie geplot. Tevens is de baan van de depressie aangegeven. Het deeltje draait rond de kern van de depressie naar 577 mb; het oude model *TRAJKMNI* berekent dezelfde geografische positie en laat het deeltje 1 mb lager uitkomen. Deze berekening is uitgevoerd met een tijdstap van 1 uur. Bij een verdubbeling van de de tijdstap is het horizontale verschil, berekent m.b.v *TRACER* (i.e. nieuwe model) tussen $\Delta t=1$ uur en $\Delta t=2$ uur 76 km en het verticale verschil 15 mb. Bij een tijdstap van 3 uur neemt het horizontale verschil af tot 28 km! Het verticale verschil is 16 mb. *TRAJKMNI* berekent ongeveer hetzelfde.

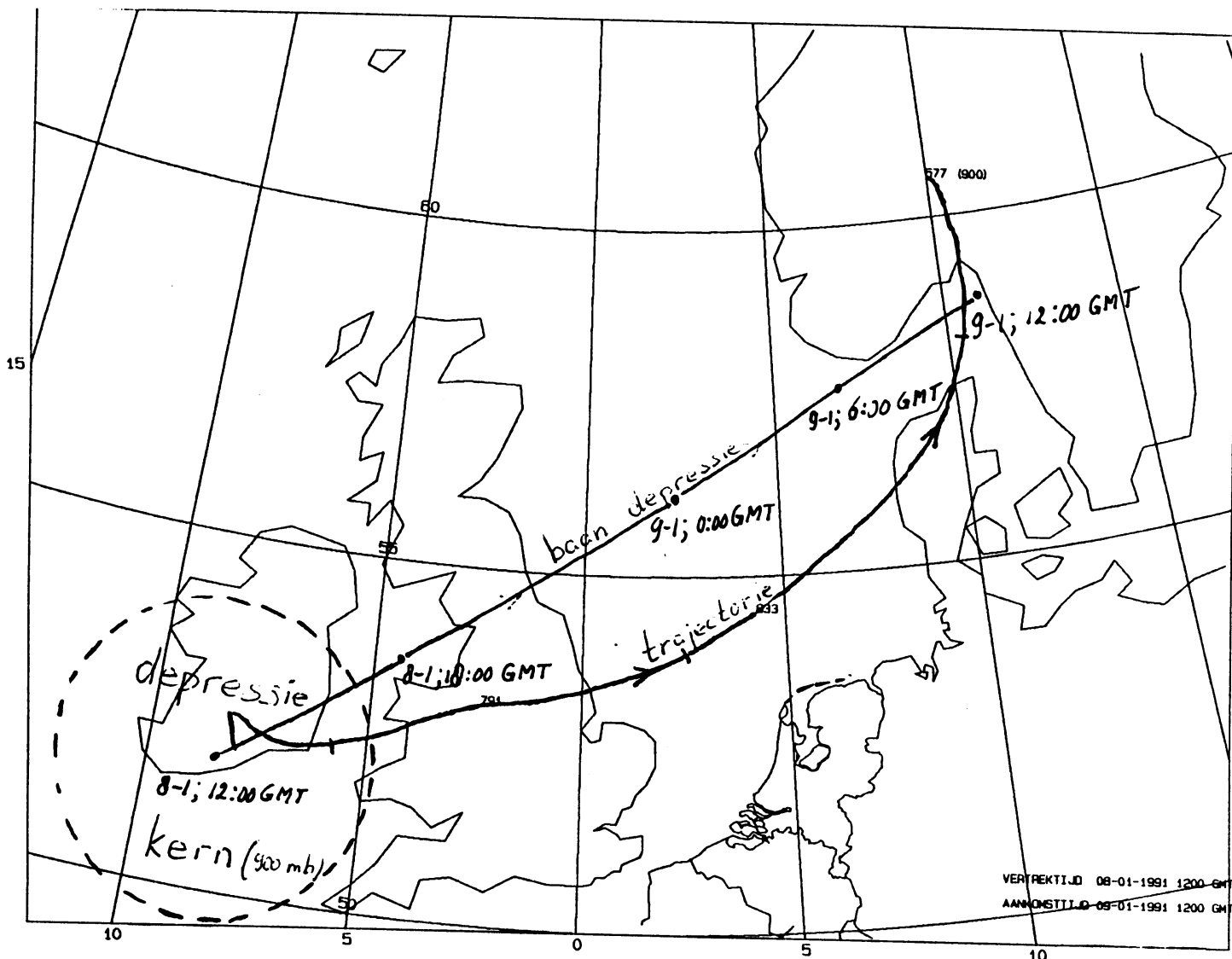


Fig. 3: Deeltje in kern van de depressie

Worden deze fouten vergeleken met de onnauwkeurigheid t.g.v. de windanalyse (86 km en 24 mb na één etmaal) dan kan geconcludeerd worden dat deeltjes in het centrum van de depressie zonder moeite door het trajectoriën programma (en het ECMWF-model) gesimuleerd kunnen worden.

In figuur 4a is het deeltje geplot dat in het front van de depressie is geplaatst en gedurende 24 uur met een tijdstap van 1 uur is "gevolgd". In figuur 4b is hetzelfde gedaan met een tijdstap van 2 uur en figuur 4c geeft het resultaat met een 3-uursinterval.

Fig 4a:

$\Delta t = 1 \text{ uur}$

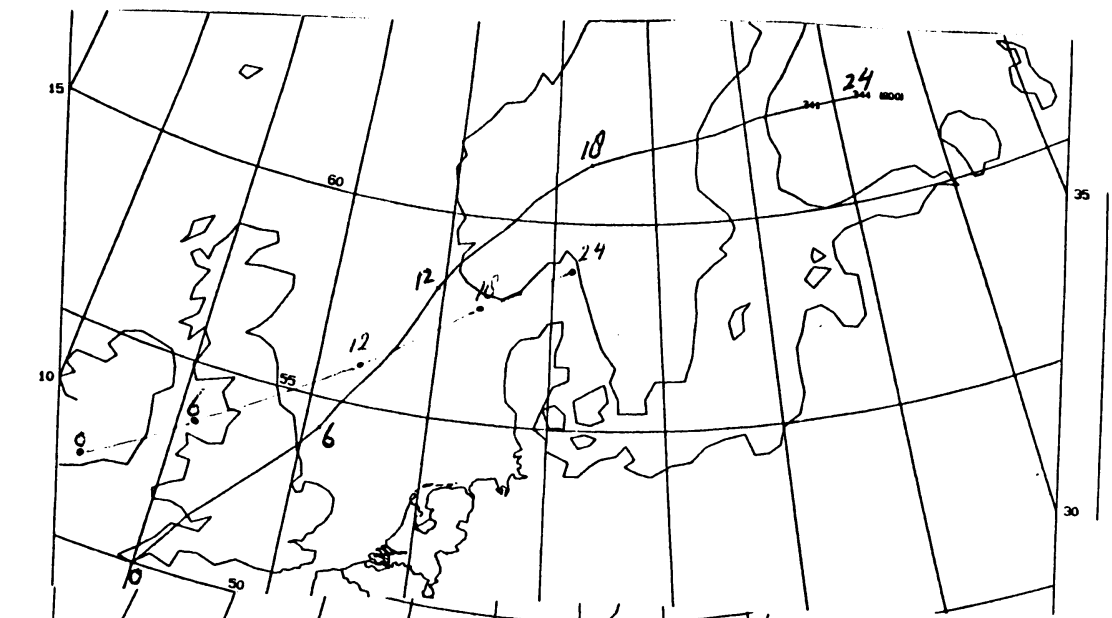


Fig. 4b:

$\Delta t = 2 \text{ uur}$



Fig. 4c:

$\Delta t = 3 \text{ uur}$

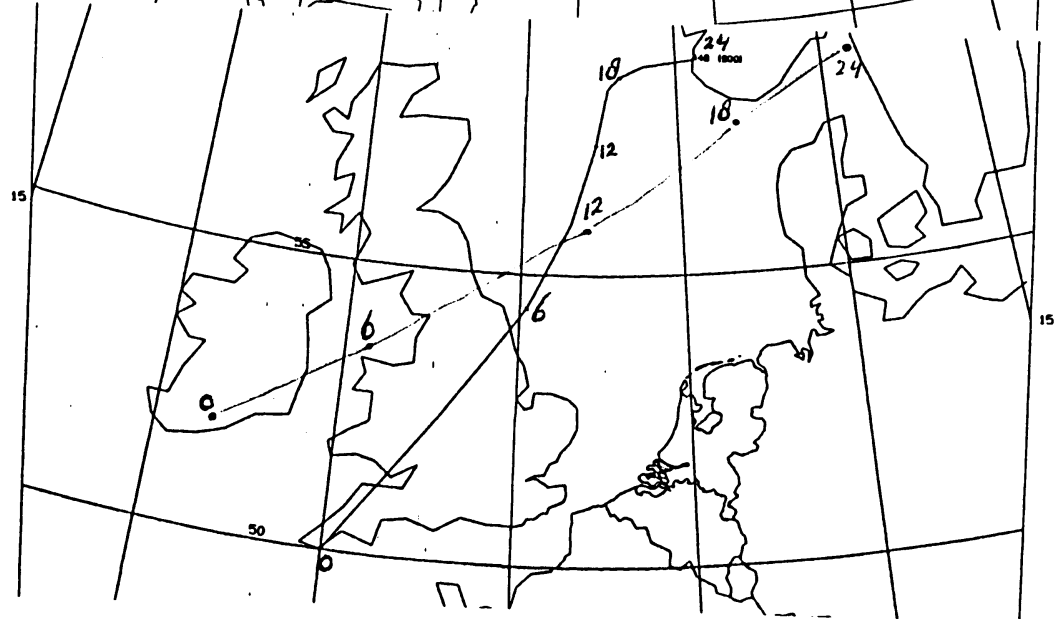


Fig. 4a t/m 4c: Deeltje in koufront bij Δt is resp. 1,2 en 3 uur

Het verschil in geografische positie tussen de berekening met een tijdstap van 2 uur en 1 uur is 213 km, in de vertikaal 14 mb. Het verschil tussen 2 en 3 uurs-interval wat de eindpositie betreft is 1186 km en in de vertikaal 104 mb! Formule [8] voorspelt dat bij gelijke C in de horizontaal $1186/213$ bij benadering gelijk moet zijn aan $(9-4)/(4-1) = 5/3$. Evenals in de vertikaal klopt dit niet. Hoogstwaarschijnlijk varieert C met de tijdstap; zo zal bij $\Delta t=3$ uur C maximaal zijn en op die wijze het grote verschil in positie tussen berekeningen bij $\Delta t=3$ en $\Delta t=2$ uur (1186 km) verklaren. Hieruit kan geconcludeerd worden dat het deeltje dat door figuur 4c wordt weergegeven één of meer bifurcaties heeft overschreden en zo geen reële deeltjesbaan meer representeert; bestudering van satelietfoto's (zie hoofdstuk 3) laat inderdaad zien dat het deeltje in kwestie na 1 dag ten westen van het centrum is komen te liggen en dus geen fysisch acceptabele trajectorie beschrijft.

Het model *TRAJKNMI* vertoont bij iedere tijdstap een afwijking t.o.v. *TRACER* van ongeveer 50 km horizontaal en 6 mb vertikaal (per dag); dus de ogenschijnlijk kleine verbeteringen leveren toch een verandering op die in de orde grootte ligt van de windanalysefout. Het verschil na 6 dagen zou uitgegroeid moeten zijn tot 300 km resp. 36 mb. Figuur 5 toont aan dat dit ruim 400 km resp. 10 mb is. Horizontaal klopt dit redelijk maar vertikaal minder.

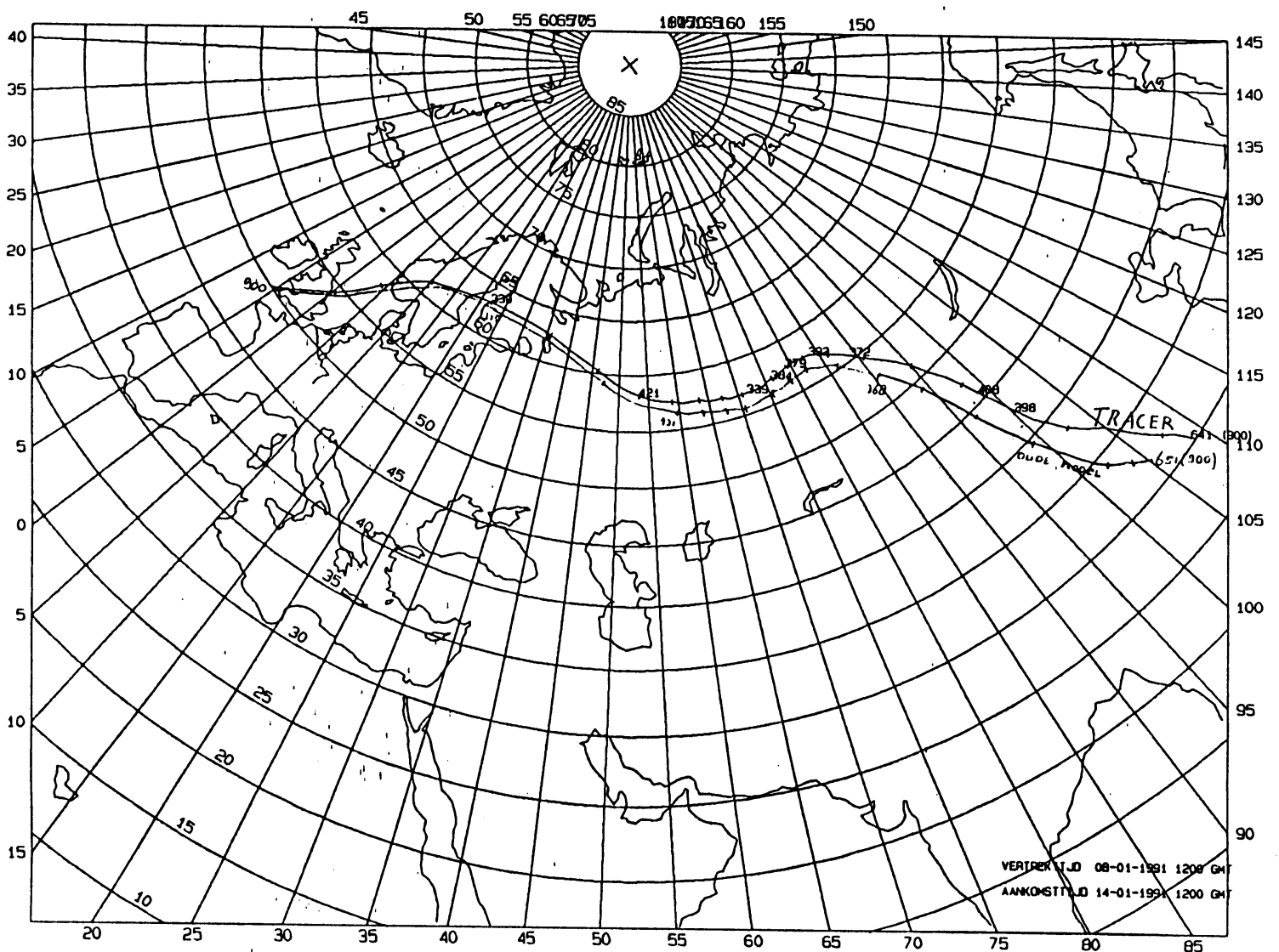


Fig 5: vergelijking van *TRAJKNMI* en *TRACER* over 6 dagen

2.4 Conclusies

De toepasbaarheid van het trajectoriënprogramma *TRACER* in een depressie zoals op 8 en 9 januari 1991 op onze breedte voorkwam, is sterk positie-afhankelijk. In het volgende hoofdstuk wordt duidelijk dat de grootste windsnelheden en -gradiënten zich op een bepaalde afstand buiten de kern bevinden. In de kern heerst een relatief lage windsnelheid. Dit is de reden waarom het eerste deeltje van paragraaf 2.3 (zie figuur 3) bij alle tijdstappen precies die baan aflegt welke verwacht wordt, nl. bij benadering de baan van de depressie zelf. Het "tweede" deeltje is opzettelijk in de buurt van grootte snelheden en gradiënten gelegd om op die wijze een schatting te maken van de maximale onnauwkeurigheid. Uit figuur 4a, b en 4c valt op te maken dat deze bij een tijdstap van 3 uur onacceptabel groot wordt; het deeltje schiet dan dwars door het front, dus ziet deze nauwelijks!

Ofschoon een tijdstap van 2 uur niet essentieel beter is dan een tijdsstap van 1 uur, daar het verschil (zie figuur 4a en 4b) in de orde van de windanalysefout zit, wordt toch bij verdere berekeningen om het uur een nieuwe positie berekend. Echter bij deeltjesbanen die langer zijn dan 4 dagen, zoals die van figuur 5, moet omwille van de programmatuur een tijdstap van 2 uur toegepast worden.

2.5 Aanbevelingen

Tijdens mijn stage heb ik me bezig gehouden met het nauwkeurig analyseren van het numerieke schema van subroutine *CALC* (zie paragraaf 2.1) aangezien dit door de complexiteit van het programma en door veelvuldige veranderingen niet meer duidelijk was. Het opvullen van het 4D-rooster gebeurt door andere subroutines. Hierin heb ik mij niet verdiept aangezien deze toch veranderd zullen worden nu het trajectoriënprogramma op de *CRAY-YMP* draait. Wel zullen er in deze paragraaf twee suggesties gedaan worden voor een betere interpolatie.

a. Interpolatie m.b.v. splines

Momenteel wordt trilineair geïnterpoleerd in de ruimte. In de tijd gebeurt dit kwadratisch. Lineaire interpolatie levert een continue functie op die in de analysepunten echter niet differentieerbaar is. Kwadratische interpolatie levert een continu differentieerbare functie op in de analysepunten. Figuur 6 laat zien dat daartussen de functie echter noch differentieerbaar, noch continue is.

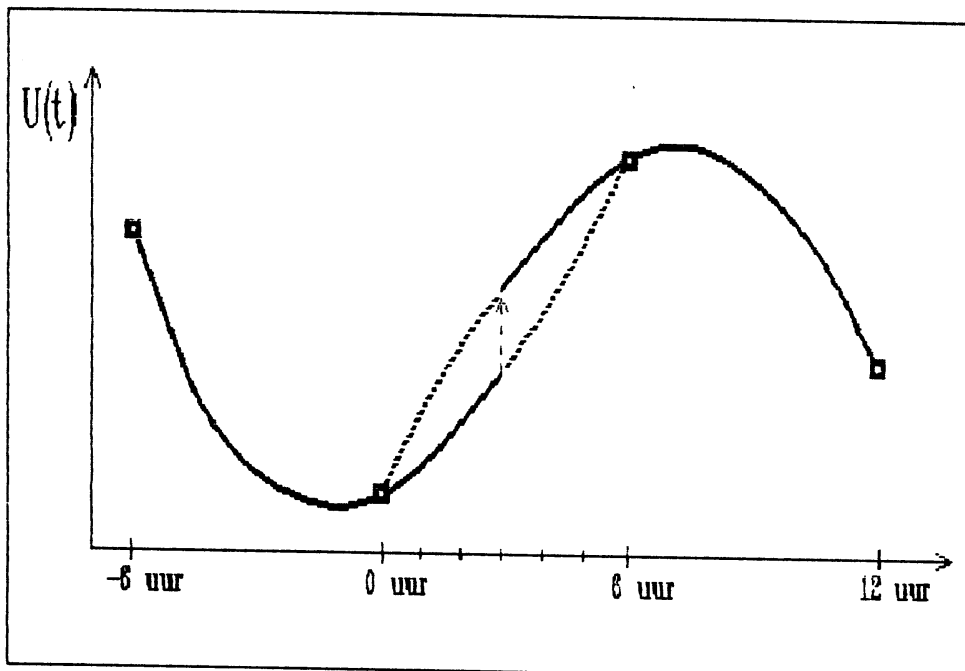


Fig. 6: Kwadratische interpolatie in de tijd

De functie wordt wel mooi "glad" m.b.v. splines. Dit is een derdegraads polynoomaanpassing door de geanalyseerde snelheidsvelden op de tijdstippen 0 uur (t_2) en 6 uur (t_3) in figuur 6;

$$U(t) = a_0 + a_1 \cdot t + a_2 \cdot t^2 + a_3 \cdot t^3 \quad t_2 < t < t_3 \quad [9]$$

Formule [9] levert twee vergelijkingen op voor 4 onbekenden a_0 t/m a_3 (nl. in $t=t_2$ en $t=t_3$). De twee resterende relaties om een eenduidige oplossing te verkrijgen, volgen uit het vastleggen van de afgeleiden in $U(t_2)$ en $U(t_3)$;

$$\left. \frac{dU(t)}{dt} \right|_{t=t_2} = [U(t_3) - U(t_1)] / 2 \cdot \Delta t \quad [10]$$

$$\left. \frac{dU(t)}{dt} \right|_{t=t_3} = [U(t_4) - U(t_2)] / 2 \cdot \Delta t \quad [11]$$

Uit [9],[10] en [11] volgen dus vier vergelijkingen voor a_0 t/m a_4 . In figuur 7 wordt het bovenstaande verduidelijkt.

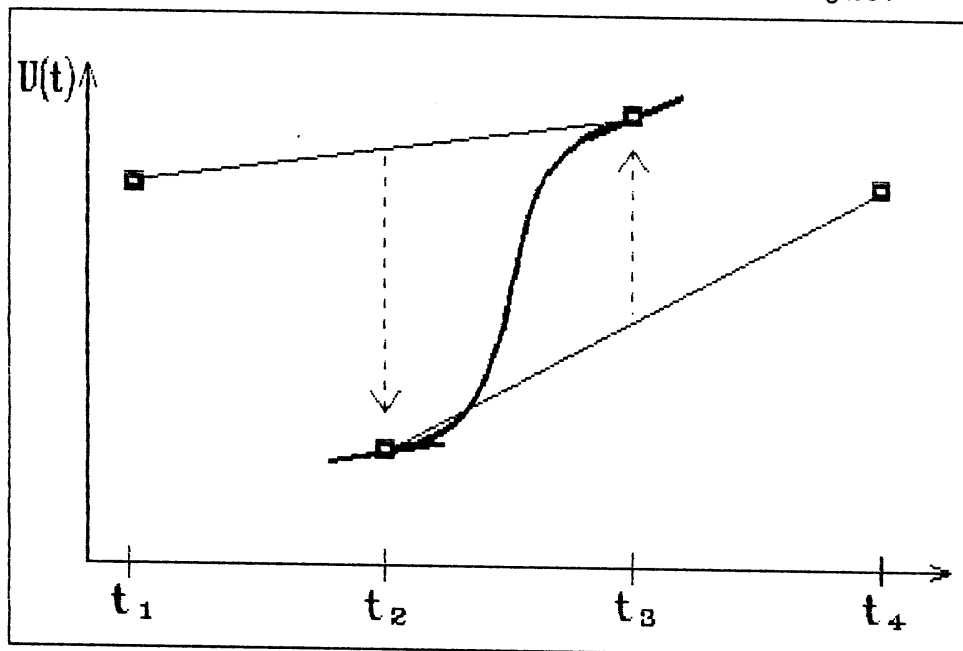


Fig. 7: interpolatie m.b.v. splines

Wordt voor t_2 nul gekozen dan is t_3 dus gelijk aan Δt ; aldus kan het stelsel eenvoudig opgelost worden;

$$a_0 = U(t_2) \quad [12a]$$

$$a_1 = [-\frac{1}{2}U(t_1) + \frac{1}{2} \cdot U(t_3)] / (\Delta t) \quad [12b]$$

$$a_2 = [U(t_1) - 2\frac{1}{2} \cdot U(t_2) + 2 \cdot U(t_3) - \frac{1}{2} \cdot U(t_4)] / (\Delta t)^2 \quad [12c]$$

$$a_3 = [-\frac{1}{2}U(t_1) + \frac{3}{2} \cdot U(t_2) - \frac{3}{2} \cdot U(t_3) + \frac{1}{2} U(t_4)] / (\Delta t)^3 \quad [12d]$$

Hierboven is een 1D-model beschreven van splines-interpolatie in de tijd maar deze procedure kan uiteraard ook toegepast worden voor ruimtelijke interpolatie; aldus vindt een consequentere opvulling van het 4D-rooster plaats.

b. Dynamische interpolatie

Voor zeer nauwkeurige berekeningen is dynamische interpolatie een uitkomst voor opvulling van de velden in de tijd [ref. 9]. Hiertoe moet het trajectoriënprogramma echter direct gekoppeld zijn aan het globale weermodel van het ECMWF. Door het draaien van dit model ontstaat namelijk een *physisch* beeld van de windvelden tussen twee analysetijdstippen. In Figuur 8 is dit aangegeven met U_{model} . Deze windvelden, die een tijdstap hebben van 15 minuten, worden niet opgeslagen hetgeen de reden is dat het trajectoriënprogramma gelijktijdig moet lopen met het ECMWF-model. Aangezien U_{model} na 6 uur hoogstwaarschijnlijk niet overeen zal komen met het geanalyseerde veld U_{analyse} , moet U_{model} als het ware naar U_{analyse} toegetrokken worden. Dus als het trajectoriënprogramma een (niet geanalyseerd) windveld ophaalt dan moet daar de volgende correctie op aangebracht worden;

$$U_{\text{dyn}}(t) = \frac{U_{\text{an}}(t_1) - U_{\text{model}}(t_1)}{t_1 - t_0} \cdot (t - t_0) + U_{\text{model}}(t) \quad [13]$$

Hierin is U_{an} het geanalyseerde veld (U_{analyse} in figuur 8 is de lineaire interpolatie tussen $U_{\text{an}}(t_0)$ en $U_{\text{an}}(t_1)$) en $(t_1 - t_0)$ het tijdsverschil tussen twee analysetijdstippen, i.e. 6 uur; U_{dyn} wordt het dynamisch geïnterpoleerde veld genoemd (in figuur 8 is dit $U_{\text{dynamisch}}$). Rond $t=t_0$ is de correctie op U_{model} minimaal en bij $t=t_1$ maximaal.

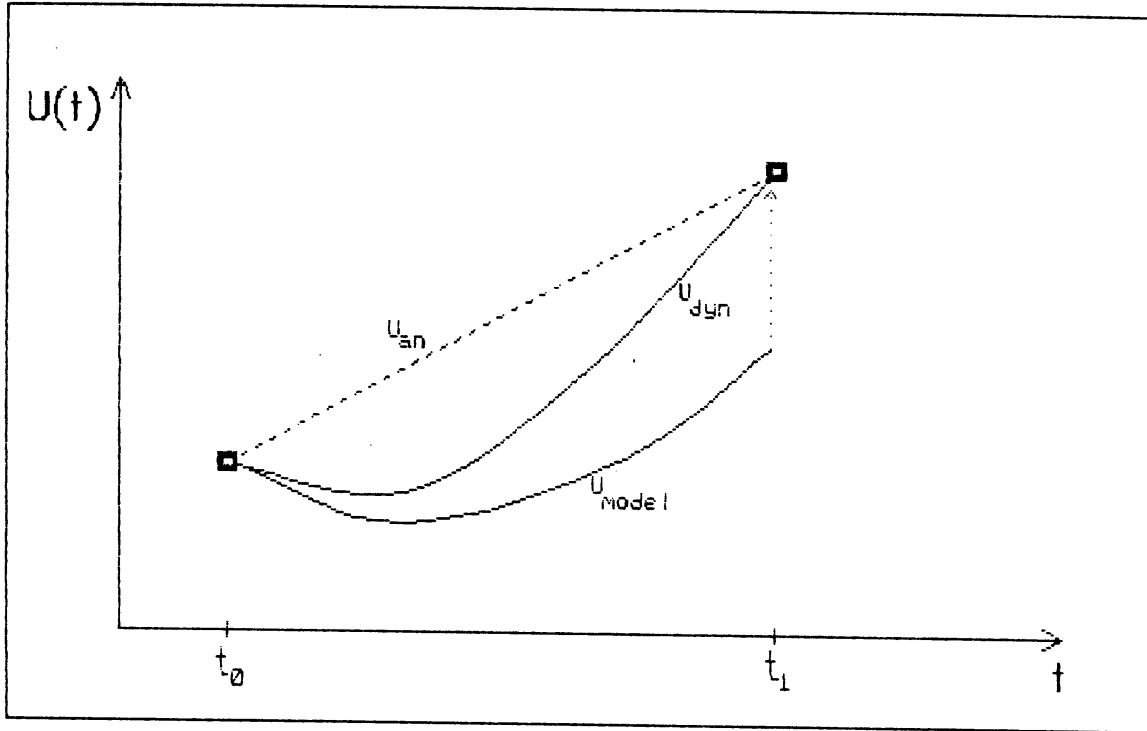


Fig. 8: Dynamische interpolatie

In de ruimte wordt de resolutie van het trajectoriënprogramma bepaald door dat van het ECMWF-model. De dynamische interpolatie kan dus slechts in de tijd plaatsvinden. In de 3D-ruimte zou interpolatie m.b.v. splines echter ook al een verbetering opleveren ten opzichte van lineaire interpolatie.

3. Trajectorien in en rond een depressie

3.1 Beschrijving van het analytisch model van een depressie

In de atmosfeer op onze breedte komen per jaar enkele honderden depressies voor. Deze beïnvloeden het weer op de gematigde breedte in grote mate en bepalen samen met de hogedrukgebieden het grootschalige transport van luchtdeeltjes in troposfeer en lagere stratosfeer. Een depressie kenmerkt zich door het om elkaar heen krullen van warme en koude lucht, waarbij de lichtere warme lucht over de koude heenkruipt. Op satellietfoto's is dit zichtbaar aan de frontale bewolking die veroorzaakt wordt door de opstijgende lucht en aan de opklaringsgebieden die hun oorzaak vinden in de dalende lucht op grote schaal.

Op het KNMI is door L. Heyboer een analytisch model ontwikkeld van een depressie. Dit is gebaseerd op de vertikaal geïntegreerde vorticitateitsvergelijking, formule [14], en de vertikaal geïntegreerde thermodynamische (adiabatische) vergelijking, formule [15] ([ref. 5]);

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla^2 \hat{\Psi}_m) + J(\hat{\Psi}_m, \nabla^2 \hat{\Psi}_m) = 0 \quad [14]$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\hat{\Psi}_T) + k(t) \cdot J(\hat{\Psi}_m, \Psi_T) = 0 \quad [15]$$

De stationaire termen zijn niet aanwezig omdat formules 14 en 15 ten opzichte van de lopende depressie (snelheid U_m) worden opgelost, dus het coördinatenstelsel zit vast aan de depressie. De stroomfuncties die in de vergelijkingen voorkomen volgen uit de definitie;

$$\Psi(x, y, p, t) = \Psi_0(p) + \Psi_m(x, y, t) + G(p) \cdot \Psi_T(x, y, t) \quad [16]$$

x is de coördinaat in de west-oost richting en y de coördinaat in de zuid-noord richting. G(p) is een functie die zodanig gekozen is dat bij middeling over de verticale coördinaat (druk p) de integraal nul wordt; de integraal van $G(p)^2$ over p levert echter

1/3 op.

De stroomfunctie Ψ_m op $t=0$ bevat een ongestoorde term die behoort bij een atmosfeer in rust en een storingsterm $\hat{\Psi}_m$ die een circulair Gaussisch profiel heeft zodat de verstoring alleen van de straal tot de oorsprong van het coördinatenstelsel afhangt;

$$\Psi_m = -U_m \cdot y + \hat{\Psi}_m \quad [17]$$

Aan de vorticiteitsvergelijking [14] valt te zien dat dit storingsveld gedurende de ontwikkeling van de depressie niet verandert aangezien de Jacobiaan die productie van positieve vorticiteit beschrijft, veroorzaakt door de advectie van de thermische vorticiteit door de thermische wind, verwaarloosd wordt (zie memorandum Heijboer: ref. 5). In het model van L. Heyboer is een $\hat{\Psi}_m$ gekozen die de relatieve vorticiteit van de verstoring (i.e. $\nabla^2 \hat{\Psi}_m$) bevat welke overeenkomt met die van een volgroeide depressie; in het model is deze dus konstant, hetgeen rechtvaardig is wanneer men praat over een volgroeide depressie die niet veel meer van vorm verandert en gewoon met de basisstroming meedrijft. Voor een circulaire verstoring $\hat{\Psi}_m$ die alléén van r afhangt geldt;

$$J(\hat{\Psi}_m, \nabla^2 \hat{\Psi}_m) = 0 \quad [18]$$

Tesamen met $\partial/\partial t \cdot (\nabla^2 \hat{\Psi}_m) = 0$ en de thermodynamische vergelijking (formule [15]) vormt formule [18] het stelsel vergelijkingen waar het model op gebaseerd is.

Het thermische veld Ψ_T is evenredig met de vertikaal gemiddelde temperatuur en is op $t=0$ gelijk aan $-U_m \cdot y$ dus heeft dan dezelfde waarde als de ongestoorde waarde van Ψ_m . In een volgroeide depressie is er geen productie meer van thermische vorticiteit $\nabla^2 \Psi_T$ (en de hiermee samenvallende relatieve vorticiteit op 1000 mb) en dit zou overeenkomen met een $k(t)$ -waarde in thermodynamische vergelijking (formule 15) van nul. Aangezien de verstoring $\hat{\Psi}_m$ dan geen aanleiding geeft tot het vormen van depressie-structuur op grondniveau zoals aangegeven in het begin van dit hoofdstuk, wordt voor $k(t)$ een waarde tussen nul

en één gekozen. Dit betekent dat dat er advectie kan optreden van de thermische stroomfunctie Ψ_T door de verstoring $\hat{\Psi}_m$ wat in dit geval van een circulaire verstoring het om elkaar heen krullen van koude en warme tongen betekent.

De vertikaal gemiddelde snelheid ω_m is lineair afhankelijk van de Jacobiaan $J(\hat{\Psi}_m, \Psi_T)$ in de thermodynamische vergelijking, mits alle parameters constant worden gehouden;

$$\omega_m = \frac{2f_0}{\sigma \cdot (p_s - p_t)} \cdot [1 - k(t)] \cdot J(\hat{\Psi}_m, \Psi_T) \quad [19]$$

P_s is de gronddruk en p_t de druk van het bovenste niveau. De statische stabiliteit σ is een maat voor de verticale opbouw van de temperatuur. In het analytisch model wordt $k(t)$ onafhankelijk van de tijd gekozen; $k=1$ behoort bij een jonge depressie en $k=0$ is de waarde die de verticale snelheid van een volgroeide depressie beschrijft. In het laatste geval wordt de adiabatische afkoeling respectievelijk opwarming volledig gecompenseerd door de horizontale temperatuursadvectie door de verstoring $\hat{\Psi}_m$.

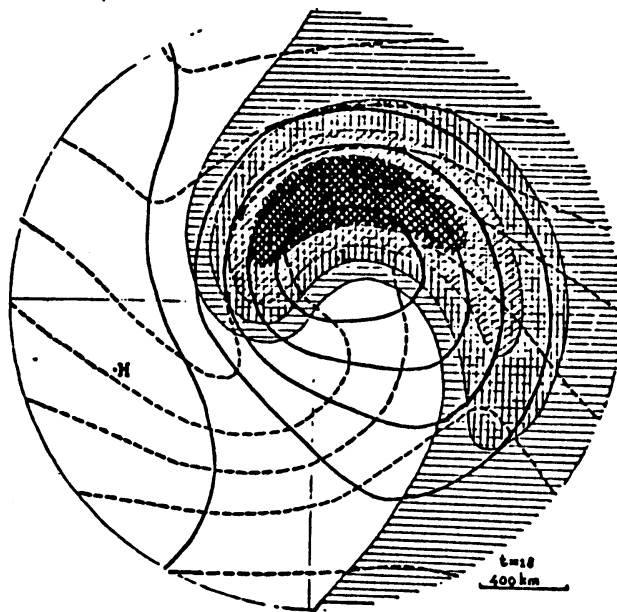


Fig 9: het inkrullen van warme en koude lucht na 18 uur [ref. 6]

In figuur 9 is het resultaat weergegeven voor de situatie zoals die ontstaan is op tijdstip $t=18$ uur. De gestippelde lijnen zijn lijnen van constante $z_T = (f_o/g) \cdot \Psi_T$; het in elkaar krullen van de koude en warme lucht is reeds zichtbaar. De getrokken lijnen geven de hoogte aan van het 1000mb-vlak; dit vlak ligt voor een depressie meestal "onder de grond". Het gearceerde gebied geeft de opwaartse beweging aan; hoe donkerder de arcering, des te groter is de verticale snelheid. De daalbewegingen zijn niet getekend maar zijn voor dit model puntsymmetrisch met de stijgbewegingen t.o.v. de oorsprong van het assenstelsel.

3.2 Model-trajectorijen in en rond een depressie

Wanneer de analytische oplossing van een depressie op $t=18$ uur (zie figuur 9) geïsoleerd wordt dan zijn de stroomlijnen deeltjesbanen geworden. Het idee dat dit isoleren enigszins acceptabele trajectoriën kan opleveren is gebaseerd op het feit dat verdere ontwikkeling van de model-depressie na $t=18$ uur een niet realistische inkrulling van warme en koude tongen te zien geeft; dit proces stopt namelijk in de werkelijke atmosfeer o.a. door toename van ω_m (in formule 19; $k \rightarrow 0$), door wrijving en interne dissipatie. Op dat moment drijft de depressie een tijdje onvervormd met de basisstroming mee.

De 3-dimensionale relatieve trajectoriën blijken zich in zeven stroomregimes op te delen. In figuur 10 zijn deze getekend. De numeriek bepaalde bifurcatievlakken die de stroomregimes van elkaar scheiden konden pas scherp vastgelegd worden met een tijdstap van 5 minuten; hieruit kan niet direct geconcludeerd worden dat het trajectoriënprogramma *TRACER* (met een tijdstap van 1 uur) onmogelijk een dergelijk beeld zou kunnen reproduceren van een depressie in de werkelijke atmosfeer; *TRACER* berekent namelijk absolute trajectoriën waar naderhand de loopsnelheid U_m van de depressie afgetrokken wordt. Voor een circulaire verstoring zoals een depressie op het noordelijk halfrond die zich met U_m verplaatst in westelijke richting betekent dit dat absolute trajectoriën die zich aan de zuidkant bevinden van de depressie een grotere kromtestraal hebben dan die van de verstoring zelf

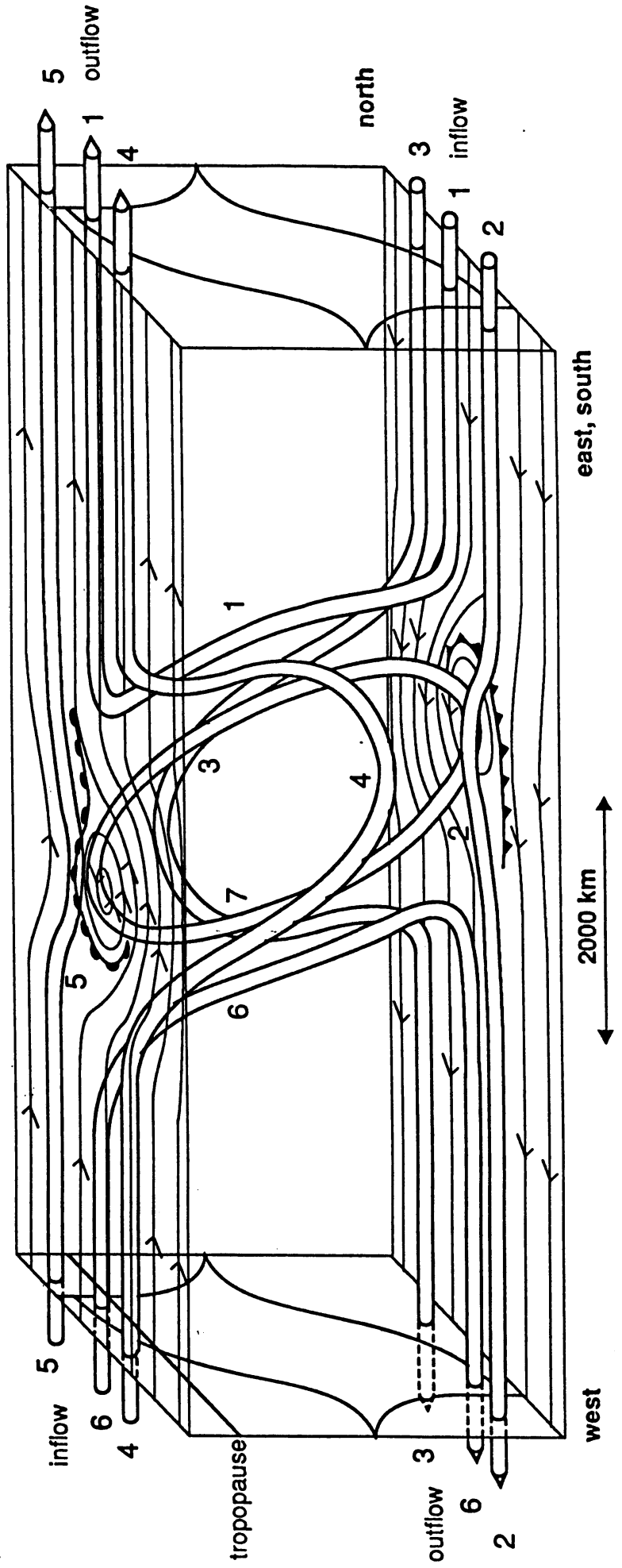
[ref. 10]. Aan de noordzijde is de kromming van de deeltjesbaan t.o.v. de aarde juist groter; hier zal *TRACER* juist meer moeite hebben om de werkelijke baan te vinden. Het hangt dus van de positie van de trajectorie t.o.v. de kern van de depressie af hoe groot de kans is om een reële deeltjesbaan te vinden (dit vergt nader onderzoek). Bovendien zijn de bifurcaties in de atmosfeer van een eindige dikte dus hoeft het beeld niet per definitie hetzelfde te zijn.

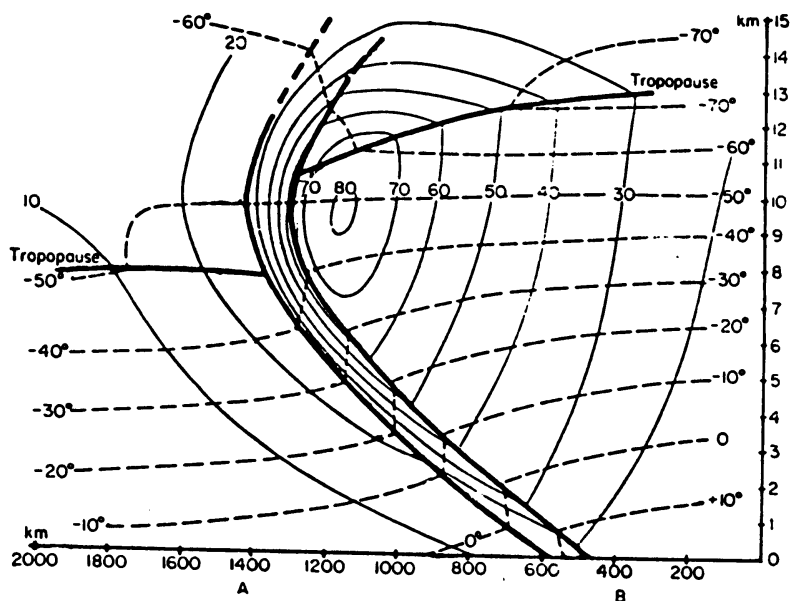
Uit figuur 10 blijkt dat een depressie de verticale opbouw van de lage atmosfeer in grote mate beïnvloedt en aldus voor de uitwisseling tussen troposfeer en de lage stratosfeer een belangrijke rol zou kunnen spelen. Deze uitwisseling wordt volgens het model veroorzaakt door de "stijgtak" 1 die opwaarts transport beschrijft van warme vochtige lucht welke ten oosten van de depressie in de grenslaag door de depressie aangezogen wordt en omhoog klimt tegen het front (dit is een scherpe scheiding van warme en koude lucht) om vervolgens weer aan de oostzijde van de depressie in de stratosfeer te kunnen verdwijnen (het grootste deel zal echter in de troposfeer blijven). De "daaltak" 6 zuigt droge stratosferische (en hoge troposferische) lucht aan ten westen van de depressie en deponert deze aan dezelfde kant in de grenslaag van de atmosfeer. Stroomregimes 4 en 5 bevinden zich wel in de buurt van de tropopause maar spelen theoretisch gezien geen rol voor het transport in kwestie. "Tak" 3 bestaat volgens het model geheel uit troposferische lucht en is daarom evenals tak 2 niet van belang voor de uitwisseling tussen troposfeer en stratosfeer. Tak 7 bestaat uit deeltjes in de kern, die tijdens de ontwikkeling in de depressie zijn ingevangen en zou dus gedeeltelijk uit troposferische en stratosferische lucht kunnen bestaan; wanneer de depressie zich niet meer verder ontwikkelt zal door menging deze tak 7 hoogstwaarschijnlijk puur troposferisch worden.

Fig. 10

Relative trajectories within and around a standard moving extratropical cyclone

- 1 Warm moist conveyor belt
- 2 Low tropospheric flow of the environment
- 3 Cold moist conveyor belt
- 4 Descending stratospheric air overrunning the warm moist conveyor belt
- 5 Stratospheric flow of the environment
- 6 Descending stratospheric air into the troposphere
- 7 Circulating air in the centre of the depression moving with the speed of the depression





Schematic isotherms (dashed lines, °C) and isotachs (thin solid lines, meters per second) in the polar front zone. Heavy lines are tropopauses and boundaries of frontal layer. (Adapted from analysis model by Berggren, 1952.)

Fig. 11: dwarsdoorsnede van een front [ref. 7]

Het opwaarts transport zorgt ervoor dat aan de voorkant van de depressie (de oostzijde) de tropopouse omhoog gedrukt wordt; aan de achterkant (i.e. de westzijde) daalt het tropopouse-niveau als gevolg van daaltak 6 en het daalgedeelte van stroomregime 4. Een dwarsdoorsnede van een front (figuur 11) in west-oost richting geeft aan hoe dit eruit ziet. Behalve de tropopouse-hoogte, het koufront en isothermen zijn in deze figuur tevens isotachen (lijnen van gelijke horizontale wind) getrokken. Hieruit is de ligging van de straalstroom te bepalen die dus in de warme lucht tegen het koufront in de buurt van de tropopouse gesitueerd is.

3.3 Selectiecriteria voor een werkelijke depressie

Om het modelmatig verkregen beeld van paragraaf 2.2 te verifiëren is een groot aantal trajectoriën rond een depressie berekend m.b.v. TRACER. De geselecteerde depressie voldoet aan de volgende criteria:

- a. De coriolisparameter heeft in het model een constante waarde die karakteristiek is voor onze breedte. Deze benadering levert voor systemen die kleiner zijn dan 2000 km geen noemenswaardige afwijkingen op t.o.v. de realiteit. Dit betekent wel dat de depressie niet al te groot mag zijn. Aan de andere kant kan een te klein gekozen depressie door het ECMWF-model niet goed gedetailleerd gerepresenteerd worden. Vrijwel alle frontale depressies voldoen echter redelijk aan dit criterium.
- b. Om relatieve trajectoriën te bepalen is op ieder tijdstip dat de ECMWF-windvelden opgehaald worden de geografische positie van het centrum van de depressie nodig. Hiervoor zijn de uurlijkse analyses van het VIMOLA-model [ref. 9], dat gebruikt wordt op het KNMI voor zeer korte-termijnvoorspellingen, het meest geschikt. Het gebied waarop dit model operationeel is, volgt uit figuur 12. Dit is dus ook het gebied waar het middelpunt van de geselecteerde depressie zich in moet bevinden. In figuur 12 zijn isotachen en isobaren geplot. Uit de laatste is op enkele tientallen kilometers nauwkeurig de gevraagde positie te bepalen.
- c. Het geselecteerde geval dient uiteraard te lijken op het patroon van figuur 9 gedurende de tijd dat de trajectoriën berekend worden. Aangezien stijgbewegingen in hoge mate correleren met bewolking zijn satellietfoto's uitermate geschikt om een goede keuze te maken.
- d. Het grootste probleem was dat in het eerste deel van mijn stage (toen ik mijn depressie moest selecteren) het onmogelijk was om trajectoriën te draaien op basis van de windvelden die opgeslagen zijn op het ECMWF in Engeland (MARS-archief). Het ging wel met de actuele windvelden die echter slechts een maand bewaard bleven. Inmiddels is dit euvel opgelost.

APW 0900
APW-ANALYSE voor 09-01-91 00Z

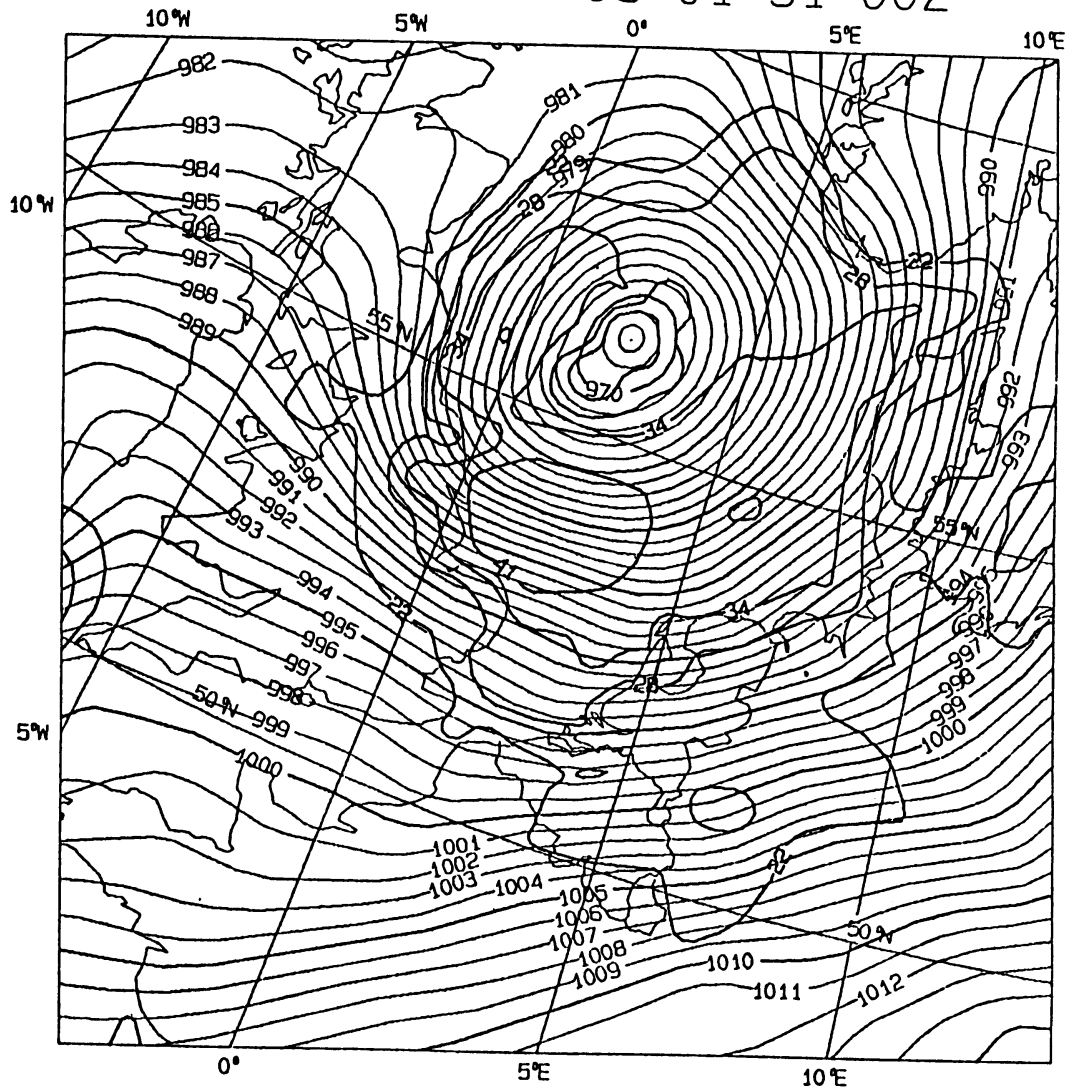


Fig. 12: voorbeeld van een uurlijkse VIMOLA-analyse [ref. 9]

3.4 De geselecteerde depressie

a. Satellietfoto's

In Januari van dit jaar (1991) passeerde een aantal depressies ons land. De meest ideale voor dit onderzoek was die van 8 en 9 januari. De VIMOLA-analyses zoals in figuur 12 legde een etmaal op van 8 januari 1991, 12:00 GMT tot 9 januari 1991, 12:00 GMT. In dit tijdsinterval zijn 4 satellietfoto's in het zichtbare en infrarode spectrum genomen die de depressie goed representeren. Figuur 13a laat een infrarode opname van de

depressie zien bij Ierland op 8 januari 13:34 GMT; hierop geven de donkere gedeelten warme gebieden aan maar waar wolken toppen zeer hoog reiken, dus heel koud zijn, daar begint de schaalverdeling opnieuw met een donkere grijstint. Figuur 13b is tevens een infrarode opname van ongeveer een half etmaal later, op 9 januari 1:50 GMT. Ruim anderhalf uur hierna om 3:31 GMT is een foto in het zichtbare spectrum genomen (figuur 13c). Op 9 januari om 11:43 GMT ligt de depressie reeds boven Scandinavië (figuur 13d) en is helaas al aan het uitsterven.

b. Radiosondemetingen

Wil men de uitwisseling tussen twee lagen in de atmosfeer bestuderen dan is het uiteraard van belang om de hoogte van de grens daartussen, in dit geval de tropopause, te achterhalen. Hiertoe zijn radiosondemetingen verzameld, die in de buurt van de depressie op 8 en 9 januari 1991 zijn verricht. Uit deze metingen, waarvan er één is weergegeven in figuur 14, valt de verticale temperatuursopbouw van de atmosfeer tot 100 mb te bepalen. De linkse lijn geeft de dauwpuntstemperatuur aan en de rechtse de werkelijke. De druk waarbij $dT/dp \leq 0$ wordt, is het niveau van de tropopause. Dit is aangegeven met een pijltje.

8-1-91 / 13:34:31 GMT

Fig 13a



9-1-"91 / 1:50:28 GMT

Fig 13 b

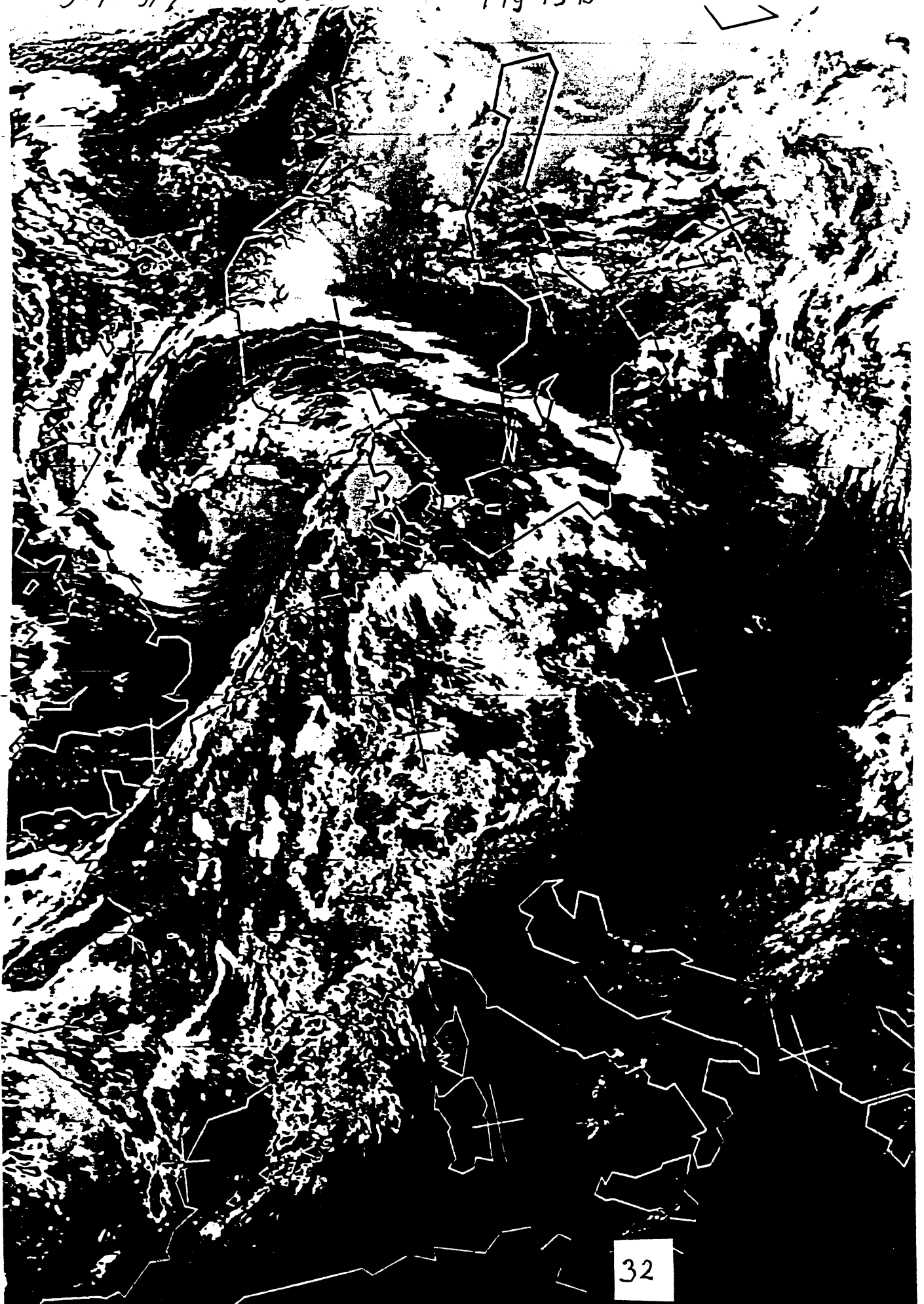


Fig 13c : 9-1-'91 / 3:31 GMT

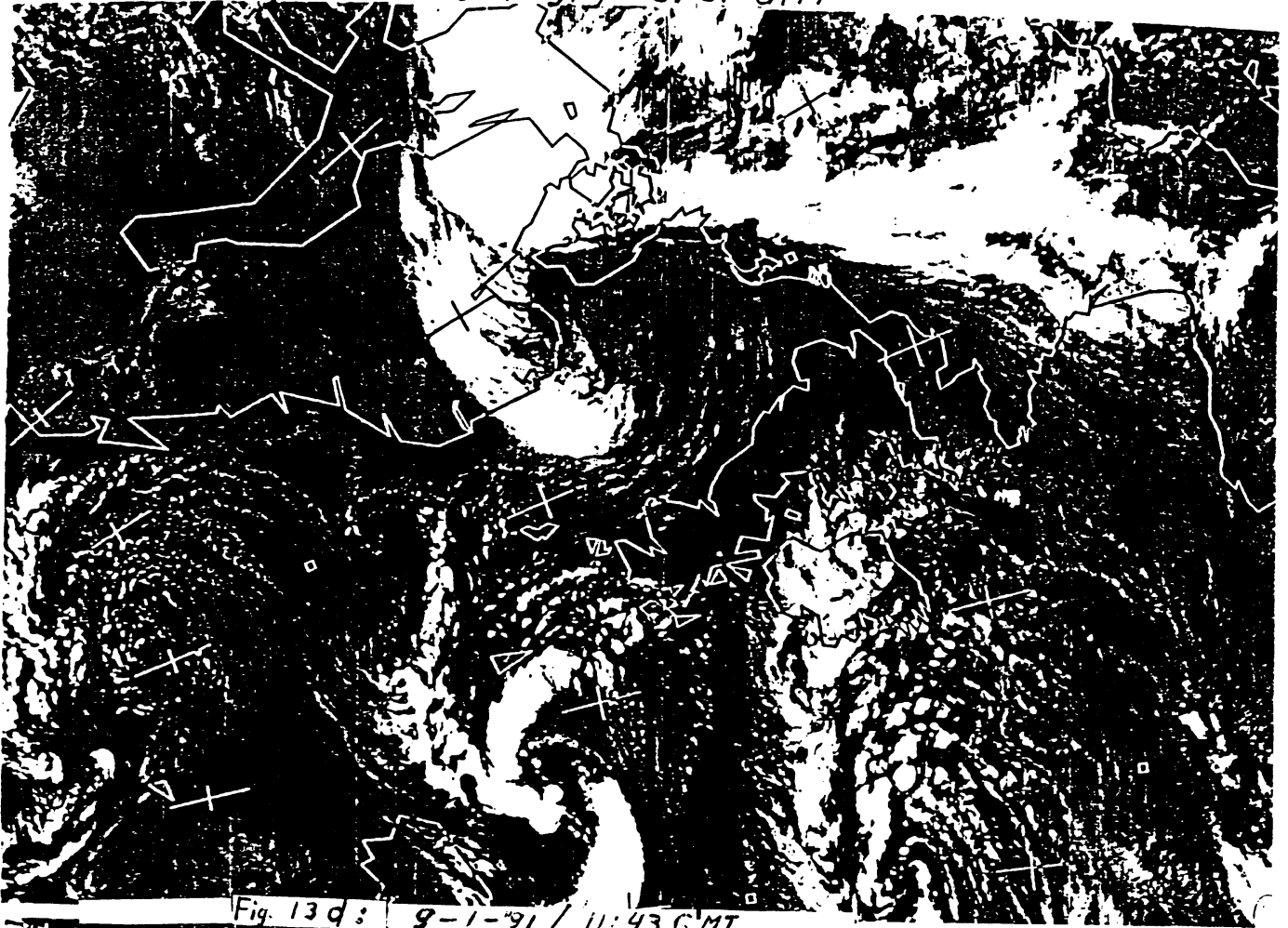
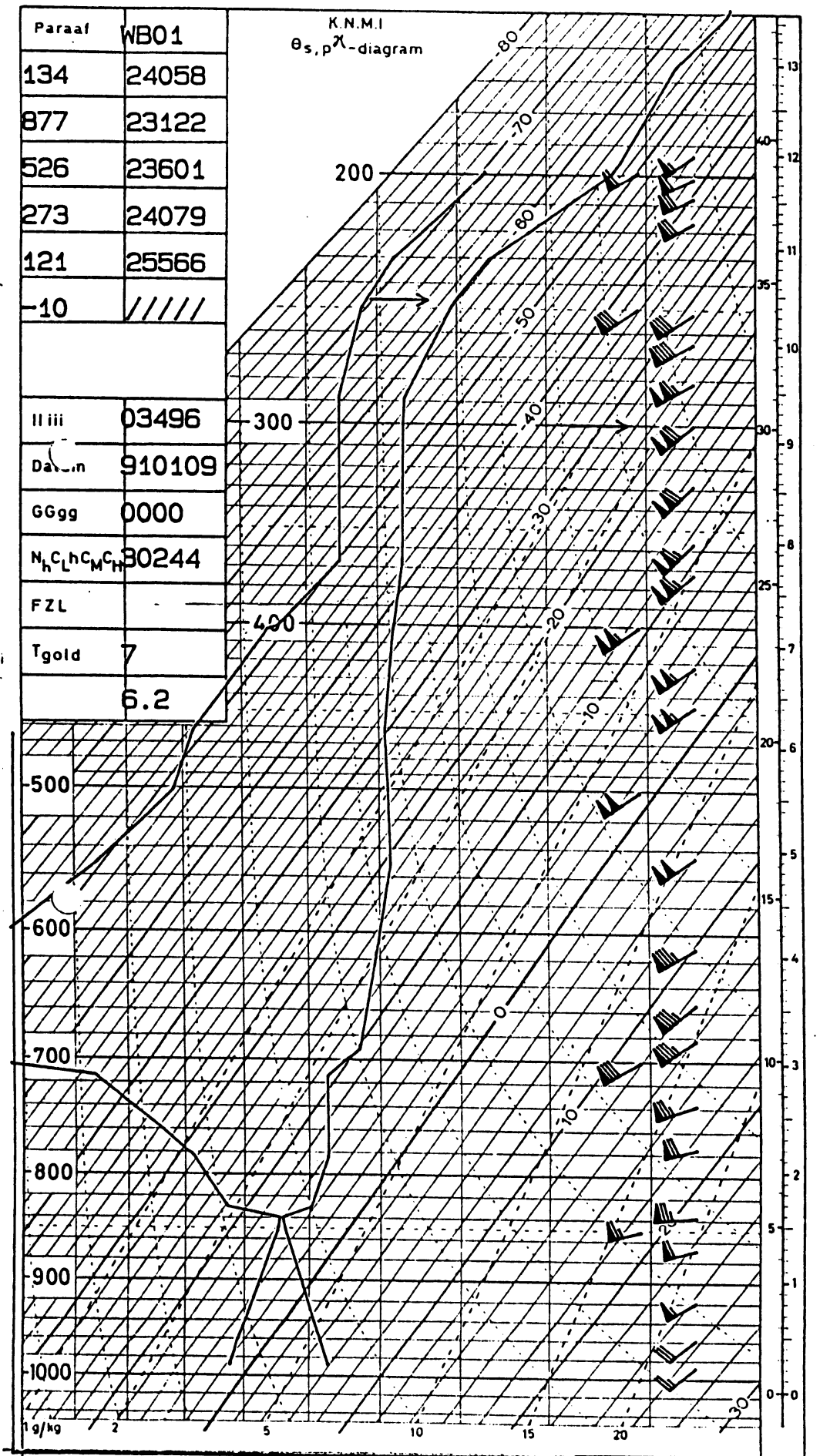


Fig 13d : 9-1-'91 / 11:43 GMT



Fig. 14: Voorbeeld van een radiosonde meting



043301F

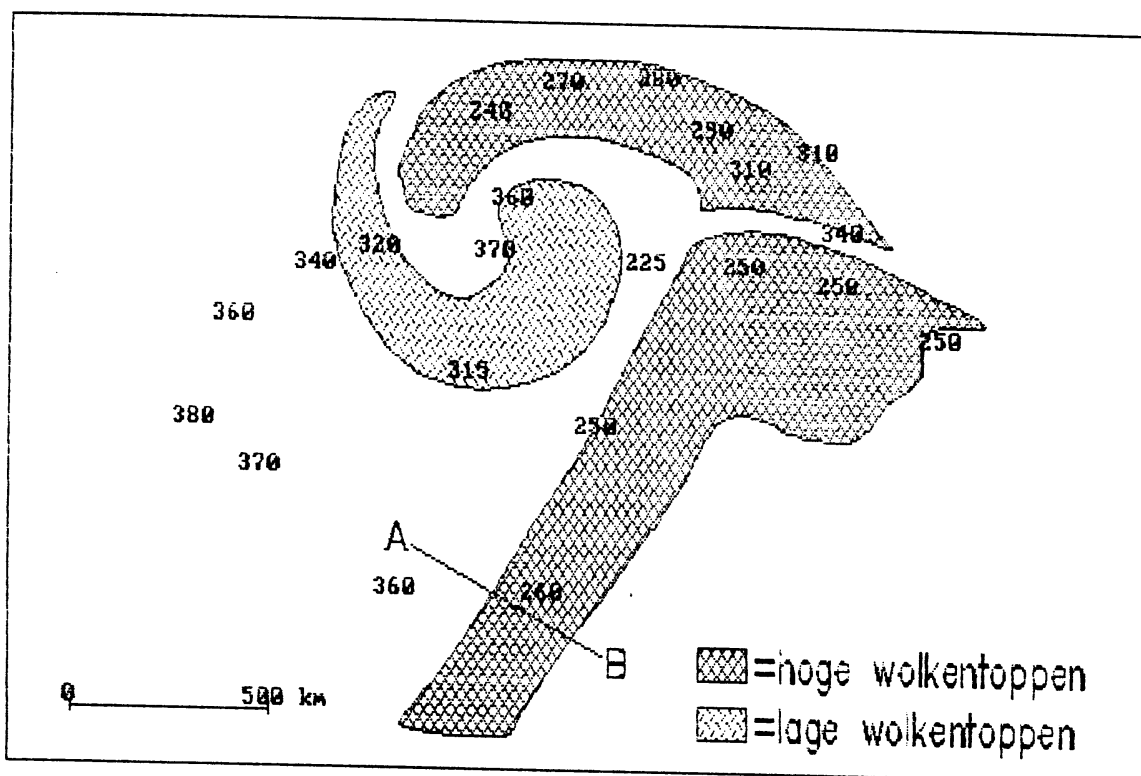


Fig. 15: tropopause-drukniveau in de geselecteerde depressie

Figuur 15 laat het resultaat zien; de getekende depressie is die van de infrarode opname van figuur 13b. Dwarsdoorsnede A-B van het koufront komt goed overeen met wat in de literatuur verwacht wordt (figuur 11); voor het front ligt de tropopause tussen 250 en 260 mb en daarachter tussen 360 en 380 mb. Opvallend is de tropopausehoogte in de kern; aan de westzijde is deze gedaald tot 370 mb en aan de oostzijde ligt deze op een maximum behorende bij een druk van 225 mb. Evenzeer opvallend is de tropopausehoogte van de noordelijkste van de twee hoog reikende bewolkingsbanden (donker gearceerde gebieden van figuur 15); het westelijk deel heeft de tropopause op 240 mb en vlak bij het andere donker gearceerde gebied heeft deze een druk van 340 mb. Volgens figuur 10 wordt de zuidelijke bewolkingsband, behorende bij het koufront, veroorzaakt door tak 1 en de "kern"-bewolking (plus de tropopausehoogte aldaar), die ontstaat "boven" het geoccludeerde front, door het stijggedeelte van tak 3 wat onder tak 1 vandaan komt.

c. ECMWF-representatie

Om een stijgtak dan wel daaltak te vinden, zoals voorspeld door het analytisch model, is het nuttig om te weten waar de opwaartse en neerwaartse bewegingen in de depressie zitten volgens het ECMWF-model. Aan de hand daarvan kan dan nauwkeurig de beginpositie van een trajectorie bepaald worden om zodoende de verschillende stroomregimes (zie figuur 10) te verifiëren.

In het geselecteerde tijdsinterval bevinden zich 5 analysetijdstippen. Op ieder tijdstip is op 3 niveaus, te weten 1000mb, 500 mb en 300 mb, de verticale windsnelheid dp/dt uitgezet; negatieve waarden representeren dus stijggieden. Het patroon hiervan dient overeen te komen met dat van figuur 9; dus positieve waarden staan grotendeels voor de koude tong en negatieve waarden voor de warme lucht (ofwel voor de bewolking op de satellietfoto's). Figuur 16 toont de isotachen voor de verticale snelheden op 9 januari 0:00 GMT voor het 500 mb-niveau. Ook al is de gewenste structuur aanwezig boven de Britse eilanden en de Noordzee, toch blijkt uit deze figuur dat de depressie omgeven is door een zeer complex geheel van stijg- en daalbewegingen.

Na bestudering van alle andere analyses zoals in figuur 16 blijkt dat de stijgtak bijna twee keer zo intens is als de daaltak. Dit vindt zijn oorzaak in het vrijkomen van latente warmte op het moment dat stijgende lucht verzadigd raakt; deze wordt gedeeltelijk omgezet in kinetische energie. In de hogere troposfeer (500 en 300 mb) blijkt de tongenstructuur nog niet goed zichtbaar te zijn op 8 jan. 12:00 GMT; andersom is 24 uur later de structuur reeds verdwenen op 1000 mb.

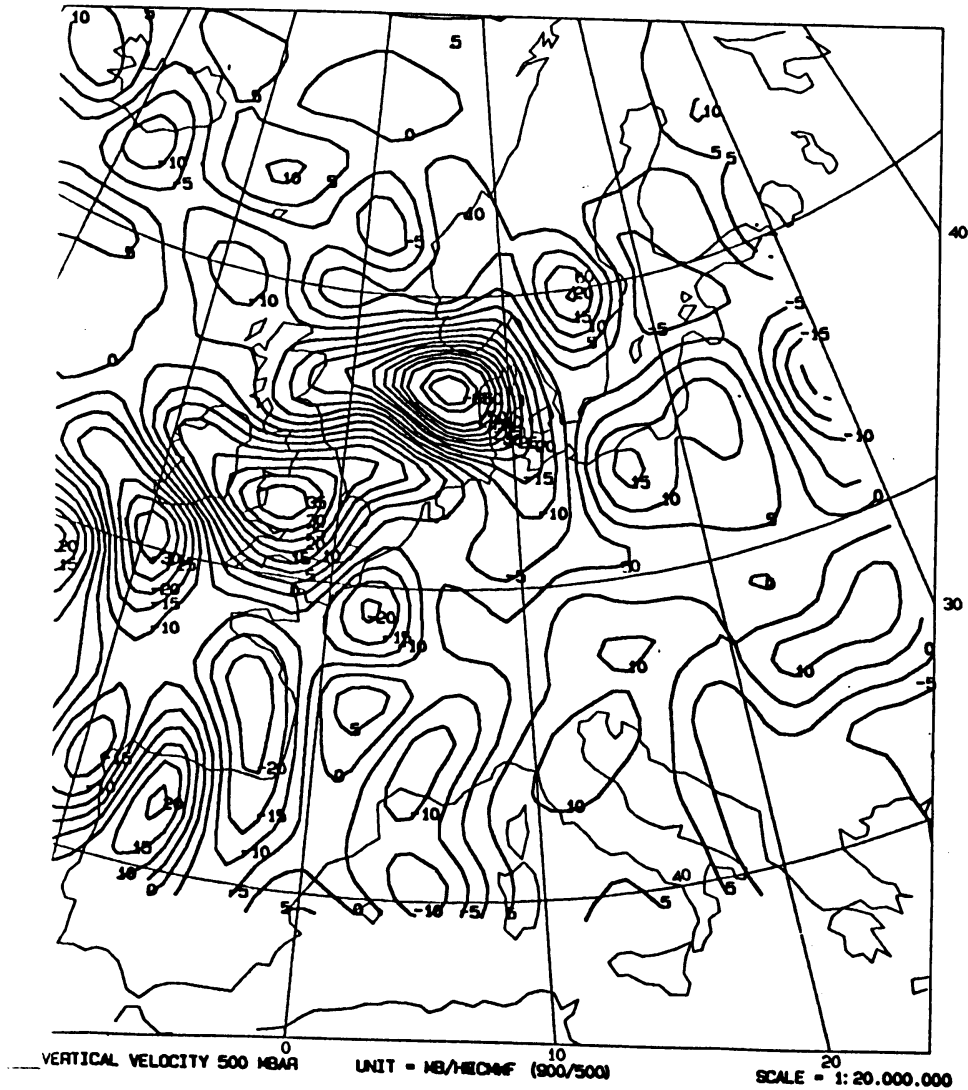


Fig. 16: ECMWF-analyse van de verticale wind voor het 500 mb niveau op 9 januari 1991 om 0:00 GMT

3.5 Relatieve trajectorïen in de geselecteerde depressie

a. Deeltjesbanen startend op 500mb op 8 januari 1991, 12:00 GMT

Om met zo min mogelijk berekeningen alle stroomregimes van het analytisch model (figuur 10) te verifiëren, worden trajectorïen berekend die starten op een constant drukk niveau gedurende het geselecteerde etmaal van 8 januari 12:00 GMT tot 9 januari 12:00 GMT. Aan de hand van de ECMWF-analyse op het begintijd is de beginpositie bepaald (figuur 17); een grid van 22° WL tot 2° WL bij 47° NB tot 57° NB.

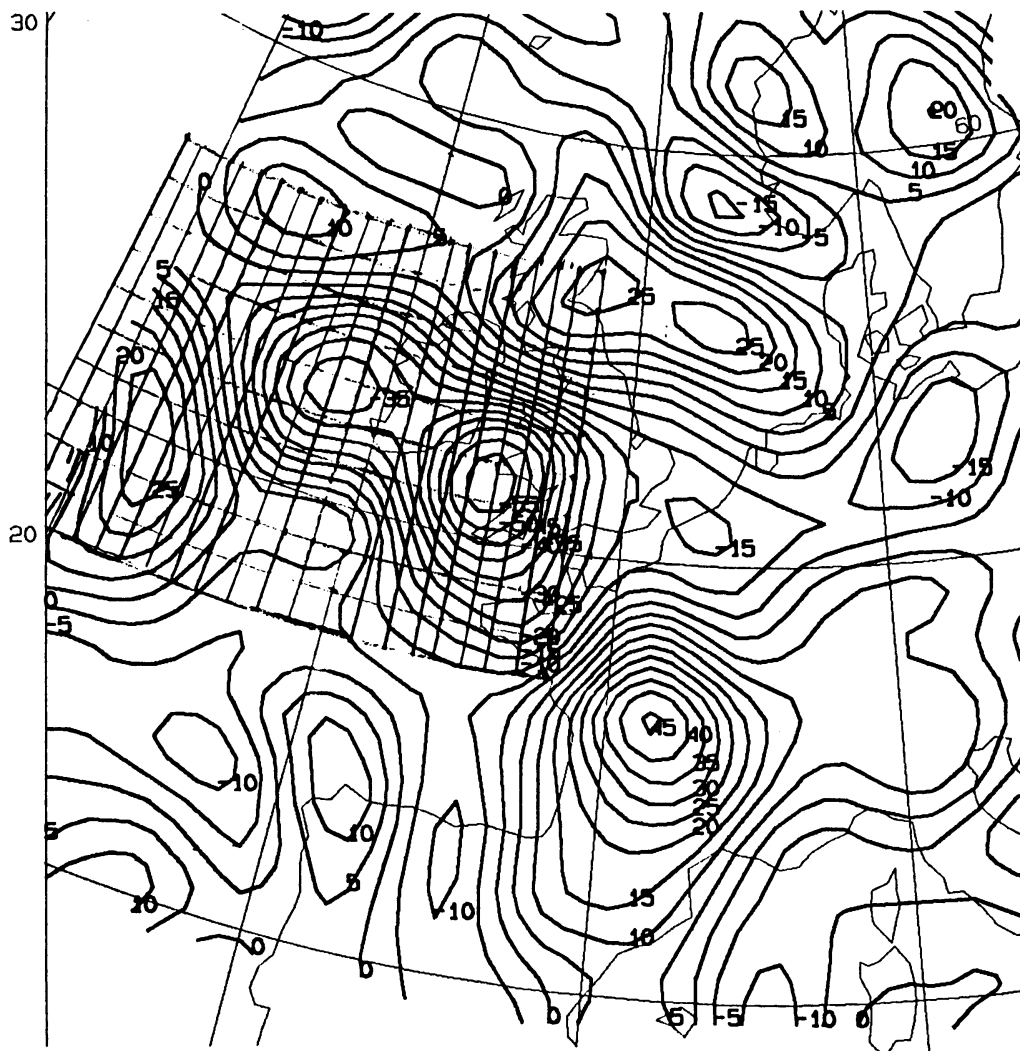


Fig. 17: Het grid waarop de deeltjes zijn gestart

M.b.v. de VIMOLA-analyses en het programma *MATHEMATICA* (zie appendix b) is een drie dimensionaal beeld verkregen van een deel van de 231 berekende relatieve trajectoriën (figuur 18).

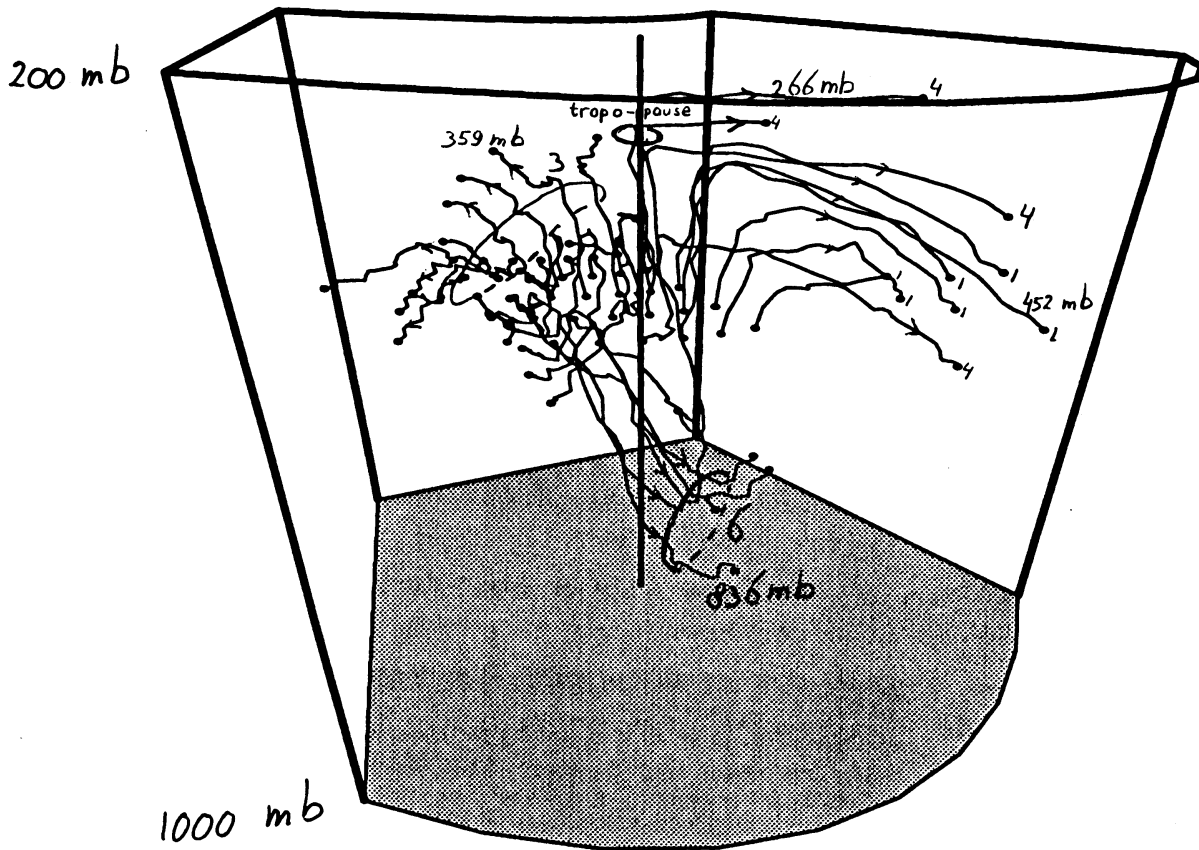


Fig. 18: 3D-beeld van trajectoriën, startend op 500 mb

De deeltjesbanen van figuur 18, die vanuit het zuid-westen bekeken worden, vertonen een ruizig beeld hetgeen hoofdzakelijk veroorzaakt wordt door het feit dat vaak twee ongeveer gelijke getallen met een eindige nauwkeurigheid van elkaar afgetrokken worden om relatieve trajectoriën te vinden. (N.B. Wanneer uit de VIMOLA-analyses de gemiddelde loopsnelheid gedurende het bewuste etmaal berekend was, dan zou figuur 18 hoogstwaarschijnlijk aanzienlijk minder schokkerig zijn geweest). Voorts geeft de verticale lijn in het midden het centrum van de depressie aan op grondniveau.

Het eerste wat opvalt, is dat er praktisch geen deeltjes zijn die een circulatie vertonen rondom de kern. Wel worden er deeltjes in de lage troposfeer gedeponereerd overeenkomstig stroomregime 6 van figuur 10. De grootst gevonden daling in 24 uur is van 500 mb tot 836 mb. Rechts van de depressie-kern in figuur 18 bevindt zich een groot aantal deeltjes dat vooral op het begintijdstip een sterke stijging vertoont; enkele daarvan halen binnen 6 uur een druk van 300 mb (grootste stijging 500 mb -> 266 mb). Dit grootschalig opwaarts transport behoort bij regime 1 of 4 en zou voor de uitwisseling tussen het 500 mb niveau en de stratosfeer kunnen zorgen.

Nauwkeurige bestudering van (overig) berekende trajectoriën aan de hand van de tropopause hoogte (figuur 15) en de satellietfoto's leren dat alleen deeltjes die behoren tot stroomregime 4 de lagere stratosfeer bereiken! Alle andere behoren tot stroomregime 1 of tot "tak 4" die de tropopause niet halen doordat ze via de frontale bewolking mengen met "tak 1" van figuur 10. Aan figuur 18 valt ook goed te zien dat een aantal wel en veel andere niet de tropopause overschrijden; ten oosten van de depressie (rechts van de kern in figuur 18) bevindt zich namelijk een hogedrukgebied met overwegend daalbewegingen. Aangezien grootschalige dynamische processen van het weer met een kleine tijdsschaal zich hoofdzakelijk in de troposfeer afspelen, dus ook deze daalbewegingen, worden deeltjes die in de troposfeer blijven door dat hogedrukgebied naar beneden gezogen. Die deeltjes behoren hoofdzakelijk tot stroomregime 1 welke voor deze depressie dus geen troposferische lucht in de stratosfeer brengt.

Links in figuur 18 valt stroomregime 3 te verifiëren die de tropopause niet bereikt (maximaal wordt 359 mb gehaald); door de depressie die achter het geselecteerde geval aanloopt is het daalgedeelte van deze tak zeer zwak wegens koppeling aan het stijgggebied wat uiteraard ook bij deze depressie aanwezig is.

Aan de hand van het bovenstaande kan nu in de satelliet-opname van 9 januari 1:50 GMT (figuur 13b) een aantal bifurcatie-lijnen getrokken worden voor het drukniveau van 500 mb

(figuur 19). Hoe dikker de lijn des te scherper is de bifurcatie. De cijfers corresponderen met de stroomregimes van het analytisch model en de pijlen met de stroomrichting. Alle deeltjes die de stratosfeer bereiken hebben, passeren het oppervlak dat door de kruisjes in figuur 19 wordt gemarkeerd; de tropopause is daar gedaald tot maximaal 340 mb (zie figuur 14). Dit oppervlak is 200 km breed en gemiddeld 1 km hoog. De gemiddelde relatieve snelheid t.o.v. de kern van de depressie is 35 m/s hetgeen resulteert in een debiet van $7 \text{ km}^3/\text{s}$ (met een onnauwkeurigheid van $2 \text{ km}^3/\text{s}$).

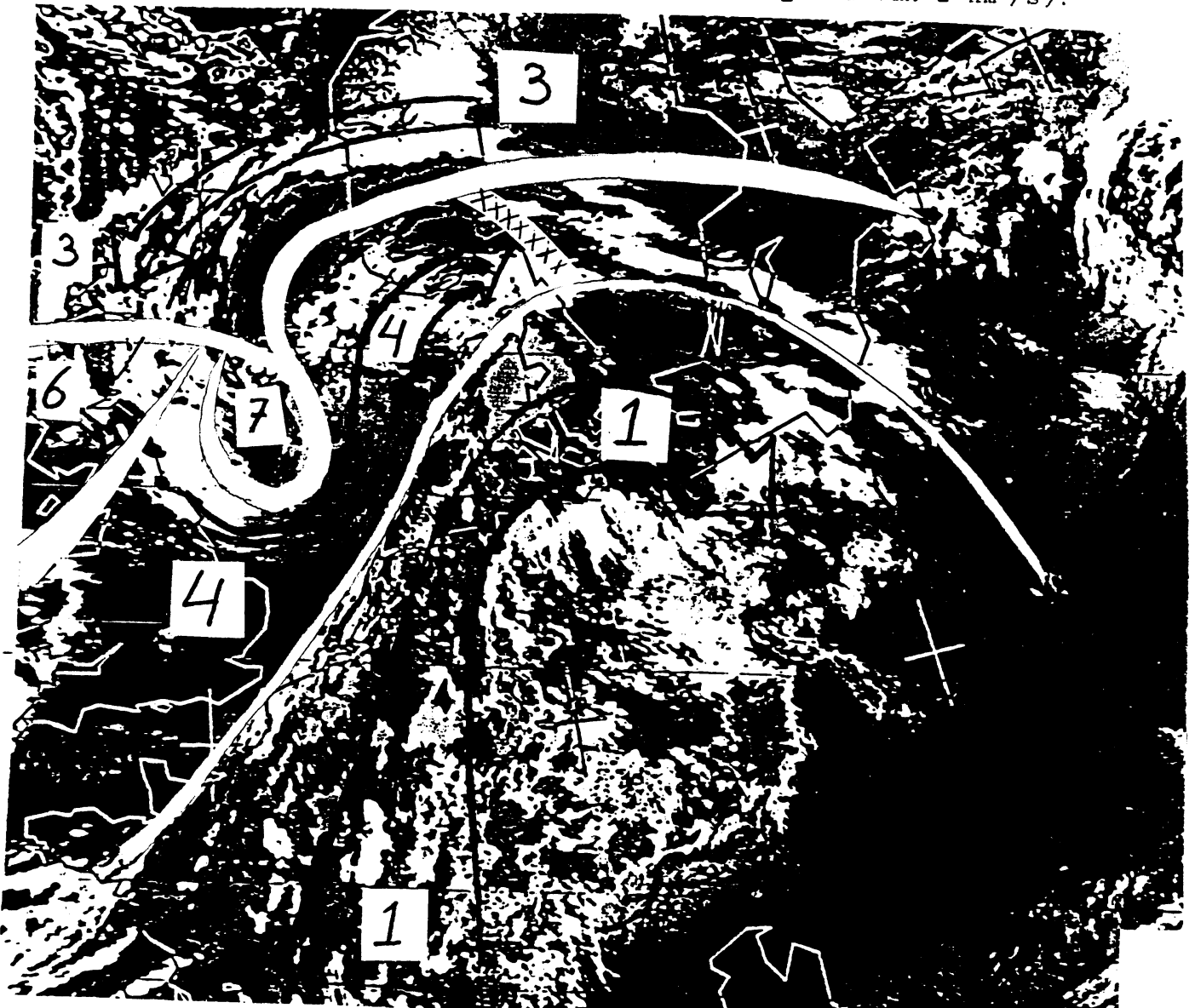
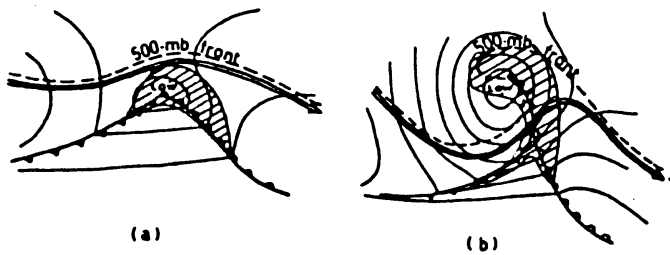


Fig. 19: Bifurcatie-lijnen op het 500-mb niveau

De dikke bifurcatie-lijn in figuur 19 blijkt volgens figuur 20a en 20b (uit Palmén en Newton) het front te zijn op 500 mb.. Zoals is waargenomen (figuur 19) loopt hierlangs de straalstroom die door de depressie vervormd wordt ("tak 4").

Broad-Scale Weather Distribution



Schematic wave cyclone (a) and occluded cyclone (b), precipitation areas hatched. Dashed line is 500-mb front; double arrow is jet stream.

Fig. 20a en 20b: ontwikkeling van het 500 mb front [ref. 7]

b. Deeltjesbanen startend op 500 mb op 9 januari 1991, 0:00 GMT

In onderdeel a is met voorwaartse tijdstappen berekend hoe deeltjes, startend op 500 mb, zich verplaatsen. Hoe zij daar gekomen zijn, kan hieruit moeilijk bepaald worden. Zo geeft figuur 18 wel uitsluitsel over de uitwisseling van troposfeer naar lagere stratosfeer, maar andersom geenszins. Door nu een grid van punten halverwege het geselecteerde etmaal te plaatsen op 500 mb en vervolgens m.b.v. TRACER 12 uur vooruit en 12 uur terug te rekenen, wordt dit probleem opgelost. M.b.v. de ECMWF-analyses van de verticale bewegingen is dit grid zodanig gelegd dat dus vooral het neerwaarts transport bestudeerd kan worden (figuur 21).

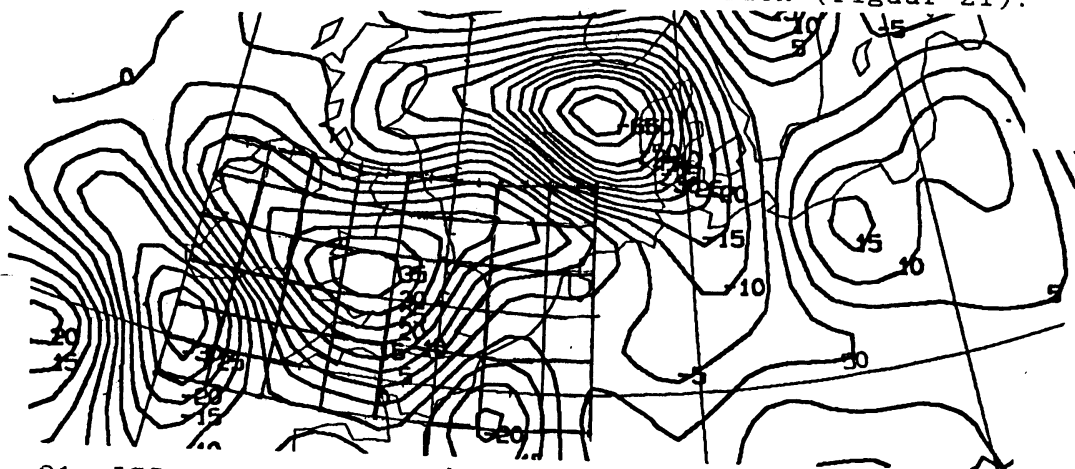


Fig. 21: 500-mb grid van 10° WL tot 6° OL bij 49° NB tot 55° NB

MATHEMATICA levert weer een 3D-beeld van een aantal relatieve deeltjesbanen (figuur 22).

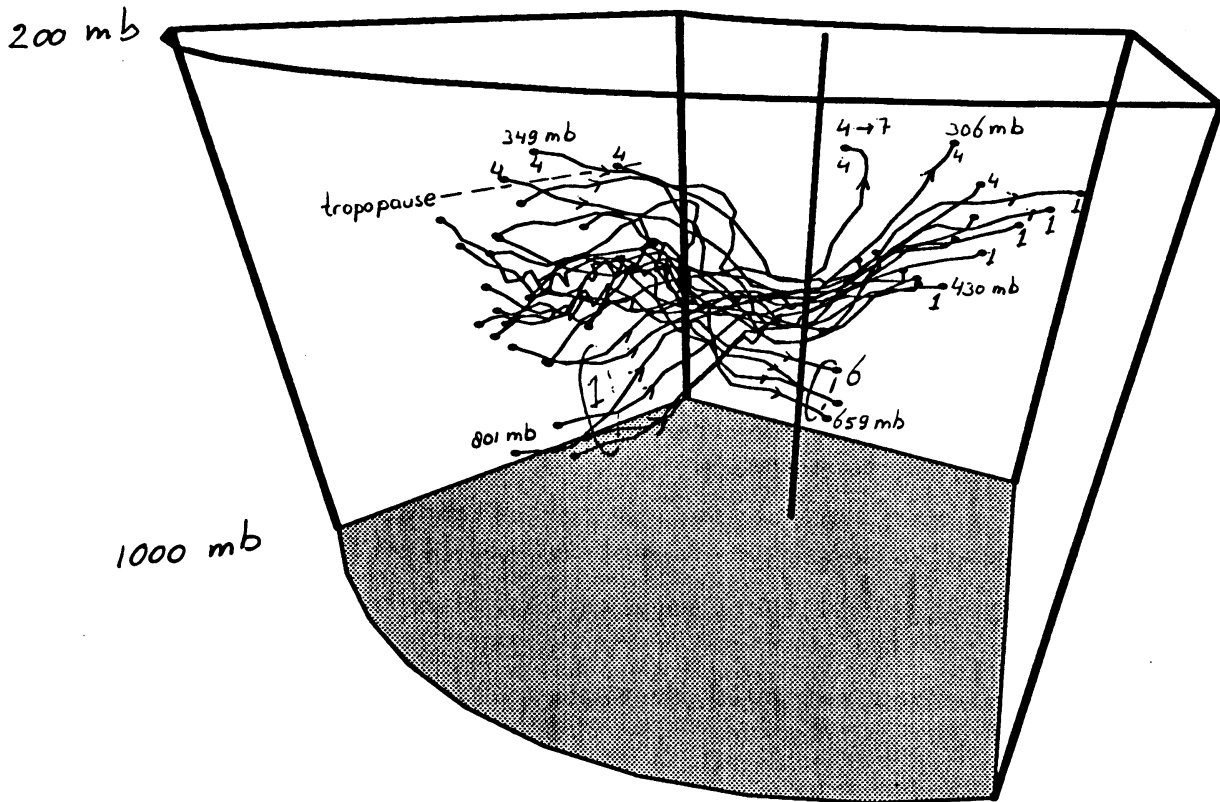


Fig. 22: 3D-representatie van achterwaartse en voorwaartse relatieve deeltjesbanen

Uit het wederom ruizige beeld van figuur 22 blijkt dat, terwijl er gezocht werd naar neerwaartse bewegingen ("tak 6" van figuur 10), slechts enkele deeltjes dit gedrag vertonen. Uit de verkregen data valt op te maken dat dit stroomregime ("tak 6") voor deze depressie een maximale hoogte bereikt van 436 mb en dat de maximale daalsnelheid overeenkomt met de reeds gevonden waarde in onderdeel a van deze paragraaf (436 mb \rightarrow 659 mb in 18 uur). Uit de tropopausehoogten (figuur 15) kan nu geconcludeerd worden dat de gevonden trajectoriën van "tak 6" géén oorsprong hebben in de stratosfeer.

In figuur 22 zijn tevens enkele stijgbewegingen aanwezig die behoren bij "tak 1"; de fanatiekste gaat van 801 mb naar 430 mb in één etmaal; m.b.v. *TRACER* blijkt dat deze trajectorie binnen twee dagen van 900 mb naar 350 mb gaat. Alhoewel de stijgbewegingen die stoomregime 1 samenstellen intenser zijn dan de daalbewegingen halen deeltjes die zich hierin bevinden dus toch de tropopause niet.

Figuur 22 laat duidelijk zien dat het grootste deel van de berekende trajectoriën behoort tot "tak 4". Degene daarvan die de stratosfeer bereiken, blijken, overeenkomstig het analytisch model, tevens daaruit aangezogen te zijn! Alleen de lucht die mengt met de frontale of "kern-" bewolking (vooral de laatste!) keert niet meer in de stratosfeer terug. Om te achterhalen welk deel mengt en welk deel niet, dienen er veel nauwkeurigere berekeningen uitgevoerd te worden. Opvallend is wel dat van het "debietoppervlak" betreffende de uitwisseling van stratosfeer naar troposfeer de verticale afmeting veel kleiner is dan die van de omgekeerde uitwisseling (zie onderdeel a); het plakje stratosferische lucht is namelijk slechts enkele honderden meters dik (370 mb tot 349 mb)! Deze afmetingen vallen echter buiten de nauwkeurigheid van het huidige trajectoriënprogramma.

c. Materiele cylinder rond de kern van de geselecteerde depressie

Hoewel onderdelen b en c veel zeggen over de stroomregimes in de depressie, kan een totaalbeeld zoals figuur 10 nog niet geschetst worden. Dit onderdeel is hierbij van nut aangezien nu negen cirkels boven elkaar gelegd zijn (dus op verschillende drukkiveaus) op 8 januari 1991, 12:00 GMT; de hoogste ligt op 200 mb en de volgende steeds 100 mb lager tot 900 mb. De laagste cirkel is op de grond gelegd door deze een "begindruk" 1 te geven (zie paragraaf 2.2)!

Figuur 23a t/m 23d is het resultaat op respectievelijk 12:00, 16:00, 20:00 en 24:00 GMT van 8 januari (verkregen m.b.v. *MATHEMATICA*). Op 9 januari (de laatste 12 uur van het geselecteerde etmaal) zijn de cylinders te wanordelijk geworden om er nog conclusies uit te trekken.

Fig 23a: 8-1-1991; 12:00 GMT

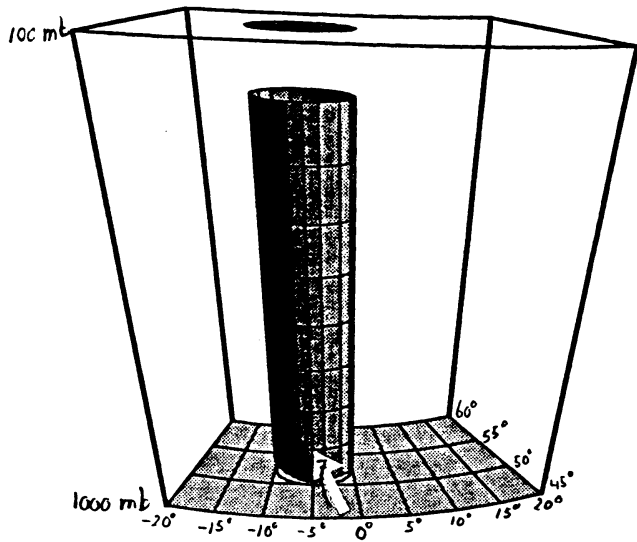


Fig. 23b: 8-1-1991; 16:00 GMT

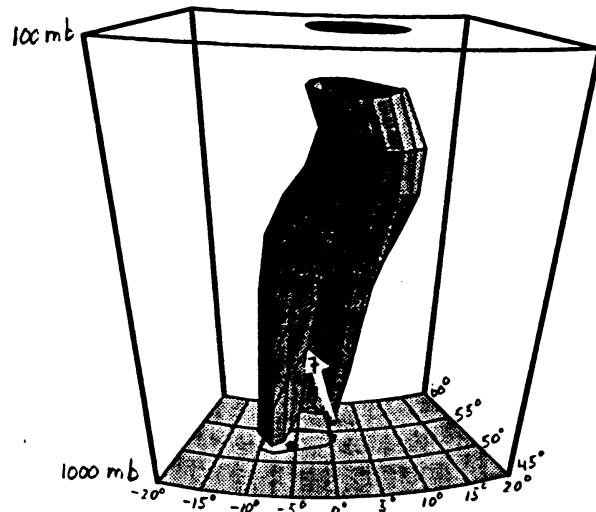


Fig 23c: 8-1-'91; 20:00 GMT

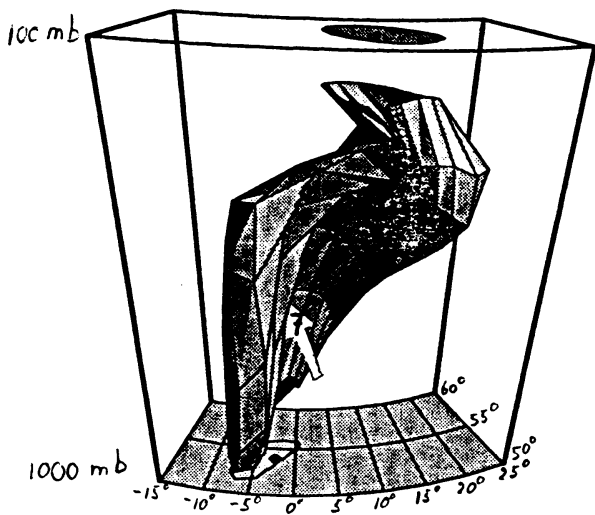


Fig 23d: 9-1-1991; 0:00 GMT

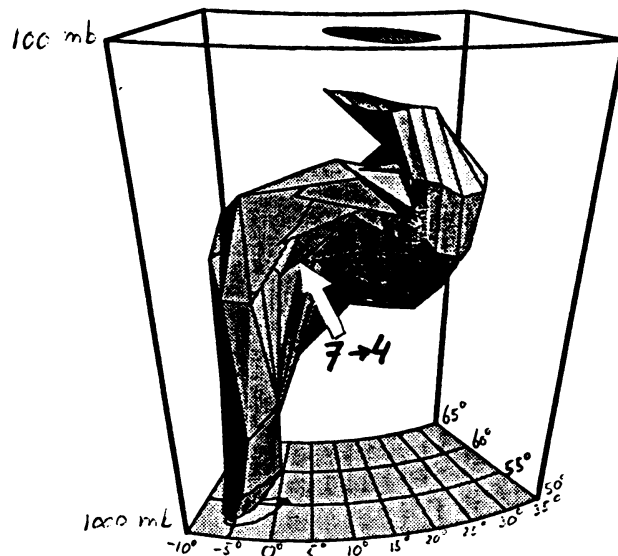


Fig. 23a t/m d: Ontwikkeling van materiële cylinder in 12 uur

In bovenstaande figuren is de laagste cirkel geprojecteerd op het 1000 mb niveau en de hoogste cirkel op het 100 mb niveau. Tevens is de kern van de depressie op grondniveau weergegeven met een zwarte stip. Aan figuur 23a valt op dat de straalstroom de cylinder snel vervormd in de buurt van de tropopause; de sterkte van de straalstroom neemt snel af in de stratosfeer (figuur 11) hetgeen tot de conclusie leidt dat de cirkel die begonnen was op 200 mb zich geheel in die luchtlaag bevindt; dit komt overeen met de gevonden tropopause-hoogten (figuur 15).

Het meest interessant is de zuid-oost-kant van de cylinder (zichtbaar in figuren 23a t/m 23d). Dit gedeelte is namelijk gestart in het front en figuur 11 zegt nu dat hier het front doorsneden wordt; het bovenste deel bevindt zich dus in de warme lucht ("tak 1") en het onderste deel in de koude lucht. "Tak 1" stijgt tegen de koude lucht omhoog maar wordt door het hogedrukgebied (rechts van de cylinders) naar beneden gezogen hetgeen reeds gevonden is (onderdeel a). Aan 28d is dit neerwaarts zuigen reeds mooi te zien. De beschouwde koude lucht bevindt zich beneden 800 mb (wat het zuid-oostelijk deel van de cylinderwand betreft) en stijgt ook! Het pijltje geeft de grootste opwaartse beweging aan. Nauwkeurige bestudering van de beginpositie van dit deeltje aan de hand van satellietfoto's en het analytisch model (figuur 10) maken duidelijk dat het hier om stroomregime 7 gaat welke in de lage troposfeer goed ontwikkeld is; wanneer tevens de oorsprong van dit deeltje bepaald wordt (i.e. 24 uur achterwaarts rekenen m.b.v. TRACER), blijkt deze lucht uit de grenslaag te komen en niet uit de stratosfeer wat voor tak 4 zou pleiten. Figuur 23d toont dat dit deeltje in de buurt van het 500 mb niveau door de straalstroom (dit is een onderdeel van "tak 4") wordt meegenomen. Uiteindelijk blijkt dit deeltje door het in onderdeel a aangegeven oppervlak (zie kruisjes in figuur 19) de lage stratosfeer te bereiken! Aldus is het toch mogelijk dat lucht uit de grenslaag de tropopause overschrijdt; deze beweging vindt plaats binnen 20 uur, dus veel sneller dan de stijgbewegingen in tak 1!

3.6 Totaalbeeld

De resultaten die gepresenteerd zijn in paragraaf 3.5 maken het mogelijk om tesamen met een groot aantal niet gememoreerde "testtrajectoriën" een schets te maken van de relatieve trajectoriën in de depressie (figuur 24).

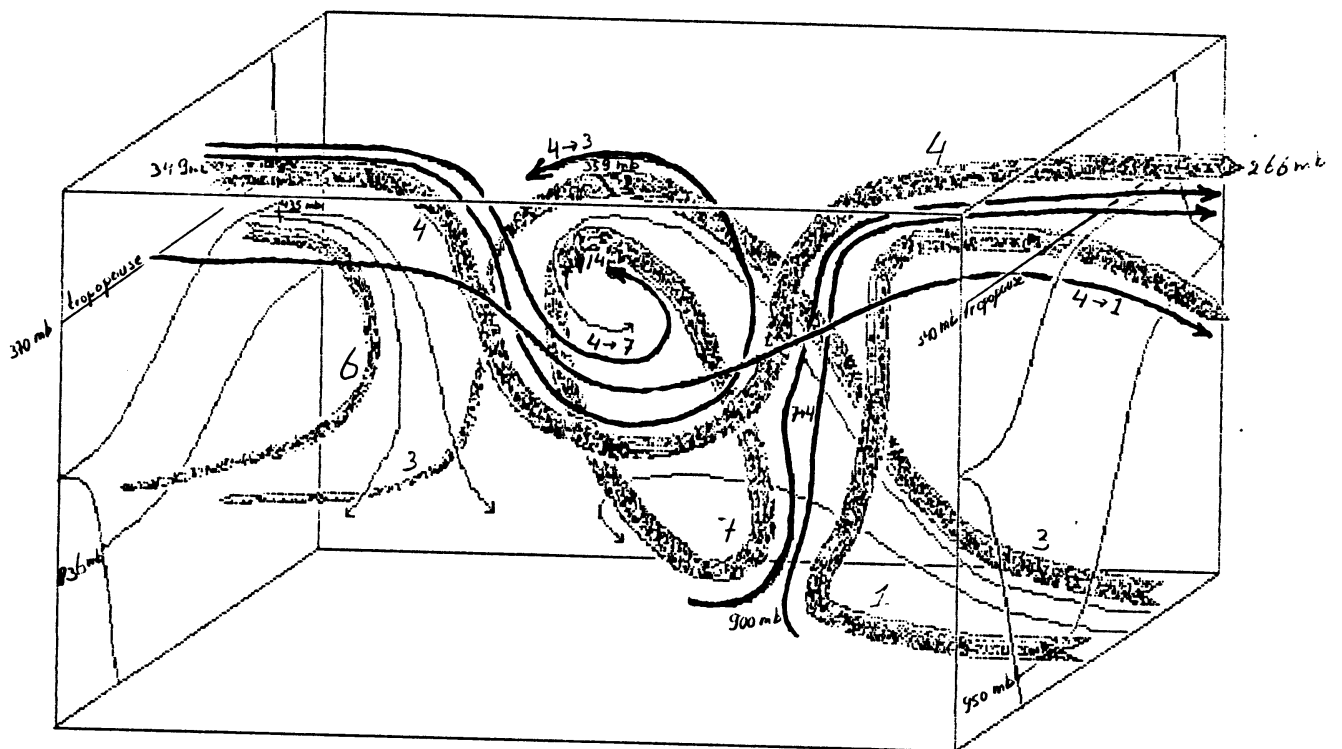


Fig. 24: Totaalbeeld van relatieve trajectoriën in de depressie

In bovenstaande figuur zijn pijpen en lijnen getekend. De pijpen zijn stromingen die ver af liggen van de bifurcatievlakken en deze dus ook niet doorsnijden. De lijnen vertonen relatieve trajectoriën die zich in de buurt van die vlakken bevinden en van stroomregime kunnen veranderen. Een vergelijking van figuur 24 met figuur 10 is alleen zinnig wat de pijpen betreft!

Zo is tak 1 de warme vochtige "conveyor belt" overeenkomstig het analytisch model; deze is gedurende het geselecteerde etmaal duidelijk aanwezig van de grenslaag tot even beneden de tropopause (350 mb) welke afstand in anderhalve tot twee dagen wordt afgelegd (maximale verticale snelheid is ± 7 cm/s).

De daaltak 6 is slecht ontwikkeld, vooral aan het einde van het etmaal (zie figuren 18 en 22). Deze tak is dus niet, zoals in het analytisch model, puntsymmetrisch met de stijgtak 1 want deeltjes in dit stroomregime gaan maximaal van 435 mb naar 836 mb (met een maximale snelheid van ongeveer 4 cm/s). Reeds in 3.5a is opgemerkt dat de neerwaartse bewegingen die bij tak 3 behoren zeer zwak zijn; dit geldt vooral voor de deeltjes die hoog komen (tot 359 mb). Het lage stuk van tak 3 is goed ontwikkeld; opvallend is echter dat evenals van tak 4 er veel lucht van tak 3 ingezogen wordt door de depressie. Deze kern van de depressie bevat deeltjes die, mits ze daar blijven, gevangen zijn tussen de grenslaag en het 400-mb niveau; het centrum van deze volgroeide depressie bestaat dus puur uit troposferische lucht hoewel een deel van oorsprong stratosferisch kan zijn (en door menging troposferisch is geworden).

Omdat tak 1 en 6 voor deze depressie niet bijdragen aan het transport van troposfeer naar stratosfeer zijn de pijpen voor deze uitwisseling dus niet van belang. In 3.5b is gezegd dat van de aangezogen lucht uit de stratosfeer (tak 4) een gedeelte mengt met de "kern"-bewolking (=overgang tak 4- \rightarrow 7 of 4- \rightarrow 3) en de frontale bewolking (=overgang 4- \rightarrow 1); op die manier kan de lucht van label veranderen (zie bewuste lijnen in figuur 24). In 3.5c staat geschreven dat ook omgekeerd lucht uit de troposfeer stratosferisch kan worden door stijgende lucht van tak 4 die van origine kerndeeltjes bevat! In principe kan tussen overige stroomregimes ook menging plaats vinden (tevens met de niet getekende takken 2 en 5) maar die zijn voor het transport in kwestie niet van belang omdat het aldaar (behalve bij tak 5) over troposferische lucht handelt.

3.7 Conclusies en aanbevelingen

De uitwisseling tussen de onderste twee lagen van de atmosfeer vindt dus plaats door "menging" van lucht tussen verschillende stroomregimes. Om de oorzaak hiervan te achterhalen dient nader onderzoek verricht te worden. Het is namelijk niet duidelijk of deze "menging" komt door onnauwkeurigheid van het trajectoriënprogramma, door werkelijke turbulente menging in de buurt van bifurcaties (met een eindige dikte) of door evolutie van de (blijkbaar nog niet volgroeide) depressie.

Alleen al aan de satellietopnamen is te zien dat de geselecteerde depressie niet helemaal onveranderd blijft in de tijd. Het zou daarom zeer nuttig zijn om modeltrajectoriën te berekenen waarbij een bepaalde ontwikkeling van de depressie geparametriseerd wordt. Dit is mogelijk, omdat het model de evolutie in de tijd kan beschrijven van een zich ontwikkelende depressie. Aldus kan dan een correcter beeld gevormd worden over wanneer de verschillende stroomregimes ontstaan en verdwijnen.

Wanneer de gememoreerde "menging" werkelijk turbulente menging is dan zou dit subliem geparametriseerd zijn in het ECMWF-model hetgeen echter bij een rooster van ongeveer 100 bij 100 km twijfelachtig is. Door het analytisch model van Heijboer kan hierover uitsluitel gegeven worden. Uiteraard kan in dit mathematisch model met oneindig dunne en ondoordringbare bifurcatievlakken geen overgang plaatsvinden van het ene regime naar het andere stroomregime. Het is echter wel mogelijk om aan de hand van dit model uit te rekenen hoe de temperatuurs- en snelheidsgradiënten zijn bij die vlakken. Hieruit kan de stabiliteit tussen verschillende regimes afgeleid worden die bepaald waar menging verwacht kan worden.

Het huidige trajectoriën-programma is eigenlijk niet geschikt om in de buurt van fronten (=bifurcatievlakken) de "menging" te bepalen en aldus nauwkeurig debieten te berekenen betreffende overgangen tussen verschillende stroomregimes. Het probleem is dat onnauwkeurigheid van *TRACER* dicht in de buurt komt van de dikte van de bifurcaties, die in de werkelijke atmosfeer natuurlijk wel eindig is. Om dit te verbeteren dienen de

aanbevelingen in hoofdstuk 4 opgevolgd te worden en dan met name de dynamische interpolatie die het rooster *physisch* opvult! Hierbij moet *TRACER* dan met tijdstappen van ongeveer 5 minuten gedraaid worden in overeenstemming met de toegepaste tijdstap in het analytisch model.

4. SUMMARY

At the KNMI in the Netherlands researches are made into the transport of gases in the atmosphere. Particularly the exchange between the troposphere and the stratosphere is, for example for the transport of ozone, of eminent importance. The idea exists to build a universal transportmodel to analyse this exchange. For this the windfields of a universal weatherforecast model must be used. The purpose of my training period at het KNMI was to check up on the usefulness of the windfields, produced by the Forecast Model of the ECMWF. To investigate this trajectories have been calculated in and around a standard moving extratropical cyclone with the help of an improved version of the existing trajectory model at the KNMI; at our latitudes cyclones are mainly responsible for the exchange in question.

An analytical model has been developed by L.C. Heijboer about a standard extratropical cyclone on the ground of which relative trajectories have been calculated; this yields 7 streamregimes, assuming there is no further evolution of a full-grown modelcyclone. By calculating trajectories in a model-like cyclone it is possible to compare the results of the model with the "reality" of the ECMWF-model.

The most important conclusion is that for the selected cyclone the air, remaining in the streamregimes predicted by the analytical model, does not contribute to the exchange between the troposphere and the stratosphere. The exchange takes place by transition from one streamregime to another (which is impossible in the mathematical model), mainly in the vicinity of those bifurcation planes that are characterized by clouds. It is not quite clear whether this transition takes place by the inaccuracy of the trajectory model, by perfect parametrisation of turbulent mixture by the ECMWF-model or by the evolution of the selected cyclone which is neglected in the analytical model. When one of the last two reasons is true, then it is for example possible that in less than one day air coming from the boundary layer of the atmosphere will end up in the lower stratosphere. Otherwise the

downward movements are not so well developed (about a factor two less than the upward movements); this is caused by the release of latent heat when the moist warm air is ascending; in the descending cold dry air this latent heat is of course absent. Owing to this the picture of the relative trajectories in the selected cyclone is not so beautifully symmetric as the picture gathered from the analytical model.

5. Appendix a: Fortran-Programmatuur

Alvorens de 3D-beelden van figuur 18, 22 en 23a t/m d m.b.v. *MATHEMATICA* te kunnen fabriceren, moet de ECMWF-output van het trajectoriën-programma eerst voorbereid worden door Fortran-programmatuur. Voor figuur 18 en 22 (in onderdeel 3.5a en 3.5b) is dit het programma *GRIDCONVERSIE* (bijlage 1); voor figuren 23a t/m 23d (in onderdeel 3.5c) is dit (*CYLINDER*)*CONVERSIE* (bijlage 2).

In iedere file die in *GRIDCONVERSIE* wordt geopend staat een aantal trajectoriën die gestart zijn op één bepaalde breedte-graad. Het programma haalt de tekst-regels weg en gaat vervolgens alleen de posities (x,y en p) bewerken. Voor de druk p wordt een 'min' gezet omdat op die manier een toenemende druk ook overeenkomt met een toename in de hoogte. Op de lengte en de breedte-graad (x en y) wordt nu op zodanige wijze een kegelprojectie toegepast (*SUBROUTINE KEGELPROJECTIE*) dat de output (= x,y -p) reeds de relatieve coördinaten bevat t.o.v. het centrum van de depressie. De coördinaten van dit centrum (XC, YC) worden gehaald uit de VIMOLA-analyses (zie paragraaf 3.3). De output van het Fortran-programma (dus de input voor *MATHEMATICA*) wordt geschreven naar de file met "UNIT=99". Nadat alle files behandeld zijn, wordt m.b.v. subroutines *INVERSEKEGEL* en *MAAKKAART* de grondkaart in de outputfile geplaatst en wel op een "drukniveau" van -1000mb. Deze kaart is de relatieve kegelprojectie behorend bij het begintijdstip van de trajectoriën.

In het begin van *GRIDCONVERSIE* moeten een aantal parameters van de juiste waarde worden voorzien. *IAANTALTRAJ* moet het aantal trajectoriën per ECMWFOUTPUT-file bevatten; *ITRAJSTEP* bepaalt welke trajectoriën er weggeschreven worden. *IAANTALUUR* geeft aan hoeveel uur één deeltjesbaan bestrijkt. Het aantal ECMWFOUTPUT-files staat in *IAANTALFILE* en *IFILESTEP* bepaalt hoeveel files overgeslagen moeten worden. Het is mogelijk dat van een "lange" trajectorie slechts een bepaald tijdsinterval van belang is; dit kan geselecteerd worden met de parameters *BEGINTIJD* en *EINDTIJD*. Van het laatste is gebruik gemaakt bij onderdeel 3.5b.

Er zijn nog twee punten waarop gewezen dient te worden. Ten eerste moeten bij de eerste DO-Loop de UNIT-nummers overeenkomen

met die van de ECMWFOUTPUT-files. Ten tweede is het zeer belangrijk dat in "UNIT=1" en "UNIT=2" de juiste data wat betreft de depressie-kern in de juiste volgorde staat. "UNIT=1" is bedoeld voor voorwaartse en "UNIT=2" voor achterwaartse trajectoriën. Wanneer zowel met voorwaartse als met achterwaartse trajectoriën gewerkt wordt, dient men er zich bewust van te zijn dat deze beide evenveel uur beslaan. Zo is in paragraaf 3.5b 36 uur vooruit en 36 uur achteruit gerekend.

In de bijlage 1 hebben de parameters waarden die leiden tot het resultaat in 3.5b. In "UNIT=1" staan waarden die beginnen op 9 januari 1991, 0:00 GMT, dus halverwege het geselecteerde etmaal. "UNIT=2" bevat de file met waarden die op hetzelfde tijdstip beginnen maar de positie van de kernen weergeeft in omgekeerde tijdsvolgorde tot 8 januari 1991, 12:00 GMT.

Het Fortran-programma *CYLINDERCONVERSIE* (bijlage 2) heeft samen met het bijbehorende *MATHEMATICA*-programma het resultaat vervaardigd voor paragraaf 3.5c. De ECMWFOUTPUT-files vormen weer de input voor het Fortran-programma. Iedere file bevat trajectoriën die op hetzelfde tijdstip en drukniveau maar op een verschillende geografische positie zijn gestart. De outputfiles van het programma zijn de 25 cylinders die als het ware uurlijkse opnamen zijn van de vervorming van de perfecte cylinder op het begintijdstip (=CYLINDERO: Fig. 23a). *CYLINDERCONVERSIE* stopt van alle ECMWFOUTPUT-files de posities van de trajectoriën op gelijke tijdstippen in de bijbehorende CYLINDER-file. Uiteraard wordt ook nu eerst de relatieve kegelprojectie toegepast. Achter ieder CYLINDER-file wordt de bijbehorende kaart (=rooster van 5° bij 5°) geschreven m.b.v. subroutines *INVERSEKEGEL* en *MAAKKAART*.

Helaas is *CYLINDERCONVERSIE* niet zo ver "geautomatiseerd" als *GRIDCONVERSIE*. Zo worden de tekstregels van de ECMWFOUTPUT-files niet gewist (dit moet dus met de hand gebeuren). Tevens worden de grenzen van de box (zie figuur 23) niet door het programma bepaald, maar zolang de depressie zich in het VIMOLA-gebied bevindt levert dit geen bezwaar op.

In de eerste DO-loop (DO 5...) moeten de getallen

overeenkomen met de UNIT-nummers van de ECMWFOUTPUT-files. De eerste daarin geïntegreerde DO-loop (DO 10...) loopt van één tot het aantal trajectoriën per file. In de tweede geïntegreerde DO-loop (DO 15...) moeten de cijfers corresponderen met de bijbehorende CYLINDER-files. In de tweede "hoofd"-loop (DO 20...) moet ook op dit laatste gelet worden.

Appendix b: Mathematica-Programmatuur

MATHEMATICA is "A System for Doing Mathematics by Computer". Behalve de uitgebreide wiskundige mogelijkheden (met name op numeriek gebied) biedt dit systeem ook geavanceerde grafische mogelijkheden. Hiermee zijn de figuren 18, 22 en 23a t/m 23d geproduceerd.

Het *MATHEMATICA*-programma *TRAJECTORIEN2* (bijlage 3) heeft figuren 18 en 22 gemaakt en heeft de outputfile van het bijbehorende Fortran-programma *GRIDCONVERSIE* als input. Deze file wordt als een matrix van 3 bij n ingelezen (n is de lengte van de file). Na eerst de parameters de juiste waarde te hebben gegeven moet het aantal trajectoriën per file bepaald worden (=traj); dit is uiteraard afhankelijk van *trajstep*. Op dezelfde wijze wordt het aantal files bepaald (=file) berekend. *jmax* is de variabele die nu het totaal aantal trajectoriën bevat die in de inputfile *GRIDTRAJ.DAT* zit. Mocht het programma onverhoopt vastlopen, dan gaat het meestal in één van de twee DO-loops fout!

[[i_] is een functie die een tabel maakt van de i-de trajectorie in *GRIDTRAJ.DAT*. %A betekent dat op die positie de output komt de staan van de vierde (input)-regel. Hieruit volgt dat dit programma niet twee keer achter elkaar gedraaid kan worden wanneer er iets aan veranderd is! *MATHEMATICA* moet dan opnieuw opgestart worden.

De rest van het programma bestaat uit het aankleden van het 3D-beeld met punten (op begin- en eindtijd), lijnen(*Line*) en vlakken (*Polygon*). De functie *Show* maakt het totaalbeeld driedimensionaal zichtbaar nadat vóór alle punten, lijnen en vlakken *Graphics3D* is gezet. Bovendien kan in deze functie nog een aantal opties meegegeven worden (ref. 8: pag. 685 van de eerste editie).

Helaas is het programma voor de cylinders niet uitgeprint (*CYL20GMT*), maar is uiteraard wel op het KNMI aanwezig. Wil men de cylinder zichtbaar maken die bv. reeds 8 uur in ontwikkeling is dan moet van het Fortran-programma *CYLINDERCONVERSIE* de outputfile *CYLINDERØ8* geopend worden. Het *MATHEMATICA*-programma maakt

vervolgens de 3D-plot m.b.v. de functie ParametricPlot3D (ref. 8: zie voorbeeld op pag. 544 en 545). Deze functie kan alleen functies plotten die afhankelijk zijn van twee parameters. Bij een bol zouden dat twee hoeken φ en ϑ zijn. Bij de cylinders zijn dit het cirkelnummer $k_$ (die op het begintijdstip overeenkomt met een constant drukniveau; hiervan zijn er 9 stuks) en de "hoek" $l_$ (die correspondeert met één van de 16 punten op een cirkel). Dit leidt tot drie functies $x[k_,l_]$, $y[k_,l_]$ en $z[k_,l_]$ die nu in ParametricPlot3D ingevuld moeten worden. Op eenzelfde wijze wordt het "grondrooster" geplott. Het aankleden met punten, lijnen en vlakken gebeurt analoog aan TRAJECTORIEN2.

6. Literatuur

- ref. 1: ECMWF-gids verspreid op het KNMI door S. Kruizinga
(1987: Unpublished)
- ref. 2: Kruizinga, S: 1991 - ECMWF Trajectoriën Programma;
Basisformules (memorandum KNMI: DM-91-02: Unpublished)
- ref. 3: Syllabus bij het TUE-college: Inleiding in de numerieke
methode (1989)
- ref. 4: Reiff, J., Forbes, Gregory S., Spieksma, T.TH.M. &
Reynders, J.J.: 1986 - African Dust Reaching Northwestern
Europe: A Case Study To Verify Trajectory Calculations
(Journ. clim. and appl. met., 25, pp. 1543-1567)
- ref. 5: Heijboer, L.C.: 1983 - Synoptische circulatie systemen;
depressies (memorandum KNMI: DM-83-14: Unpublished)
- ref. 6: Heijboer, L.C.: 1981 - Detailstructuren in depressies; een
analytisch model (wetenschappelijk rapport: W.R. 81-5:
KNMI De Bilt)
- ref. 7: Palmén, E. & Newton, C.W.: 1969 - Atmospheric
Circulation Systems.
- ref. 8: Wolfram, S: 1988 - Mathematica, A System for Doing
Mathematics by computer; eerste editie
- ref. 9: Heijboer, L.C., Timmerman H. & van der Hoek A.: 1989 -
Description and Performance of an hourly nowcasting and
very short-range forecasting system (Quart. journ. Roy.
Meteorol. Soc., 115, pp. 93-125)
- ref.10: Pettersen, S.: 1956 - Weather Analysis and Forecasting,
Vol 1,2 Ed. McGraw Hill- New York

bijlage 1

```
PROGRAM GRIDCONVERSIE

PARAMETER (IAANTALTRAJ=9, ITRAJSTEP=1, IAANTALUUR=36)
PARAMETER (IAANTALFILE=10, IFILESTEP=1)
PARAMETER (BEGINTIJD=0, EINDTIJD=12)
CHARACTER*6 TRAJ
INTEGER DBEGIN1, DBEGIN2, DEIND, DT, T, X0, Y0, P0, NUL, HULP
REAL XC, YC, X, Y, P, TRAJ
REAL TIJD, P_GROUND, DP, DX, DY
REAL XMIN, XMAX, YMIN, YMAX

OPEN (UNIT=1, FILE='DEPRESSIE_POS.DAT', STATUS='OLD')
OPEN (UNIT=2, FILE='DEPRESSIE_NEG.DAT', STATUS='OLD')

C OPEN (UNIT=47, FILE='GRIDD1.DAT', STATUS='OLD')
C OPEN (UNIT=48, FILE='GRIDE1.DAT', STATUS='OLD')
OPEN (UNIT=49, FILE='GRIDD2.DAT', STATUS='OLD')
OPEN (UNIT=50, FILE='GRIDE2.DAT', STATUS='OLD')
OPEN (UNIT=51, FILE='GRIDD3.DAT', STATUS='OLD')
OPEN (UNIT=52, FILE='GRIDE3.DAT', STATUS='OLD')
OPEN (UNIT=53, FILE='GRIDD4.DAT', STATUS='OLD')
OPEN (UNIT=54, FILE='GRIDE4.DAT', STATUS='OLD')
OPEN (UNIT=55, FILE='GRIDD5.DAT', STATUS='OLD')
OPEN (UNIT=56, FILE='GRIDE5.DAT', STATUS='OLD')
OPEN (UNIT=57, FILE='GRIDD6.DAT', STATUS='OLD')
OPEN (UNIT=58, FILE='GRIDE6.DAT', STATUS='OLD')
C OPEN (UNIT=59, FILE='GRIDD7.DAT', STATUS='OLD')
C OPEN (UNIT=60, FILE='GRIDE7.DAT', STATUS='OLD')

OPEN (UNIT=99, FILE='GRID500.DAT', STATUS='NEW')

HULP=NINT(EINDTIJD-BEGINTIJD)
WRITE (99, '(3I8)') IAANTALTRAJ, HULP, IAANTALFILE
WRITE (99, '(3I8)') ITRAJSTEP, IFILESTEP, 0
XMIN=0
XMAX=0
YMIN=0
YMAX=0

DO 10 I=49, 48+IAANTALFILE
  WRITE (9, *) I
  IF (MOD(I, IFILESTEP) .NE. 0) GOTO 10
  DO 20 J=1, IAANTALTRAJ
1000 READ (I, *) TRAJ, DBEGIN1, DBEGIN2, DEIND, DT, T, X0, Y0, P0, NUL
    READ (I, *) TIJD, P_GROUND, X, Y, P, TRAJ, DX, DY, DP
    IF (X .EQ. 0 .AND. Y .EQ. 0)
*      THEN
        DO 50 L=1, IAANTALUUR

          READ (I, *) TIJD, P_GROUND, X, Y, P, TRAJ, DX, DY, DP

50      CONTINUE
        REWIND (1, *)
        REWIND (2, *)
        GOTO 1000
      ELSE
*      IF (ABS(TIJD) .LT. BEGINTIJD .OR.
*        ABS(TIJD) .GT. EINDTIJD) GOTO 1500
*      IF (MOD(J-1, ITRAJSTEP) .NE. 0)
        THEN
          DO 40 L=1, IAANTALUUR

            READ (I, *) TIJD, P_GROUND, X, Y, P, TRAJ, DX, DY, DP
```

```

40          CONTINUE

          ELSE
            X=X/10
            Y=Y/10
            P_TRAJ=P_TRAJ/1000
            IF (DT .GT. 0)
*              THEN
                READ (1,*) XC, YC
                ELSE
                    READ (2,*) XC, YC
                ENDIF
                WRITE (9,*) XC, YC
                CALL KEGELPROJECTIE (X, Y, XC, YC)
                WRITE (99, '(3F8.3)') X, Y, -P_TRAJ
                IF (X .LT. XMIN) XMIN=X
                IF (X .GT. XMAX) XMAX=X
                IF (Y .LT. YMIN) YMIN=Y
                IF (Y .GT. YMAX) YMAX=Y
1500          DO 30 K=1, IAANTALUUR

                    READ (I,*) TIJD, P_GROUND, X, Y, P_TRAJ, DX, DY, DP
                    IF (ABS(TIJD) .LT. BEGINTIJD .OR.
*                      ABS(TIJD) .GT. EINDTIJD) GOTO 30
                    IF (DT .GT. 0)
*                      THEN
                        READ (1,*) XC, YC
                        ELSE
                            READ (2,*) XC, YC
                        ENDIF

                        X=X/10
                        Y=Y/10
                        P_TRAJ=P_TRAJ/1000
                        CALL KEGELPROJECTIE (X, Y, XC, YC)
                        WRITE (99, '(3F8.3)') X, Y, -P_TRAJ
                        IF (X .LT. XMIN) XMIN=X
                        IF (X .GT. XMAX) XMAX=X
                        IF (Y .LT. YMIN) YMIN=Y
                        IF (Y .GT. YMAX) YMAX=Y

30          CONTINUE
            ENDIF
            ENDIF
            REWIND (1,*)
            REWIND (2,*)
20          CONTINUE
10          CONTINUE
          CALL MAAKKAART (XMIN, XMAX, YMIN, YMAX)
          END

```

C

```

SUBROUTINE KEGELPROJECTIE (X, Y, XC, YC)
PARAMETER (PI=3.1415927)
REAL X, Y, XC, YC

XX = X
YY = Y

X = (90 - YY)*COS((XX - XC - 90)*PI/180)
Y = 90 - YC + (90 - YY)*SIN((XX - XC - 90)*PI/180)

```

END

SUBROUTINE INVERSEKEGEL (X, Y, XC, YC)
PARAMETER (PI=3.1415927)
REAL X, Y, XC, YC, XX, YY

XX=X
YY=Y-90+YC
IF (XX .EQ. 0.)
* THEN
X = XC
ELSE
X = XC + 90 + (180/PI)*(ATAN(YY/XX))
ENDIF
IF (X .GE. 90) X=X-180
Y = 90 - YY/(SIN((X-XC-90)*PI/180))
END

SUBROUTINE MAAKKAART (XMIN, XMAX, YMIN, YMAX)

XXMIN=XMIN
XXMAX=XMAX
YYMIN=YMIN
YYMAX=YMAX
YYYMAX=YMAX

READ (1, *) XC, YC
CALL INVERSEKEGEL (XMIN, YMIN, XC, YC)
CALL INVERSEKEGEL (XMAX, YYMIN, XC, YC)
IF (YYMIN .LT. YMIN)
*YMIN=YYMIN
CALL INVERSEKEGEL (XXMIN, YMAX, XC, YC)
XMIN=XXMIN
CALL INVERSEKEGEL (XXMAX, YYMAX, XC, YC)
XMAX=XXMAX
X=0
CALL INVERSEKEGEL (X, YYYMAX, XC, YC)
YMAX=YYYMAX

DO 10 I=1, 10

X=XMIN+(I-1)*(XMAX-XMIN)/9
Y=YMIN
CALL KEGELPROJECTIE (X, Y, XC, YC)
WRITE (99, '(3F8.3)') X, Y, -10.

10 CONTINUE
DO 20 J=1, 10

X=XMIN+(J-1)*(XMAX-XMIN)/9
Y=YMAX
CALL KEGELPROJECTIE (X, Y, XC, YC)
WRITE (99, '(3F8.3)') X, Y, -10.

20 CONTINUE
END

bijlage 2

CYLINDER

PROGRAM CONVERSIE

REAL X, Y, XC, YC
REAL XTEMP (25, 15), YTEMP (25, 15)
INTEGER JMIN, JMAX, IMIN, IMAX, K, J, I

OPEN (UNIT=1, FILE='DEPRESSIE.DAT', STATUS='OLD')

OPEN (UNIT=40, FILE='ECMWF8.DAT', STATUS='OLD')
OPEN (UNIT=41, FILE='ECMWF9.DAT', STATUS='OLD')
OPEN (UNIT=42, FILE='ECMWF8.DAT', STATUS='OLD')
OPEN (UNIT=43, FILE='ECMWF7.DAT', STATUS='OLD')
OPEN (UNIT=44, FILE='ECMWF6.DAT', STATUS='OLD')
OPEN (UNIT=45, FILE='ECMWF5.DAT', STATUS='OLD')
OPEN (UNIT=46, FILE='ECMWF4.DAT', STATUS='OLD')
OPEN (UNIT=47, FILE='ECMWF3.DAT', STATUS='OLD')
OPEN (UNIT=48, FILE='ECMWF2.DAT', STATUS='OLD')
OPEN (UNIT=49, FILE='ECMWF1.DAT', STATUS='OLD')

C

OPEN (UNIT=12, FILE='CYLINDER0', STATUS='NEW')
OPEN (UNIT=13, FILE='CYLINDER01', STATUS='NEW')
OPEN (UNIT=14, FILE='CYLINDER02', STATUS='NEW')
OPEN (UNIT=15, FILE='CYLINDER03', STATUS='NEW')
OPEN (UNIT=16, FILE='CYLINDER04', STATUS='NEW')
OPEN (UNIT=17, FILE='CYLINDER05', STATUS='NEW')
OPEN (UNIT=18, FILE='CYLINDER06', STATUS='NEW')
OPEN (UNIT=19, FILE='CYLINDER07', STATUS='NEW')
OPEN (UNIT=20, FILE='CYLINDER08', STATUS='NEW')
OPEN (UNIT=21, FILE='CYLINDER09', STATUS='NEW')
OPEN (UNIT=22, FILE='CYLINDER10', STATUS='NEW')
OPEN (UNIT=23, FILE='CYLINDER11', STATUS='NEW')
OPEN (UNIT=24, FILE='CYLINDER12', STATUS='NEW')
OPEN (UNIT=25, FILE='CYLINDER13', STATUS='NEW')
OPEN (UNIT=26, FILE='CYLINDER14', STATUS='NEW')
OPEN (UNIT=27, FILE='CYLINDER15', STATUS='NEW')
OPEN (UNIT=28, FILE='CYLINDER16', STATUS='NEW')
OPEN (UNIT=29, FILE='CYLINDER17', STATUS='NEW')
OPEN (UNIT=30, FILE='CYLINDER18', STATUS='NEW')
OPEN (UNIT=31, FILE='CYLINDER19', STATUS='NEW')
OPEN (UNIT=32, FILE='CYLINDER20', STATUS='NEW')
OPEN (UNIT=33, FILE='CYLINDER21', STATUS='NEW')
OPEN (UNIT=34, FILE='CYLINDER22', STATUS='NEW')
OPEN (UNIT=35, FILE='CYLINDER23', STATUS='NEW')
OPEN (UNIT=36, FILE='CYLINDER24', STATUS='NEW')

C-----VUL DE 25 CYLINDERS MET DE ECMWF-DATA-----

DO 5 K=40, 48
DO 10 J=1, 16
DO 15 I=12, 36

READ (K, *) TIJD, GRONDDRUK, X, Y, P, DX, DY, DP
READ (1, *) XC, YC
CALL KEGELPROJECTIE (X, Y, XC, YC)
WRITE (I, '(3F8.3)') X, Y, -P/1000

15 CONTINUE
REWIND (1, *)
10 CONTINUE
5 CONTINUE

C-----SCHRIJF ACHTER IEDERE CYLINDER-FILE

```

C      DE BIJBEHORENDE LANDKAART-----
      XMIN=-30
      YMIN=30

      DO 20 K=12,36

      X=XMIN
      READ (1,*) XC,YC
      DO 25 J=1,19

      Y=YMIN

      DO 30 I=1,11

      XX=X
      YY=Y
      CALL KEGELPROJECTIE (XX,YY,XC,YC)
      XTEMP (J,I)=XX
      YTEMP (J,I)=YY
      Y=Y+5

30     CONTINUE

      X=X+5

25     CONTINUE

1000   DO 35 J=1,19
      DO 40 I=1,11

      IF (XTEMP (J,I) .GE. -8 .AND. YTEMP (J,I) .LE. 7)
*      THEN
          JMIN=J
          GOTO 2000
      ENDIF

40     CONTINUE
35     CONTINUE

2000   DO 45 J=19,1,-1
      DO 50 I=11,1,-1

      IF (XTEMP (J,I) .LE. 22 .AND. YTEMP (J,I) .LE. 7)
*      THEN
          JMAX=J
          GOTO 3000
      ENDIF

50     CONTINUE
45     CONTINUE

3000   DO 55 I=1,11
      DO 60 J=JMIN,JMAX

      IF (XTEMP (J,I) .GE. -8 .AND. YTEMP (J,I) .GE. -7
*      .AND. XTEMP (J,I) .LE. 22)
*      THEN
          IMIN=I
          GOTO 4000
      ENDIF

60     CONTINUE
55     CONTINUE

```

```

4000   DO 65 I=11,1,-1
        DO 70 J=JMAX,JMIN,-1

            IF (XTEMP(J,I) .LE. 22 .AND. YTEMP(J,I) .LE. 13)
            * THEN
                IMAX=I
                GOTO 5000
            ENDIF

70      CONTINUE
65      CONTINUE

5000   IMIN=IMIN-1
        IMAX=IMAX+1
        JMIN=JMIN-1
        JMAX=JMAX+1

        X=-8
        Y=-7
        CALL INVERSEKEGEL(X,Y,XC,YC)
        YMIN=Y
        X=0
        Y=13
        CALL INVERSEKEGEL(X,Y,XC,YC)
        YMAX=Y
        X=-8
        Y=13
        CALL INVERSEKEGEL(X,Y,XC,YC)
        XMIN=X
        X=22
        Y=13
        CALL INVERSEKEGEL(X,Y,XC,YC)
        XMAX=X

        X=XMIN
        Y=YMIN
        CALL KEGELPROJECTIE(X,Y,XC,YC)
        XTEMP(JMIN,IMIN)=X
        YTEMP(JMIN,IMIN)=Y

        X=XMIN
        Y=YMAX
        CALL KEGELPROJECTIE(X,Y,XC,YC)
        XTEMP(JMIN,IMAX)=X
        YTEMP(JMIN,IMAX)=Y

        X=XMAX
        Y=YMIN
        CALL KEGELPROJECTIE(X,Y,XC,YC)
        XTEMP(JMAX,IMIN)=X
        YTEMP(JMAX,IMIN)=Y

        X=XMAX
        Y=YMAX
        CALL KEGELPROJECTIE(X,Y,XC,YC)
        XTEMP(JMAX,IMAX)=X
        YTEMP(JMAX,IMAX)=Y

        X=XTEMP(JMIN+1,IMIN+1)
        Y=YTEMP(JMIN+1,IMIN+1)
        CALL INVERSEKEGEL(X,Y,XC,YC)
        X0=X
        Y0=Y

```

```

WRITE (9, '(2F9.4)') X0, Y0
DO 75 J=JMIN+1, JMAX-1

    X=X0+5*(J-JMIN-1)
    XX=X
    Y=YMIN
    CALL KEGELPROJECTIE (X, Y, XC, YC)
    XTEMP (J, IMIN)=X
    YTEMP (J, IMIN)=Y
    Y=YMAX
    CALL KEGELPROJECTIE (XX, Y, XC, YC)
    XTEMP (J, IMAX)=XX
    YTEMP (J, IMAX)=Y

75  CONTINUE
DO 80 I=IMIN+1, IMAX-1

    X=XMIN
    Y=Y0+5*(I-IMIN-1)
    YY=Y
    CALL KEGELPROJECTIE (X, Y, XC, YC)
    XTEMP (JMIN, I)=X
    YTEMP (JMIN, I)=Y
    X=XMAX
    CALL KEGELPROJECTIE (X, YY, XC, YC)
    XTEMP (JMAX, I)=X
    XTEMP (JMAX, I)=YY

80  CONTINUE

    CALL MAAKKAART (JMIN, JMAX, IMIN, IMAX, XTEMP, YTEMP, K)
20  CONTINUE
END

```

```

SUBROUTINE KEGELPROJECTIE (X, Y, XC, YC)
PARAMETER (PI=3.1415927)
REAL X, Y, XC, YC

XX = X
YY = Y

X = (90 - YY) * COS((XX - XC - 90) * PI / 180)
Y = 90 - YC + (90 - YY) * SIN((XX - XC - 90) * PI / 180)

END

```

```

SUBROUTINE INVERSEKEGEL (X, Y, XC, YC)
PARAMETER (PI=3.1415927)
REAL X, Y, XC, YC, XX, YY

XX=X
YY=Y-90+YC
IF (XX .EQ. 0.)
*  THEN
    X = XC
    ELSE
    X = XC + 90 + (180/PI) * (ATAN(YY/XX))
    ENDIF
Y = 90 - YY / (SIN((X-XC-90) * PI / 180))

END

```

```
SUBROUTINE MAAKKAART (JMIN, JMAX, IMIN, IMAX, XTEMP, YTEMP, K)
REAL XTEMP (25,15), YTEMP (25,15)
INTEGER JMIN, JMAX, IMIN, IMAX, K
```

```
C-----MAAK GRONDKAART-----
WRITE (K, '(3I4)') JMIN, JMAX, -10
WRITE (K, '(3I4)') IMIN, IMAX, -10

DO 10 J=JMIN, JMAX
  DO 15 I=IMIN, IMAX

    WRITE (K, '(3F8.3)') XTEMP (J, I), YTEMP (J, I), -10.

15  CONTINUE
10  CONTINUE
```

```
C-----MAAK BOX ROND DEPRESSIE-----
WRITE (K, '(3F8.3)') XTEMP (JMIN, IMIN), YTEMP (JMIN, IMIN), -10.
WRITE (K, '(3F8.3)') XTEMP (JMIN, IMIN), YTEMP (JMIN, IMIN), -1.
WRITE (K, '(3F8.3)') XTEMP (JMIN, IMAX), YTEMP (JMIN, IMAX), -1.
WRITE (K, '(3F8.3)') XTEMP (JMIN, IMAX), YTEMP (JMIN, IMAX), -10.
WRITE (K, '(3F8.3)') XTEMP (JMAX, IMIN), YTEMP (JMAX, IMIN), -10.
WRITE (K, '(3F8.3)') XTEMP (JMAX, IMIN), YTEMP (JMAX, IMIN), -1.
WRITE (K, '(3F8.3)') XTEMP (JMAX, IMAX), YTEMP (JMAX, IMAX), -1.
WRITE (K, '(3F8.3)') XTEMP (JMAX, IMAX), YTEMP (JMAX, IMAX), -10.

DO 20 I=JMIN, JMAX

  WRITE (K, '(3F8.3)') XTEMP (I, IMIN), YTEMP (I, IMIN), -1.

20  CONTINUE
  DO 25 I=JMIN, JMAX

    WRITE (K, '(3F8.3)') XTEMP (I, IMAX), YTEMP (I, IMAX), -1.

25  CONTINUE
END
```

bijlage 3

TRAJECTORIEN2

```
g=OpenRead["GRIDTRAJ.DAT"];
f=ReadList[g, {Number, Number, Number}];
aantaltraj=f[[1,1]];
aantaluur=f[[1,2]];
aantalfiles=f[[1,3]];
trajstep=f[[2,1]];
filestep=f[[2,2]];
traj=f[[2,3]]-1;
Do[traj=traj+1, {1,1,aantaltraj,trajstep}];

file=f[[2,3]];
Do[file=file+1, {1,1,aantalfiles,filestep}];

jmax=traj*file;
l[i_]:=Table[f[[j]], {j, (%4+1) (i-1)+3,
                (%4+1) (i-1)+%4+3}];

p1000mb=Table[f[[1]], {1,%12(%4+1)+3,
                    %12(%4+1)+22}];

kaart1000mb=Polygon[p1000mb];
p200mb1=Table[{f[[1,1]], f[[1,2]], -2}, {1,%12(%4+1)+3,
                    %12(%4+1)+12}];
p200mb2=Table[{f[[1,1]], f[[1,2]], -2}, {1,%12(%4+1)+13,
                    %12(%4+1)+22}];
kaart200mb1=Line[p200mb1];

kaart200mb2=Line[p200mb2];

box1=Line[{f[[%12(%4+1)+3]], f[[%12(%4+1)+3,1]],
            f[[%12(%4+1)+3,2]], -2}, {f[[%12(%4+1)+13,1]],
            f[[%12(%4+1)+13,2]], -2}, f[[%12(%4+1)+13]]};

box2=Line[{f[[%12(%4+1)+12]], f[[%12(%4+1)+12,1]],
            f[[%12(%4+1)+12,2]], -2}, {f[[%12(%4+1)+22,1]],
            f[[%12(%4+1)+22,2]], -2}, f[[%12(%4+1)+22]]};

centrum=Line[{{0,0,-10}, {0,0,-2}}];

Tbegin=Table[Point[f[[1]]], {1,3, (%12-1) (%4+1)+3, %4+1}];
Teind=Table[Point[f[[1]]], {1,3+%4, %12(%4+1), %4+1}];
```

TRAJECTORIEN2

```
b>Show[Graphics3D[kaart1000mb], Graphics3D[kaart200mb1],  
Graphics3D[kaart200mb2],  
Graphics3D[box1], Graphics3D[box2],  
Graphics3D[{Thickness[0.006], centrum}],  
Graphics3D[{PointSize[0.006], Tbegin}],  
Graphics3D[{PointSize[0.006], Tend}],  
Graphics3D[{Thickness[0.003], Table[Line[1[1]],  
{1, 1, #12}]}],  
ViewPoint->{0, -1, .5},  
Boxed->False,  
BoxRatios->{1, 1, 1},  
PlotRange->{-2, -10},  
PlotLabel->"Grid-Trajectorien: 500mb";
```

